

## Άσκηση 2

$$AM=2964 \quad a=2, b=9, \gamma=6, \delta=4$$

Για να λύσω τα ερωτήματα θα χρησιμοποιήσω τις παρακάτω ιδιότητες:

$$① (d^T x)' = d$$

$$② \|x\|^2 = x^T x$$

$$③ (x^T x)' = 2x$$

$$④ (x^T d)' = d$$

$$⑤ (x^T B x)' = 2Bx \quad \text{αν ο } B \text{ είναι συμμετρικός } B^T = B$$

$$⑥ (AB)^T = B^T A^T$$

$$a) (9 \cdot f^T x + 3)' = (9 f^T x)' + \cancel{3}' \stackrel{①}{=} 9f + 0 = 9f$$

$$b) [6\|x\|^2 + 2f^T x + x^T(D+9I)f + 4f^T D^T f]' \stackrel{②}{=} \\ (6 x^T x)' + (2f^T x)' + [(D+9I)f]' + (4f^T D^T f)' \stackrel{③, ④}{=} \\ \text{σταθερά}$$

$$12x + 2f + (D+9I)f + 0 = 12x + 2f + (D+9I)f$$

$$b) \text{ Θα πρέπει } g'(x) = 0 \Rightarrow \left[ \frac{1}{2} x^T (D^T D + 2I)x + f^T x + 10 \right]' = 0$$

$$\left[ \frac{1}{2} x^T (D^T D + 2I)x \right]' + (f^T x)' + (10)' = 0 \stackrel{③, ⑥}{\Rightarrow}$$

$$\frac{1}{2} (D^T D + 2I)x + f + 0 = 0 \Rightarrow (D^T D + 2I)x + f = 0,$$

$$x = -(D^T D + 2I)^{-1} f$$

$$*(D^T D + 2I)^T = (D^T D)^T + 2I^T \stackrel{⑥}{=} D^T D + 2I, \text{ Άρα}$$

$$(D^T D + 2I)^T = D^T D + 2I, \text{ οπότε ο πίνακας } D^T D + 2I \text{ είναι συμμετρικός, επομένως μπορεί να εφαρμοστεί την } ⑤$$