

Απλοποίηση Λογικών Κυκλωμάτων, Συνδυαστικά Κυκλώματα

1. Να απλοποιήσετε με χάρτη Karnaugh τις παρακάτω συναρτήσεις (η απλοποίηση πρέπει να είναι τέλεια)

1.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

CD AB	00	01	11	10
00	1	1	1	
01		1		1
11	1			
10				

5 ομάδες:

- Δυάδες:

1. 0000, 0001: $A' B' C'$ (το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)
2. 0001, 0011: $A' B' D$ (το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)
3. 0001, 0101: $A' C' D$ (το B αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Μονάδες:

1. 1100: $A B C' D'$
2. 0110: $A' B C D'$

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' + A' B' D + A' C' D + A B C' D' + A' B C D'$$

1.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

CD AB	00	01	11	10
00				
01	1	1		
11	1	1	1	
10				

2 ομάδες:

- Τετράδα:

0100, 0101, 1101, 1100: $B C'$

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Δυάδα

1101, 1111: $A B D$

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = B C' + A B D$$

1.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

AB	CD			
	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

1 ομάδα:

Οκτάδα:

0000, 0001, 0011, 0010, 1010, 1011, 1001, 1000: B'

(το A αλλάζει από 0 σε 1 άρα φεύγει, το C αλλάζει από 0 σε 1 άρα φεύγει, το D αλλάζει από 0 σε 1 και πάλι σε 0 άρα φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = B'$$

1.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

A=0

A=1

BC	DE			
	00	01	11	10
00	1	1	1	
01		1		1
11	1	1		
10				

BC	DE			
	00	01	11	10
00	1	1		
01	1			1
11	1	1		
10				

6 ομάδες:

- Τετράδες:

1. 00000, 00001, 10001, 10000: B' C' D'

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το E αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

2. 01100, 01101, 11101, 11100: B C D'

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το E αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Δυάδες:

1. 00001, 00011: A' B' C' E

(το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

2. 00001, 00101: A' B' D' E

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

3. 10000, 10100: A B' D' E'

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

4. 00110, 10110: B' C D E'

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = B' C' D' + B C D' + A' B' C' E + A' B' D' E + A B' D' E' + B' C D E'$$

1.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11, 16,17,18,19,24,25,26,27)$

A=0

	DE			
BC	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

A=1

	DE			
BC	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

1 ομάδα:

Δεκαεξάδα

10000, 10001, 00011, 00010, 10010, 10011, 10001, 10000, 11000, 11001, 11011, 11010, 01010, 01011, 01001, 01000

- το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το B αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το E αλλάζει από 0 σε 1 και μετά σε 0 οπότε φεύγει

Μένει μόνο το C που επειδή είναι 0, η συνάρτηση θα γίνει

$$F(A,B,C,D, E) = C'$$

2. Να δώσετε την αλγεβρική έκφραση των συναρτήσεων 1.1-1.5 χωρίς απλοποίηση

2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	$A' B' C' D'$
0	0	0	1	1	$A' B' C' D$
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	1	$A' B' C D$
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$A' B C' D$
0	1	1	0	1	$A' B C D'$
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	$A B C' D'$
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' D' + A' B' C' D + A' B' C D + A' B C' D + A' B C D' + A B C' D'$$

2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	$A' B C' D'$
0	1	0	1	1	$A' B C' D$
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	$A B C' D'$
1	1	0	1	1	$A B C D'$
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	$A B C D$

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B C' D' + A' B C' D + A B C' D' + A B C D' + A B C D$$

2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	$A' B' C' D'$
0	0	0	1	1	$A' B' C' D$
0	0	1	0	1	$A' B' C D'$
0	0	1	1	1	$A' B' C D$
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	$A B' C' D'$
1	0	0	1	1	$A B' C' D$
1	0	1	0	1	$A B' C D'$
1	0	1	1	1	$A B' C D$
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' D' + A' B' C' D + A' B' C D' + A' B' C D + A B' C' D' + A B' C' D + A B' C D' + A B' C D$$

2.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

A	B	C	D	E	F	
0	0	0	0	0	1	$A' B' C' D' E'$
0	0	0	0	1	1	$A' B' C' D' E$
0	0	0	1	0	0	
0	0	0	1	1	1	$A' B' C' D E$
0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	1	1	$A' B' C D' E$
0	0	1	1	0	1	$A' B' C D E'$
0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	0	0	
0	1	0	0	1	0	
0	1	0	1	0	0	
0	1	0	1	1	0	
0	1	1	0	0	1	$A' B C D' E'$
0	1	1	0	1	1	$A' B C D E'$
0	1	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	1	$A B' C' D' E'$
1	0	0	0	1	1	$A B' C' D' E$
1	0	0	1	0	0	
1	0	0	1	1	0	
1	0	1	0	0	1	$A B' C D' E'$
1	0	1	0	1	0	
1	0	1	1	0	1	$A B' C D E'$
1	0	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	0	
1	1	0	0	1	0	
1	1	0	1	0	0	
1	1	0	1	1	0	
1	1	1	0	0	1	$A B C D' E'$
1	1	1	0	1	1	$A B C D' E$
1	1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = A' B' C' D' E' + A' B' C' D' E + A' B' C' D E + A' B' C D' E + A' B C D' E' + A' B C D E' + A B' C' D' E' + A B' C' D' E + A B' C D' E' + A B' C D E' + A B C D' E' + A B C D' E$$

2.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11, 16,17,18,19,24,25,26,27)$

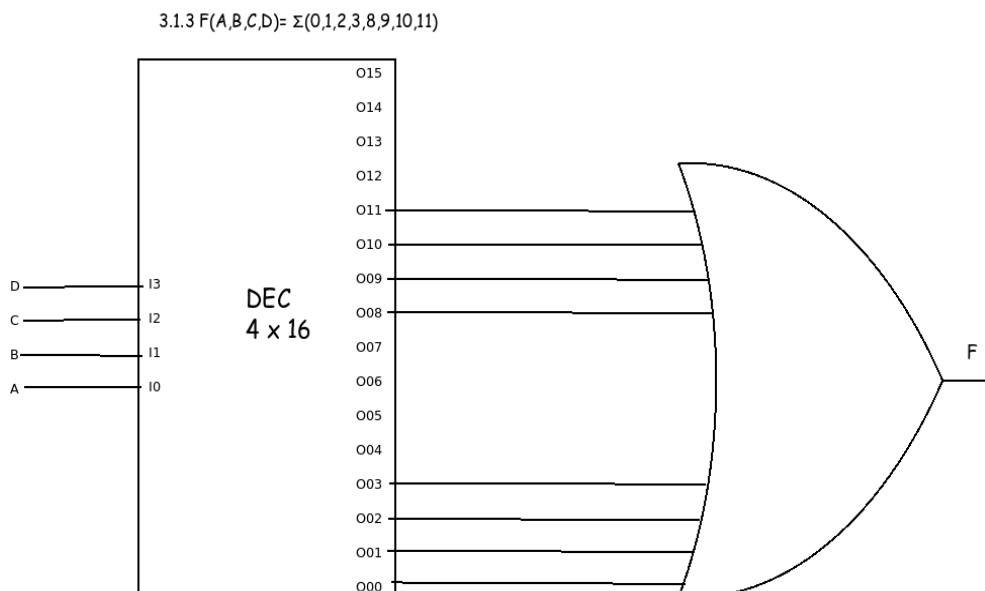
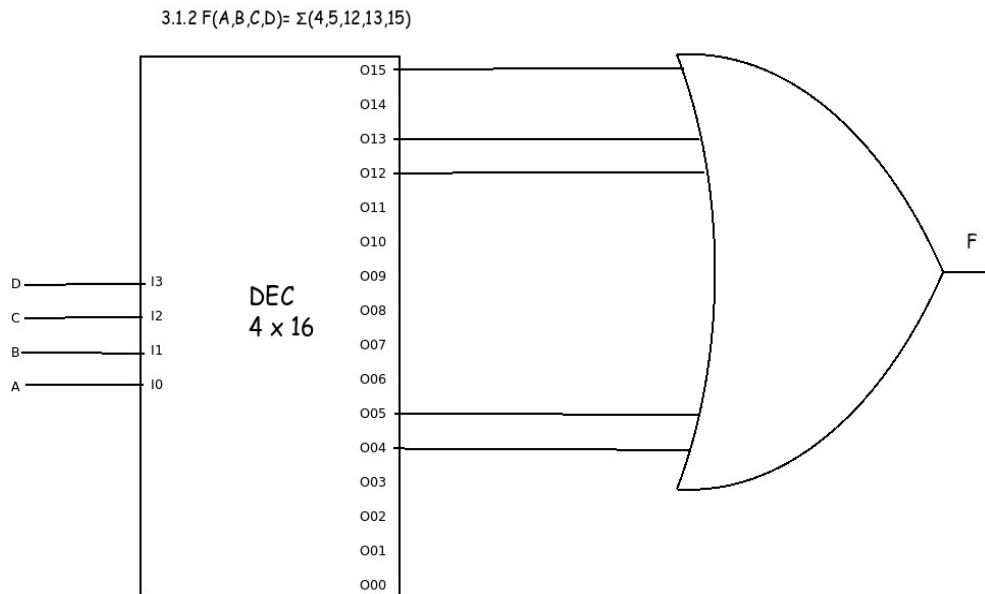
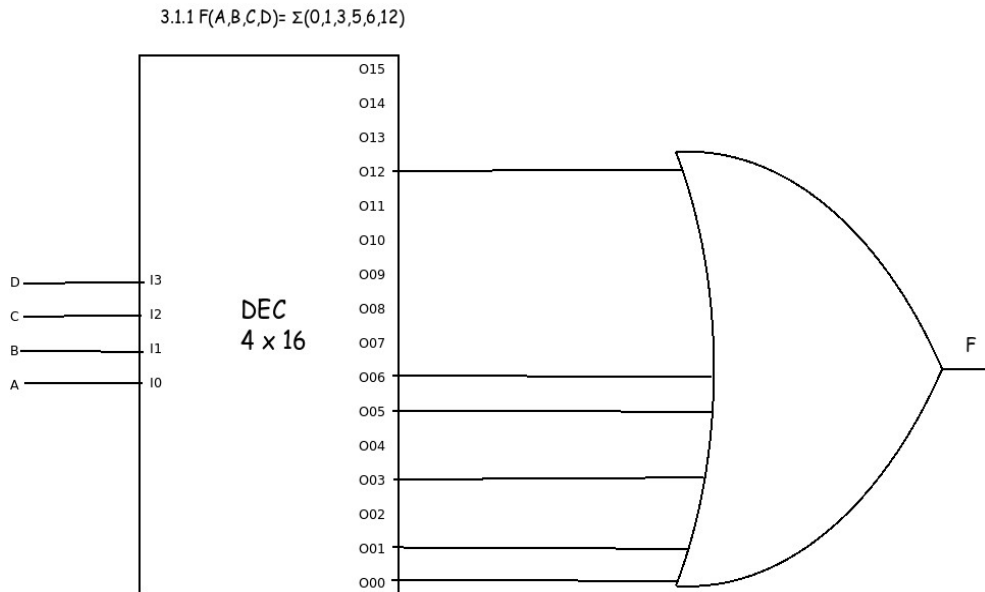
A	B	C	D	E	F	
0	0	0	0	0	1	$A' B' C' D' E'$
0	0	0	0	1	1	$A' B C D E'$
0	0	0	1	0	1	$A B C D' E$
0	0	0	1	1	1	$A B C D' E'$
0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	1	0	
0	0	1	1	0	0	
0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	0	1	$A' B C' D' E'$
0	1	0	0	1	1	$A' B C' D' E$
0	1	0	1	0	1	$A' B C' D E'$
0	1	0	1	1	1	$A' B C' D E$
0	1	1	0	0	0	
0	1	1	0	1	0	
0	1	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	1	$A B' C' D' E'$
1	0	0	0	1	1	$A B' C' D' E$
1	0	0	1	0	1	$A B' C' D E'$
1	0	0	1	1	1	$A B' C' D E$
1	0	1	0	0	0	
1	0	1	0	1	0	
1	0	1	1	0	0	
1	0	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	1	$A B C' D' E'$
1	1	0	0	1	1	$A B C' D' E$
1	1	0	1	0	1	$A B C' D E'$
1	1	0	1	1	1	$A B C' D E$
1	1	1	0	0	0	
1	1	1	0	1	0	
1	1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = A' B' C' D' E' + A' B C D E' + A B C D' E + A B C D' E' + A' B C' D' E' + A' B C' D' E + A' B C' D E' + A' B C' D E + A B' C' D' E' + A B' C' D' E + A B' C' D E' + A B' C' D E + A B C' D' E' + A B C' D' E + A B C' D E' + A B C' D E$$

3. Να υλοποιήσετε τις 1.1-1.3 (χωρίς απλοποίηση)

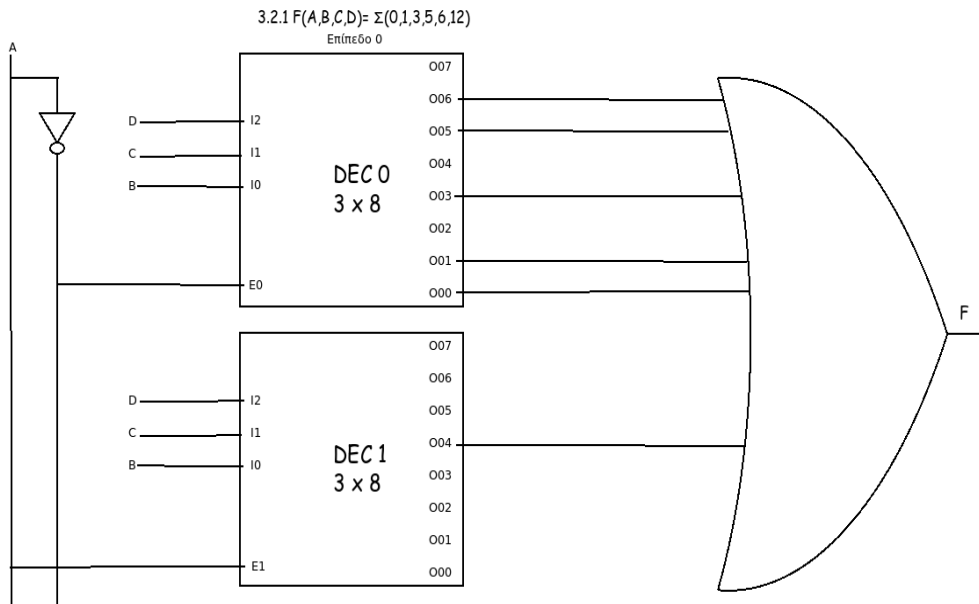
3.1 Με αποκωδικοποιητή 4x16



3.2 Με αποκωδικοποιητές 3x8 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

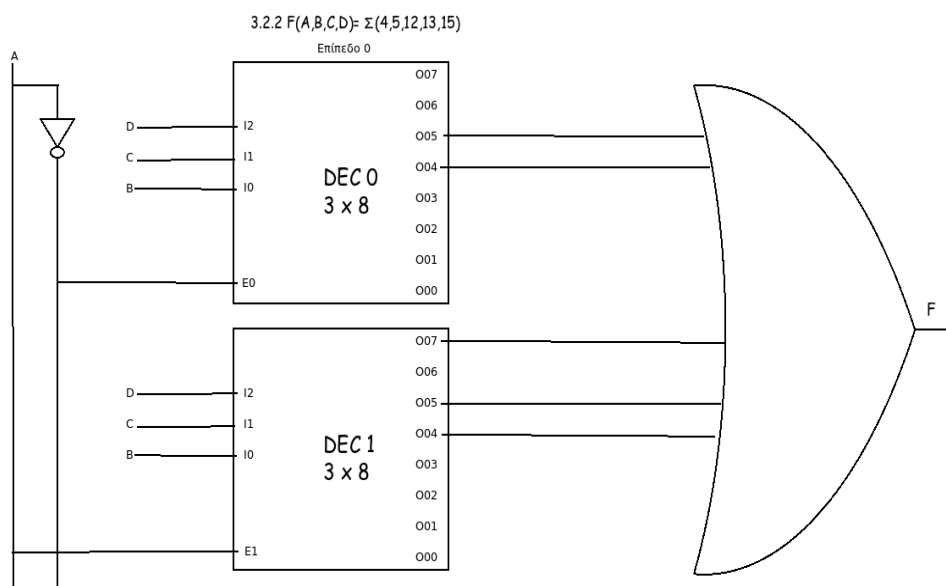
3.2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν $A=0$, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους $O_{00} - O_{07}$ θα είναι ίση με 1. Όταν $A=1$, τότε ανάλογα με τις τιμές του πίνακα αληθείας (στην περίπτωσης μας $B=1, C=0, D=0$), η έξοδος O_{03} (τοπική) του αποκωδικοποιητή DEC1, θα είναι ίση με 1



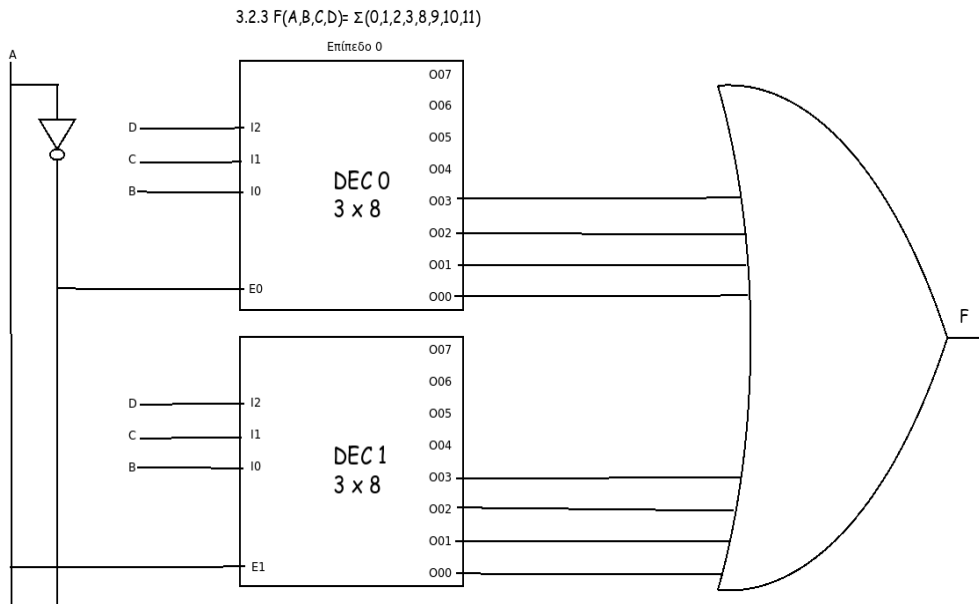
3.2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν $A=0$, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους $O_{00} - O_{07}$ θα είναι ίση με 1. Όταν $A=1$, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC01 από τις εξόδους $O_{00} - O_{07}$ θα είναι ίση με 1.



3.2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

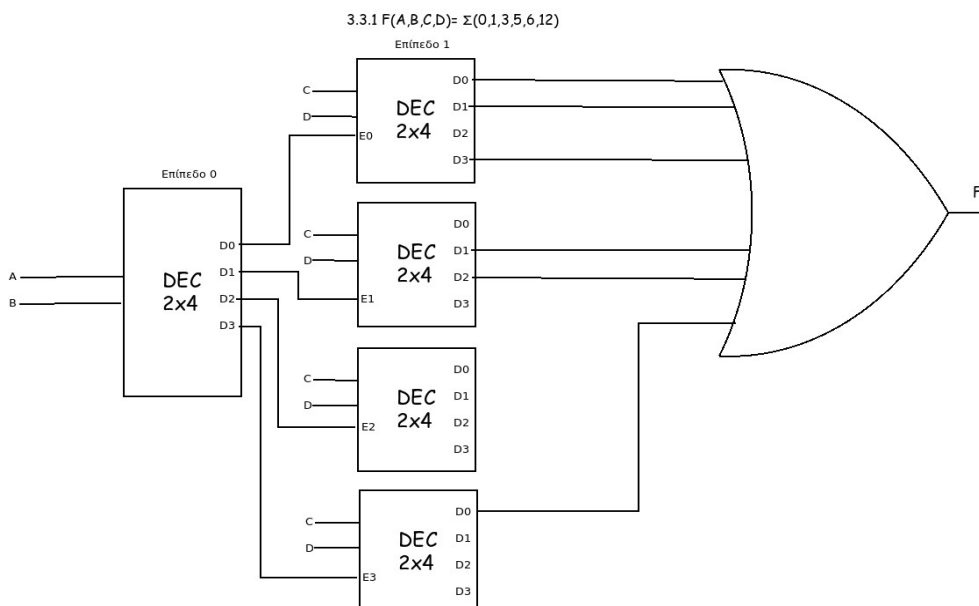
Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν A=0, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους O₀₀ – O₀₇ θα είναι ίση με 1. Όταν A=1, τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC01 από τις εξόδους O₀₀ – O₀₇ θα είναι ίση με 1.



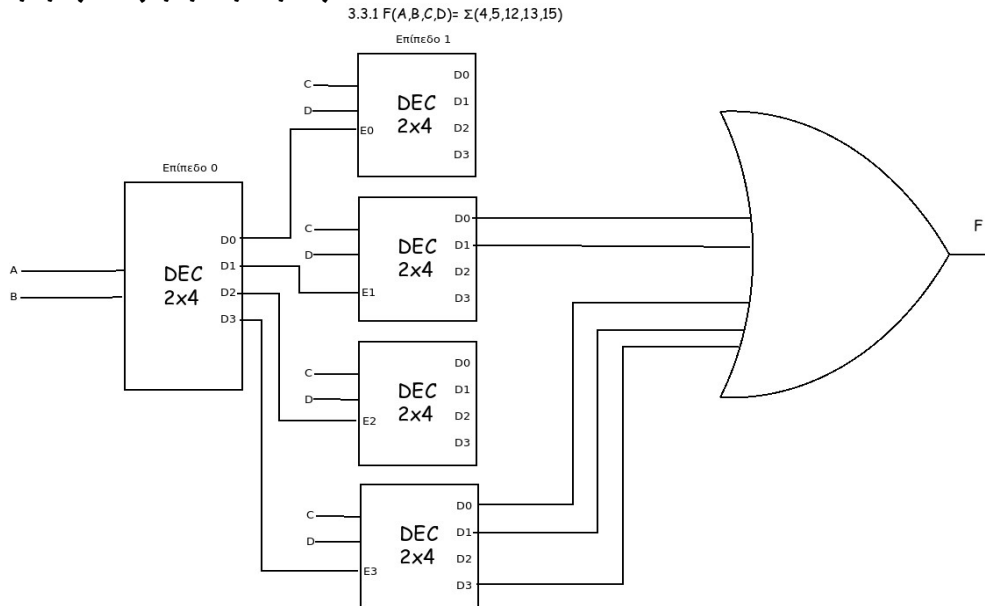
3.3 Με αποκωδικοποιητές 2x4 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 4 μεταβλητές, άρα χρειάζεται $4/2 = 2$ επίπεδα. Έχουμε 16 εξόδους (2^4), άρα θα έχουμε 16 εξόδους / 4 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής = 4 αποκωδικοποιητές 2x4. Τα A, B είναι είσοδοι στον DEC του επιπέδου 0, του οποίου οι εξόδοι παίζουν το ρόλο του σήματος επίτρεψης στους DEC του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

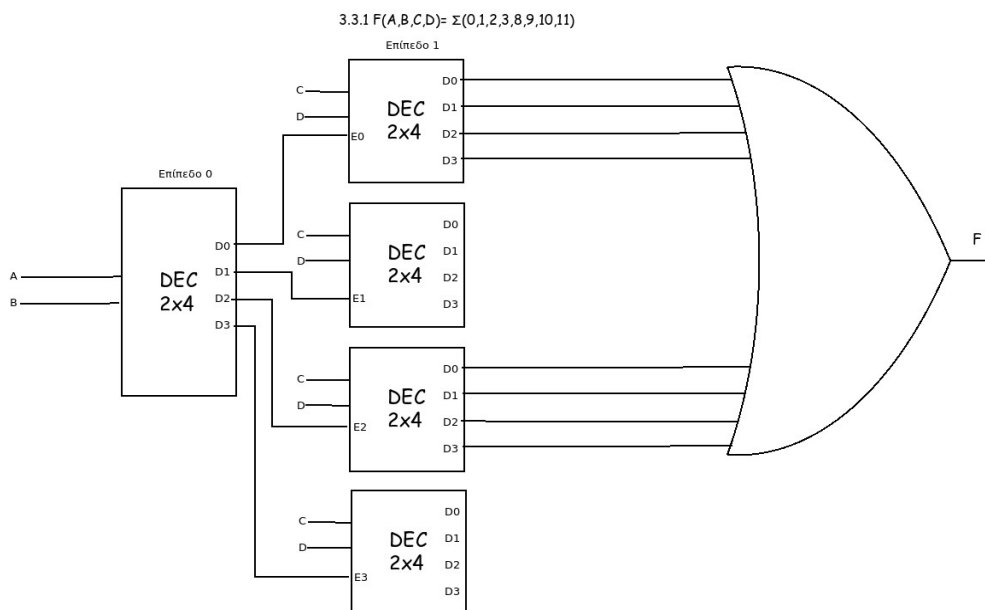
3.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$



3.3.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$



3.3.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$



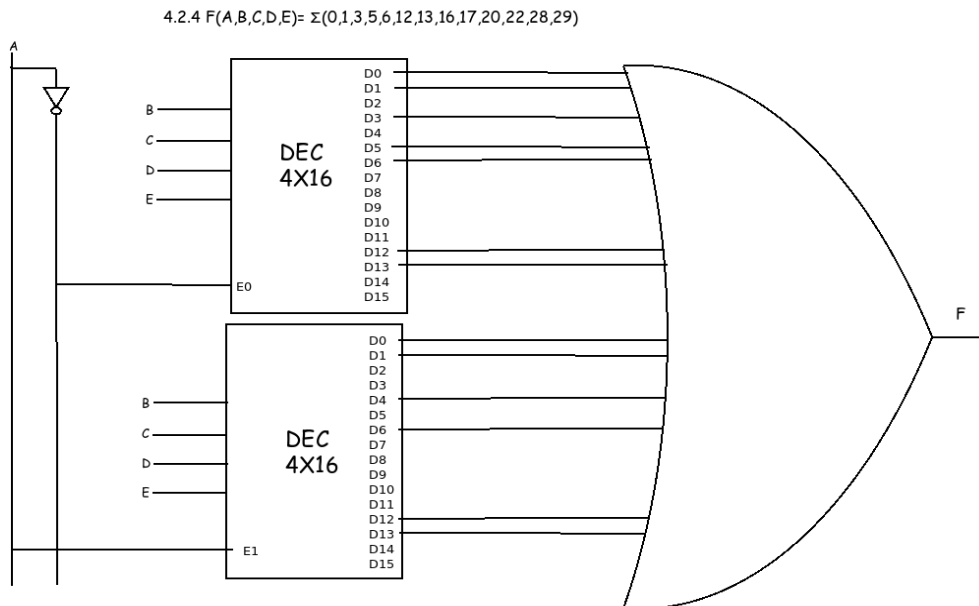
4. Να υλοποιήσετε τις 1.4-1.5 (χωρίς απλοποίηση)

4.1 Με αποκωδικοποιητή 5x32

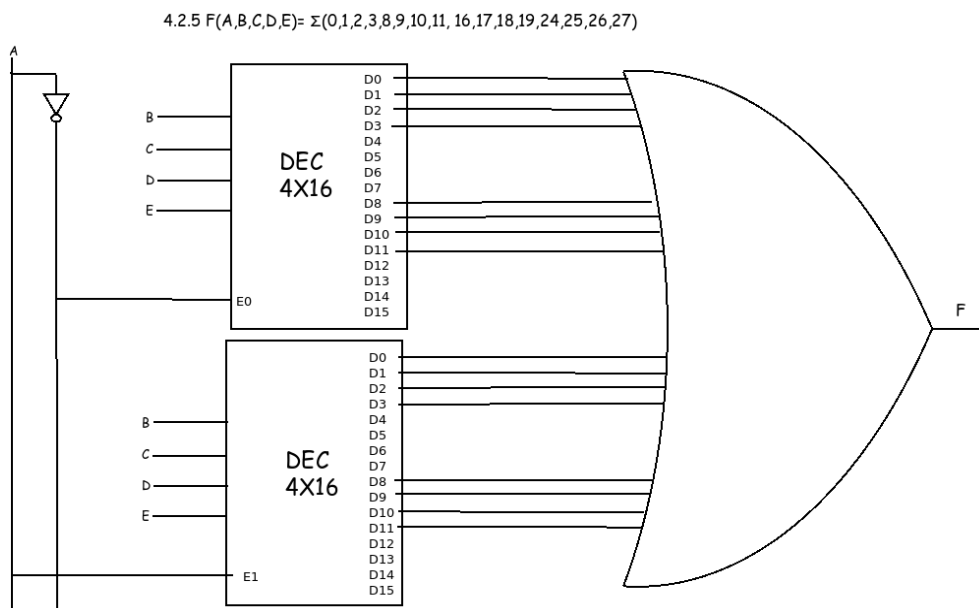
4.2 Με αποκωδικοποιητές 4x16 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές ($2^5 = 32$ εξόδους), άρα χρειαζόμαστε 32 εξόδους / 16 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής = 2 αποκωδικοποιητές 4X16 όπου το A θα είναι το σήμα επίτρεψης και B,C,D,E είναι είσοδοι στους αποκωδικοποιητές.

4.2.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



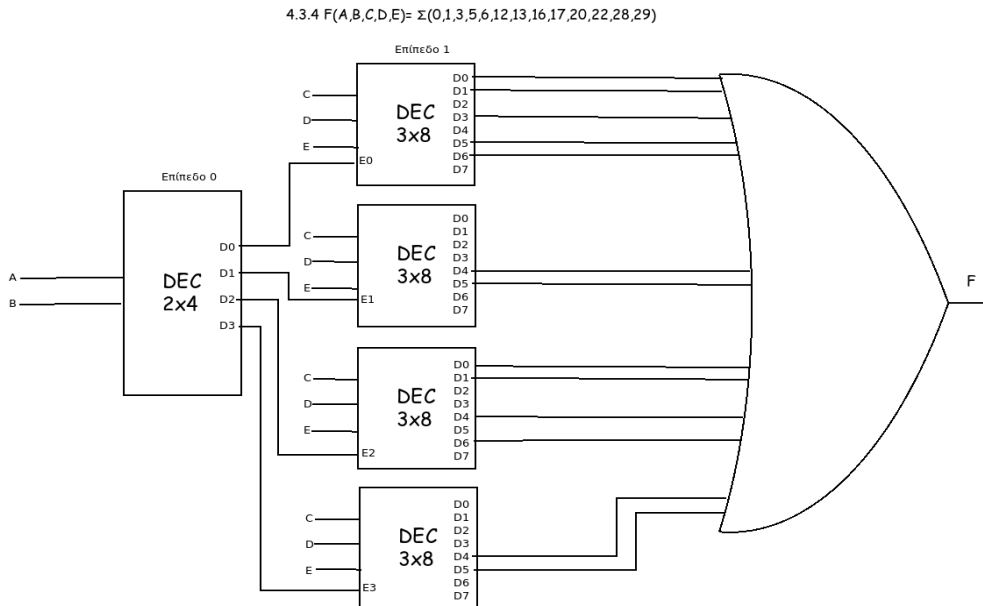
4.2.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$



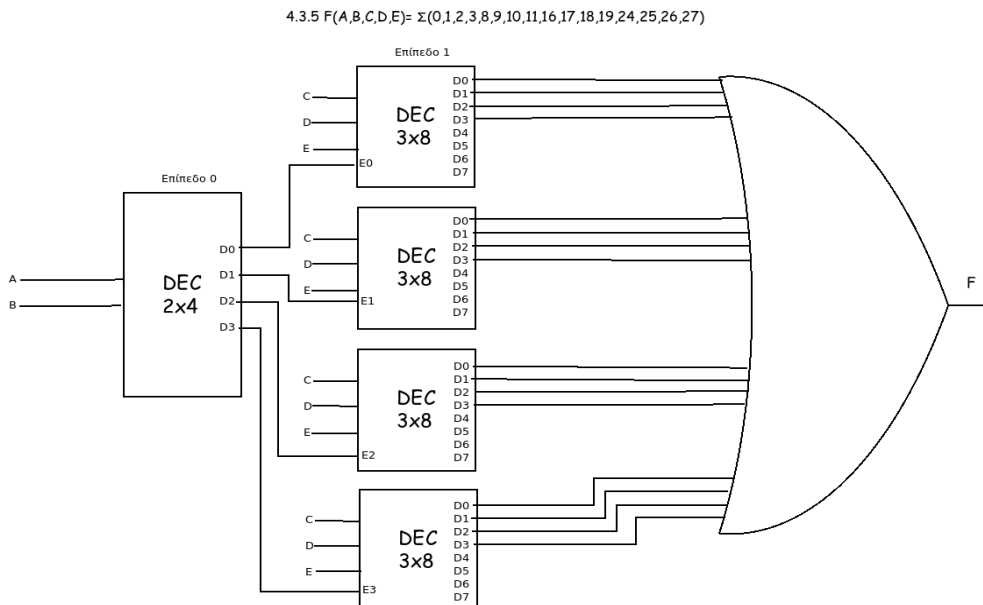
4.3 Με αποκωδικοποιητές 3x8 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές Έχουμε 32 εξόδους (2^5), άρα θα έχουμε 32 εξόδους / 8 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής= 4 αποκωδικοποιητές 3x8. Τα A,B θα είναι μέσω ενός αποκωδικοποιητή 2x4 το σήμα επιτροπής στον αποκωδικοποιητή 3x8 του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

4.3.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



4.3.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$

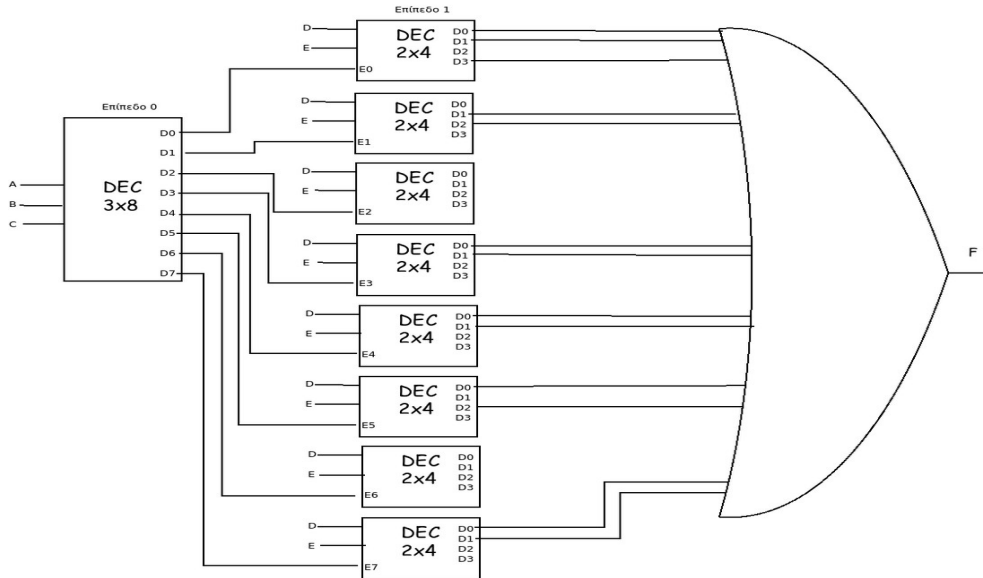


4.4 Με αποκωδικοποιητές 2x4 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές Έχουμε 32 εξόδους (2^5), άρα θα έχουμε 32 εξόδους / 4 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής= 8 αποκωδικοποιητές 2x4. Τα A,B,C θα είναι μέσω ενός αποκωδικοποιητή 3x8 το σήμα επίτρεψης στον αποκωδικοποιητή 2x4 του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

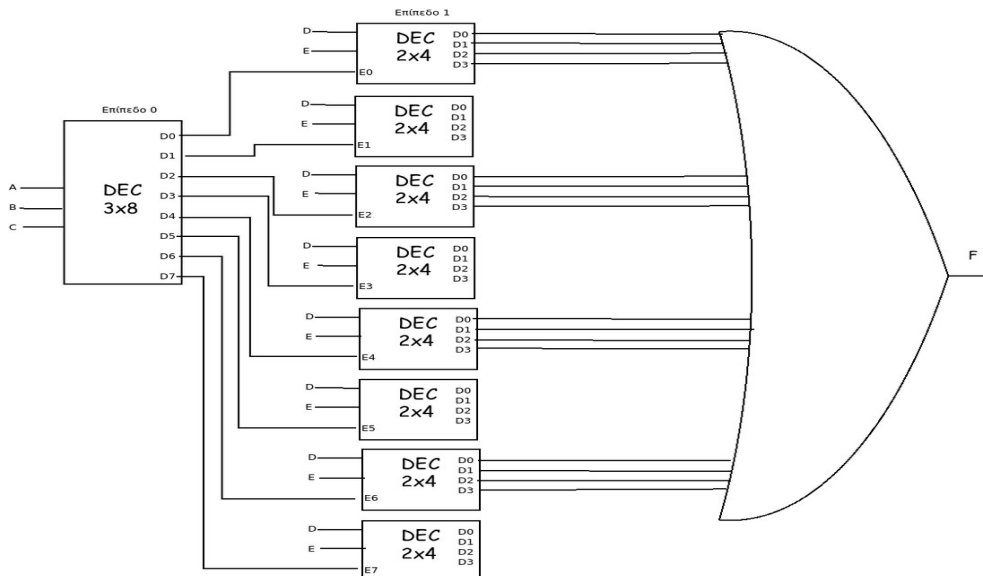
4.4.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

4.4.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



4.4.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$

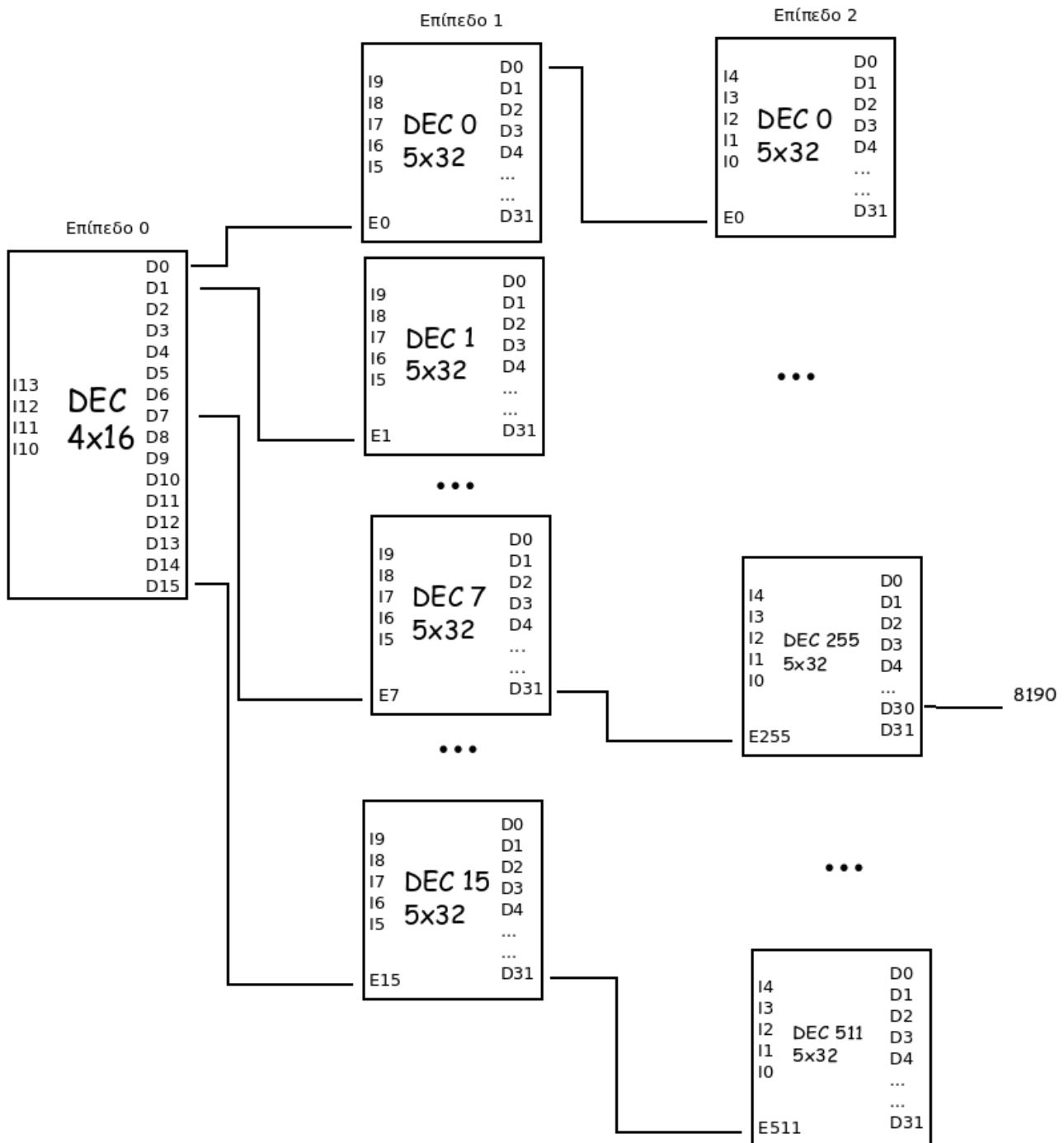
4.4.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$



5. Να υλοποιήσετε έναν αποκωδικοποιητή 14×2^{14} με αποκωδικοποιητές 5×32 και 4×16 και να δείξετε πως θα αποκωδικοποιηθεί η έξοδος 8190.

14 είσοδοι = $4 \times 16 + 5 \times 32 + 5 \times 32$ (3 επίπεδα)

5. Αποκωδικοποιητής 14×2^{14} με αποκωδικοποιητές 5×32 και 4×16 και να αποκωδικοποιηθεί η έξοδος 8190



8190 = 0111 1111 11110

Επίπεδο 0: 0111 άρα D_7 δηλαδή DEC 7 ($D_{224} - D_{255}$)

Επίπεδο 1: 1111 άρα D_{255} δηλαδή DEC 255 ($D_{8160} - D_{8191}$)

Επίπεδο 2: 1111 άρα D_{30} ή D_{8190}

6. Να επαναλάβετε την Άσκηση 5, για έναν αποκωδικοποιητή 16×2^{16} με αποκωδικοποιητές 4×16 , δείχνοντας ξανά την αποκωδικοποίηση της εξόδου 8190.

16 εισόδους / 4 εισόδους κάθε αποκωδικοποιητής = 4 επίπεδα

$2^{16} / 2^4 = 2^{12} = 4096$ αποκωδικοποιητές 4×16 στο επίπεδο 3

$2^{12} / 2^4 = 2^8 = 256$ αποκωδικοποιητές 4×16 στο επίπεδο 2

$2^8 / 2^4 = 2^4 = 16$ αποκωδικοποιητές 4×16 στο επίπεδο 1

$2^4 / 2^4 = 1$ αποκωδικοποιητή 4×16 στο επίπεδο 0

8190 = 0001 1111 1111 1110

Επίπεδο 0: 0001=1 άρα D_1 δηλαδή DEC 1 ($D_{16} - D_{31}$)

Επίπεδο 1: 1111=15 άρα D_{31} δηλαδή DEC 31 ($D_{496} - D_{511}$)

Επίπεδο 2: 1111=15 άρα D_{511} επιλέγεται ο DEC511 ($D_{8176} - D_{8191}$)

Επίπεδο 3: 1110=14 άρα αποκωδικοποιείται $8176+14=8190$

7. Να υλοποιήσετε έναν αποκωδικοποιητή 15 x 32K (2^{15}) χρησιμοποιώντας τρία επίπεδα διασύνδεσης (άρα θα σκεφτείτε το κατάλληλο μέγεθος αποκωδικοποιητών που θα χρησιμοποιήσετε, ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΜΟΝΟ ΕΝΑΣ ΤΡΟΠΟΣ).

Με αποκωδικοποιητές 5x32:

$2^{15} / 2^5 = 2^{10} = 1024$ αποκωδικοποιητές 5x32 επιπέδου 2

$2^{10} / 2^5 = 2^5 = 32$ αποκωδικοποιητές 5x32 επιπέδου 1

$2^5 / 2^5 = 1$ αποκωδικοποιητής 5x32 επιπέδου 0

8. Να επαναλάβετε την Άσκηση 7, με διαφορετικά μεγέθη αποκωδικοποιητών από αυτά που χρησιμοποιήσατε στην Άσκηση 7.

Με αποκωδικοποιητές 6x64:

$2^{15} / 2^6 = 2^9 = 512$ αποκωδικοποιητές 6x64 επιπέδου 2

$2^9 / 2^6 = 2^3 = 8$ αποκωδικοποιητές 6x64 επιπέδου 1

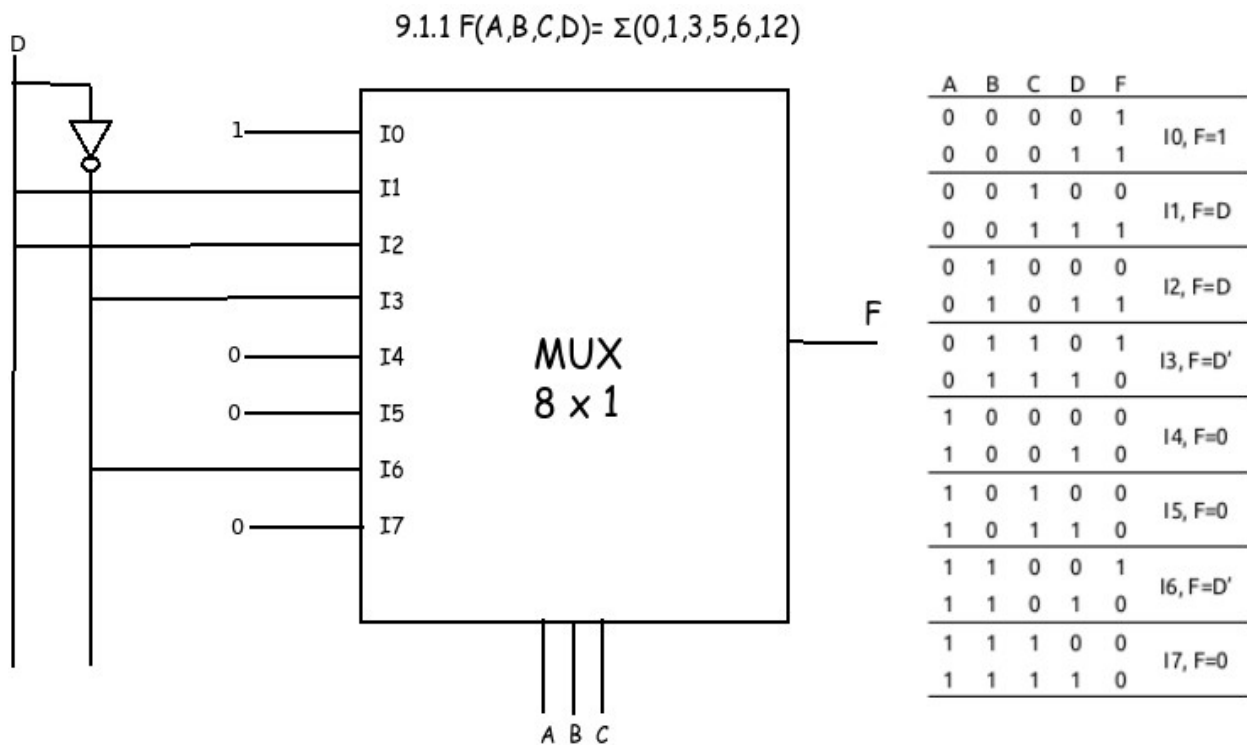
1 αποκωδικοποιητής 3x8 επιπέδου 0

9. Να υλοποιήσετε τις 1.1-1.3

9.1 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα A,B,C συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το D με τις γραμμές εισόδου.

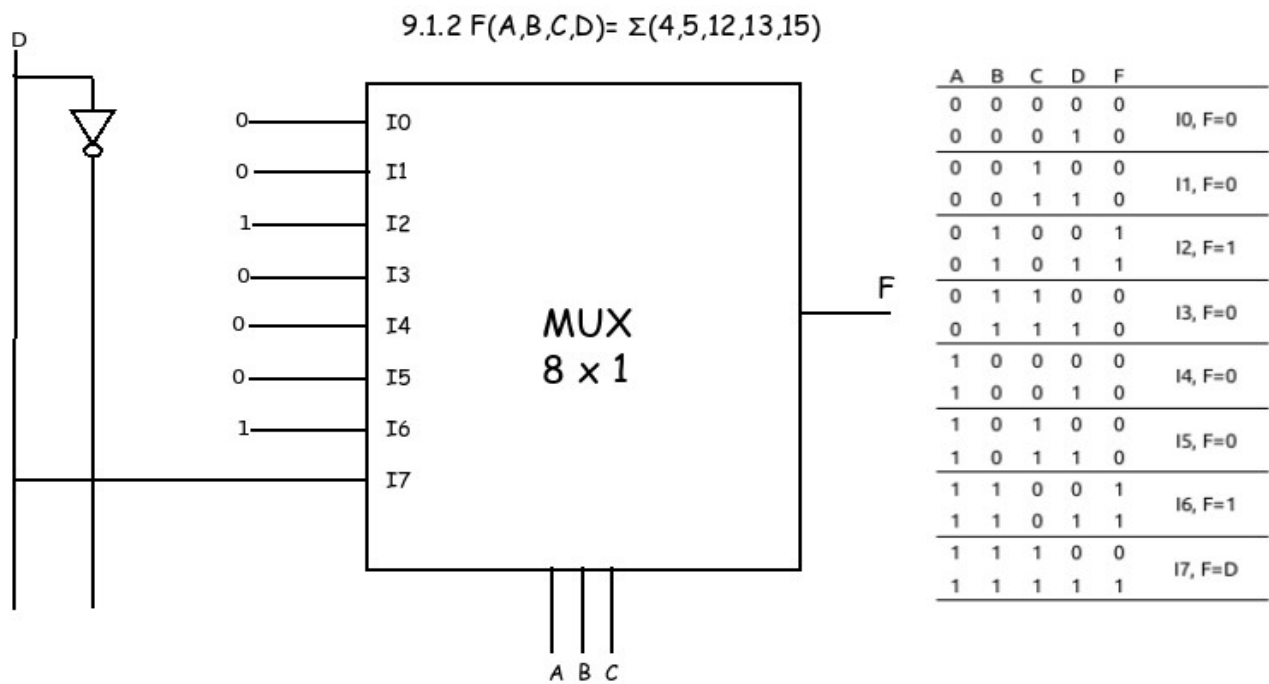
9.1.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	0	I1, F=D
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=D
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	1	I3, F=D'
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	I4, F=0
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	I5, F=0
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	I6, F=D'
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	



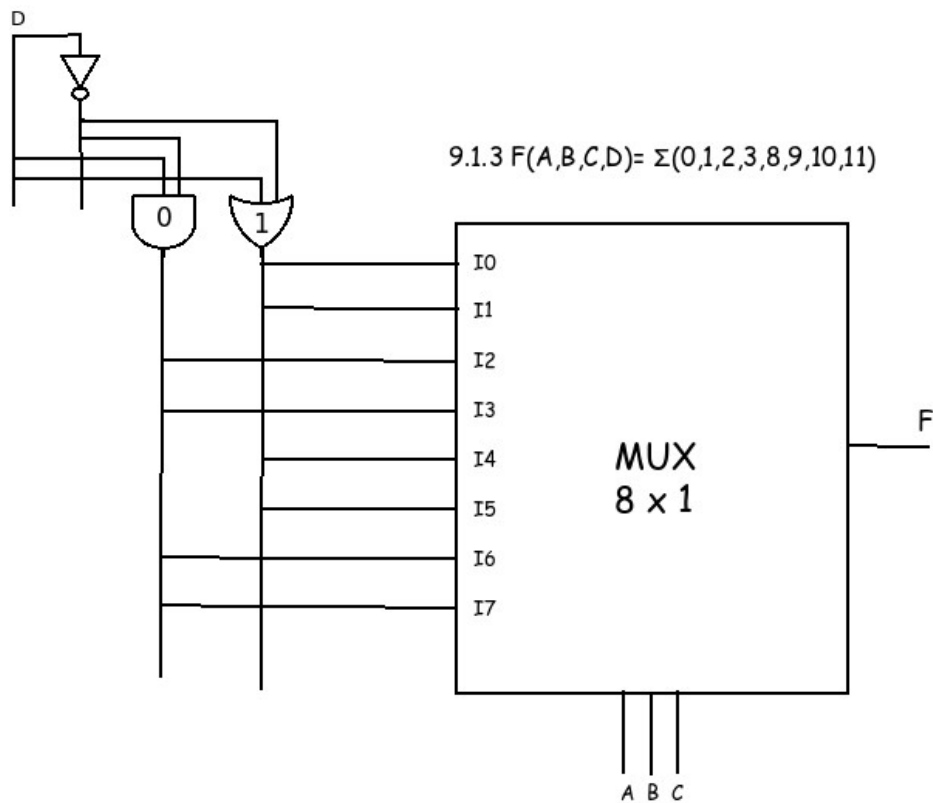
9.1.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	0	I0, F=0
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	I1, F=0
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	I2, F=1
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	I4, F=0
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	I5, F=0
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	I6, F=1
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	0	I7, F=D
1	1	1	1	1	



9.1.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	I1, F=1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=0
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	I4, F=1
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	I5, F=1
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	I6, F=0
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	



A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	I1, F=1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=0
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	I4, F=1
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	I5, F=1
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	I6, F=0
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	

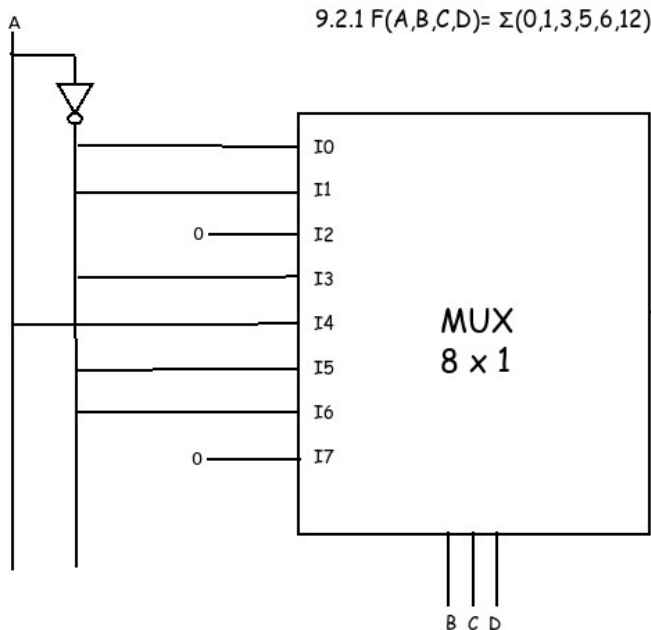
9.2 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα B,C, D συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το A με τις γραμμές εισόδου.

9.2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I5
BCD = 110	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

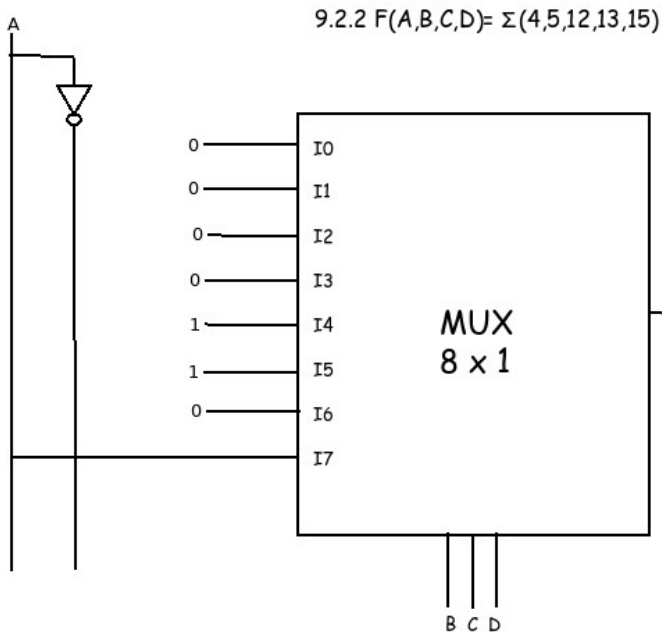
BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I5
BCD = 110	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7

9.2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I0
BCD = 001	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I3
BCD = 100	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

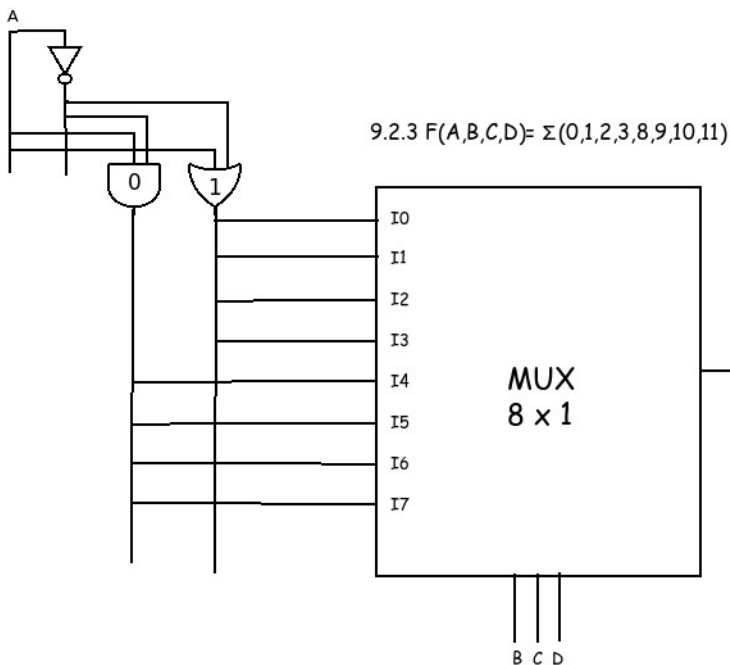
BCD = 000	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I0
BCD = 001	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I3
BCD = 100	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I7

9.2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I1
BCD = 010	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I4
BCD = 101	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I1
BCD = 010	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I4
BCD = 101	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7

9.3 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα A,B συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα C, D με τις γραμμές εισόδου.

9.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F ₁	F ₂	F ₃	
0	0	0	0	1	0	1	I ₀
0	0	0	1	1	0	1	
0	0	1	0	0	0	1	
0	0	1	1	1	0	1	
0	1	0	0	0	1	0	I ₁
0	1	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	1	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	1	I ₂
1	0	0	1	0	0	1	
1	0	1	0	0	0	1	
1	0	1	1	0	0	1	
1	1	0	0	1	1	0	I ₃
1	1	0	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	0	0	
1	1	1	1	0	1	0	

I₀: AB=002 ΟΜΑΔΕΣ: F₁=C'+D

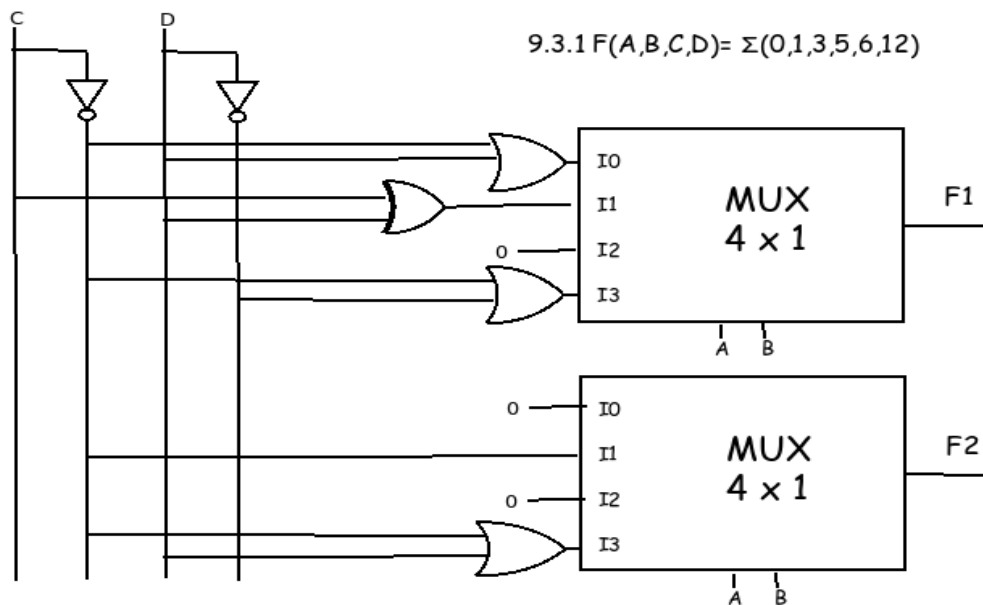
C \ D	0	1
0	1	1
1		1

F₂=0I₁: AB=01F₁=C XOR DF₂=C'

C \ D	0	1
0	1	1
1		

I₂: AB=10 → F₁=0 και F₂=0I₃: AB=11F₁=C' D'2 ΟΜΑΔΕΣ: F₂=C'+D

C \ D	0	1
0	1	1
1		1



9.3.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

9.3.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

9.4 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα C,D συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B με τις γραμμές εισόδου.

9.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F ₁	F ₂	F ₃
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0

I₀: CD=00

AB=00 AB=01 AB=10 AB=11

F₁=1 F₁=0 F₁=0 F₁=1

F₂=0 F₂=1 F₂=0 F₂=1

F₃=1 F₃=0 F₃=1 F₃=0

Άρα F₁ = A' XOR B'

Άρα F₂ = B

Άρα F₃ = B'

I₁: CD=01

AB=00 AB=01 AB=10 AB=11

F₁=1 F₁=1 F₁=0 F₁=0

F₂=0 F₂=1 F₂=0 F₂=1

F₃=1 F₃=0 F₃=1 F₃=0

Άρα F₁ = A' *

Άρα F₂ = B

Άρα F₃ = B'

* 1 ΟΜΑΔΑ άρα F₁=A'

A \ B	0	1
0	1	1
1		

I₂: CD=10

AB=00 AB=01 AB=10 AB=11

F₁=0 F₁=1 F₁=0 F₁=0

F₂=0 F₂=0 F₂=0 F₂=1

F₃=1 F₃=0 F₃=1 F₃=0

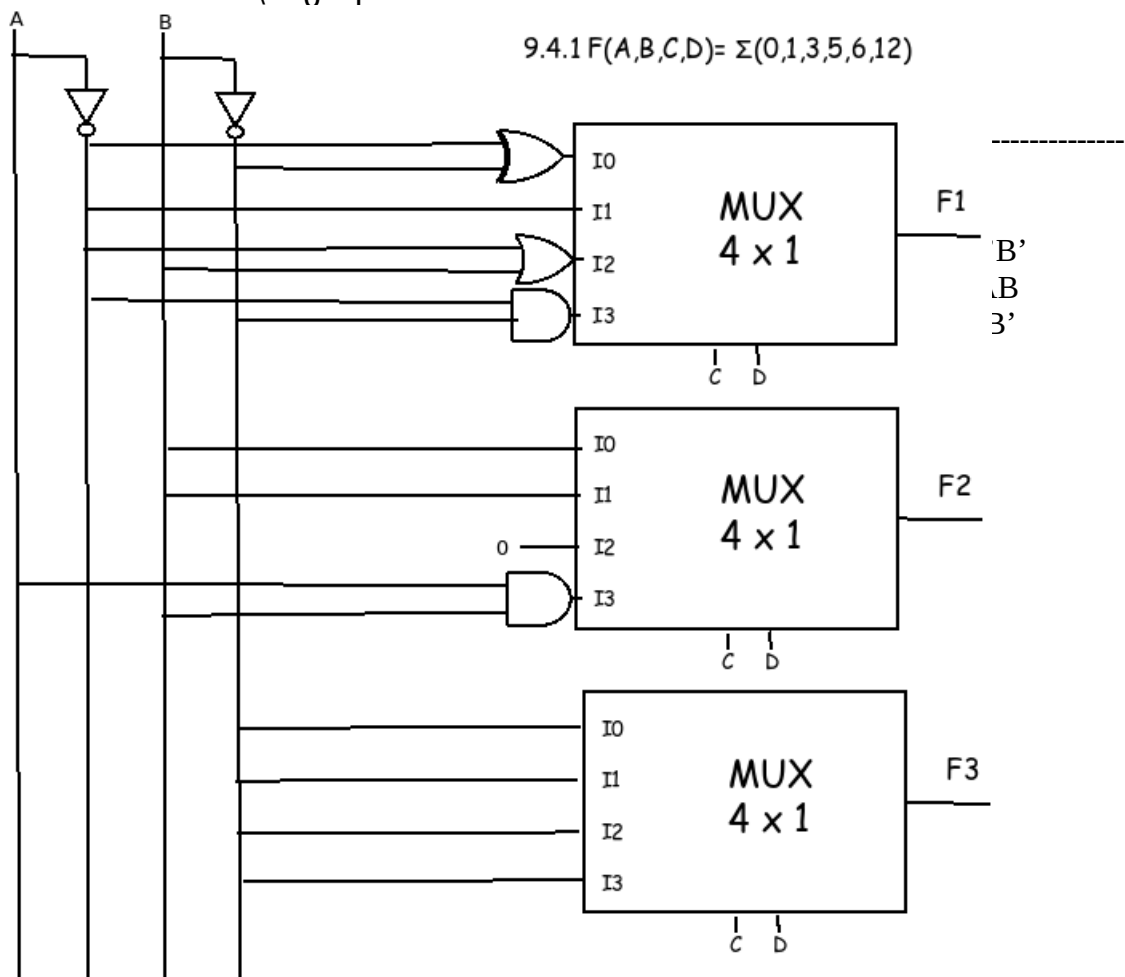
Άρα F₁ = A' + B*

Άρα F₂ = 0

Άρα F₃ = B'

* 1 ΟΜΑΔΑ άρα F₁=A'+B

A \ B	0	1
0		
1		

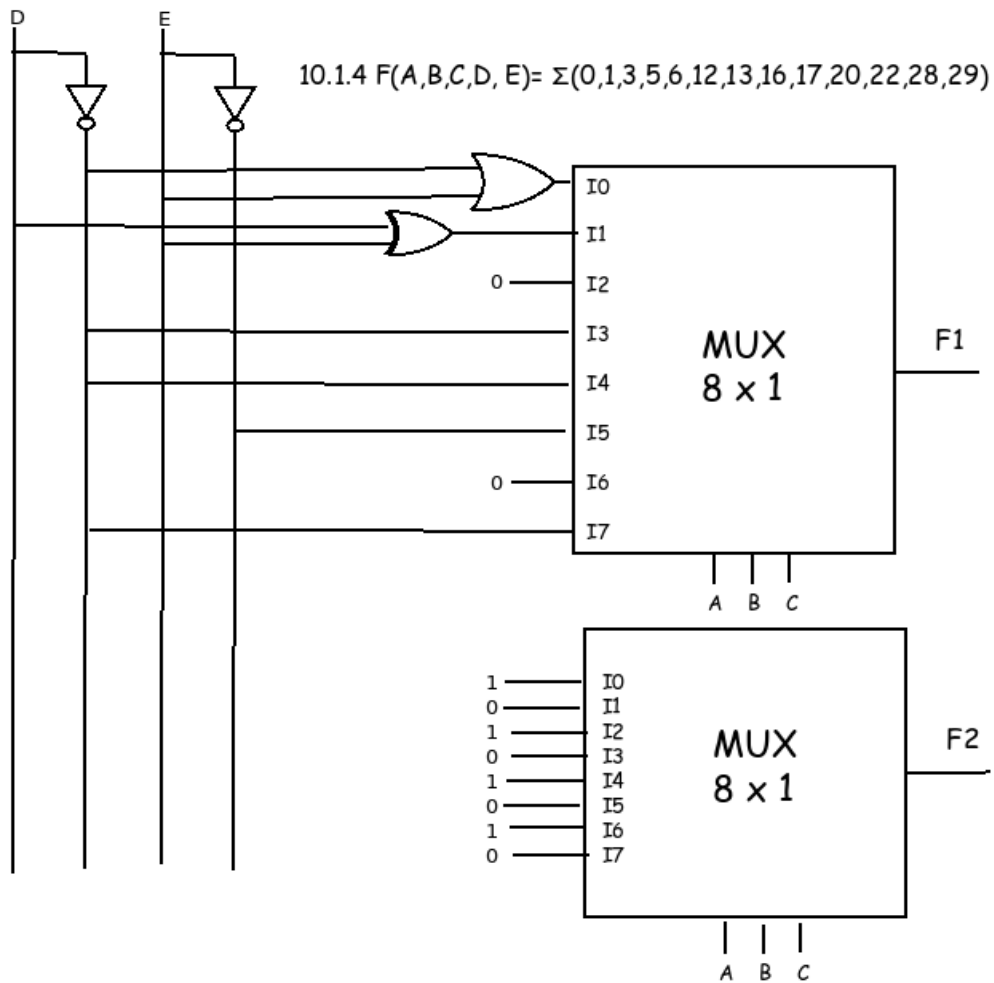


10. Να υλοποιήσετε τις 1.4-1.5

10.1 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα A,B,C συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα D,E με τις γραμμές εισόδου.

$$10.1.4 F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$$

A	B	C	D	E	F ₁	F ₂	
0	0	0	0	0	1	1	
0	0	0	0	1	1	1	I ₀ F ₁ = D' + E F ₂ = 1
0	0	0	1	0	0	1	
0	0	0	1	1	1	1	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	0	1	1	0	I ₁ F ₁ = D XOR E F ₂ = 0
0	0	1	1	0	1	0	
0	0	1	1	1	0	0	
0	1	0	0	0	0	1	
0	1	0	0	1	0	1	I ₂ F ₁ = 0 F ₂ = 1
0	1	0	1	0	0	1	
0	1	0	1	1	0	1	
0	1	1	0	0	1	0	
0	1	1	0	1	1	0	I ₃ F ₁ = D' F ₂ = 0
0	1	1	1	0	0	0	
0	1	1	1	1	0	0	
1	0	0	0	0	1	1	
1	0	0	0	1	1	1	I ₄ F ₁ = D' F ₂ = 1
1	0	0	1	0	0	1	
1	0	0	1	1	0	1	
1	0	1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	0	0	I ₅ F ₁ = E F ₂ = 0
1	0	1	1	0	1	0	
1	0	1	1	1	0	0	
1	1	0	0	0	0	1	
1	1	0	0	1	0	1	I ₆ F ₁ = 0 F ₂ = 1
1	1	0	1	0	0	1	
1	1	0	1	1	0	1	
1	1	1	0	0	1	0	
1	1	1	0	1	1	0	I ₇ F ₁ = D' F ₂ = 0
1	1	1	1	0	0	0	
1	1	1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	0	0	



10.2 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα C, D, E συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B με τις γραμμές εισόδου.

10.3 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα A, B συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα C, D, E με τις γραμμές εισόδου.

10.4 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα D, E συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B, C με τις γραμμές εισόδου.

10.5 Με πολυπλέκτη 16x1, όπου τα $A-D$ συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το E με τις γραμμές εισόδου.

10.6 Με πολυπλέκτη 16x1, όπου τα $B-E$ συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το A με τις γραμμές εισόδου.