

Π.Μ.Σ. στην Εφαρμοσμένη Πληροφορική  
Ειδίκευση: Ανάπτυξη Λογισμικού και Νέφος

## Επιστημονικοί Υπολογισμοί και Λογισμικό

Παράδοση 20/05/2024

### Άσκηση 1.

Έστω ένα  $n \times n$  γραμμικό σύστημα

$$Ax = d,$$

όπου ο συντελεστής πίνακας  $A$  είναι τριδιαγώνιος, δηλαδή είναι της μορφής

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & c_1 & & & 0 \\ b_2 & a_2 & c_2 & & \\ & b_3 & a_3 & \ddots & \\ & & & \ddots & c_{n-1} \\ 0 & & & b_n & a_n \end{bmatrix}.$$

Για την επίλυση του συστήματος, θα εκμεταλλευτούμε τη δομή του συντελεστή πίνακα χρησιμοποιώντας τα τρία διανύσματα  $a, b, c$  για την αναπαράσταση των στοιχείων του  $A$ , και θα εφαρμόσουμε τη μέθοδο απαλοιφής Gauss για τη μετατροπή του πίνακα σε κλιμακωτή μορφή και την επίλυση του συστήματος. Υλοποιήστε τον παραπάνω αλγόριθμο (αλγόριθμος Thomas) για την επίλυση τέτοιων γραμμικών συστημάτων σε γλώσσα προγραμματισμού.

Θεωρήστε ότι  $a_i = 4, i = 1, \dots, n, b_i = 1, i = 2, \dots, n, c_i = 2, i = 1, \dots, n - 1$  και  $d_i = 1, i = 1, \dots, n$ .

### Άσκηση 2.

Θεωρήστε το  $n \times n$  γραμμικό σύστημα

$$Ax = b,$$

όπου

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & & & 0 \\ -1 & 4 & -1 & & \\ & -1 & 4 & \ddots & \\ & & & \ddots & -1 \\ 0 & & & -1 & 4 \end{bmatrix},$$

και  $b = [1, 1, \dots, 1]^T$ . Ζητούνται τα ακόλουθα:

- Υλοποιήστε τη μέθοδο Jacobi Over-Relaxation και SOR για την επίλυση του συστήματος, όπου  $n = 1,000, n = 10,000$  και  $n = 20,000$ <sup>1</sup>. Χρησιμοποιήστε αρχική τιμή  $x^{(0)} = [0, 0, \dots, 0]^T$  και ακρίβεια στη λύση  $10^{-7}$ .
- Βρείτε πειραματικά τις βέλτιστες τιμές της παραμέτρου χαλάρωσης  $\omega$ .
- Παραλληλοποιήστε τις δύο μεθόδους με τη χρήση του OpenMP και υπολογίστε το χρόνο εκτέλεσης, την επιτάχυνση και αποδοτικότητα που προκύπτει για τις διάφορες τιμές του  $n$  και του αριθμού των πυρήνων που έχετε διαθέσιμους.

<sup>1</sup> Χρησιμοποιήστε δυναμική δέσμευση μνήμης για τους πίνακες