

Απλοποίηση Λογικών Κυκλωμάτων, Συνδυαστικά Κυκλώματα

1. Να απλοποιήσετε με χάρτη Karnaugh τις παρακάτω συναρτήσεις (η απλοποίηση πρέπει να είναι τέλεια)

1.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	
01		1		1
11	1			
10				

5 ομάδες:

- Δυάδες:

1. 0000, 0001: $A' B' C'$ (το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)
2. 0001, 0011: $A' B' D$ (το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)
3. 0001, 0101: $A' C' D$ (το B αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Μονάδες:

1. 1100: $A B C' D'$
2. 0110: $A' B C D'$

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' + A' B' D + A' C' D + A B C' D' + A' B C D'$$

1.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11		1	1	1
10				

2 ομάδες:

- Τετράδα:

0100, 0101, 1101, 1100: $B C'$

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Δυάδα

1101, 1111: $A B D$

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = B C' + A B D$$

1.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

AB	CD			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

1 ομάδα:

Οκτάδα:

0000, 0001, 0011, 0010, 1010, 1011, 1001, 1000: B'

(το A αλλάζει από 0 σε 1 άρα φεύγει, το C αλλάζει από 0 σε 1 άρα φεύγει, το D αλλάζει από 0 σε 1 και πάλι σε 0 άρα φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = B'$$

1.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

A=0

A=1

BC	DE			
	00	01	11	10
00	1	1	1	
01		1		1
11	1	1		
10				

BC	DE			
	00	01	11	10
00	1	1		
01	1			1
11	1	1		
10				

6 ομάδες:

- Τετράδες:

1. 00000, 00001, 10001, 10000: B' C' D'

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το E αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

2. 01100, 01101, 11101, 11100: B C D'

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το E αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Δυάδες:

1. 00001, 00011: A' B' C' E

(το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

2. 00001, 00101: A' B' D' E

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

3. 10000, 10100: A B' D' E'

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

4. 00110, 10110: B' C D E'

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = B' C' D' + B C D' + A' B' C' E + A' B' D' E + A B' D' E' + B' C D E'$$

1.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11, 16,17,18,19,24,25,26,27)$

A=0

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

A=1

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

1 ομάδα:

Δεκαεξάδα

10000, 10001, 00011, 00010, 10010, 10011, 10001, 10000, 11000, 11001, 11011, 11010, 01010, 01011, 01001, 01000

- το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το B αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το E αλλάζει από 0 σε 1 και μετά σε 0 οπότε φεύγει

Μένει μόνο το C που επειδή είναι 0, η συνάρτηση θα γίνει

$$F(A,B,C,D, E) = C'$$

2. Να δώσετε την αλγεβρική έκφραση των συναρτήσεων 1.1-1.5 χωρίς απλοποίηση**2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$**

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	$A' B' C' D'$
0	0	0	1	1	$A' B' C' D$
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	1	$A' B' C D$
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$A' B C' D$
0	1	1	0	1	$A' B C D'$
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	$A B C' D'$
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' D' + A' B' C' D + A' B' C D + A' B C' D + A' B C D' + A B C' D'$$

2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	$A' B C' D'$
0	1	0	1	1	$A' B C' D$
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	$A B C' D'$
1	1	0	1	1	$A B C D'$
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	$A B C D$

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B C' D' + A' B C' D + A B C' D' + A B C D' + A B C D$$

2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	$A' B' C' D'$
0	0	0	1	1	$A' B' C' D$
0	0	1	0	1	$A' B' C D'$
0	0	1	1	1	$A' B' C D$
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	$A B' C' D'$
1	0	0	1	1	$A B' C' D$
1	0	1	0	1	$A B' C D'$
1	0	1	1	1	$A B' C D$
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' D' + A' B' C' D + A' B' C D' + A' B' C D + A B' C' D' + A B' C' D + A B' C D' + A B' C D$$

2.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

A	B	C	D	E	F	
0	0	0	0	0	1	$A' B' C' D' E'$
0	0	0	0	1	1	$A' B' C' D' E$
0	0	0	1	0	0	
0	0	0	1	1	1	$A' B' C' D E$
0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	1	1	$A' B' C D' E$
0	0	1	1	0	1	
0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	0	0	
0	1	0	0	1	0	
0	1	0	1	0	0	
0	1	0	1	1	0	
0	1	1	0	0	1	$A' B C D' E'$
0	1	1	0	1	1	$A' B C D E'$
0	1	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	1	$A B' C' D' E'$
1	0	0	0	1	1	$A B' C' D' E$
1	0	0	1	0	0	
1	0	0	1	1	0	
1	0	1	0	0	1	$A B' C D' E'$
1	0	1	0	1	0	
1	0	1	1	0	1	$A B' C D E'$
1	0	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	0	
1	1	0	0	1	0	
1	1	0	1	0	0	
1	1	0	1	1	0	
1	1	1	0	0	1	$A B C D' E'$
1	1	1	0	1	1	$A B C D' E$
1	1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = A'B'C'D'E' + A'B'C'D'E + A'B'C'DE + A'B'CD'E + A'BCD'E' + A'BCDE' + AB'C'D'E' + AB'C'D'E + AB'CD'E' + AB'CDE' + ABCD'E' + ABCD'E$$

2.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11, 16,17,18,19,24,25,26,27)$

A	B	C	D	E	F	
0	0	0	0	0	1	$A' B' C' D' E'$
0	0	0	0	1	1	$A' B C D E'$
0	0	0	1	0	1	$A B C D' E$
0	0	0	1	1	1	$A B C D' E'$
0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	1	0	
0	0	1	1	0	0	
0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	0	1	$A' B C' D' E'$
0	1	0	0	1	1	$A' B C' D' E$
0	1	0	1	0	1	$A' B C' D E'$
0	1	0	1	1	1	$A' B C' D E$
0	1	1	0	0	0	
0	1	1	0	1	0	
0	1	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	1	$A B' C' D' E'$
1	0	0	0	1	1	$A B' C' D' E$
1	0	0	1	0	1	$A B' C' D E'$
1	0	0	1	1	1	$A B' C' D E$
1	0	1	0	0	0	
1	0	1	0	1	0	
1	0	1	1	0	0	
1	0	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	1	$A B C' D' E'$
1	1	0	0	1	1	$A B C' D' E$
1	1	0	1	0	1	$A B C' D E'$
1	1	0	1	1	1	$A B C' D E$
1	1	1	0	0	0	
1	1	1	0	1	0	
1	1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	0	

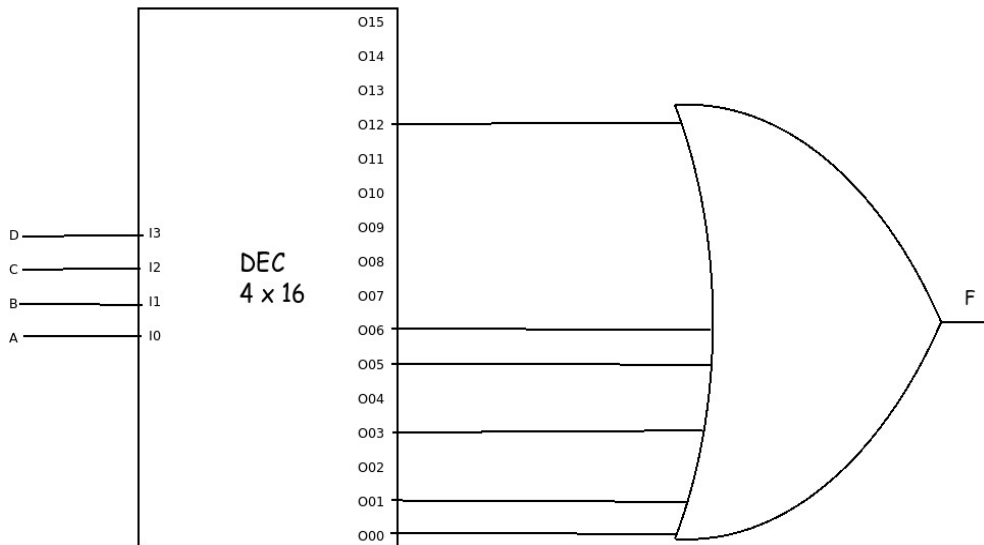
Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = A' B' C' D' E' + A' B C D E' + A B C D' E + A B C D' E' + A' B C' D' E' + A' B C' D' E + A' B C' D E' + A' B C' D E + A B' C' D' E' + A B' C' D' E + A B' C' D E' + A B' C' D E + A B C' D' E' + A B C' D' E + A B C' D E' + A B C' D E$$

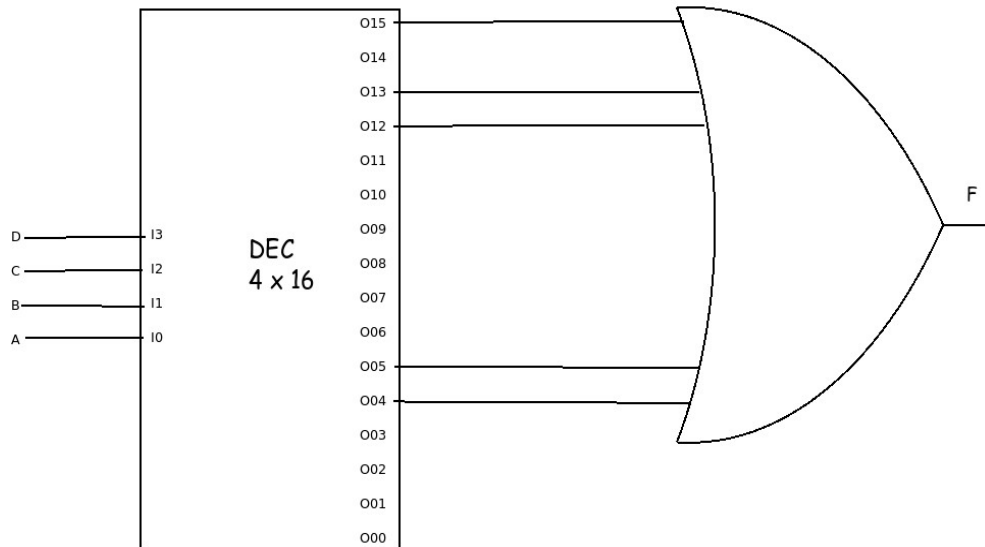
3. Να υλοποιήσετε τις 1.1-1.3 (χωρίς απλοποίηση)

3.1 Με αποκωδικοποιητή 4x16

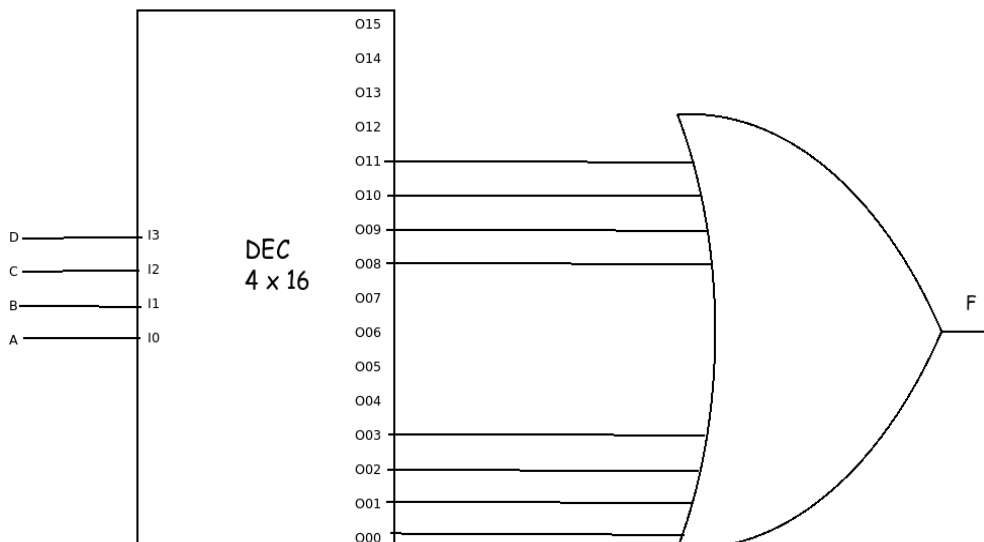
$$3.1.1 F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$$



$$3.1.2 F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$$



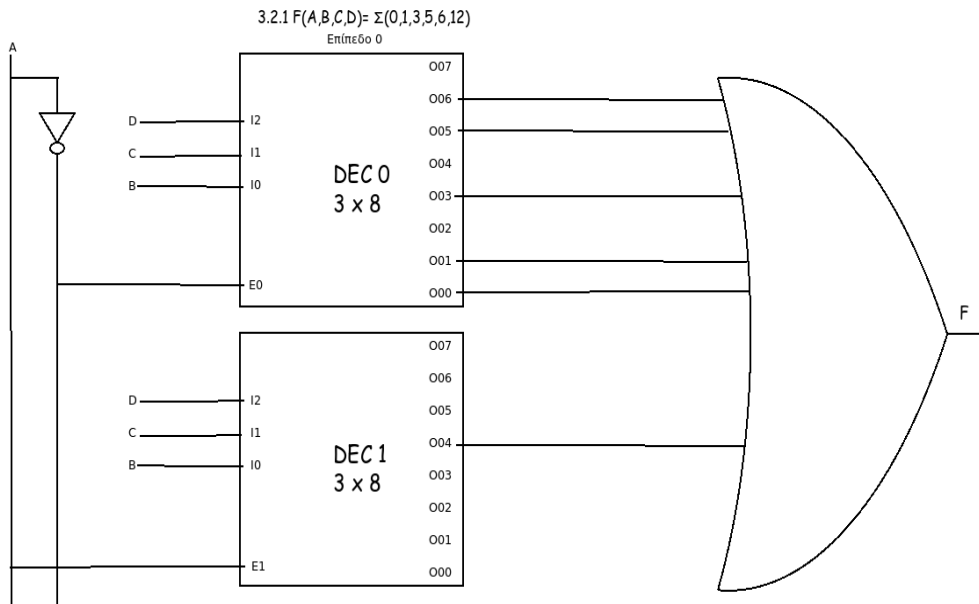
$$3.1.3 F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$$



3.2 Με αποκωδικοποιητές 3x8 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

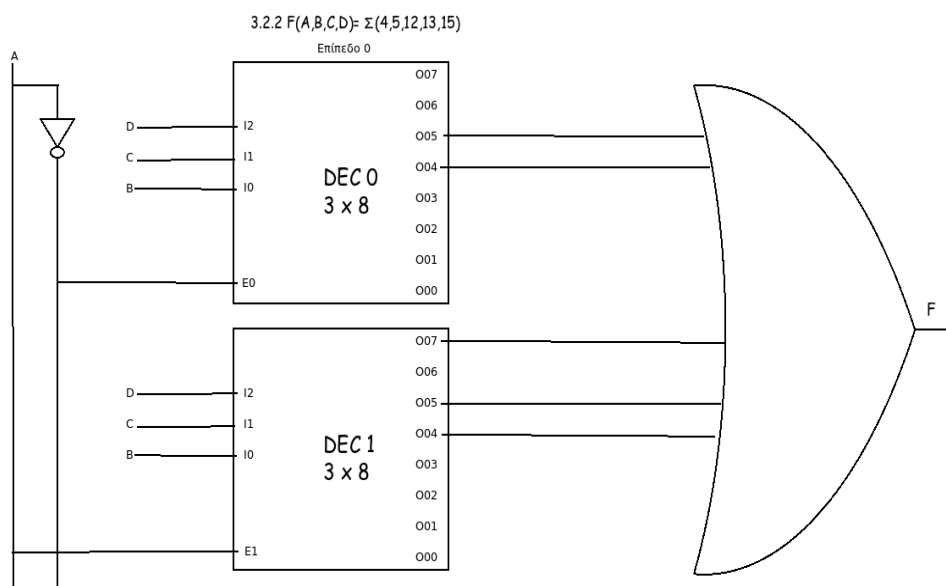
3.2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν $A=0$, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους $O_{00} - O_{07}$ θα είναι ίση με 1. Όταν $A=1$, τότε ανάλογα με τις τιμές του πίνακα αληθείας (στην περίπτωση μας $B=1, C=0, D=0$), η έξοδος O_{03} (τοπική) του αποκωδικοποιητή DEC1, θα είναι ίση με 1



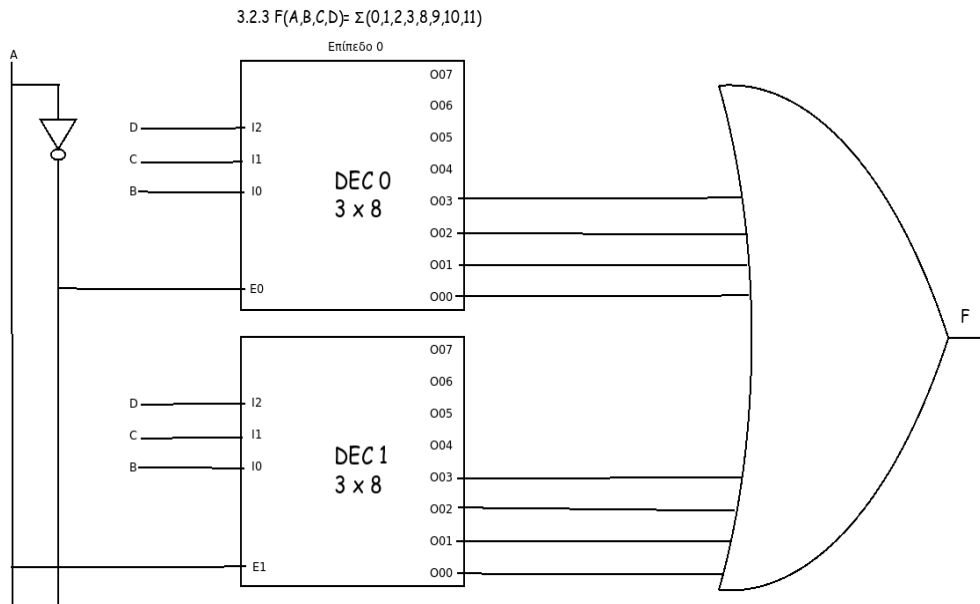
3.2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν $A=0$, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους $O_{00} - O_{07}$ θα είναι ίση με 1. Όταν $A=1$, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC01 από τις εξόδους $O_{00} - O_{07}$ θα είναι ίση με 1.



3.2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

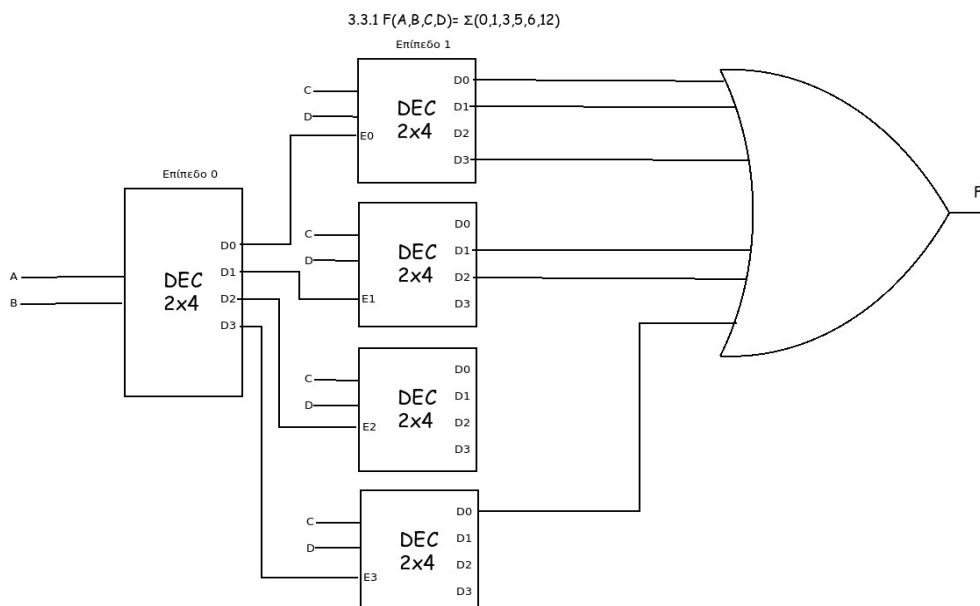
Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν A=0, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους O₀₀ – O₀₇ θα είναι ίση με 1. Όταν A=1, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC01 από τις εξόδους O₀₀ – O₀₇ θα είναι ίση με 1.



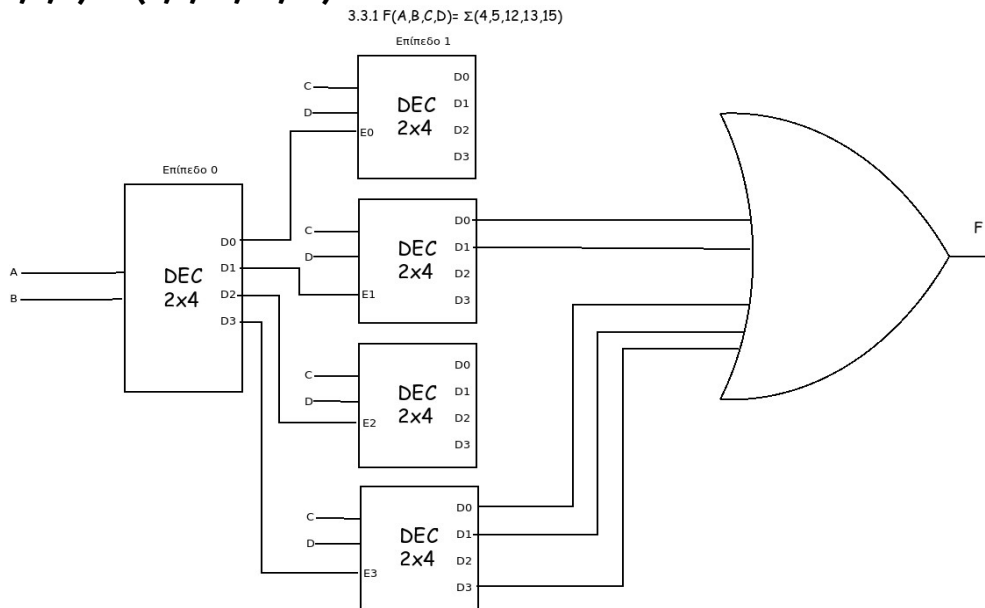
3.3 Με αποκωδικοποιητές 2x4 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 4 μεταβλητές, άρα χρειάζεται $4/2 = 2$ επίπεδα. Έχουμε 16 εξόδους (2^4), άρα θα έχουμε 16 εξόδους / 4 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής = 4 αποκωδικοποιητές 2x4. Τα A,B είναι είσοδοι στον DEC του επιπέδου 0, του οποίου οι εξόδοι παίζουν το ρόλο του σήματος επίτρεψης στους DEC του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

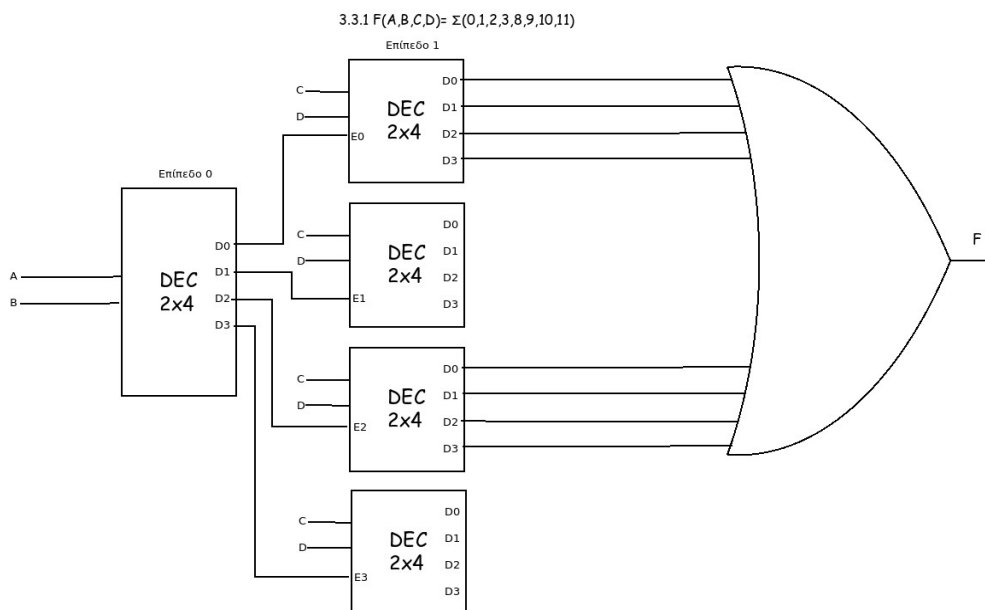
3.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$



3.3.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$



3.3.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$



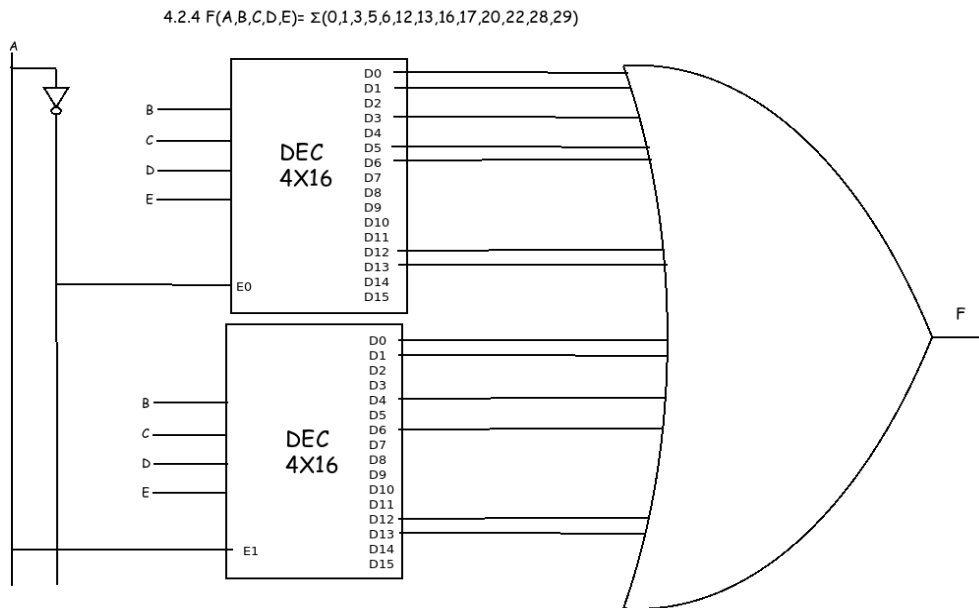
4. Να υλοποιήσετε τις 1.4-1.5 (χωρίς απλοποίηση)

4.1 Με αποκωδικοποιητή 5x32

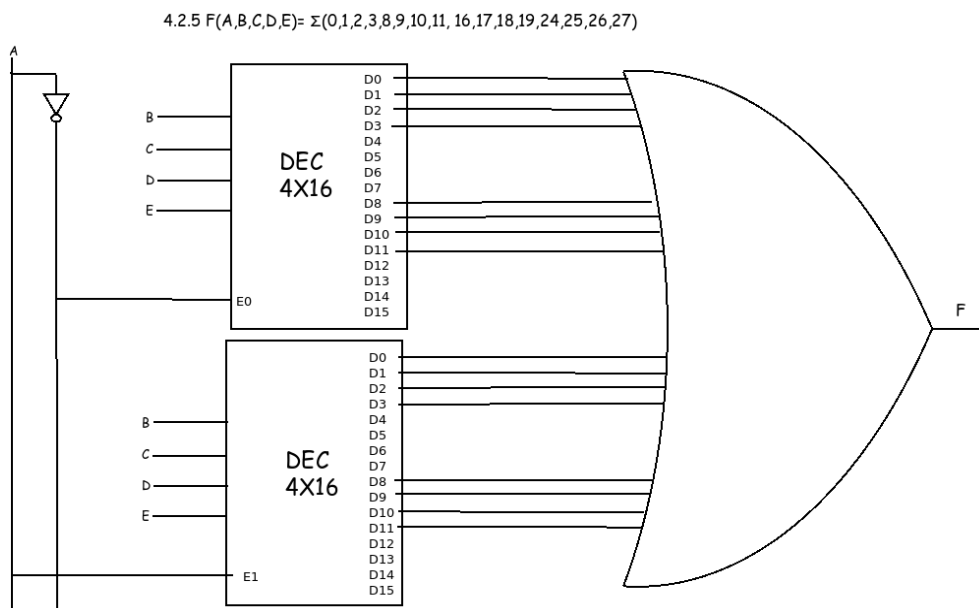
4.2 Με αποκωδικοποιητές 4x16 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές ($2^5 = 32$ εξόδους), άρα χρειαζόμαστε 32 εξόδους / 16 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής = 2 αποκωδικοποιητές 4X16 όπου το A θα είναι το σήμα επίτρεψης και B,C,D,E είναι είσοδοι στους αποκωδικοποιητές.

4.2.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



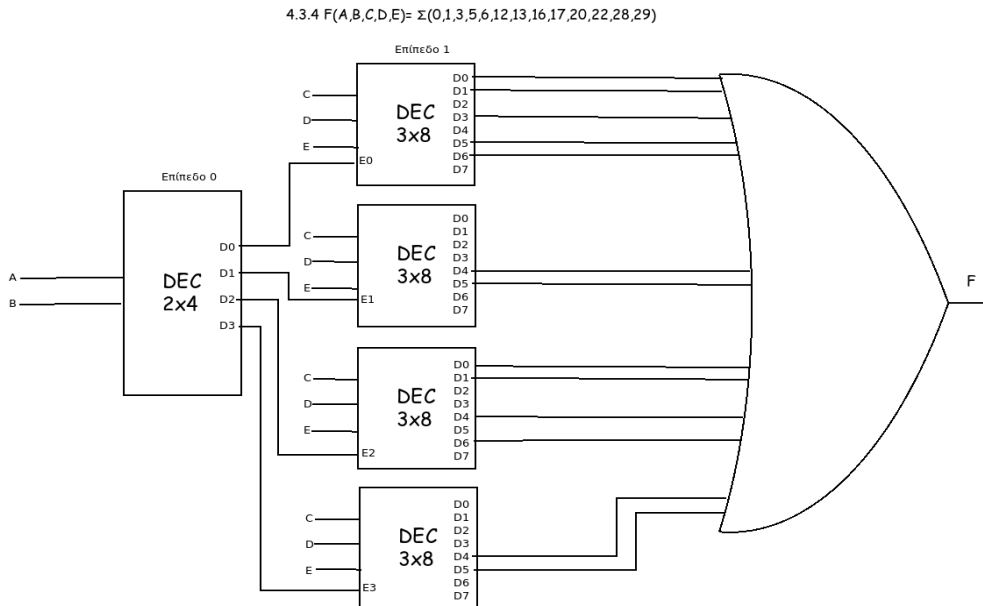
4.2.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$



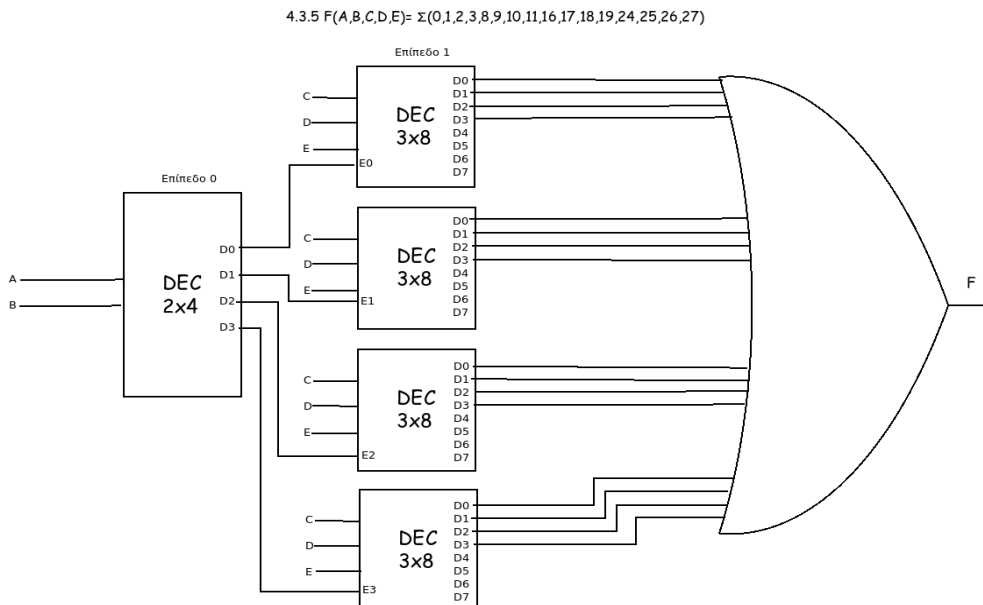
4.3 Με αποκωδικοποιητές 3x8 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές Έχουμε 32 εξόδους (2^5), άρα θα έχουμε 32 εξόδους / 8 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής= 4 αποκωδικοποιητές 3x8. Τα A,B θα είναι μέσω ενός αποκωδικοποιητή 2x4 το σήμα επιτροπής στον αποκωδικοποιητή 3x8 του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

4.3.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



4.3.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$

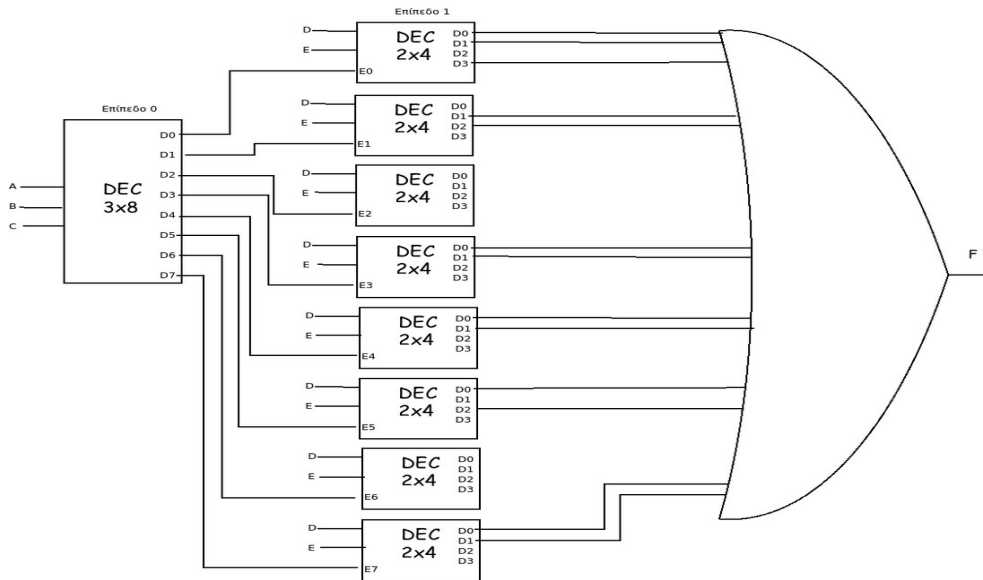


4.4 Με αποκωδικοποιητές 2x4 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές Έχουμε 32 εξόδους (2^5), άρα θα έχουμε 32 εξόδους / 4 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής= 8 αποκωδικοποιητές 2x4. Τα A,B,C θα είναι μέσω ενός αποκωδικοποιητή 3x8 το σήμα επιτροπής στον αποκωδικοποιητή 2x4 του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

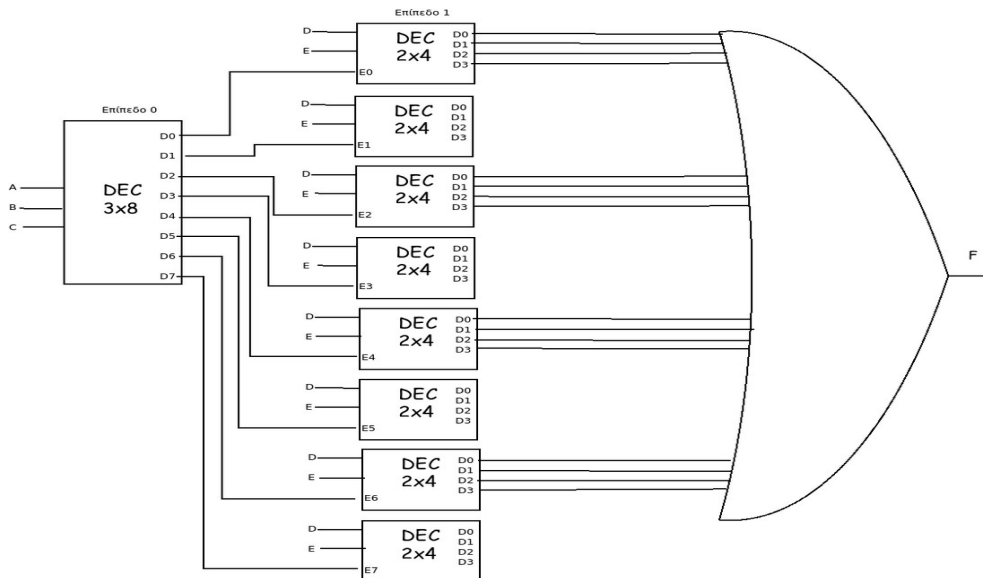
4.4.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

4.4.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



4.4.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$

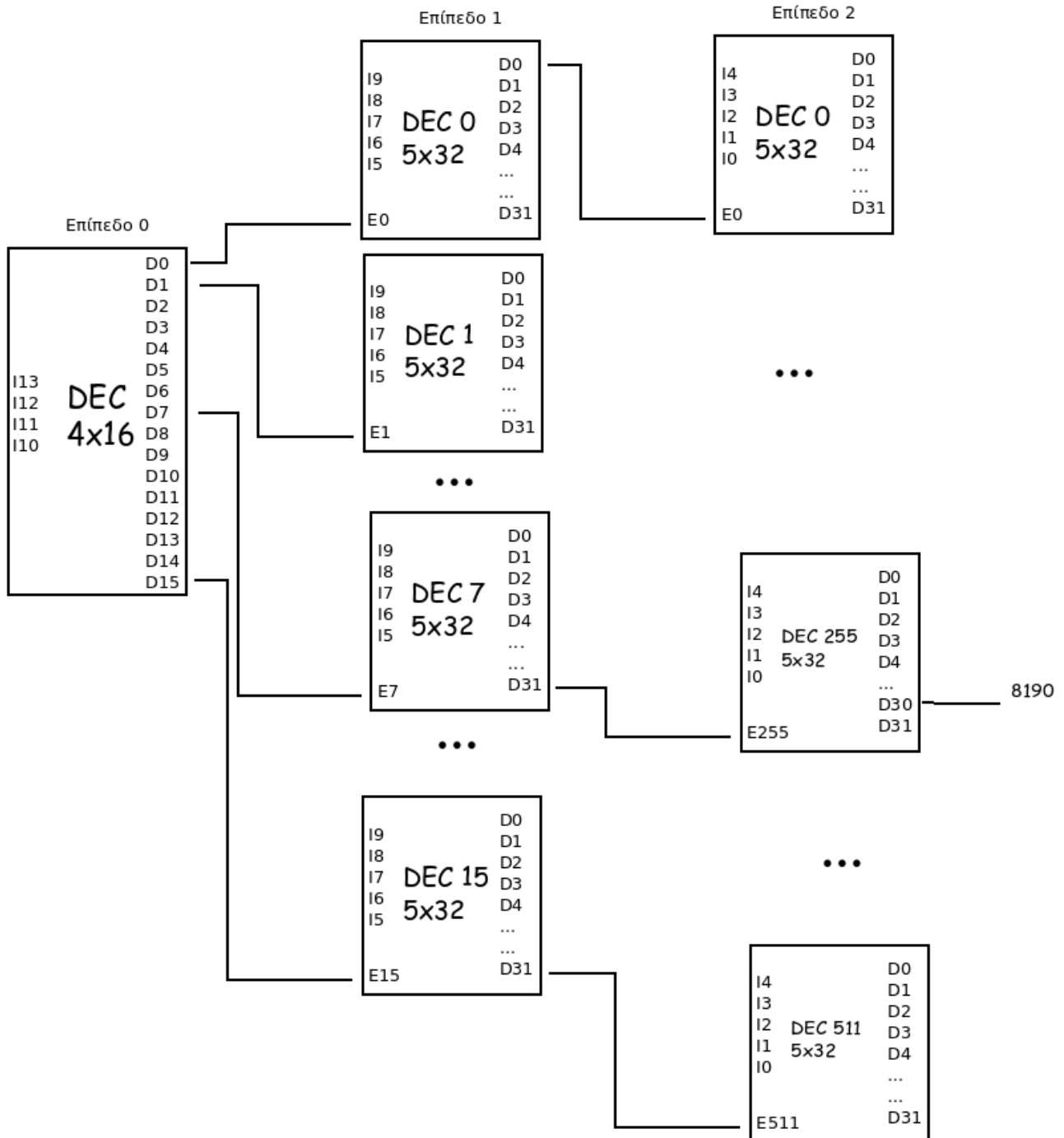
4.4.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$



5. Να υλοποιήσετε έναν αποκωδικοποιητή 14×2^{14} με αποκωδικοποιητές 5×32 και 4×16 και να δείξετε πως θα αποκωδικοποιηθεί η έξοδος 8190.

14 είσοδοι = $4 \times 16 + 5 \times 32 + 5 \times 32$ (3 επίπεδα)

5. Αποκωδικοποιητής 14×2^{14} με αποκωδικοποιητές 5×32 και 4×16 και να αποκωδικοποιηθεί η έξοδος 8190



8190 = 0111 1111 11110

Επίπεδο 0: 0111 άρα D_7 δηλαδή DEC 7 ($D_{224} - D_{255}$)

Επίπεδο 1: 1111 άρα D_{255} δηλαδή DEC 255 ($D_{8160} - D_{8191}$)

Επίπεδο 2: 1111 άρα D_{30} ή D_{8190}

6. Να επαναλάβετε την Άσκηση 5, για έναν αποκωδικοποιητή 16×2^{16} με αποκωδικοποιητές 4×16 , δείχνοντας ξανά την αποκωδικοποίηση της εξόδου 8190.

16 εισόδους / 4 εισόδους κάθε αποκωδικοποιητής = 4 επίπεδα

$2^{16} / 2^4 = 2^{12} = 4096$ αποκωδικοποιητές 4×16 στο επίπεδο 3

$2^{12} / 2^4 = 2^8 = 256$ αποκωδικοποιητές 4×16 στο επίπεδο 2

$2^8 / 2^4 = 2^4 = 16$ αποκωδικοποιητές 4×16 στο επίπεδο 1

$2^4 / 2^4 = 1$ αποκωδικοποιητή 4×16 στο επίπεδο 0

8190 = 0001 1111 1111 1110

Επίπεδο 0: 0001=1 άρα D_1 δηλαδή DEC 1 ($D_{16} - D_{31}$)

Επίπεδο 1: 1111=15 άρα D_{31} δηλαδή DEC 31 ($D_{496} - D_{511}$)

Επίπεδο 2: 1111=15 άρα D_{511} επιλέγεται ο DEC511 ($D_{8176} - D_{8191}$)

Επίπεδο 3: 1110=14 άρα αποκωδικοποιείται $8176+14=8190$

7. Να υλοποιήσετε έναν αποκωδικοποιητή 15 x 32K (2^{15}) χρησιμοποιώντας τρία επίπεδα διασύνδεσης (άρα θα σκεφτείτε το κατάλληλο μέγεθος αποκωδικοποιητών που θα χρησιμοποιήσετε, ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΜΟΝΟ ΕΝΑΣ ΤΡΟΠΟΣ).

Με αποκωδικοποιητές 5x32:

$2^{15} / 2^5 = 2^{10} = 1024$ αποκωδικοποιητές 5x32 επιπέδου 2

$2^{10} / 2^5 = 2^5 = 32$ αποκωδικοποιητές 5x32 επιπέδου 1

$2^5 / 2^5 = 1$ αποκωδικοποιητής 5x32 επιπέδου 0

8. Να επαναλάβετε την Άσκηση 7, με διαφορετικά μεγέθη αποκωδικοποιητών από αυτά που χρησιμοποιήσατε στην Άσκηση 7.

Με αποκωδικοποιητές 6x64:

$2^{15} / 2^6 = 2^9 = 512$ αποκωδικοποιητές 6x64 επιπέδου 2

$2^9 / 2^6 = 2^3 = 8$ αποκωδικοποιητές 6x64 επιπέδου 1

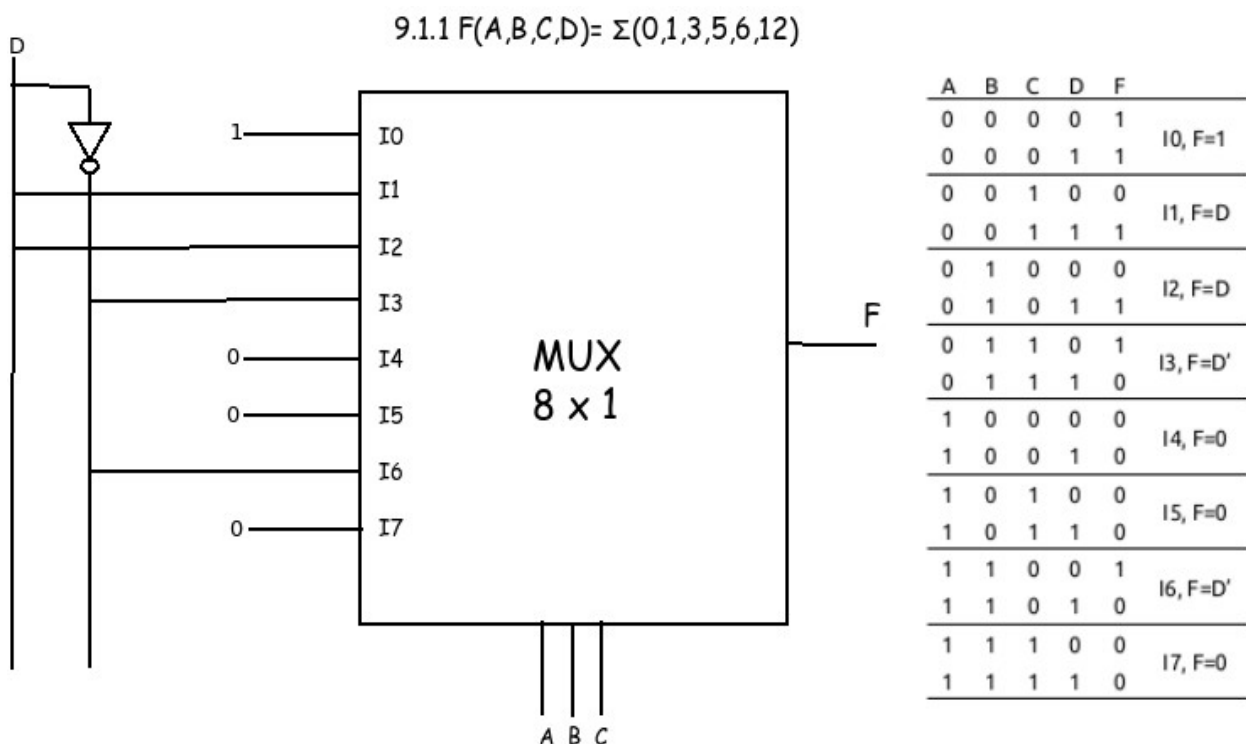
1 αποκωδικοποιητής 3x8 επιπέδου 0

9. Να υλοποιήσετε τις 1.1-1.3

9.1 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα A,B,C συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το D με τις γραμμές εισόδου.

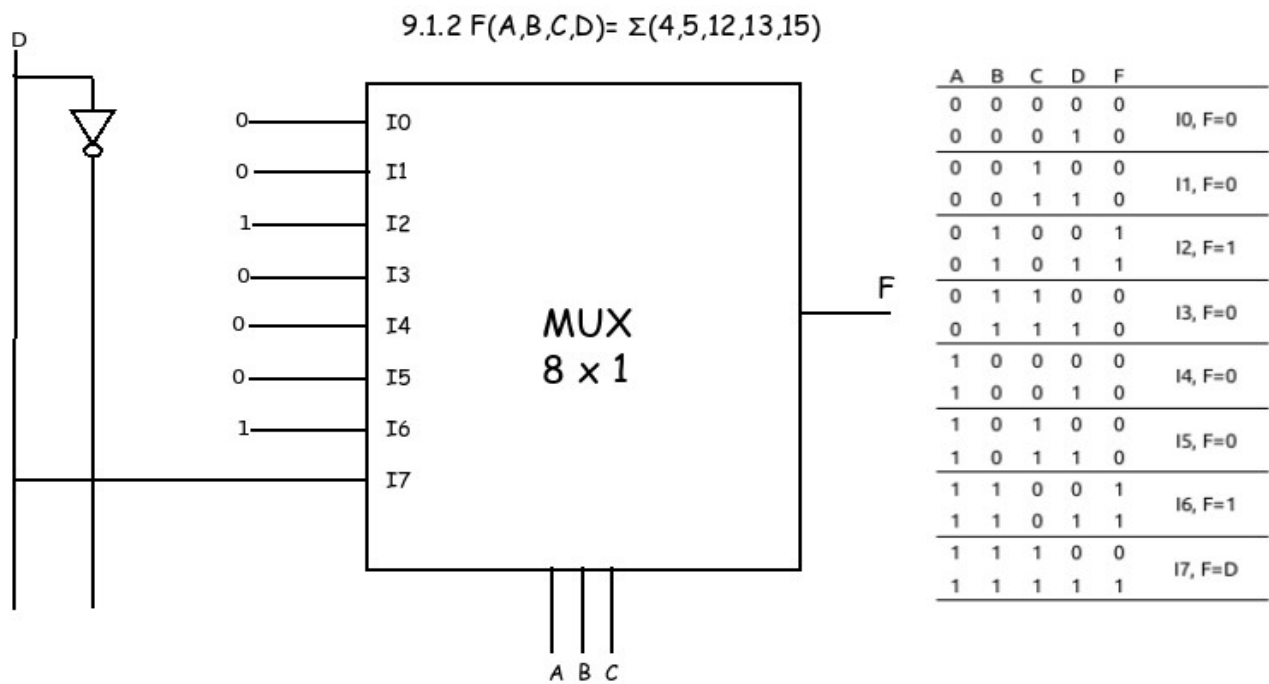
9.1.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	0	I1, F=D
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=D
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	1	I3, F=D'
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	I4, F=0
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	I5, F=0
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	I6, F=D'
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	



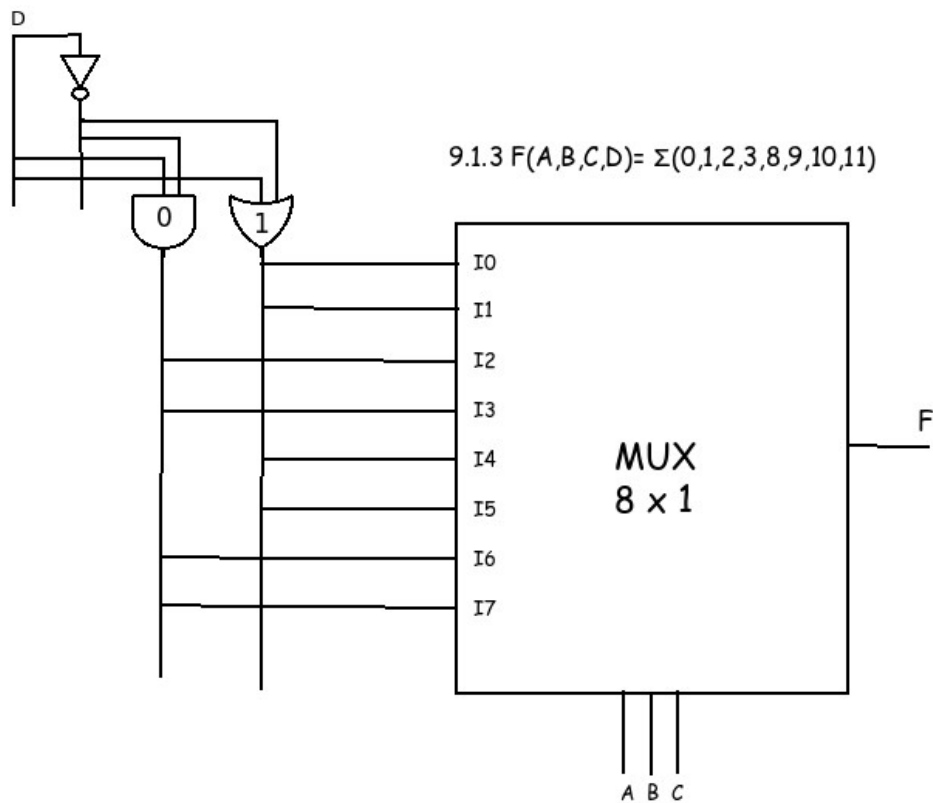
9.1.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	0	I0, F=0
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	I1, F=0
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	I2, F=1
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	I4, F=0
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	I5, F=0
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	I6, F=1
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	0	I7, F=D
1	1	1	1	1	



9.1.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	I1, F=1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=0
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	I4, F=1
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	I5, F=1
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	I6, F=0
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	



A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	I1, F=1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=0
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	I4, F=1
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	I5, F=1
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	I6, F=0
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	

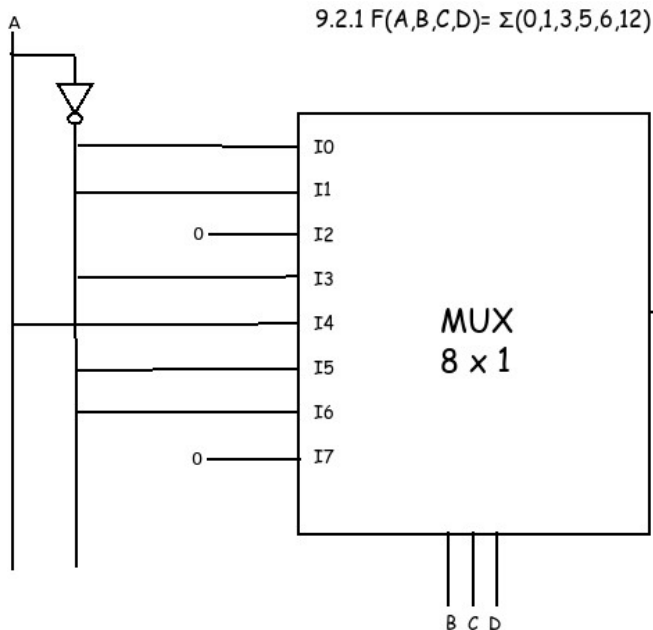
9.2 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα B,C, D συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το A με τις γραμμές εισόδου.

9.2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I5
BCD = 110	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

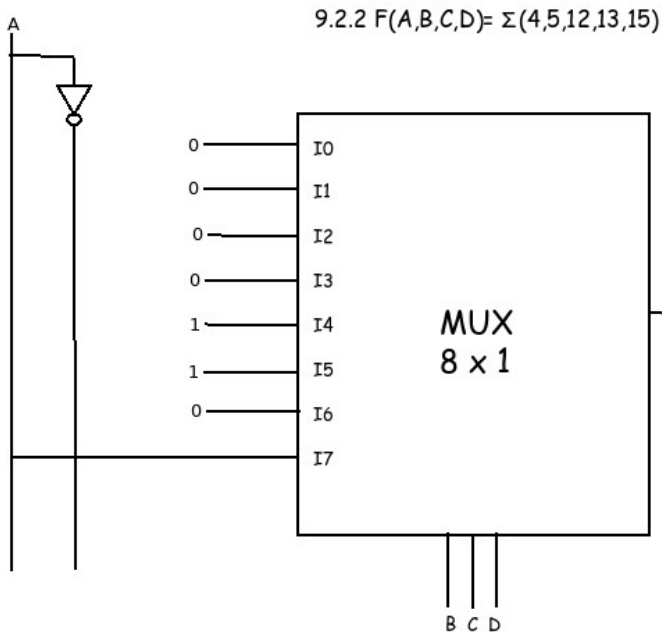
BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I5
BCD = 110	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7

9.2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I0
BCD = 001	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I3
BCD = 100	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

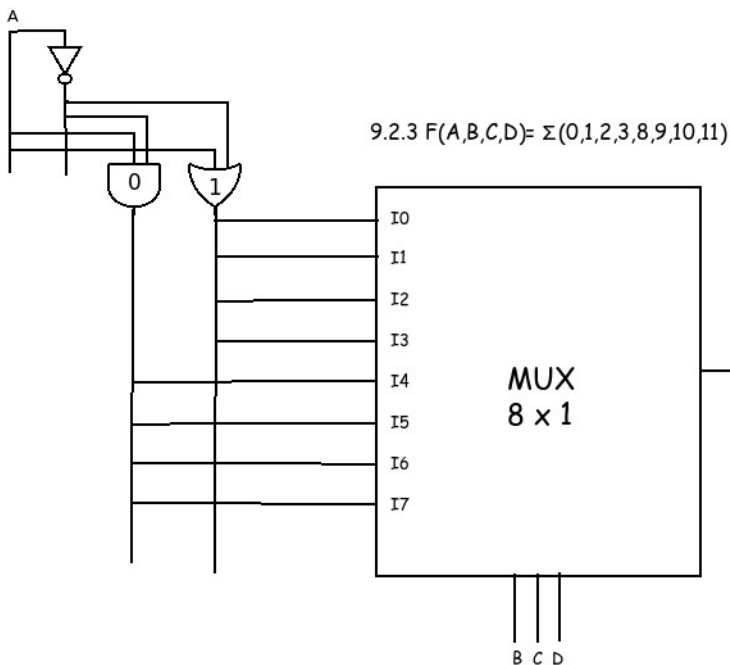
BCD = 000	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I0
BCD = 001	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I3
BCD = 100	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I7

9.2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I1
BCD = 010	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I4
BCD = 101	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I1
BCD = 010	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I4
BCD = 101	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7

9.3 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα A,B συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα C, D με τις γραμμές εισόδου.

9.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F ₁	F ₂	F ₃	
0	0	0	0	1	0	1	I ₀
0	0	0	1	1	0	1	
0	0	1	0	0	0	1	
0	0	1	1	1	0	1	
0	1	0	0	0	1	0	I ₁
0	1	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	1	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	1	I ₂
1	0	0	1	0	0	1	
1	0	1	0	0	0	1	
1	0	1	1	0	0	1	
1	1	0	0	1	1	0	I ₃
1	1	0	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	0	0	
1	1	1	1	0	1	0	

I₀: AB=002 ΟΜΑΔΕΣ: F₁=C'+D

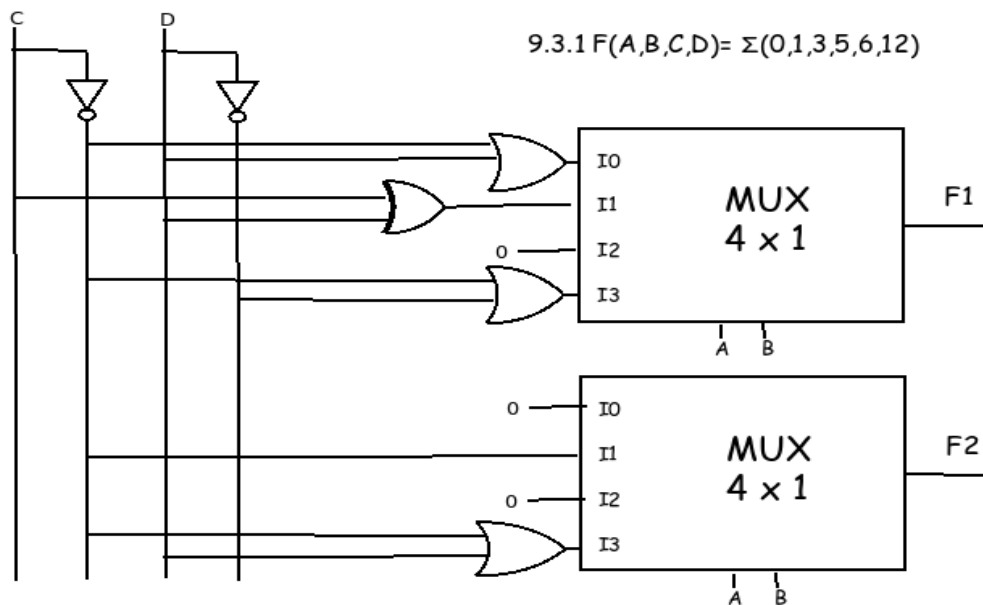
C \ D	0	1
0	1	1
1		1

F₂=0I₁: AB=01F₁=C XOR DF₂=C'

C \ D	0	1
0	1	1
1		

I₂: AB=10 → F₁=0 και F₂=0I₃: AB=11F₁=C' D'2 ΟΜΑΔΕΣ: F₂=C'+D

C \ D	0	1
0	1	1
1		1



9.3.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

9.3.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

9.4 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα C,D συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B με τις γραμμές εισόδου.

9.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F ₁	F ₂	F ₃
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0

I₀: CD=00

AB=00 AB=01 AB=10 AB=11

F₁=1 F₁=0 F₁=0 F₁=1

F₂=0 F₂=1 F₂=0 F₂=1

F₃=1 F₃=0 F₃=1 F₃=0

Άρα F₁ = A' XOR B'

Άρα F₂ = B

Άρα F₃ = B'

I₁: CD=01

AB=00 AB=01 AB=10 AB=11

F₁=1 F₁=1 F₁=0 F₁=0

F₂=0 F₂=1 F₂=0 F₂=1

F₃=1 F₃=0 F₃=1 F₃=0

Άρα F₁ = A' *

Άρα F₂ = B

Άρα F₃ = B'

* 1 ΟΜΑΔΑ άρα F₁=A'

A \ B	0	1
0	1	1
1		

I₂: CD=10

AB=00 AB=01 AB=10 AB=11

F₁=0 F₁=1 F₁=0 F₁=0

F₂=0 F₂=0 F₂=0 F₂=1

F₃=1 F₃=0 F₃=1 F₃=0

Άρα F₁ = A' + B*

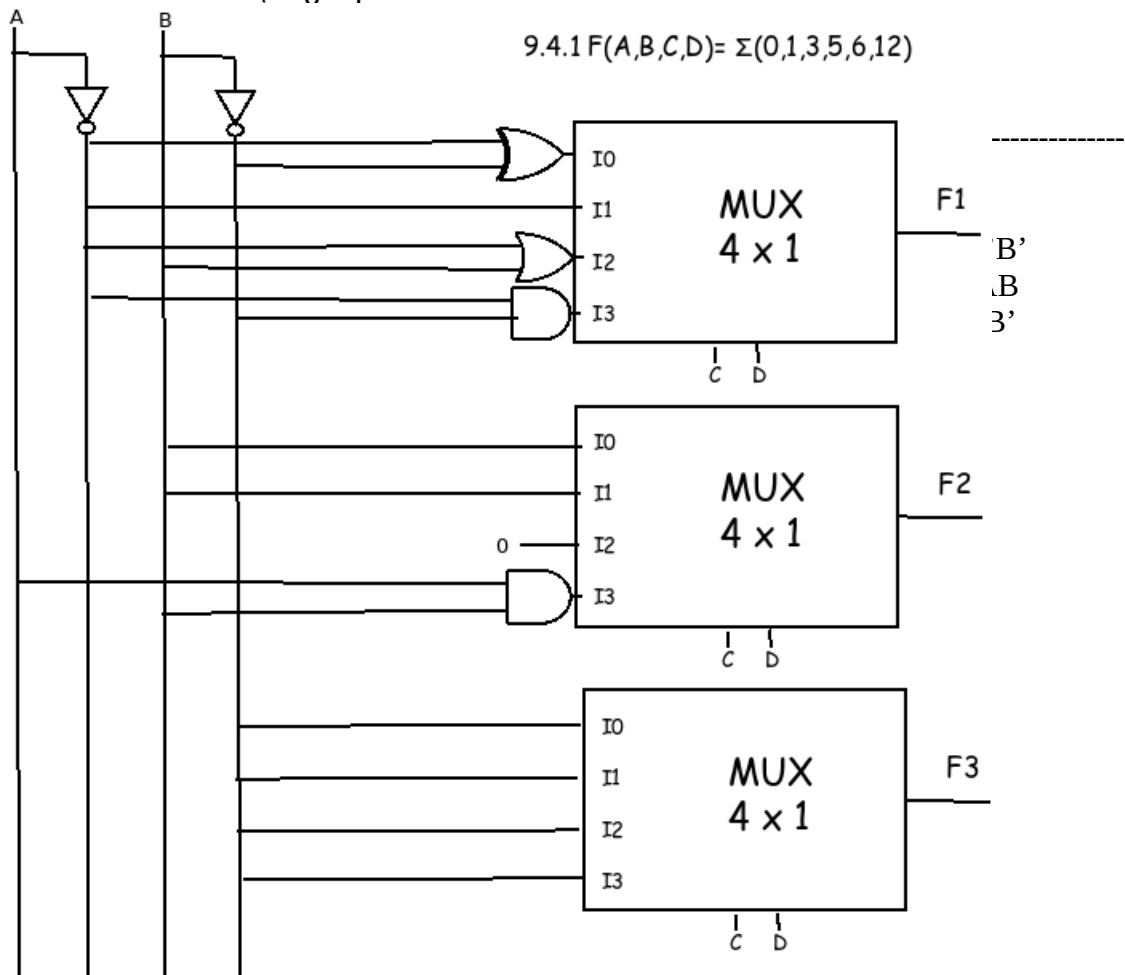
Άρα F₂ = 0

Άρα F₃ = B'

* 1 ΟΜΑΔΑ άρα F₁=A'+B

A \ B	0	1
0		
1		

9.4.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

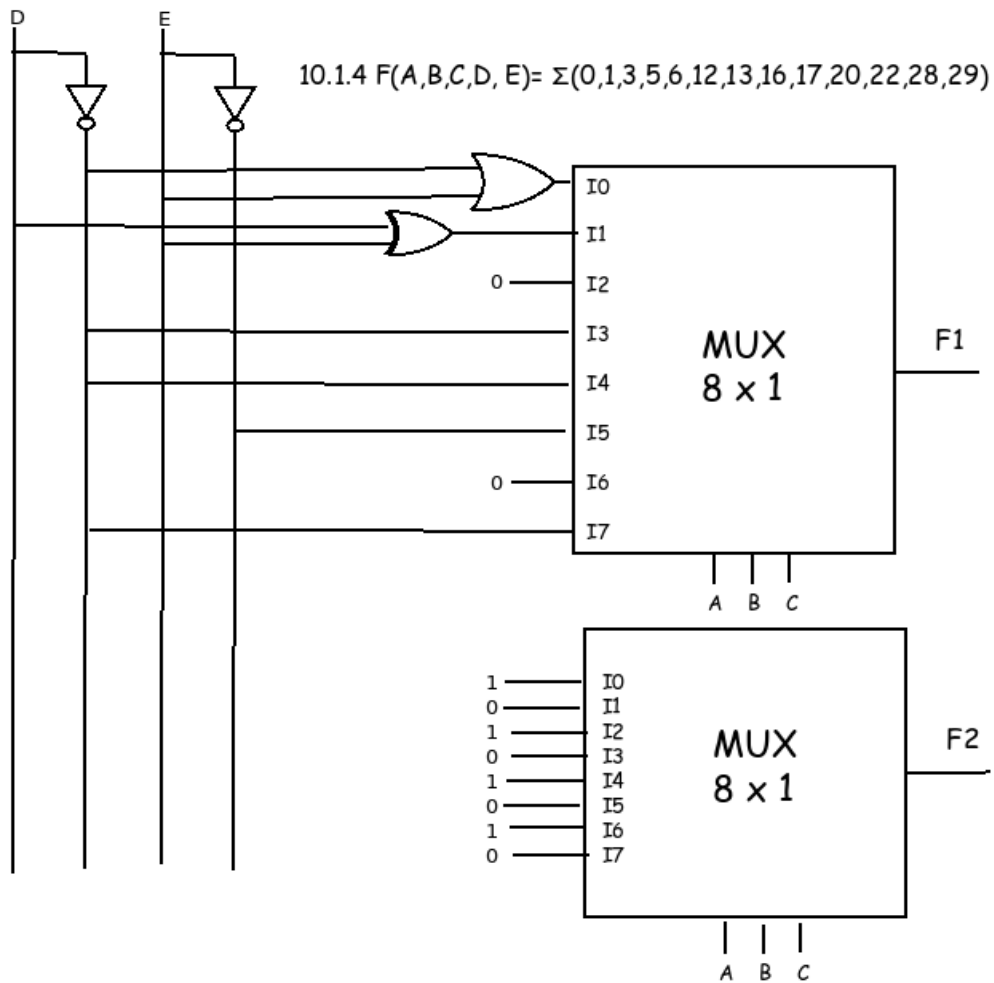


10. Να υλοποιήσετε τις 1.4-1.5

10.1 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα A,B,C συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα D,E με τις γραμμές εισόδου.

10.1.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

A	B	C	D	E	F_1	F_2	
0	0	0	0	0	1	1	
0	0	0	0	1	1	1	I_0 $F_1 = D' + E$
0	0	0	1	0	0	1	$F_2 = 1$
0	0	0	1	1	1	1	
<hr/>							
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	0	1	1	0	I_1 $F_1 = D \text{ XOR } E$
0	0	1	1	0	1	0	$F_2 = 0$
0	0	1	1	1	0	0	
<hr/>							
0	1	0	0	0	0	1	
0	1	0	0	1	0	1	I_2 $F_1 = 0$
0	1	0	1	0	0	1	$F_2 = 1$
0	1	0	1	1	0	1	
<hr/>							
0	1	1	0	0	1	0	
0	1	1	0	1	1	0	I_3 $F_1 = D'$
0	1	1	1	0	0	0	$F_2 = 0$
0	1	1	1	1	0	0	
<hr/>							
1	0	0	0	0	1	1	
1	0	0	0	1	1	1	I_4 $F_1 = D'$
1	0	0	1	0	0	1	$F_2 = 1$
1	0	0	1	1	0	1	
<hr/>							
1	0	1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	0	0	I_5 $F_1 = E$
1	0	1	1	0	1	0	$F_2 = 0$
1	0	1	1	1	0	0	
<hr/>							
1	1	0	0	0	0	1	
1	1	0	0	1	0	1	I_6 $F_1 = 0$
1	1	0	1	0	0	1	$F_2 = 1$
1	1	0	1	1	0	1	
<hr/>							
1	1	1	0	0	1	0	
1	1	1	0	1	1	0	I_7 $F_1 = D'$
1	1	1	1	0	0	0	$F_2 = 0$
1	1	1	1	1	0	0	



10.2 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα C, D, E συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B με τις γραμμές εισόδου.

10.3 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα A, B συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα C, D, E με τις γραμμές εισόδου.

10.4 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα D, E συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B, C με τις γραμμές εισόδου.

10.5 Με πολυπλέκτη 16x1, όπου τα $A-D$ συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το E με τις γραμμές εισόδου.

10.6 Με πολυπλέκτη 16x1, όπου τα $B-E$ συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το A με τις γραμμές εισόδου.