**ΗΥ110 Απειροστικος Λογισμος 1**

**Χειμερινο Εξαμηνο 2009**

**Διδασκων Α.Μουχταρης**

**Ασκηση 1 (2 μοναδες) Παραγωγοι**

Εστω 2 συναρτησεις f και g παραγωγισιμες. Βρειτε ενα τυπο για την παραγωγο της συναρτησης .

**Ασκηση 2 (3 μοναδες) Τεχνικες ολοκληρωσης**

**(α)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το αοριστο ολοκληρωμα ʃ dθ .

**(β)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το αοριστο ολοκληρωμα ʃ dx .

**(γ)(1 μοναδα)** Υπολογιστε το αοριστο ολοκληρωμα ʃ dx , αν γνωριζετε ότι ʃ dx = (x) + C .

**Ασκηση 3(2 μοναδες) Σειρες και Δυναμοσειρες**

**(α)(1 μοναδα)** Διερευνηστε τη συγκλιση της σειρας .

**(β)(1 μοναδα)** Διερευνηστε την (απολυτη) συγκλιση και βρειτε το διαστημα συγκλισης της δυναμοσειρας .

**Ασκηση 4(3 μοναδες + 1 μοναδα BONUS) Γενικευμενα ολοκληρωματα και συγκλιση σειρων**

**(α)(2 μοναδες)** Υπολογιστε το γενικευμενο ολοκληρωμα , οπου p οποιοσδηποτε πραγματικος αριθμος.

**(β)(1 μοναδα BONUS)** Αποδειξτε το κριτηριο του ολοκληρωματος για συγκλιση σειρων θετικων ορων, δηλαδη <<Εστω ακολουθια θετικων ορων. Εστω f(n) οπου f συνεχης θετικη ¨…¨ . Στην περιπτωση αυτή η σειρα και το ολοκληρωμα

θα συγκλινουν ή θα αποκλινουν ταυτοχρονα>>. Αρκει να το δειξετε για μια τιμη του Ν, π.χ. Ν-1 .

**(γ)(1 μοναδα)**  Με χρηση των αποτελεσματων των (α) και (β), βρειτε ποτε (δλδ για ποιες τιμες του p) συγκλινει και ποτε αποκλινει η p-σειρα .