

## Απλοποίηση Λογικών Κυκλωμάτων, Συνδυαστικά Κυκλώματα

1. Να απλοποιήσετε με χάρτη Karnaugh τις παρακάτω συναρτήσεις (η απλοποίηση πρέπει να είναι τέλεια)

1.1  $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1	1	1	
01		1		1
11	1			
10				

5 ομάδες:

- Δυάδες:

- 0000, 0001:  $A' B' C'$  (το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)
- 0001, 0011:  $A' B' D$  (το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)
- 0001, 0101:  $A' C' D$  (το B αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Μονάδες:

- 1100:  $A B C' D'$
- 0110:  $A' B C D'$

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' + A' B' D + A' C' D + A B C' D' + A' B C D'$$

1.2  $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11		1	1	1
10				

2 ομάδες:

- Τετράδα:

0100, 0101, 1101, 1100:  $B C'$

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Δυάδα

1101, 1111:  $A B D$

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = B C' + A B D$$

### 1.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

CD	00	01	11	10
AB				
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

1 ομάδα:

Οκτάδα:

0000, 0001, 0011, 0010, 1010, 1011, 1001, 1000:  $B'$

(το A αλλάζει από 0 σε 1 άρα φεύγει, το C αλλάζει από 0 σε 1 άρα φεύγει, το D αλλάζει από 0 σε 1 και πάλι σε 0 άρα φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = B'$$

### 1.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

A=0					A=1				
DE	00	01	11	10	DE	00	01	11	10
BC					BC				
00	1	1	1		00	1	1		
01		1		1	01	1			1
11	1	1			11	1	1		
10					10				

6 ομάδες:

- Τετράδες:

1. 00000, 00001, 10001, 10000:  $B' C' D'$

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το E αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

2. 01100, 01101, 11101, 11100:  $B C D'$

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει, το E αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

- Δυάδες:

1. 00001, 00011:  $A' B' C' E$

(το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

2. 00001, 00101:  $A' B' D' E$

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

3. 10000, 10100:  $A B' D' E'$

(το C αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

4. 00110, 10110:  $B' C D E'$

(το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει)

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = B' C' D' + B C D' + A' B' C' E + A' B' D' E + A B' D' E' + B' C D E'$$

1.5  $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11, 16,17,18,19,24,25,26,27)$

A=0

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

A=1

BC \ DE	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01				
11				
10	1	1	1	1

1 ομάδα:

Δεκαεξάδα

10000, 10001, 00011, 00010, 10010, 10011, 10001, 10000, 11000, 11001, 11011, 11010, 01010, 01011, 01001, 01000

- το A αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το B αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το D αλλάζει από 0 σε 1 οπότε φεύγει
- το E αλλάζει από 0 σε 1 και μετά σε 0 οπότε φεύγει

Μένει μόνο το C που επειδή είναι 0, η συνάρτηση θα γίνει

$F(A,B,C,D, E) = C'$

2. Να δώσετε την αλγεβρική έκφραση των συναρτήσεων 1.1-1.5 χωρίς απλοποίηση

### 2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	$A' B' C' D'$
0	0	0	1	1	$A' B' C' D$
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	1	$A' B' C D$
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	1	$A' B C' D$
0	1	1	0	1	$A' B C D'$
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	$A B C' D'$
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' D' + A' B' C' D + A' B' C D + A' B C' D + A' B C D' + A B C' D'$$

### 2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	$A' B C' D'$
0	1	0	1	1	$A' B C' D$
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	$A B C' D'$
1	1	0	1	1	$A B C' D$
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	$A B C D$

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B C' D' + A' B C' D + A B C' D' + A B C' D + A B C D$$

### 2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	$A' B' C' D'$
0	0	0	1	1	$A' B' C' D$
0	0	1	0	1	$A' B' C D'$
0	0	1	1	1	$A' B' C D$
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	$A B' C' D'$
1	0	0	1	1	$A B' C' D$
1	0	1	0	1	$A B' C D'$
1	0	1	1	1	$A B' C D$
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	
1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D) = A' B' C' D' + A' B' C' D + A' B' C D' + A' B' C D + A B' C' D' + A B' C' D + A B' C D' + A B' C D$$

## 2.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

A	B	C	D	E	F	
0	0	0	0	0	1	$A' B' C' D' E'$
0	0	0	0	1	1	$A' B' C' D' E$
0	0	0	1	0	0	
0	0	0	1	1	1	$A' B' C' D E$
0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	1	1	$A' B' C D' E$
0	0	1	1	0	1	
0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	0	0	
0	1	0	0	1	0	
0	1	0	1	0	0	
0	1	0	1	1	0	
0	1	1	0	0	1	$A' B C D' E'$
0	1	1	0	1	1	$A' B C D E'$
0	1	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	1	$A B' C' D' E'$
1	0	0	0	1	1	$A B' C' D' E$
1	0	0	1	0	0	
1	0	0	1	1	0	
1	0	1	0	0	1	$A B' C D' E'$
1	0	1	0	1	0	
1	0	1	1	0	1	$A B' C D E'$
1	0	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	0	
1	1	0	0	1	0	
1	1	0	1	0	0	
1	1	0	1	1	0	
1	1	1	0	0	1	$A B C D' E'$
1	1	1	0	1	1	$A B C D' E$
1	1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	0	

Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = A' B' C' D' E' + A' B' C' D' E + A' B' C' D E + A' B' C D' E + A' B C D' E' + A' B C D E' + A B' C' D' E' + A B' C' D' E + A B' C D' E' + A B' C D E' + A B C D' E' + A B C D' E$$

## 2.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11, 16,17,18,19,24,25,26,27)$

A	B	C	D	E	F	
0	0	0	0	0	1	$A' B' C' D' E'$
0	0	0	0	1	1	$A' B C D E'$
0	0	0	1	0	1	$A B C D' E$
0	0	0	1	1	1	$A B C D' E'$
0	0	1	0	0	0	
0	0	1	0	1	0	
0	0	1	1	0	0	
0	0	1	1	1	0	
0	1	0	0	0	1	$A' B C' D' E'$
0	1	0	0	1	1	$A' B C' D' E$
0	1	0	1	0	1	$A' B C' D E'$
0	1	0	1	1	1	$A' B C' D E$
0	1	1	0	0	0	
0	1	1	0	1	0	
0	1	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	1	$A B' C' D' E'$
1	0	0	0	1	1	$A B' C' D' E$
1	0	0	1	0	1	$A B' C' D E'$
1	0	0	1	1	1	$A B' C' D E$
1	0	1	0	0	0	
1	0	1	0	1	0	
1	0	1	1	0	0	
1	0	1	1	1	0	
1	1	0	0	0	1	$A B C' D' E'$
1	1	0	0	1	1	$A B C' D' E$
1	1	0	1	0	1	$A B C' D E'$
1	1	0	1	1	1	$A B C' D E$
1	1	1	0	0	0	
1	1	1	0	1	0	
1	1	1	1	0	0	
1	1	1	1	1	0	

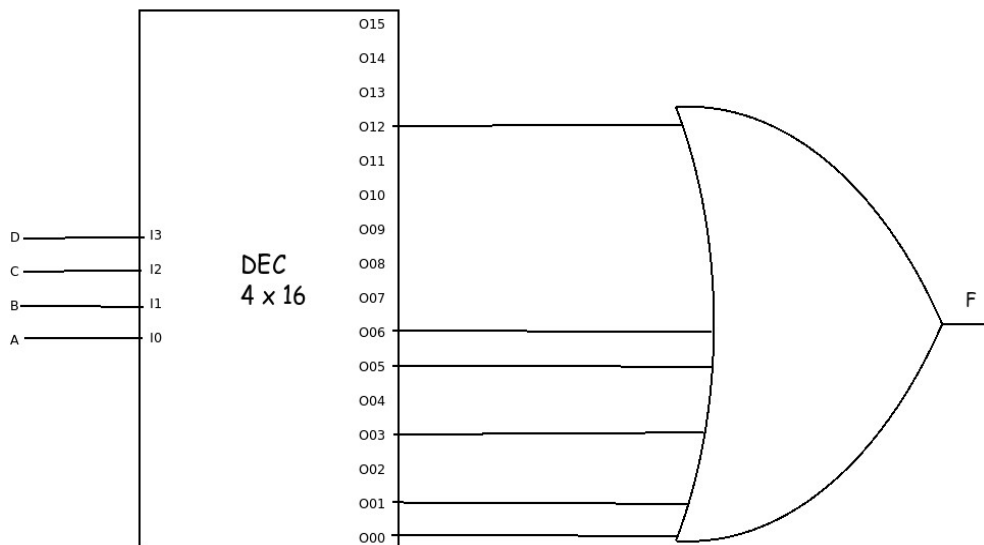
Άρα η συνάρτηση θα γίνει:

$$F(A,B,C,D,E) = A' B' C' D' E' + A' B C D E' + A B C D' E + A B C D' E' + A' B C' D' E' + A' B C' D' E + A' B C' D E' + A' B C' D E + A B' C' D' E' + A B' C' D' E + A B' C' D E' + A B' C' D E + A B C' D' E' + A B C' D' E + A B C' D E' + A B C' D E$$

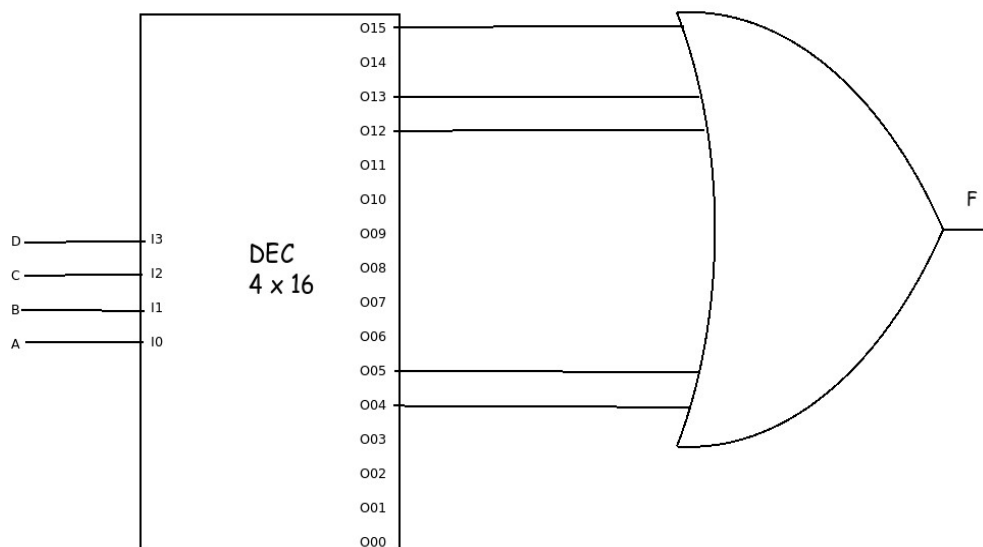
### 3. Να υλοποιήσετε τις 1.1-1.3 (χωρίς απλοποίηση)

#### 3.1 Με αποκωδικοποιητή 4x16

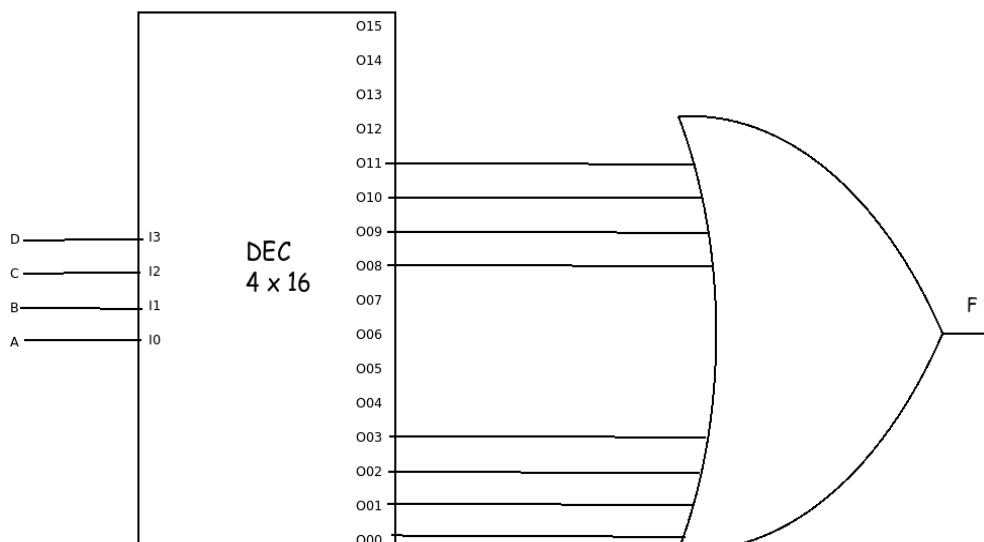
$$3.1.1 F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$$



$$3.1.2 F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$$



$$3.1.3 F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$$

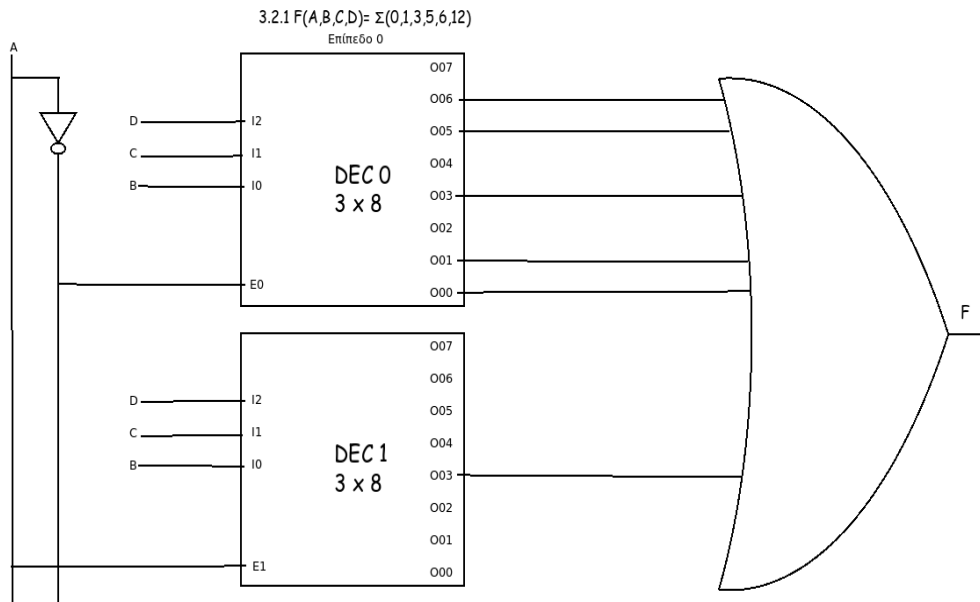




### 3.2 Με αποκωδικοποιητές 3x8 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

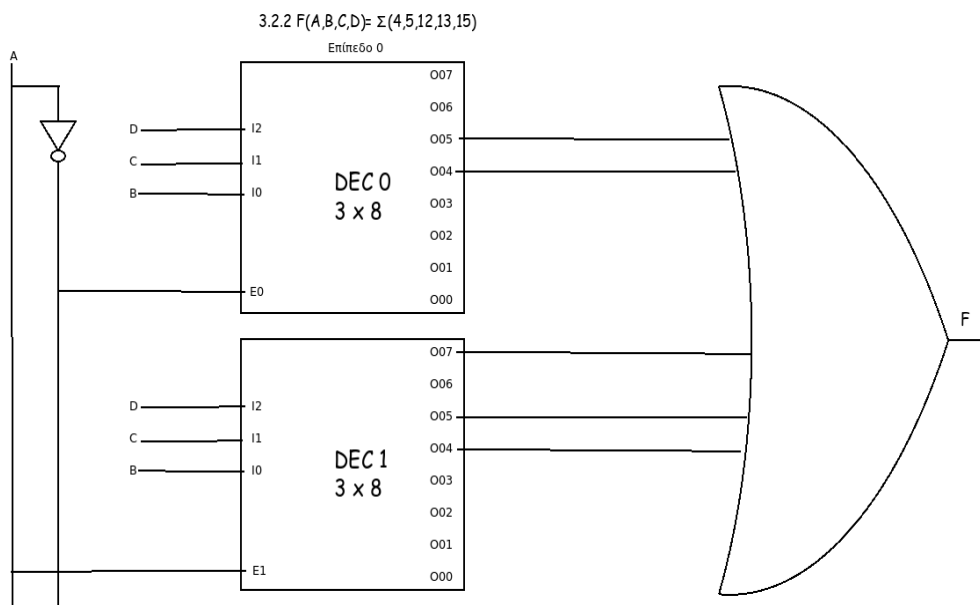
#### 3.2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν  $A=0$ , τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους  $O_{00} - O_{07}$  θα είναι ίση με 1. Όταν  $A=1$ , τότε ανάλογα με τις τιμές του πίνακα αληθείας (στην περίπτωση μας  $B=1, C=0, D=0$ ), η έξοδος  $O_{03}$  (τοπική) του αποκωδικοποιητή DEC1, θα είναι ίση με 1



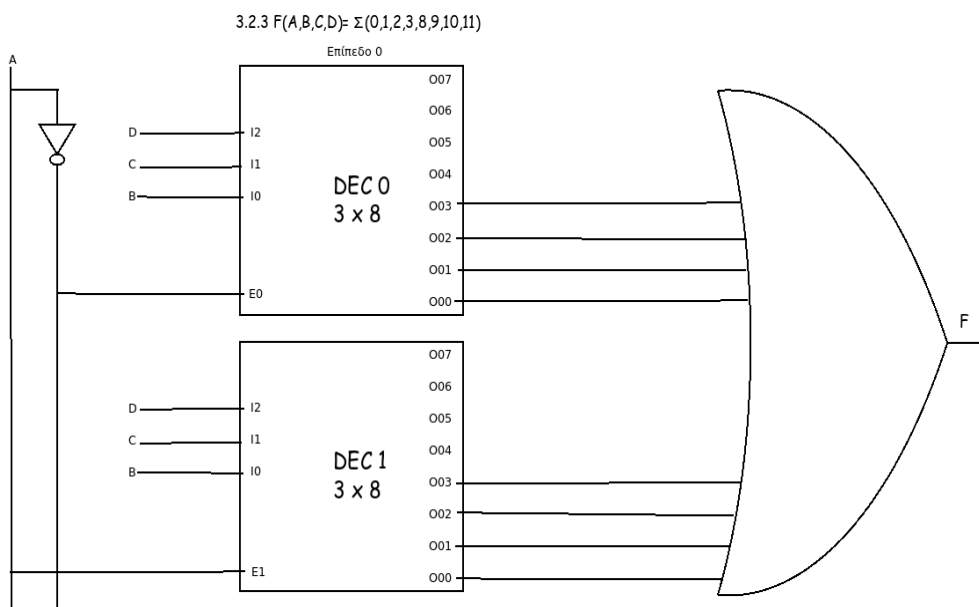
#### 3.2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν  $A=0$ , τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους  $O_{00} - O_{07}$  θα είναι ίση με 1. Όταν  $A=1$ , τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC01 από τις εξόδους  $O_{00} - O_{07}$  θα είναι ίση με 1.



### 3.2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

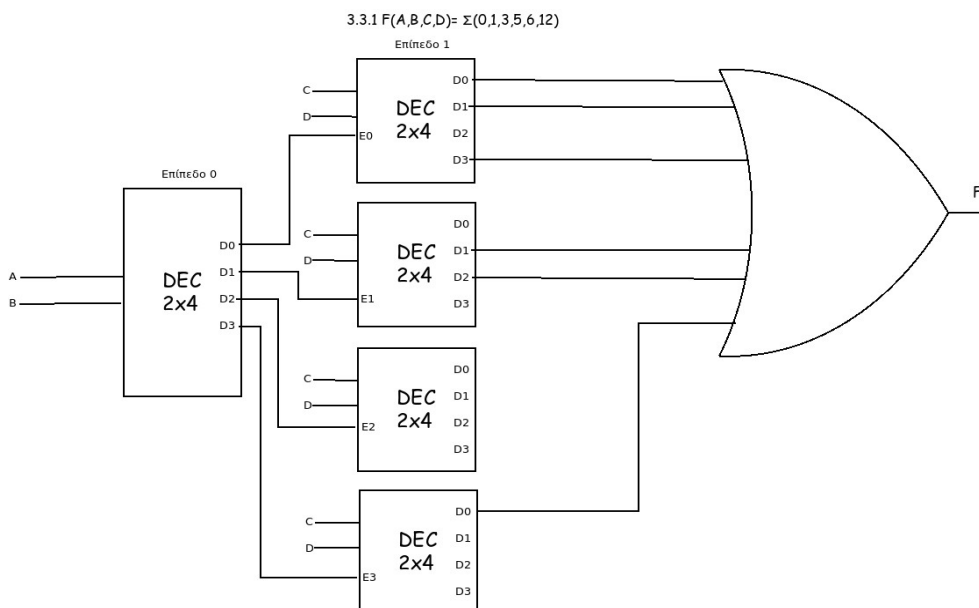
Χρησιμοποιούμε δυο αποκωδικοποιητές 3x8 συνδεδεμένους σε ένα επίπεδο 0. Τον ρόλο του σήματος επίτρεψης θα παίξει το A. Όταν  $A=0$ , τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC0 από τις εξόδους  $O_{00} - O_{07}$  θα είναι ίση με 1. Όταν  $A=1$ , τότε ανάλογα με τις τιμές των B, C, D (πίνακας αληθείας), μία έξοδος του DEC01 από τις εξόδους  $O_{00} - O_{07}$  θα είναι ίση με 1.



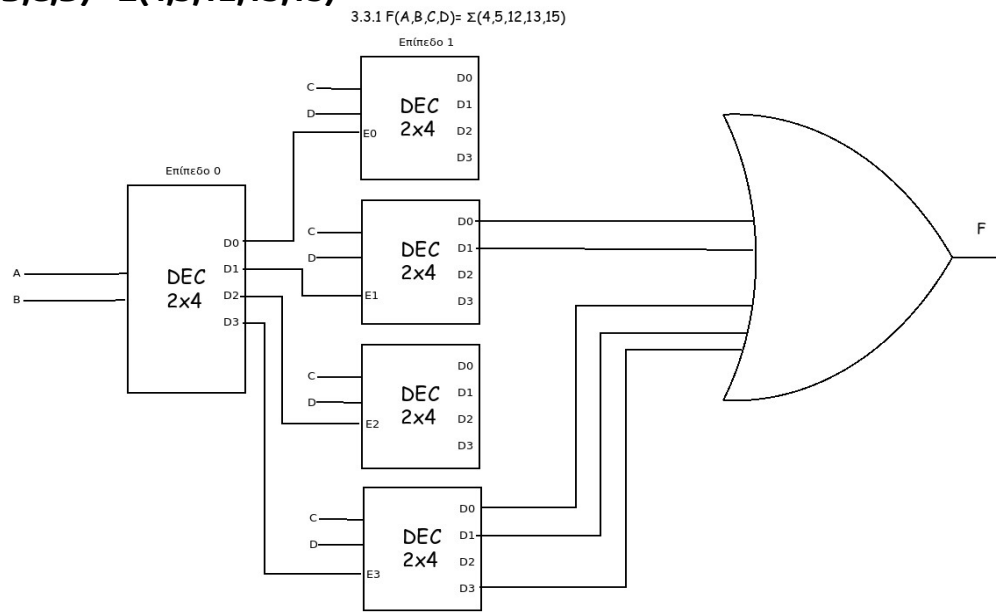
### 3.3 Με αποκωδικοποιητές 2x4 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 4 μεταβλητές, άρα χρειάζεται  $4/2 = 2$  επίπεδα. Έχουμε 16 εξόδους ( $2^4$ ), άρα θα έχουμε 16 εξόδους / 4 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής = 4 αποκωδικοποιητές 2x4. Τα A, B είναι είσοδοι στον DEC του επιπέδου 0, του οποίου οι εξόδοι παίζουν το ρόλο του σήματος επίτρεψης στους DEC του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

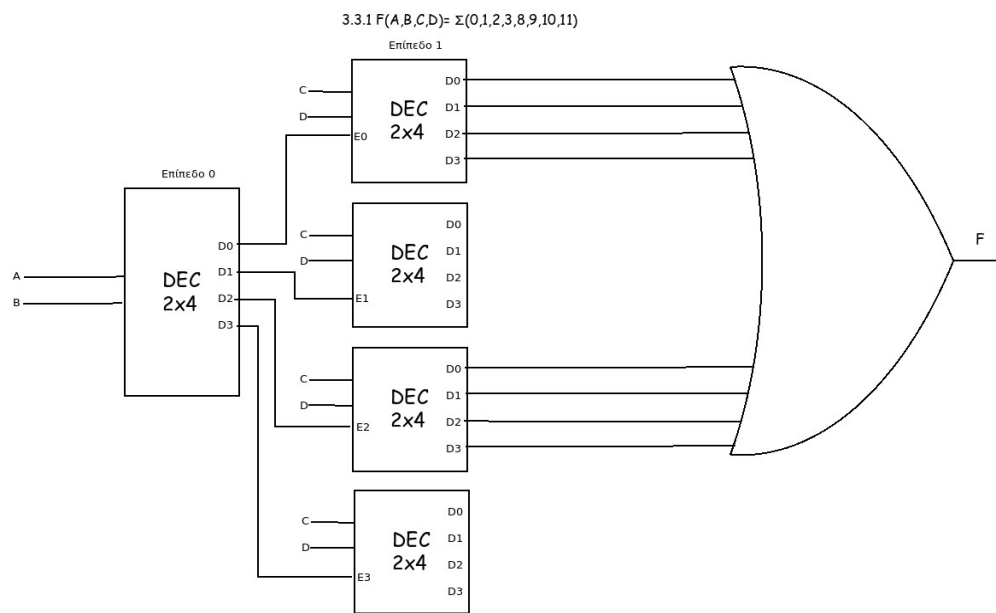
#### 3.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$



3.3.2  $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$



3.3.3  $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

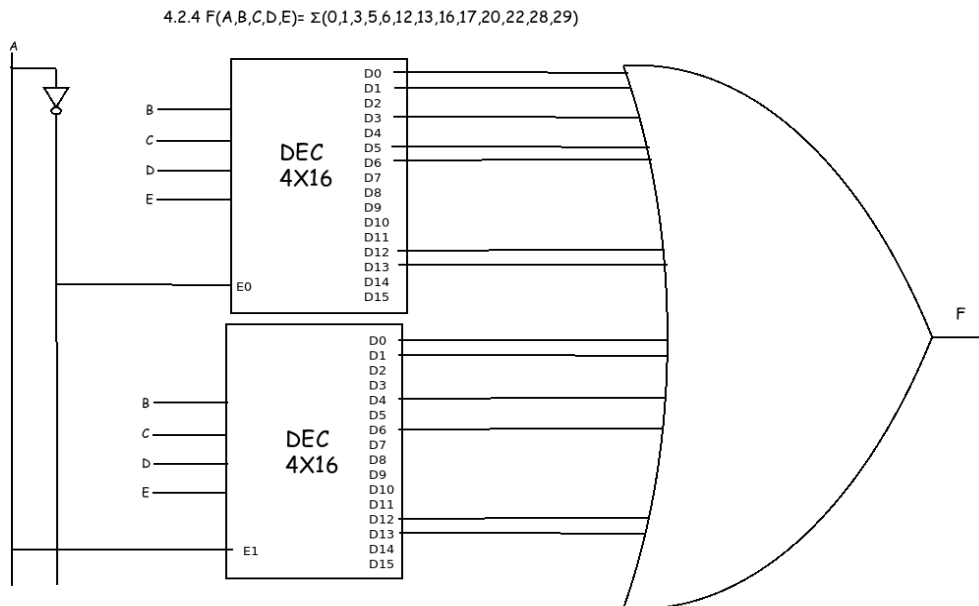


4. Να υλοποιήσετε τις 1.4-1.5 (χωρίς απλοποίηση)  
 4.1 Με αποκωδικοποιητή 5x32

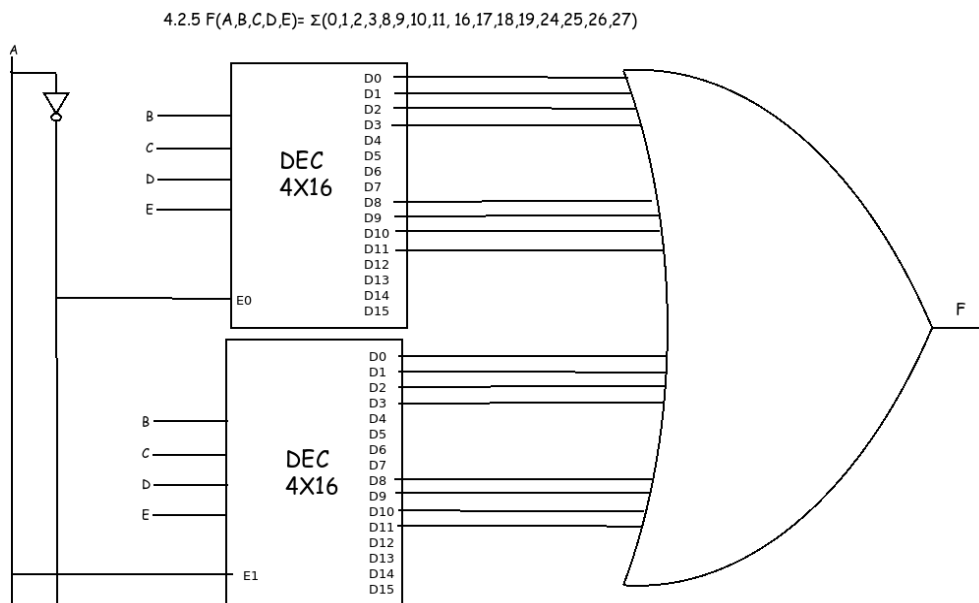
## 4.2 Με αποκωδικοποιητές 4x16 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές ( $2^5 = 32$  εξόδους), άρα χρειαζόμαστε 32 εξόδους / 16 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής = 2 αποκωδικοποιητές 4X16 όπου το A θα είναι το σήμα επίτρεψης και B,C,D,E είναι είσοδοι στους αποκωδικοποιητές.

### 4.2.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



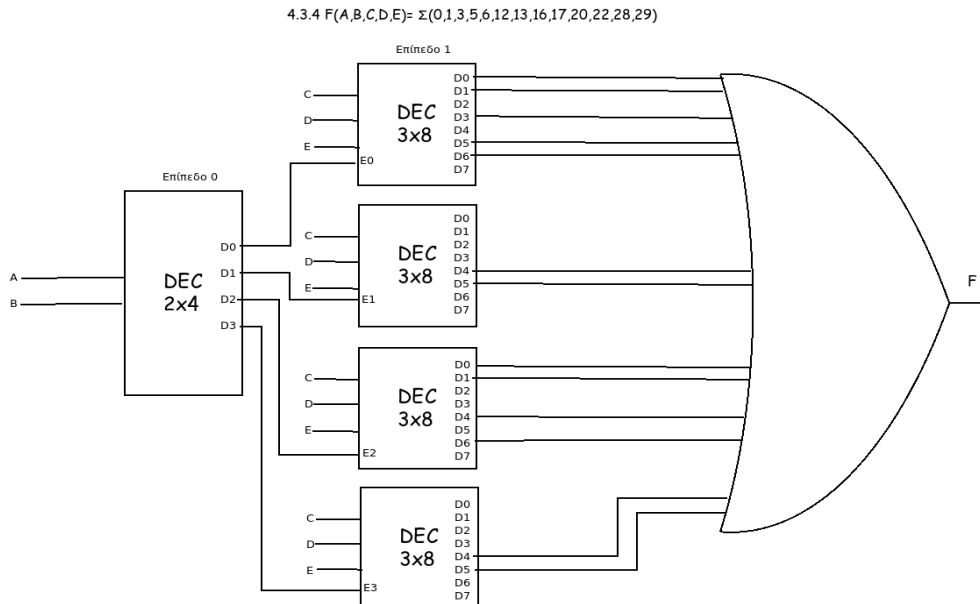
### 4.2.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$



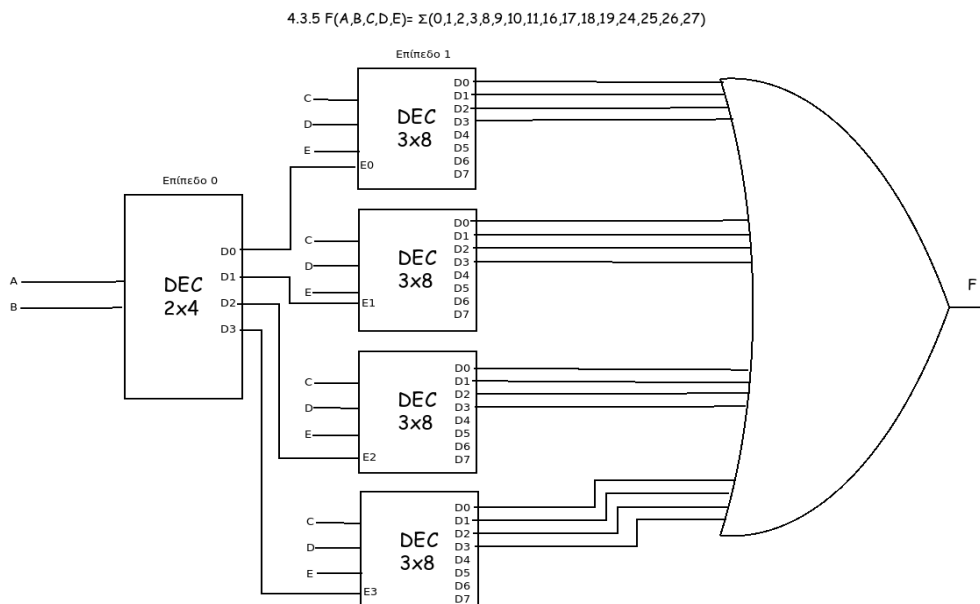
### 4.3 Με αποκωδικοποιητές 3x8 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές Έχουμε 32 εξόδους ( $2^5$ ), άρα θα έχουμε 32 εξόδους / 8 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής= 4 αποκωδικοποιητές 3x8. Τα A,B θα είναι μέσω ενός αποκωδικοποιητή 2x4 το σήμα επίτρεψης στον αποκωδικοποιητή 3x8 του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

#### 4.3.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



#### 4.3.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$

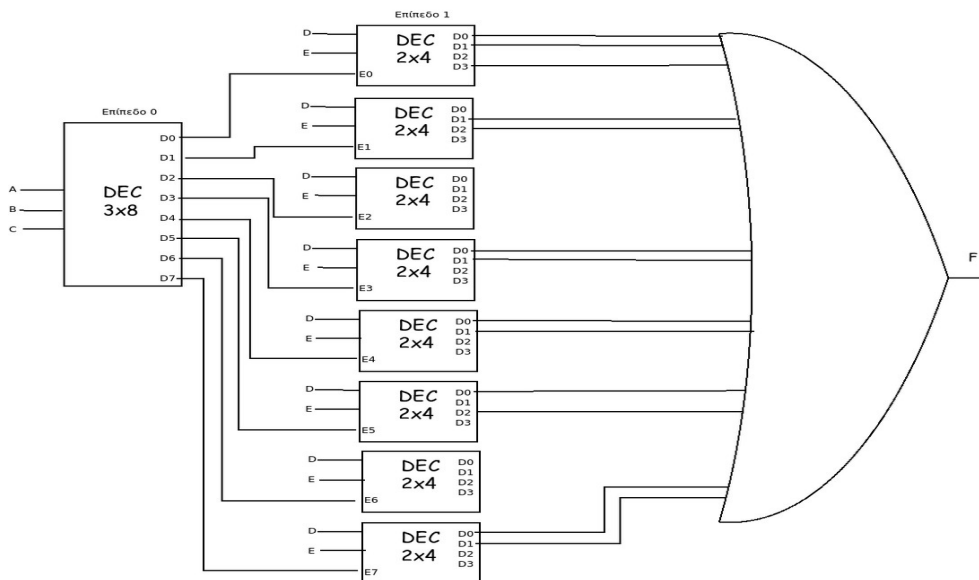


#### 4.4 Με αποκωδικοποιητές 2x4 και ότι άλλο υλικό χρειαστεί

Έχουμε 5 μεταβλητές Έχουμε 32 εξόδους ( $2^5$ ), άρα θα έχουμε 32 εξόδους / 4 εξόδους ο κάθε αποκωδικοποιητής= 8 αποκωδικοποιητές 2x4. Τα A,B,C θα είναι μέσω ενός αποκωδικοποιητή 3x8 το σήμα επίτρεψης στον αποκωδικοποιητή 2x4 του επιπέδου 1, επιλέγοντας έτσι ποιος θα είναι ενεργός.

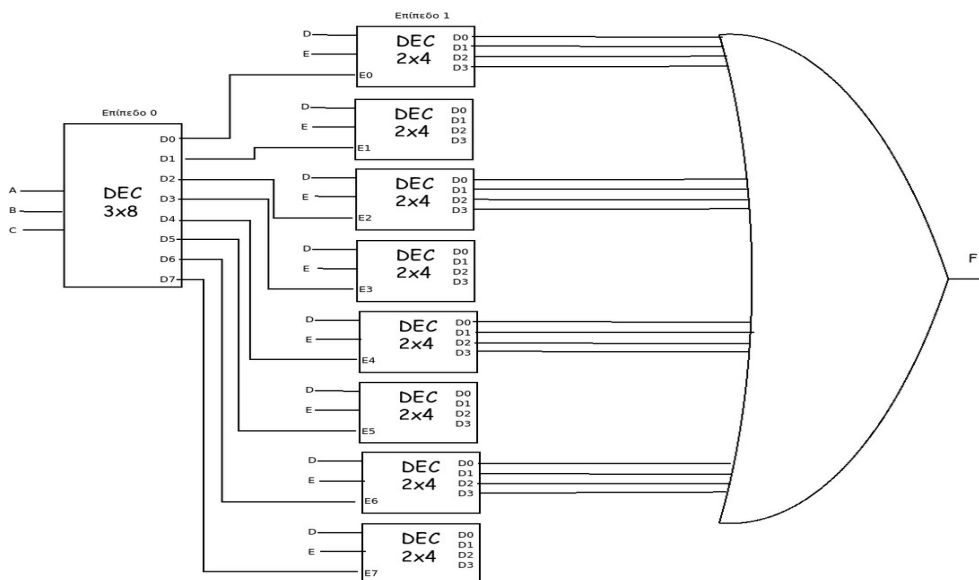
##### 4.4.4 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$

4.4.4  $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$



##### 4.4.5 $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$

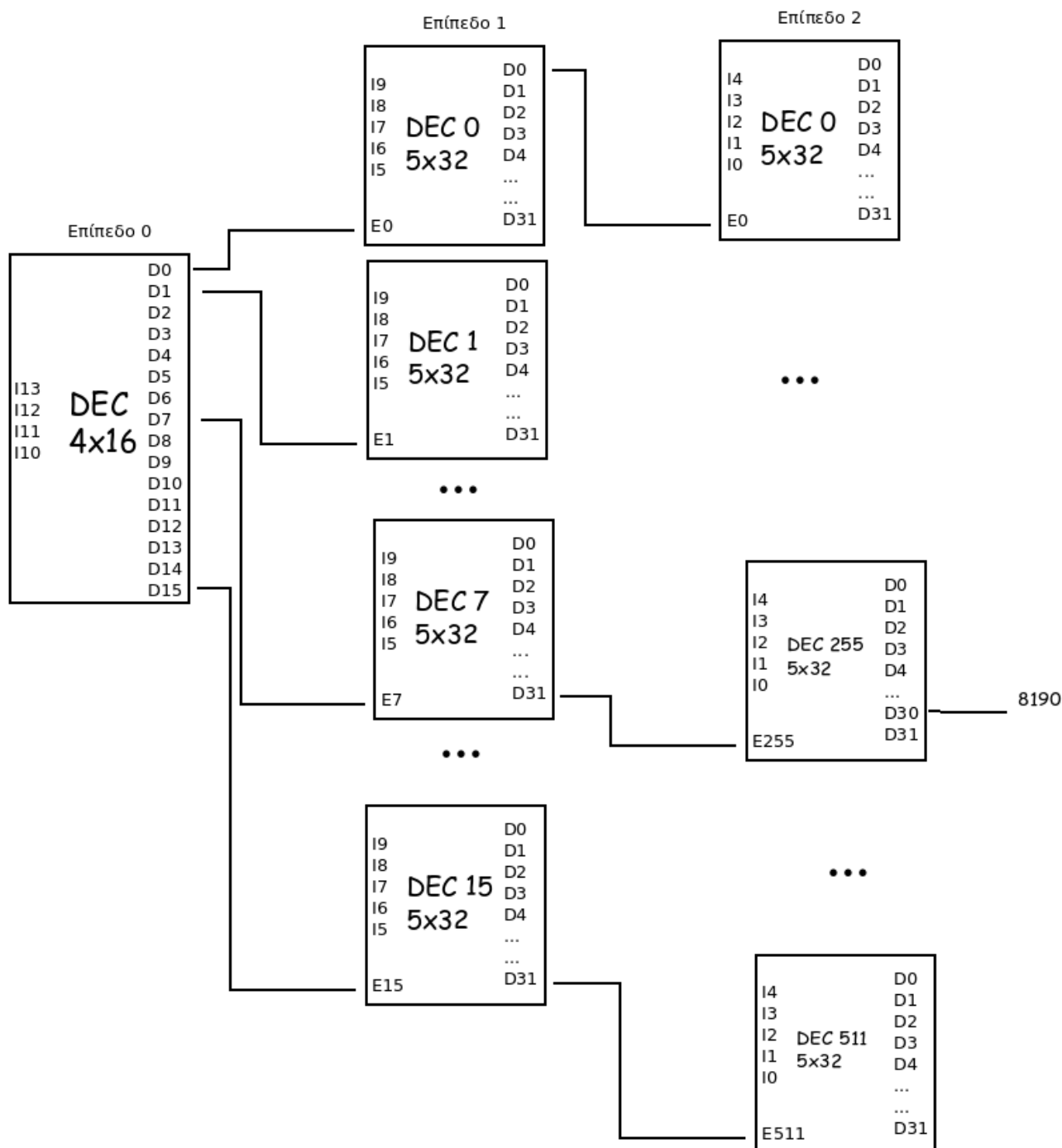
4.4.5  $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11,16,17,18,19,24,25,26,27)$



5. Να υλοποιήσετε έναν αποκωδικοποιητή  $14 \times 2^{14}$  με αποκωδικοποιητές  $5 \times 32$  και  $4 \times 16$  και να δείξετε πως θα αποκωδικοποιηθεί η έξοδος 8190.

14 είσοδοι =  $4 \times 16 + 5 \times 32 + 5 \times 32$  (3 επίπεδα)

5. Αποκωδικοποιητής  $14 \times 2^{14}$  με αποκωδικοποιητές  $5 \times 32$  και  $4 \times 16$  και να αποκωδικοποιηθεί η έξοδος 8190



8190 = 0111 1111 11110

Επίπεδο 0: 0111 άρα  $D_7$  δηλαδή DEC 7 ( $D_{224} - D_{255}$ )

Επίπεδο 1: 1111 άρα  $D_{255}$  δηλαδή DEC 255 ( $D_{8160} - D_{8191}$ )

Επίπεδο 2: 1111 άρα  $D_{30}$  ή  $D_{8190}$

**6. Να επαναλάβετε την Άσκηση 5, για έναν αποκωδικοποιητή  $16 \times 2^{16}$  με αποκωδικοποιητές  $4 \times 16$ , δείχνοντας ξανά την αποκωδικοποίηση της εξόδου 8190.**

16 εισόδους / 4 εισόδους κάθε αποκωδικοποιητής = 4 επίπεδα

$2^{16} / 2^4 = 2^{12} = 4096$  αποκωδικοποιητές  $4 \times 16$  στο επίπεδο 3

$2^{12} / 2^4 = 2^8 = 256$  αποκωδικοποιητές  $4 \times 16$  στο επίπεδο 2

$2^8 / 2^4 = 2^4 = 16$  αποκωδικοποιητές  $4 \times 16$  στο επίπεδο 1

$2^4 / 2^4 = 1$  αποκωδικοποιητή  $4 \times 16$  στο επίπεδο 0

8190 = 0001 1111 1111 1110

Επίπεδο 0: 0001=1 άρα  $D_1$  δηλαδή DEC 1 ( $D_{16} - D_{31}$ )

Επίπεδο 1: 1111=15 άρα  $D_{31}$  δηλαδή DEC 31 ( $D_{496} - D_{511}$ )

Επίπεδο 2: 1111=15 άρα  $D_{511}$  επιλέγεται ο DEC511 ( $D_{8176} - D_{8191}$ )

Επίπεδο 3: 1110=14 άρα αποκωδικοποιείται  $8176+14=8190$



**7. Να υλοποιήσετε έναν αποκωδικοποιητή 15 x 32K ( $2^{15}$ ) χρησιμοποιώντας τρία επίπεδα διασύνδεσης (άρα θα σκεφτείτε το κατάλληλο μέγεθος αποκωδικοποιητών που θα χρησιμοποιήσετε, ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΜΟΝΟ ΕΝΑΣ ΤΡΟΠΟΣ).**

Με αποκωδικοποιητές 5x32:

$$2^{15} / 2^5 = 2^{10} = 1024 \text{ αποκωδικοποιητές } 5 \times 32 \text{ επιπέδου } 2$$

$$2^{10} / 2^5 = 2^5 = 32 \text{ αποκωδικοποιητές } 5 \times 32 \text{ επιπέδου } 1$$

$$2^5 / 2^5 = 1 \text{ αποκωδικοποιητής } 5 \times 32 \text{ επιπέδου } 0$$

**8. Να επαναλάβετε την Άσκηση 7, με διαφορετικά μεγέθη αποκωδικοποιητών από αυτά που χρησιμοποιήσατε στην Άσκηση 7.**

Με αποκωδικοποιητές 6x64:

$$2^{15} / 2^6 = 2^9 = 512 \text{ αποκωδικοποιητές } 6 \times 64 \text{ επιπέδου } 2$$

$$2^9 / 2^6 = 2^3 = 8 \text{ αποκωδικοποιητές } 6 \times 64 \text{ επιπέδου } 1$$

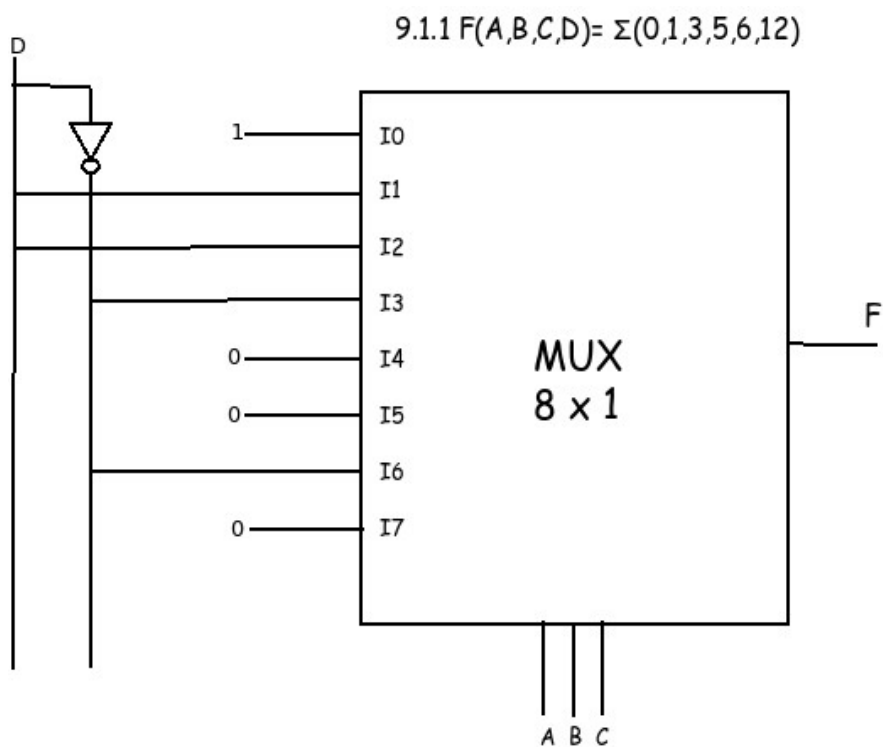
$$1 \text{ αποκωδικοποιητής } 3 \times 8 \text{ επιπέδου } 0$$

## 9. Να υλοποιήσετε τις 1.1-1.3

9.1 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα A,B,C συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το D με τις γραμμές εισόδου.

### 9.1.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

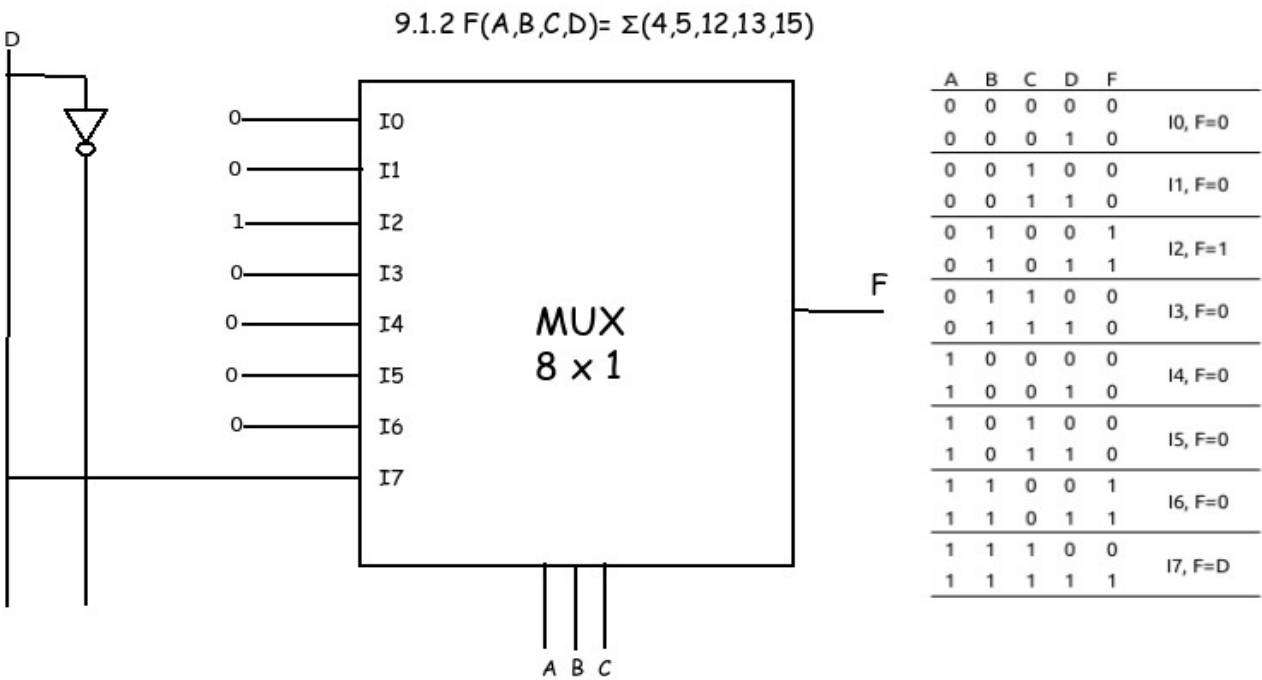
A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	0	I1, F=D
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=D
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	1	I3, F=D'
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	I4, F=0
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	I5, F=0
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	I6, F=D'
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	



A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	0	I1, F=D
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=D
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	1	I3, F=D'
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	I4, F=0
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	I5, F=0
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	I6, F=D'
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	

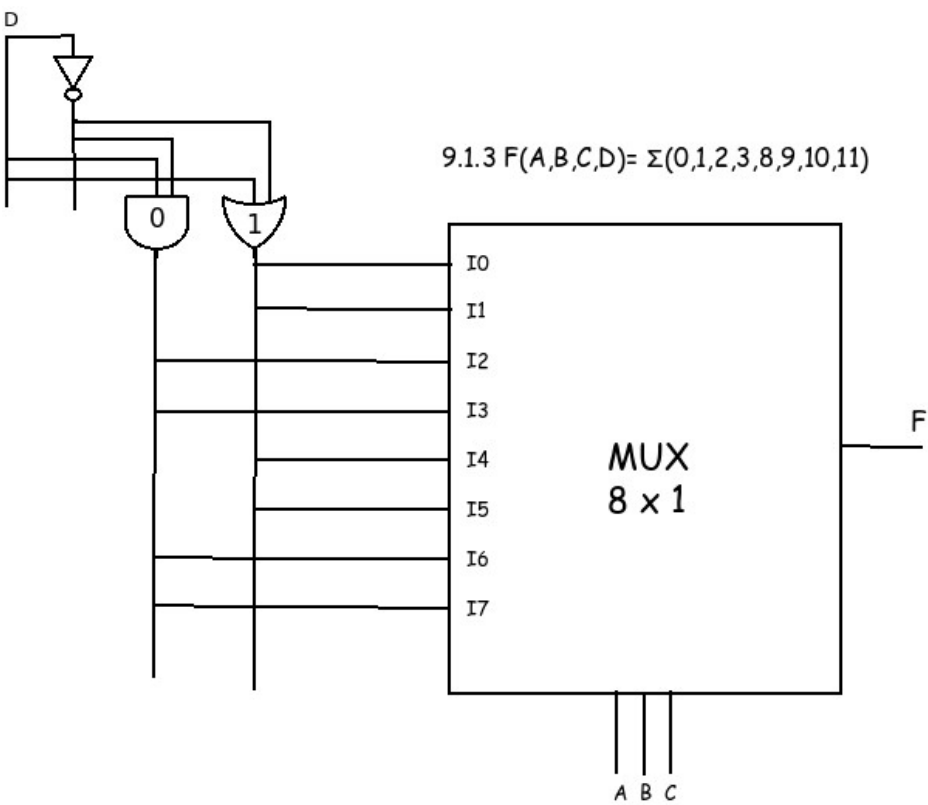
9.1.2  $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	0	I0, F=0
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	0	I1, F=0
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	1	I2, F=1
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	I4, F=0
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	I5, F=0
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	I6, F=1
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	0	I7, F=D
1	1	1	1	1	



9.1.3  $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	I1, F=1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=0
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	I4, F=1
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	I5, F=1
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	I6, F=0
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	



A	B	C	D	F	
0	0	0	0	1	I0, F=1
0	0	0	1	1	
0	0	1	0	1	I1, F=1
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	I2, F=0
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	I3, F=0
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	1	I4, F=1
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	1	I5, F=1
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	I6, F=0
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	I7, F=0
1	1	1	1	0	

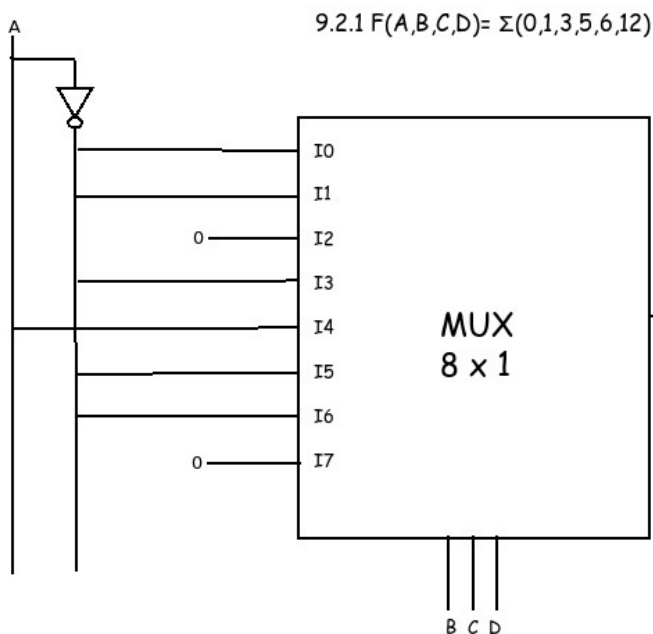
## 9.2 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα B,C, D συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το A με τις γραμμές εισόδου.

### 9.2.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I5
BCD = 110	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

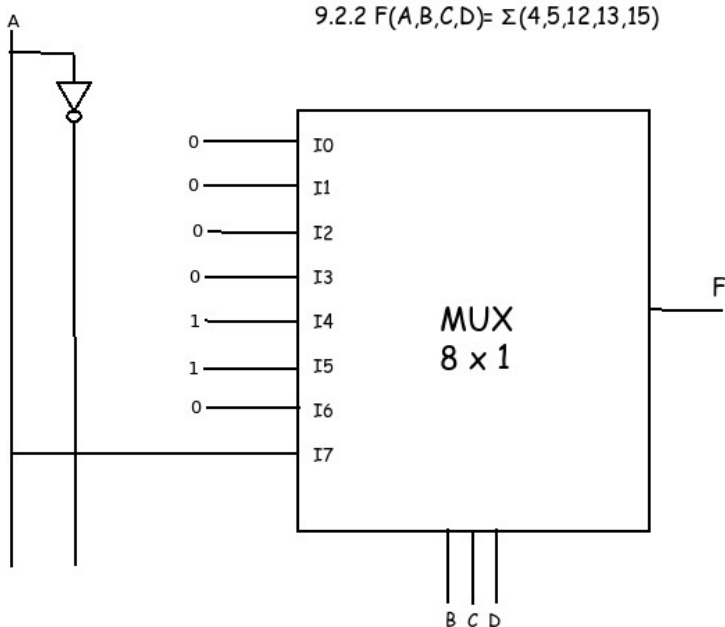
BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I5
BCD = 110	A=0, F=1 A=1, F=0	F=A' → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7

### 9.2.2 $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

BCD = 000	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I0
BCD = 001	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I3
BCD = 100	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

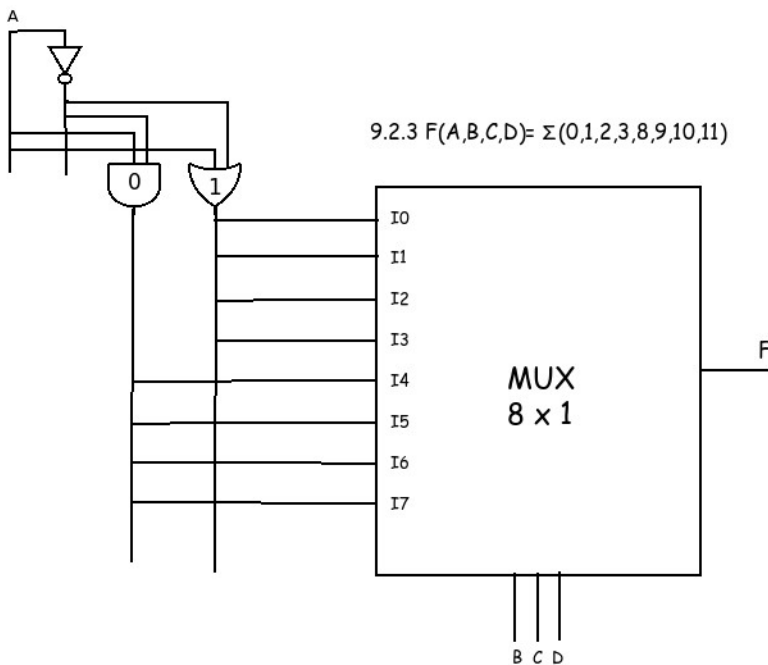
BCD = 000	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I0
BCD = 001	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I1
BCD = 010	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I2
BCD = 011	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I3
BCD = 100	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I4
BCD = 101	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=1	F=A → I7

### 9.2.3 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I1
BCD = 010	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I4
BCD = 101	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7



A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

Θα ομαδοποιήσουμε τις γραμμές επιλογής BCD ώστε διευκολυνθούμε κατά τη σχεδίαση του πολυπλέκτη.

BCD = 000	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I0
BCD = 001	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I1
BCD = 010	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I2
BCD = 011	A=0, F=1 A=1, F=1	F=1 → I3
BCD = 100	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I4
BCD = 101	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I5
BCD = 110	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I6
BCD = 111	A=0, F=0 A=1, F=0	F=0 → I7

**9.3 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα A,B συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα C, D με τις γραμμές εισόδου.**

### 9.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	
0	0	0	0	1	0	1	$I_0$
0	0	0	1	1	0	1	
0	0	1	0	0	0	1	
0	0	1	1	1	0	1	
0	1	0	0	0	1	0	$I_1$
0	1	0	1	1	1	0	
0	1	1	0	1	0	0	
0	1	1	1	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	1	$I_2$
1	0	0	1	0	0	1	
1	0	1	0	0	0	1	
1	0	1	1	0	0	1	
1	1	0	0	1	1	0	$I_3$
1	1	0	1	0	1	0	
1	1	1	0	0	0	0	
1	1	1	1	0	1	0	

$I_0: AB=00$

2 ΟΜΑΔΕΣ:  $F_1=C'+D$

C \ D	0	1
0	1	1
1		1

$F_2=0$

$I_1: AB=01$

$F_1=C \text{ XOR } D$

$F_2=C'$

C \ D	0	1
0	1	1
1		

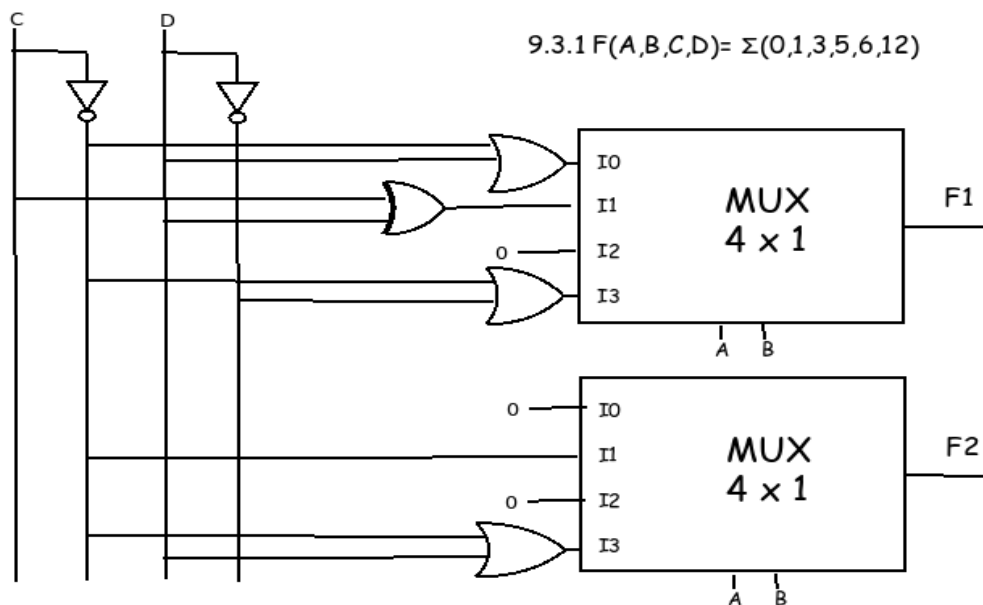
$I_2: AB=10 \rightarrow F_1=0 \text{ και } F_2=0$

$I_3: AB=11$

$F_1=C' D'$

2 ΟΜΑΔΕΣ:  $F_2=C'+D$

C \ D	0	1
0	1	1
1		1





**9.3.2  $F(A,B,C,D) = \Sigma(4,5,12,13,15)$**

A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

**9.3.3  $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,2,3,8,9,10,11)$**

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

**9.4 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα C,D συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B με τις γραμμές εισόδου.**

### 9.3.1 $F(A,B,C,D) = \Sigma(0,1,3,5,6,12)$

A	B	C	D	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>
0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1	0

I<sub>0</sub>: CD=00

**AB=00 AB=01 AB=10 AB=11**

F<sub>1</sub>=1 F<sub>1</sub>=0 F<sub>1</sub>=0 F<sub>1</sub>=1

F<sub>2</sub>=0 F<sub>2</sub>=1 F<sub>2</sub>=0 F<sub>2</sub>=1

F<sub>3</sub>=1 F<sub>3</sub>=0 F<sub>3</sub>=1 F<sub>3</sub>=0

Άρα F<sub>1</sub> = A' XOR B'

Άρα F<sub>2</sub> = B

Άρα F<sub>3</sub> = B'

I<sub>1</sub>: CD=01

**AB=00 AB=01 AB=10 AB=11**

F<sub>1</sub>=1 F<sub>1</sub>=1 F<sub>1</sub>=0 F<sub>1</sub>=0

F<sub>2</sub>=0 F<sub>2</sub>=1 F<sub>2</sub>=0 F<sub>2</sub>=1

F<sub>3</sub>=1 F<sub>3</sub>=0 F<sub>3</sub>=1 F<sub>3</sub>=0

Άρα F<sub>1</sub> = A' \*

Άρα F<sub>2</sub> = B

Άρα F<sub>3</sub> = B'

\* 1 ΟΜΑΔΑ άρα F<sub>1</sub>=A'

A \ B	0	1
0	1	1
1		

I<sub>2</sub>: CD=10

**AB=00 AB=01 AB=10 AB=11**

F<sub>1</sub>=0 F<sub>1</sub>=1 F<sub>1</sub>=0 F<sub>1</sub>=0

F<sub>2</sub>=0 F<sub>2</sub>=0 F<sub>2</sub>=0 F<sub>2</sub>=1

F<sub>3</sub>=1 F<sub>3</sub>=0 F<sub>3</sub>=1 F<sub>3</sub>=0

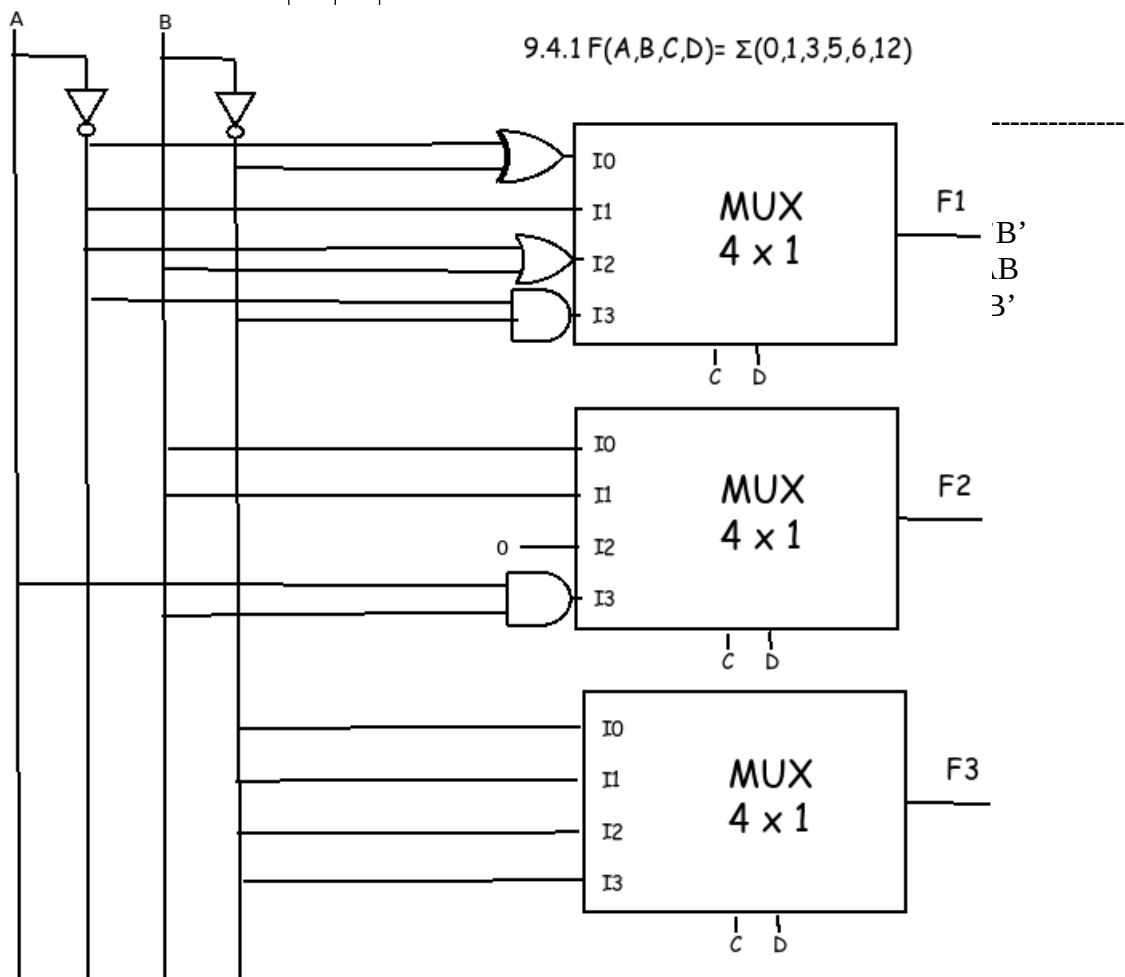
Άρα F<sub>1</sub> = A' + B\*

Άρα F<sub>2</sub> = 0

Άρα F<sub>3</sub> = B'

\* 1 ΟΜΑΔΑ άρα F<sub>1</sub>=A'+B

A \ B	0	1
0		
1		

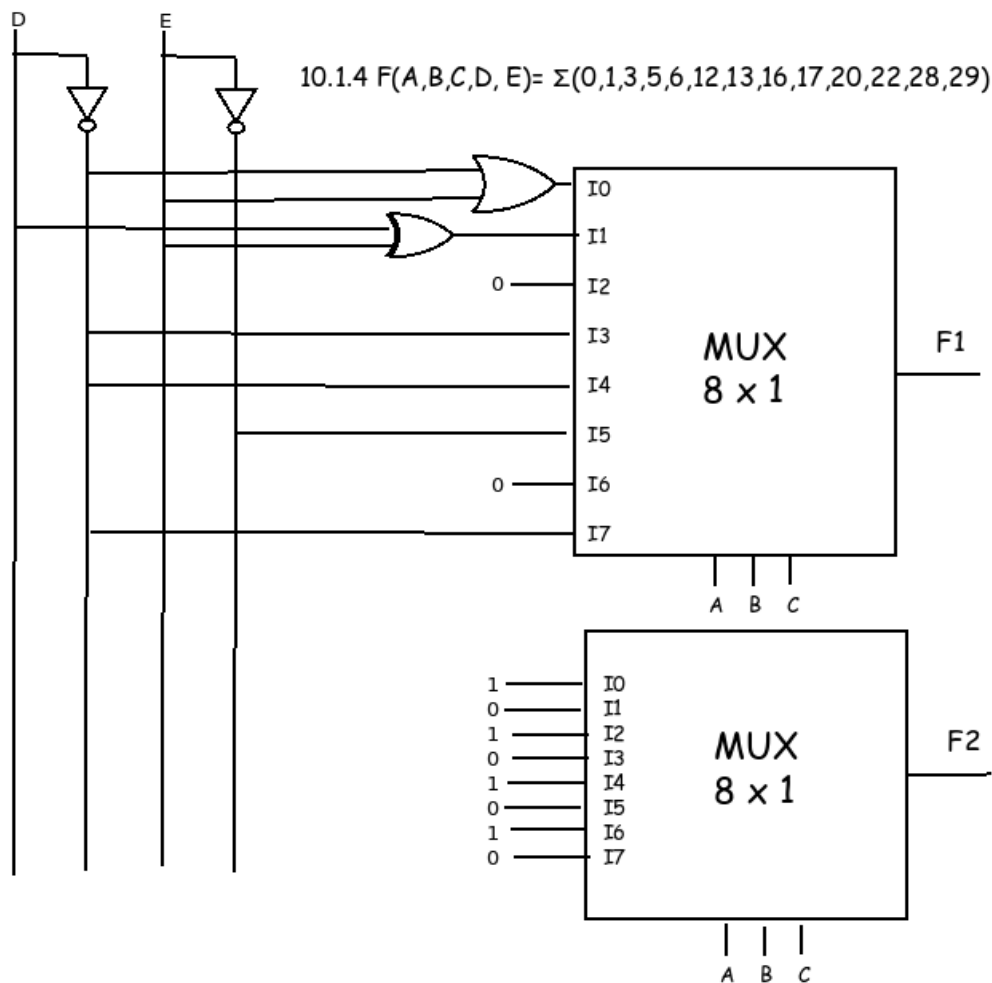


**10. Να υλοποιήσετε τις 1.4-1.5**

**10.1 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα A,B,C συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα D,E με τις γραμμές εισόδου.**

**10.1.4  $F(A,B,C,D,E) = \Sigma(0,1,3,5,6,12,13,16,17,20,22,28,29)$**

A	B	C	D	E	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	
0	0	0	0	0	1	1	
0	0	0	0	1	1	1	I <sub>0</sub> F <sub>1</sub> = D' + E F <sub>2</sub> = 1
0	0	0	1	0	0	1	
0	0	0	1	1	1	1	
0	0	1	0	0	0	0	
0	0	1	0	1	1	0	I <sub>1</sub> F <sub>1</sub> = D XOR E F <sub>2</sub> = 0
0	0	1	1	0	1	0	
0	0	1	1	1	0	0	
0	1	0	0	0	0	1	
0	1	0	0	1	0	1	I <sub>2</sub> F <sub>1</sub> = 0 F <sub>2</sub> = 1
0	1	0	1	0	0	1	
0	1	0	1	1	0	1	
0	1	1	0	0	1	0	
0	1	1	0	1	1	0	I <sub>3</sub> F <sub>1</sub> = D' F <sub>2</sub> = 0
0	1	1	1	0	0	0	
0	1	1	1	1	0	0	
1	0	0	0	0	1	1	
1	0	0	0	1	1	1	I <sub>4</sub> F <sub>1</sub> = D' F <sub>2</sub> = 1
1	0	0	1	0	0	1	
1	0	0	1	1	0	1	
1	0	1	0	0	1	0	
1	0	1	0	1	0	0	I <sub>5</sub> F <sub>1</sub> = E F <sub>2</sub> = 0
1	0	1	1	0	1	0	
1	0	1	1	1	0	0	
1	1	0	0	0	0	1	
1	1	0	0	1	0	1	I <sub>6</sub> F <sub>1</sub> = 0 F <sub>2</sub> = 1
1	1	0	1	0	0	1	
1	1	0	1	1	0	1	
1	1	1	0	0	1	0	
1	1	1	0	1	1	0	I <sub>7</sub> F <sub>1</sub> = D' F <sub>2</sub> = 0
1	1	1	1	0	0	0	
1	1	1	1	1	0	0	



10.2 Με πολυπλέκτη 8x1, όπου τα C, D, E συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B με τις γραμμές εισόδου.

10.3 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα A, B συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα C, D, E με τις γραμμές εισόδου.

10.4 Με πολυπλέκτη 4x1, όπου τα D, E συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και τα A, B, C με τις γραμμές εισόδου.

10.5 Με πολυπλέκτη 16x1, όπου τα A-D συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το E με τις γραμμές εισόδου.

10.6 Με πολυπλέκτη 16x1, όπου τα B-E συνδέονται με τις γραμμές επιλογής και το A με τις γραμμές εισόδου.