Ghid MATLAB

Caracteristica de frecvență a unui filtru IIR

- $\rightarrow \gg$ freqz(b,a) ;
  % trasează caracteristica filtrului
- $\rightarrow \gg$ [H,w]=freqz(b,a) ;
  % depune în vectorul H valorile răspunsului în frecvență calculat în elementele grilei de frecvențe w (generată de funcție)

De exemplu, caracteristica filtrului FIR de ordinul doi (3.11) cu $r = 0.8$ și $\theta = \pi/3$ se trasează cu ajutorul instrucțiunilor :

- $\rightarrow \gg$ b= [1 -0.8 0.64] ; % în ordine descrescătoare a puterilor
- $\rightarrow \gg$ freqz(b,1) ;

Amplitudinea răspunsului în frecvență

Desenarea amplitudinii răspunsului în frecvență al filtrului se realizează cu :

- $\rightarrow \gg$ plot(w,abs(H)) ;

Diagrama poli-zerouri

Diagrama poli-zerouri a unui filtru IIR se trasează cu unul dintre apelurile :

- $\rightarrow \gg$ zplane(b,a) ;
- $\rightarrow \gg$ pzmap(b,a) ;

Teme de laborator

Tema 1 (Filtre FIR de ordinul 1)

Considerăm filtrele FIR cu funcția de transfer (3.7) și perechea de parametri $\{r, \theta\}$.

a. Alegeți o valoare pentru θ, de exemplu $\theta = \pi/3$. Menținând această valoare fixată, trasați caracteristica de frecvență a filtrului pentru diverse valori ale lui r între 0 și 1. Caracteristica de frecvență se va trasa pentru $\omega \in [-\pi, +\pi]$. Verificați, cu ajutorul funției zplane/pzmap, că poziția zeroului este cea dorită.

   Încercați să respectați stilul din Fig. 3.1, adică :

   - $\rightarrow$ suprapuneți mai multe răspunsuri pentru a evidenția diferențele dintre ele ;
   - $\rightarrow$ trasați amplitudinea răspunsului atât în dB (axe semilogaritmice), cât și adimensional (axe liniare).

   Observați că apropierea lui r de valoarea unitară (i.e a zeroului de cercul unitate) produce atenuări din ce în ce mai mari în jurul frecvenței $\omega = \theta$.

b. Repetați operațiile de mai sus pentru o altă valoare a lui θ.

Tema 2 (Filtre FIR de ordinul 2)

Considerăm acum filtrele FIR de ordinul 2, cu funcția de transfer (3.11) și perechea de parametri $\{r, \theta\}$. Repetați operațiile de la tema precedentă pentru acest tip de filtre.

Tema 3 (Filtre IIR autoregresive)

Un filtru *autoregresiv* (AR) are funcția de transfer $G(z) = 1/H(z)$, unde H este un filtru FIR. Este clar că, din cauza împărțirii infinite dintre polinoamele 1 și H, funcția de transfer a filtrului AR nu mai poate returna un răspuns finit la impuls. Rezultă că filtrele AR nu pot fi decât de tip IIR. Cu toate acestea, remarcați maniera în care se pot memora caracteristicile unui filtru IIR (exprimate printr-un număr infinit de valori), cu ajutorul unui număr finit de date (coeficienții polinomului H).
Considerați filtrul AR de ordinul 2, având funcția de transfer exprimată ca mai jos :

$$G(z) = \frac{1}{(1 - cz^{-1})(1 - \overline{c}z^{-1})} = \frac{1}{1 - 2rcos(\theta)z^{-1} + r^2z^{-2}}. \tag{3.12}$$

a. Repetați aceleași operații ca la temele precedente. Observați că graficele amplitudinii (în dB) se obțin prin oglindirea față de abscisă a celor obținute pentru filtrele FIR de ordinul 2, ceea ce constituie o ilustrare intuitivă a fenomenului de împărțire algebrică (abscisa poate fi privită ca o linie de fracție).
b. Normați filtrul astfel încât $G(0)\big|_{dB} = 0$ și retrasați un grafic de amplitudine. Explicați fenomenul observat, în raport cu graficele anterioare.

Tema 4 (Legătura dintre poli, zerouri și răspunsul în frecvență)

a. Alegeți un filtru stabil având coeficienți reali, care conduc la 2-4 poli și 2-4 zerouri (numărul de poli poate fi diferit de numărul de zerouri ; de exemplu : $N = 2$ și $M = 3$). Alegeți poli și zerouri relativ aproape de cercul unitate, de exemplu, cu modulul mai mare de 0.7. Trasați diagrama poli-zerouri (cu ajutorul funcției zplane/pzmap) și răspunsul în frecvență (cu ajutorul funcției freqz). Observați aspectul răspunsului în frecvență pentru frecvențele corespunzătoare argumentelor zerourilor și polilor.

b. Arătați răspunsul în frecvență unui coleg și rugați-l să "ghicească" pozițiile polilor și zerourilor. (De asemenea, pregătiți-vă să răspundeți la o întrebare similară. Sugestie : ca să vă antrenați, alegeți aleator polii și zerourile).

Tema 5 (Modelul simplu al unui instruent muzical)

Timbrul unui instrument muzical este dat de amplitudinea armonicelor sunetului fundamental emis. De exemplu, dacă sunetul fundamental are frecvența ω_0, atunci sunetul (discretizat) emis de instrument are forma (idealizată) următoare :

$$y[n] = \sum_{k=1}^{N} \alpha_k sin(k\omega_0 n), \forall n \in \mathbb{Z}, \tag{3.13}$$

unde $\alpha_1 = 1$ este amplitudinea armonicei fundamentale, valoarea α_k reprezintă contribuția armonicei superioare, de ordin k, la formarea sunetului (pentru orice $k \in \overline{1, N}$), iar N este numărul total de armonice emise.
De obicei, armonicele superioare au contribuții mai mici decât cea fundamentală, adică se verifică proprietatea :

$$|\alpha_k| < 1, \forall k \in \overline{2, N}. \tag{3.14}$$

Putem modela un instrument de o manieră aproximativă, printr-un filtru H, la intrarea căruia figurează semnalul următor, exprimat ca o sumă de sinusoide de amplitudini egale :

$$x[n] = \sum_{k=1}^{N} sin(k\omega_0 n), \forall n \in \mathbb{Z}, \tag{3.15}$$

Amplitudinile $\{\alpha_k\}_{k \in \overline{1,N}}$ ale armonicelor semnalului de ieșire y vor depinde de caracteristica de frecvență a filtrului.

Programul lab3_muzica.m de pe platforma Moodle (https ://acs.curs.pub.ro) conține un astfel de model împreună cu unele sunete predefinite (în care valorile $\{\alpha_k\}_{k\in\overline{1,N}}$ sunt fixate).

a. Studiați programul și executați-l pentru sunetele predefinite.

b. Alegeți mai multe filtre H și încercați să distingeți diferențele de timbru între sunetele obținute (având grijă ca spectrele semnalelor obținute să fie suficient de diferite). Chiar dacă nu vă veți apropia de instrumente existente, aveți șansa de a inventa unele noi !