

3ο PROJECT ΑΠΟΚΕΝΤΡΩΜΕΝΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ & ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ

ΛΕΚΚΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΑΜ:1067430 Έτος 5ο

ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΑΜ:1067431 Έτος 5ο

Περιεχόμενα

- A. Θεωρητική Άσκηση 1
- B. Θεωρητική Άσκηση 2
- Γ. Θεωρητική Άσκηση 3
- Δ. Προγραμματιστική Άσκηση 1
- Ε. Προγραμματιστική Άσκηση 2

Α.Θεωρητική Άσκηση 1

Οι μεταβλητές του συστήματος είναι οι x_1 , x_2 και οι οποίες σε μορφή διανύσματος γράφονται ως εξής:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}.$$

1. Οπότε το μητρώο A είναι το εξής : $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & (1-a) \end{bmatrix}.$

Ένα μητρώο είναι στοχαστικό ως προς τις γραμμές όταν το άθροισμα των στοιχείων της κάθε γραμμής είναι ίσο με 1. Πράγματι στο μητρώο A παρατηρούμε πως $1+0=1$ και $a+(1-a)=1$. **Επομένως το μητρώο A είναι στοχαστικό ως προς τις γραμμές.**

2. Για να υπολογίσουμε τις ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα του μητρώου A θα χρησιμοποιήσουμε τους τύπους: $\det(A - \lambda * I) = 0$ όπου λ οι ιδιοτιμές και I το ταυτοτικό μητρώο , $(A - \lambda * I) * x = 0$.

Συνεπώς έχουμε: $(A - \lambda * I) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ a & (1-a) \end{bmatrix} - \lambda * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 0 \\ a & (1-a-\lambda) \end{bmatrix}.$

Η ορίζουσα του A είναι : $\det(A - \lambda * I) = (1-\lambda) * (1-a-\lambda)$, οπότε λύνοντας το $\det(A - \lambda * I) = 0$ οι ιδιοτιμές είναι οι : $\lambda = 1$ και $\lambda = 1-a$.

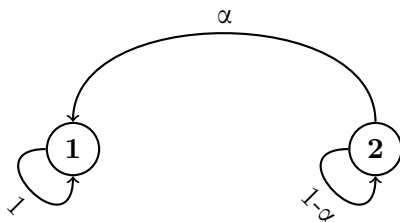
Στη συνέχεια για να υπολογίσουμε τα ιδιοδιανύσματα , θα χρησιμοποιήσουμε τον τύπο $(A - \lambda * I) * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$

Για $\lambda = 1$ έχουμε : $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & -a \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (1ο ιδιοδιάνυσμα) ,

Για $\lambda = 1-a$ έχουμε : $\begin{bmatrix} a & 0 \\ a & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (2ο ιδιοδιάνυσμα)

3. Το κατευθυνόμενο διάνυσμα G προκύπτει από το μητρώο A και συγκεκριμένα από τη μελέτη των στοιχείων του και τη ταύτιση τους ως μεταβάσεις από τον ένα κόμβο στον άλλο.

Συνεπώς το κατευθυνόμενο γράφημα G είναι το εξής:



Όσον αφορά τη συνεκτικότητα του γραφήματος, το γράφημα είναι **ασθενώς συνεκτικό** καθώς δεν υπάρχει διαδρομή από τη κορυφή 1 στη κορυφή 2. Για να ήταν ισχυρά συνεκτικό θα έπρεπε να υπήρχε διαδρομή από και προς όλες τις κορυφές του γραφήματος.

4. Ο αλγόριθμος ως συνάρτηση των αρχικών τιμών των παικτών συγκλίνει κάθε φορά στο x_1 .

Β.Θεωρητική Άσκηση 2