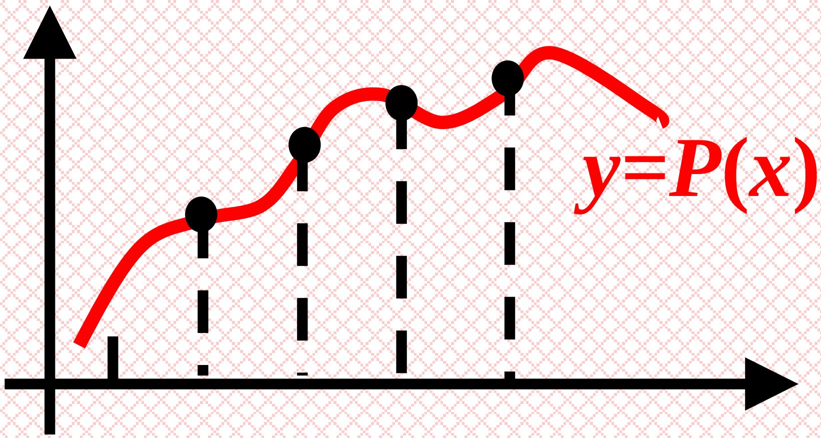
第三章　插值与拟合



插值与拟合

- 插值与拟合是数据处理和编制函数表的常用工具，也是数值积分、数值微分、非线性方程求根和微分方程数值解的重要基础，许多求解计算公式都是以插值为基础导出的。

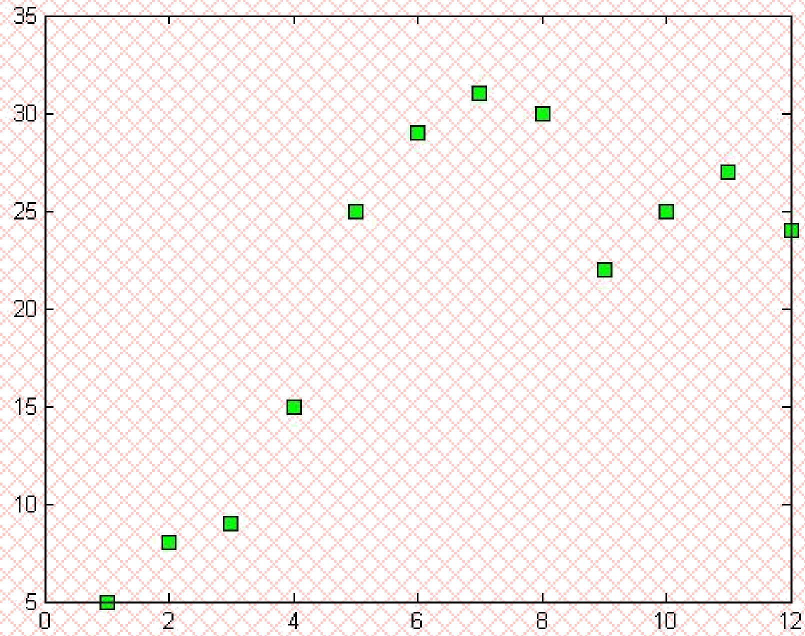
在实际中，常常要处理由实验或测量所得到的一些离散数据。

例：从1点12点的11小时内，每隔1小时测量一次温度，测得的温度的数值依次为：5，8，9，15，25，29，31，30，22，25，27，24．试估计每隔1/10小时的温度值．

```
%interp_1
hours=1:12;
temps=[5 8 9 15 25 29 31 30 22 25 27 24];
plot(hours,temps,'rs')
```

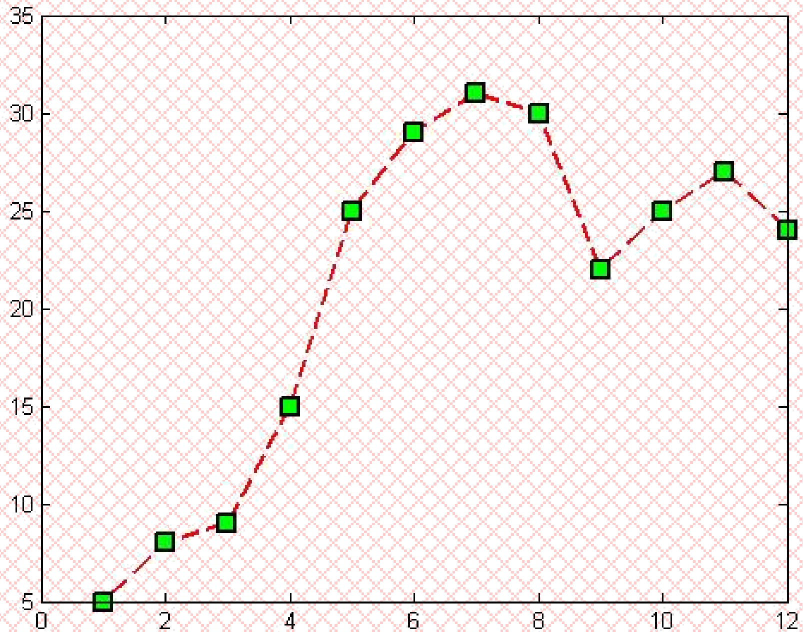
在实际中，常常要处理由实验或测量所得到的一些离散数据。

例：从1点12点的11小时内，每隔1小时测量一次温度，测得的温度的数值依次为：5，8，9，15，25，29，31，30，22，25，27，24．试估计每隔1/10小时的温度值.



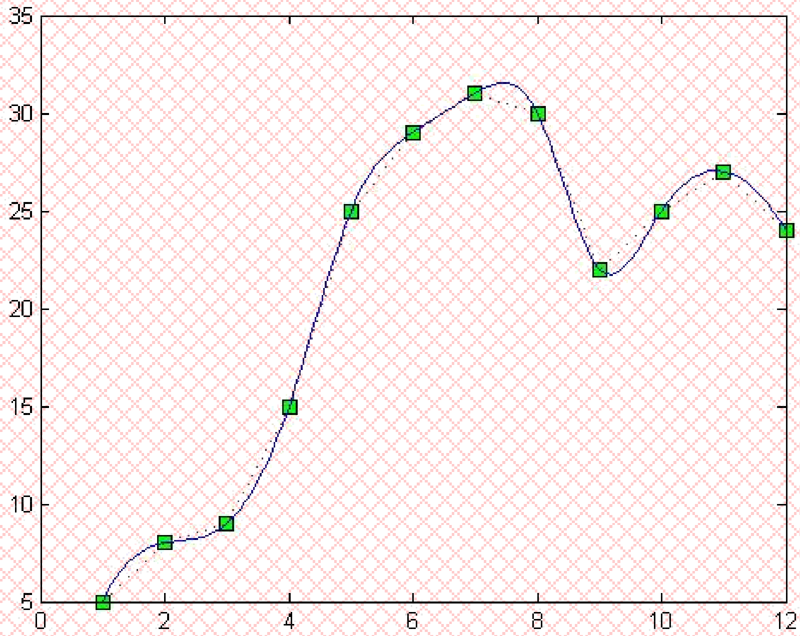
在实际中，常常要处理由实验或测量所得到的一些离散数据。

例：从1点12点的11小时内，每隔1小时测量一次温度，测得的温度的数值依次为：5，8，9，15，25，29，31，30，22，25，27，24．试估计每隔1/10小时的温度值．



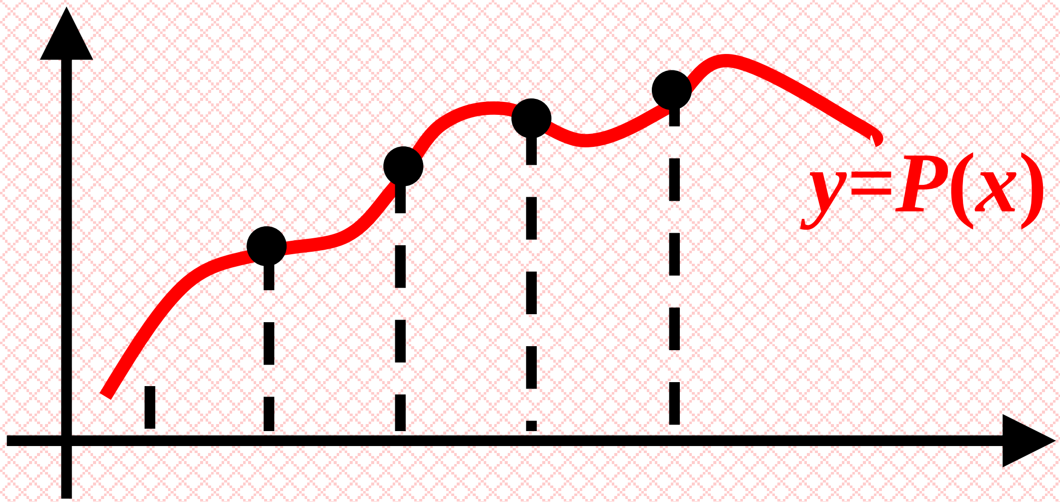
在实际中，常常要处理由实验或测量所得到的一些离散数据。

例：从1点12点的11小时内，每隔1小时测量一次温度，测得的温度的数值依次为：5，8，9，15，25，29，31，30，22，25，27，24．试估计每隔1/10小时的温度值.



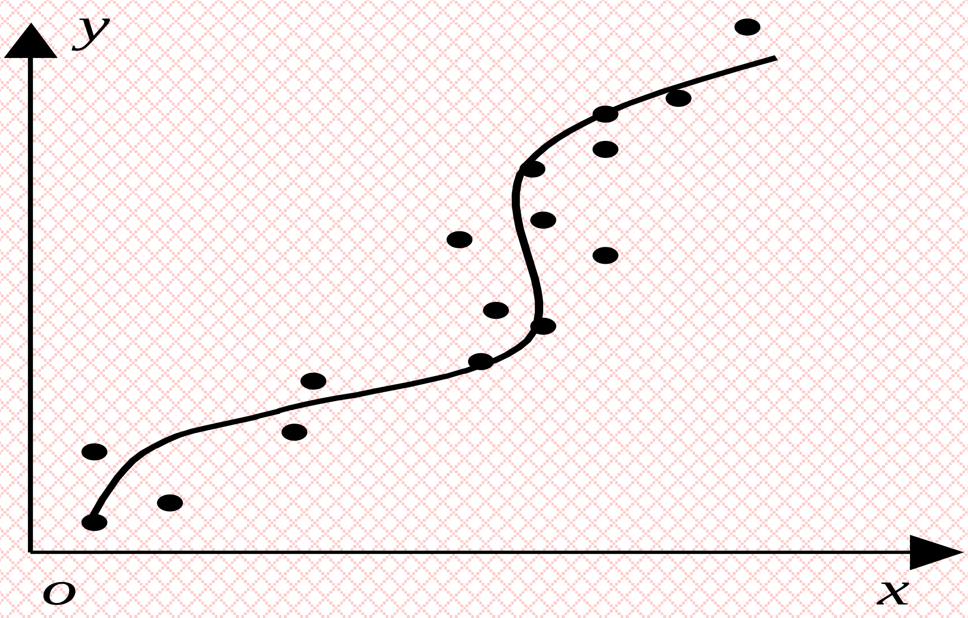
插值与拟合方法就是要通过这些数据去确定某一类已知函数的参数或寻求某个近似函数，使所得到的近似函数与已知数据有较高的拟合精度。

如果要求这个近似函数经过所已知的所有数据点，则称此类问题为插值问题。



如果要求这个近似函数经过所已知的所有数据点，则称此类问题为数据插值问题。

如果不要求近似函数通过所有数据点，而是要求它能较好地反映数据变化的规律，此类问题称为拟合问题。



3.1 插值

3.1.1 一维插值（曲线插值）

3.1.2 二维插值（曲面插值）

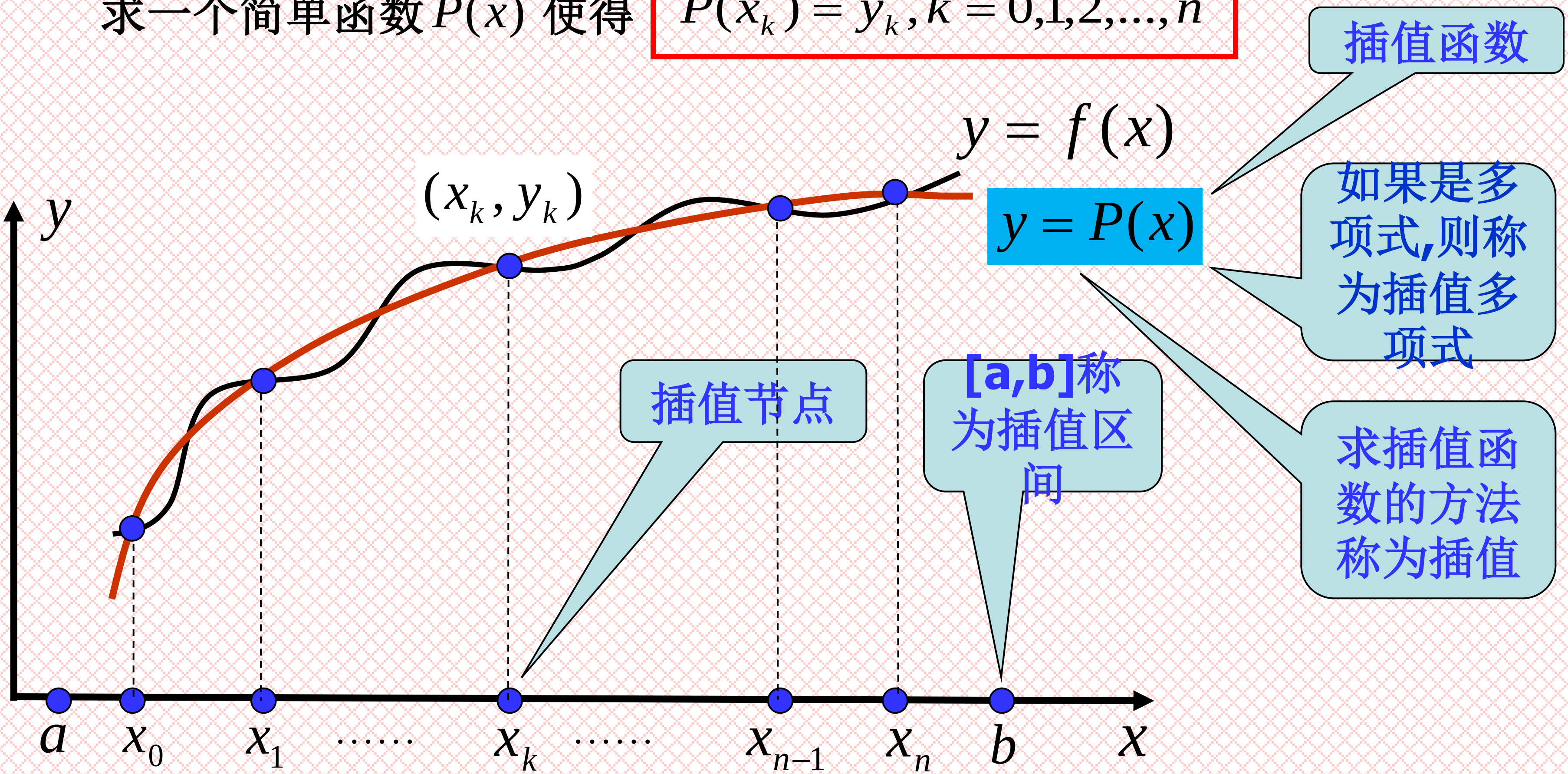
3.1.1 一维插值

设函数 $y=f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有定义, 已知在点 $a\le x_0<x_1<\cdots<x_n\le b$ 上的函数值 $y_0\ \ y_1\ \cdots\ y_n$ ，即 $y_k=f(x_k),k=0,1,2,...,n$ 。

插值条件

插值问题:

求一个简单函数 $P(x)$ 使得 $\boxed{P(x_k)=y_k,k=0,1,2,...,n}$



插值的Matlab函数

基本格式：

yc=interp1(x,y,cx,’method’)

% x,y分别表示已知数据点的横、纵坐标向量，**x**必须单调；

% cx为需要插值的横坐标数据

% method为插值方法，有

‘nearest’ 最临近点插值

‘linear’ 线性插值（默认）

‘spline’ 三次样条插值

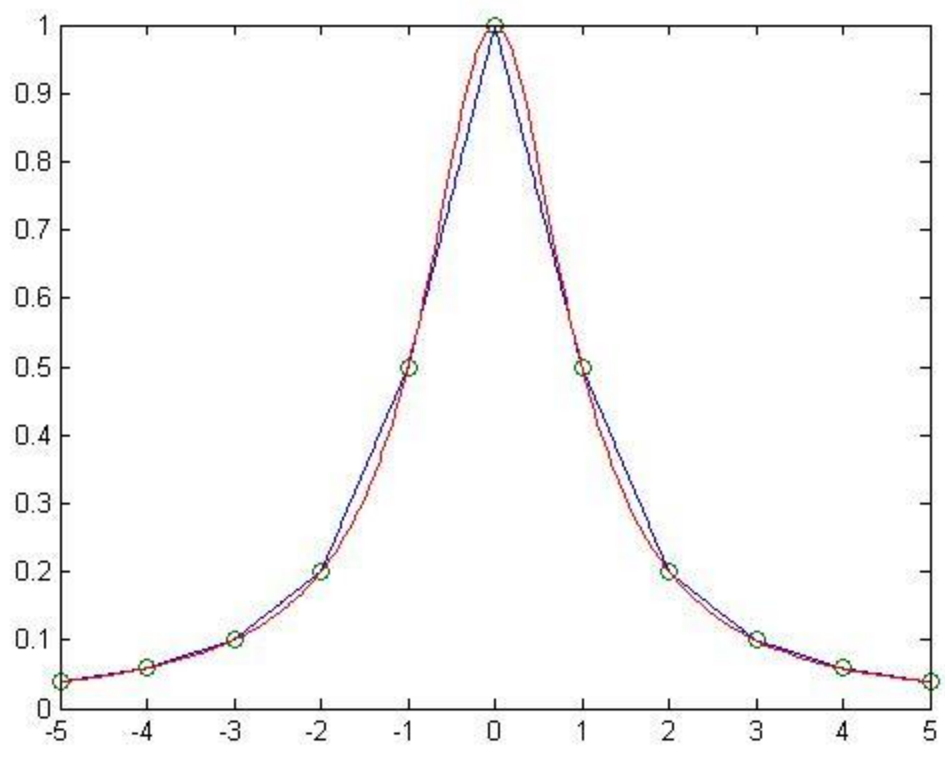
‘cubic’ 三次插值

插值主要参数

参数名称	说明	特点
nearest	邻近点插值法。根据已知两点间的插值点与这两点之间的位置远近插值。当插值点距离前点近时，取前点的值，否则取后点的值	速度最快，但平滑性差
linear	线性插值。把相邻的数据点用直线连接，按所生成的曲线进行插值，是默认的插值方法	占有的内存较邻近点插值方法多，运算时间也稍长，与邻近点插值不同，其结果是连续的，但在顶点处的斜率会改变
spline	三次样条插值。用已知数据求出样条函数后，按照样条函数插值	运算时间长，但内存的占有较立方插值方法要少，三次样条插值的平滑性很好，但如果输入的数据不一致或数据点过近，可能出现很差的插值结果
cubic	立方插值法，也称三次多项式插值。用已知数据构造出三次多项式进行插值	需要较多的内存和运算时间，平滑性很好

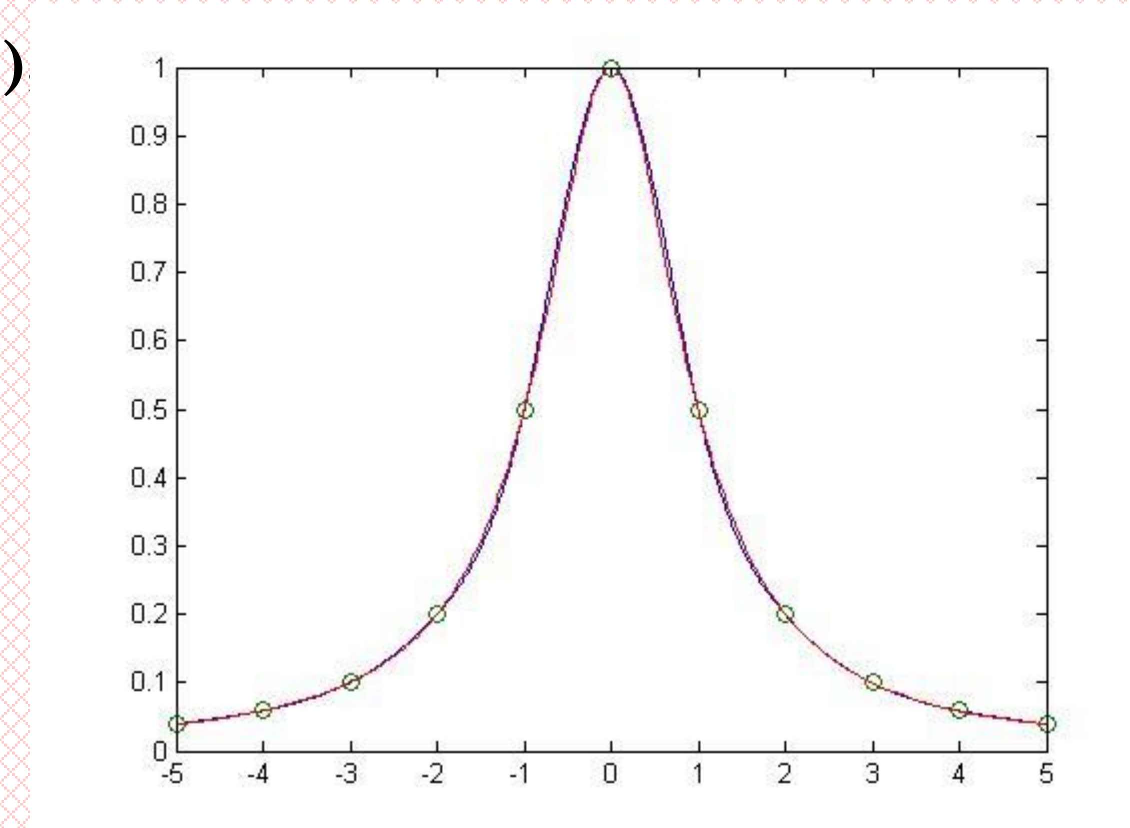
例1： 对函数 $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$ 进行11个点的三次样条插值：

```
x=[-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5];
y=[1/26,1/17,0.1,0.2,0.5,1,0.5,0.2,0.1,1/17,1/26];
xi=-5:0.01:5;
yi=interp1(x, y, xi);
plot(xi, yi, x, y, 'o')
hold on
f=inline('1/(x^2+1)');
fplot(f,[-5,5],'r')
```



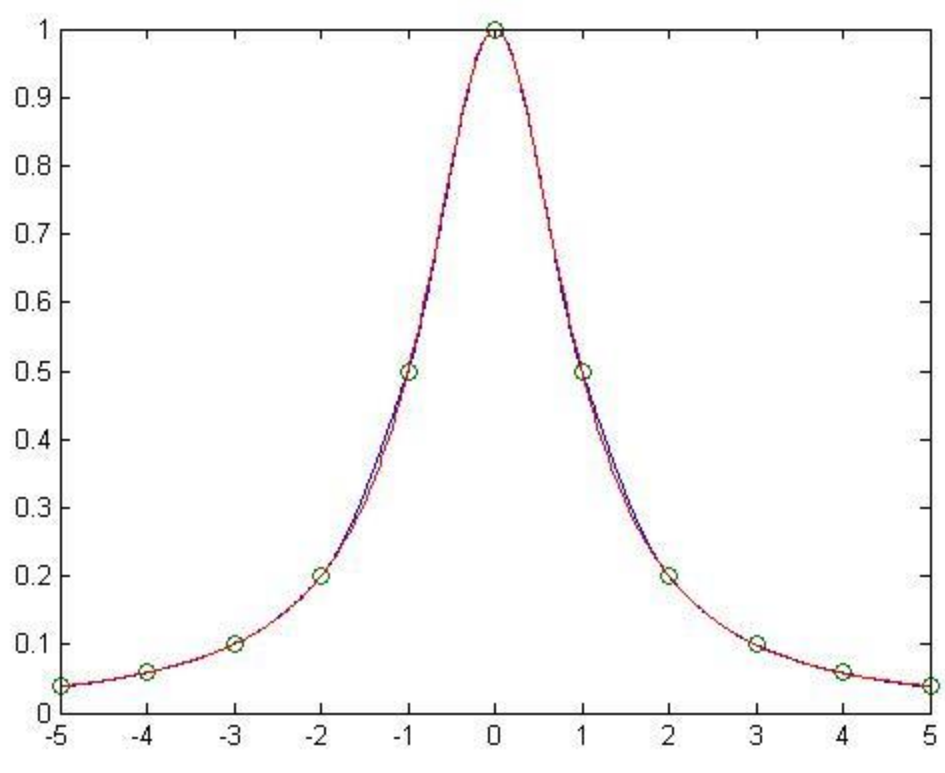
例1：　对函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$ 进行11个点的三次样条插值：

```
x=[-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5];
y=[1/26,1/17,0.1,0.2,0.5,1,0.5,0.2,0.1,1/17,1/26];
xi=-5:0.01:5;
yi=interp1(x, y, xi, 'spline');
plot(xi, yi, x, y, 'o')
hold on
f=inline('1/(x^2+1)');
fplot(f,[-5,5],'r')
```



例1： 对函数 $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$ 进行11个点的三次样条插值：

```
x=[-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5];
y=[1/26,1/17,0.1,0.2,0.5,1,0.5,0.2,0.1,1/17,1/26];
xi=-5:0.01:5;
yi=interp1(x, y, xi, ‘cubic');
plot(xi, yi, x, y, 'o')
hold on
f=inline('1/(x^2+1)');
fplot(f,[-5,5],'r')
```



实验题1

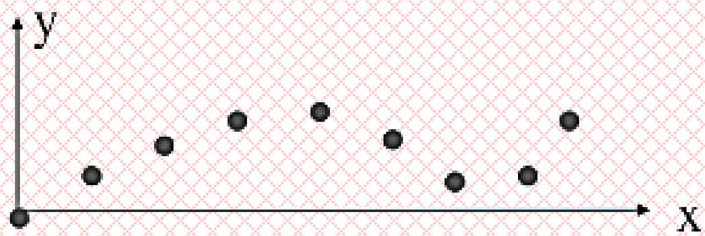
例：在1-12的11小时内，每隔1小时测量一次温度，测得的温度依次为：5，8，9，15，25，29，31，30，22，25，27，24。试估计每隔1/10小时的温度值。

```
hours=1:12;
temps=[5 8 9 15 25 29 31 30 22 25 27 24];
h=1:0.1:12;
t=interp1(hours,temps,h,'spline');
plot(hours,temps,'+',h,t,hours,temps,'r:')    %作图
xlabel('Hour'),ylabel('Degrees Celsius’)
```

实验题2

例　已知飞机下轮廓线上数据如下，求x每改变0.1时的y值。

X	0	3	5	7	9	11	12	13	14	15
Y	0	1.2	1.7	2.0	2.1	2.0	1.8	1.2	1.0	1.6



实验题2

```
x0=[0 3 5 7 9 11 12 13 14 15];
y0=[0 1.2 1.7 2.0 2.1 2.0 1.8 1.2 1.0 1.6];
x=0:0.1:15;
y1=interp1(x0,y0,x);
y2=interp1(x0,y0,x,'spline');
subplot(1,2,1)
plot(x0,y0,'k+',x,y1,'r')
title('piecewise linear')
xlabel('x'),ylabel('y')
subplot(1,2,2)
plot(x0,y0,'k+',x,y2,'b')
title('spline')
```

实验题3

已知函数如表 1 所示，求 x=1.356 时的函数值。（参考结果：1.579821）

表 1 函数值

x_i	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
y_i	1.15369	1.314534	1.482228	1.656502	1.837117

3、在我国某海域测得海洋不同深度处的水温如表 2 所示，求水深为 500m 和 1000m 处的温度。

表 2 海洋不同深度处的温度

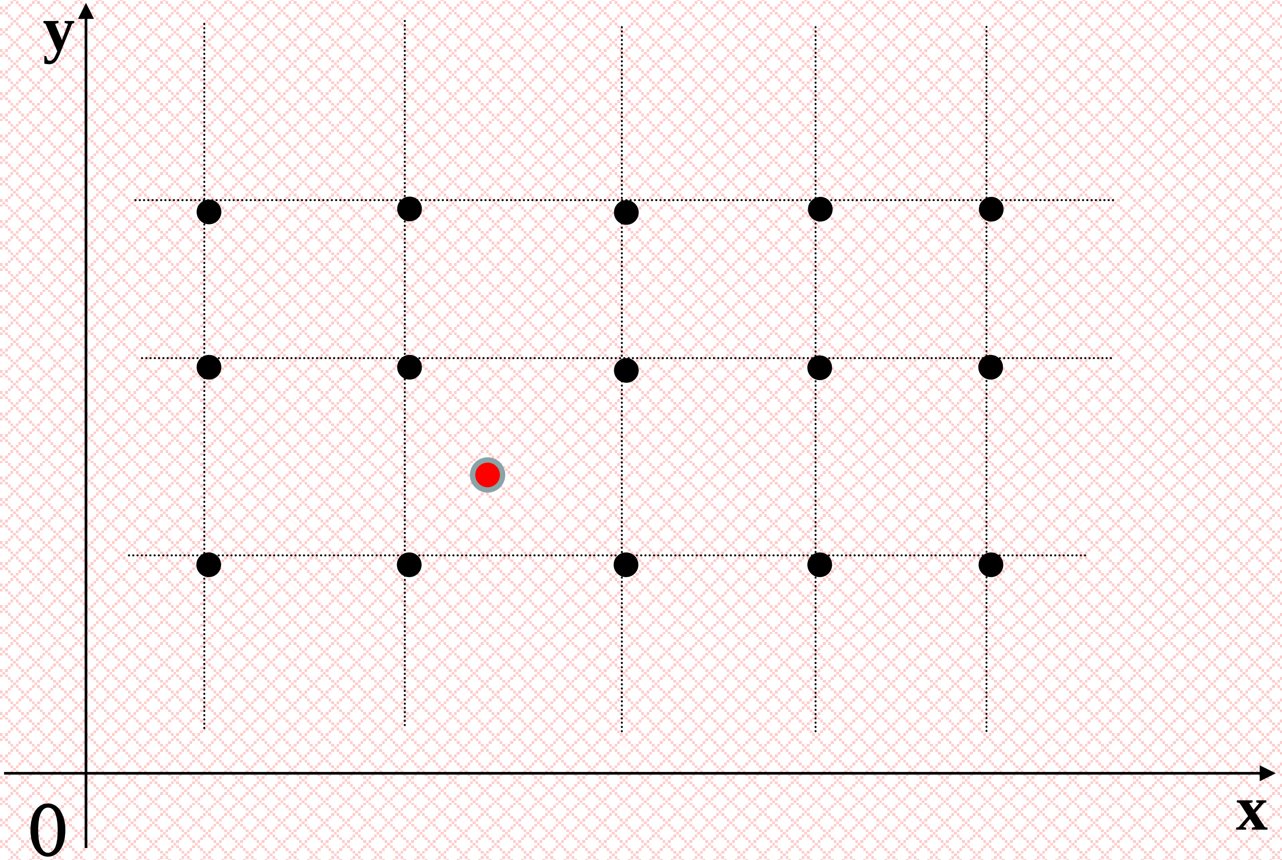
深度(m)	466	714	950	1422	1634
水温(℃)	7.04	4.28	3.40	2.54	2.13

3.1.2　二维插值

第一种：网格节点插值

第二种：散乱节点插值

第一种：网格节点插值



用MATLAB作网格节点数据的插值

```
z=interp2(x0,y0,z0,x,y,'method')
```

- z：被插值点的函数值
- x0,y0,z0：插值节点
- x,y：被插值点
- 'method'：插值方法

'nearest'	最邻近插值
'linear'	双线性插值
'cubic'	双三次插值
缺省时，	双线性插值

要求x0,y0单调；x，y可取为矩阵，或x取行向量，y取为列向量，x,y的值分别不能超出x0,y0的范围。

例2：测得平板表面3*5网格点处的温度分别为：

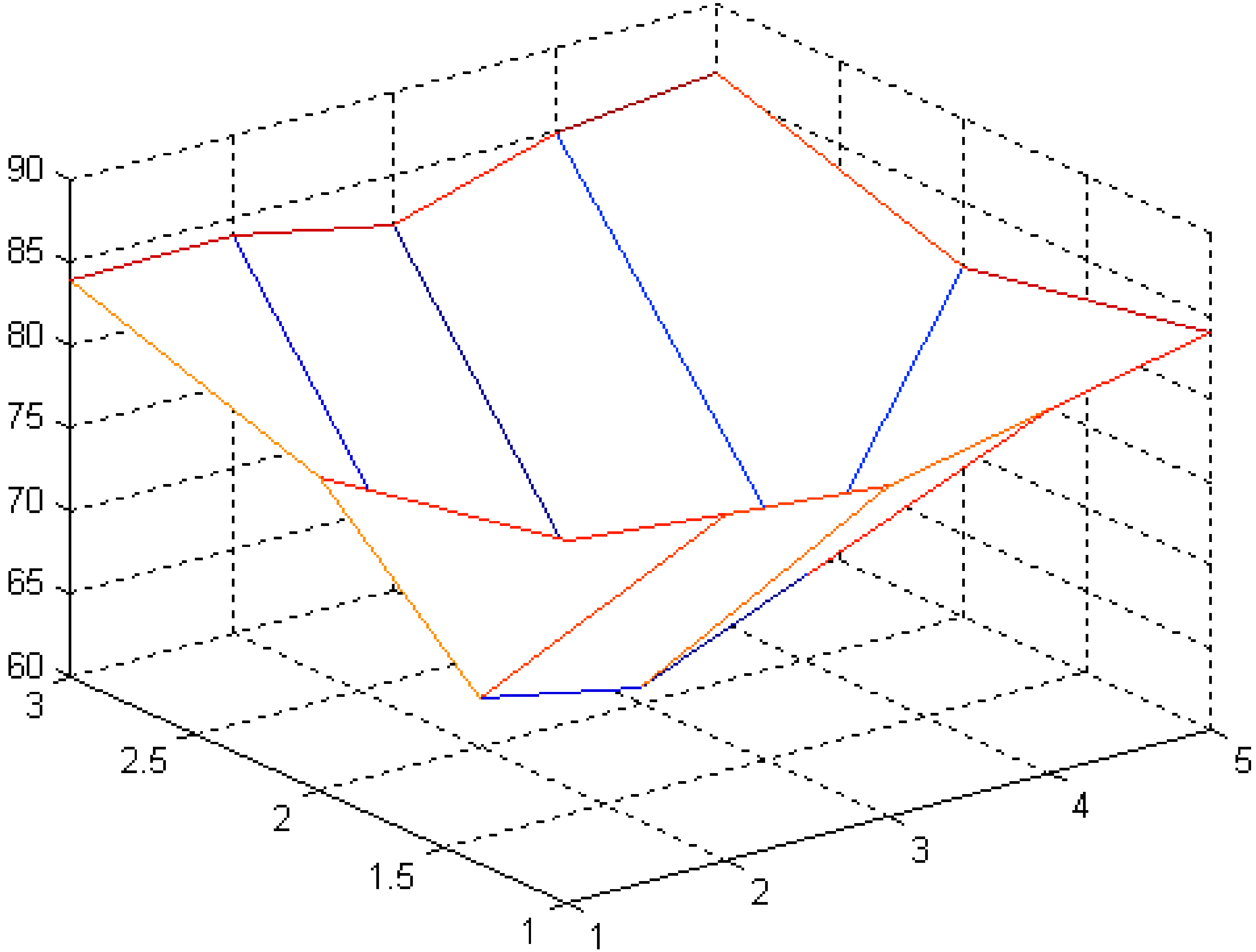
82	81	80	82	84
79	63	61	65	81
84	84	82	85	86

试作出平板表面的温度分布曲面z=f(x,y)的图形。

1.先在三维坐标画出原始数据，画出粗糙的温度分布曲图.

输入以下命令：

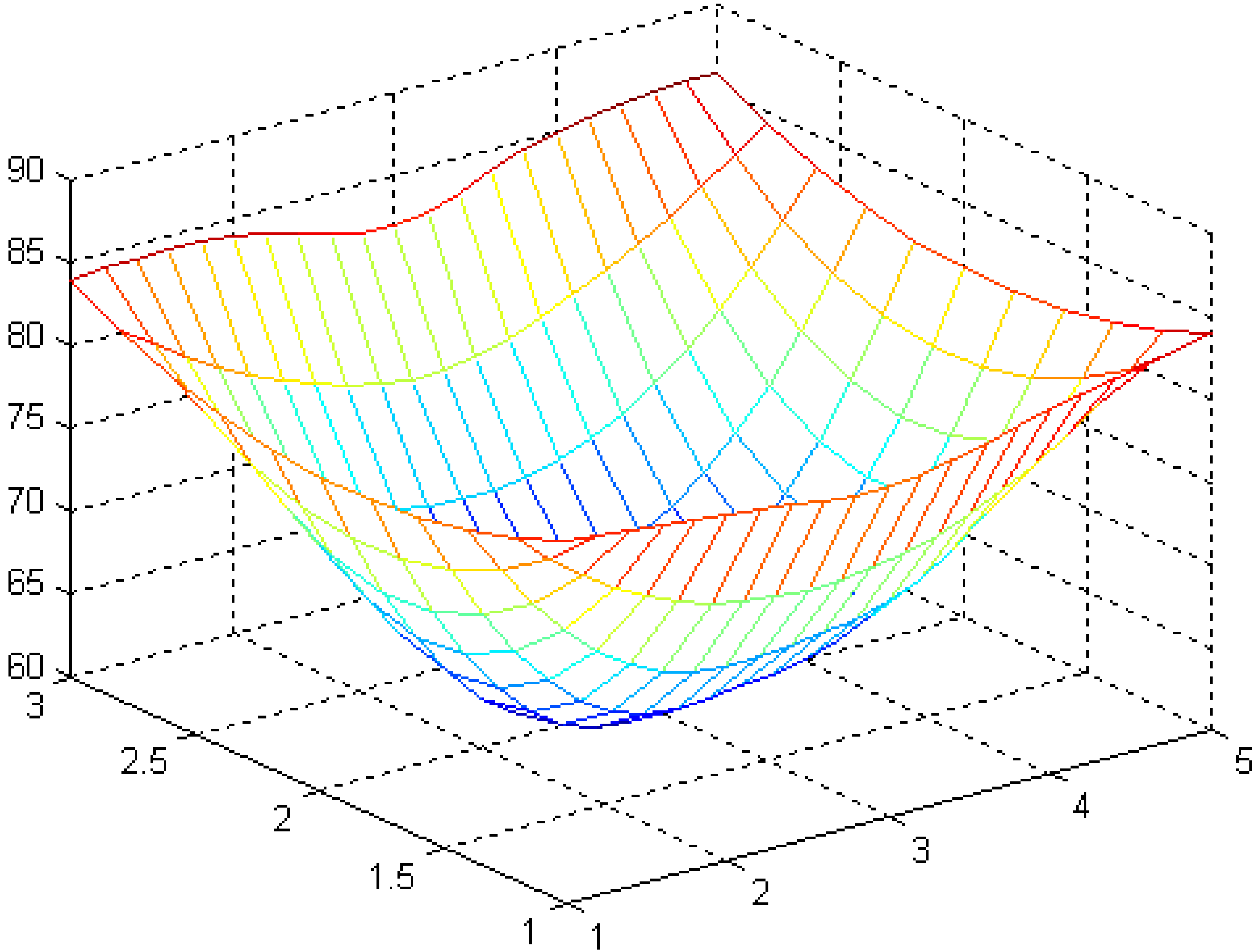
```
x=1:5;
y=1:3;
temps=[82 81 80 82 84;79 63 61 65 81;84 84 82 85 86];
mesh(x,y,temps)
```



90
85
80
75
70
65
60
3
2.5
2
1.5
1
1
2
3
4
5

2． 以平滑数据,在x、y方向上每隔0.2个单位的地方进行插值，画出插值后的温度分布曲面图.

```
%输入以下命令:
xi=1:0.2:5;
yi=1:0.2:3;
zi=interp2(x,y,temps,xi',yi,'cubic');
mesh(xi,yi,zi)
```


90
85
80
75
70
65
60
3
2.5
2
1.5
1
1
2
3
4
5

例3.

已知某处山区地形选点测量坐标数据为:

x=0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5

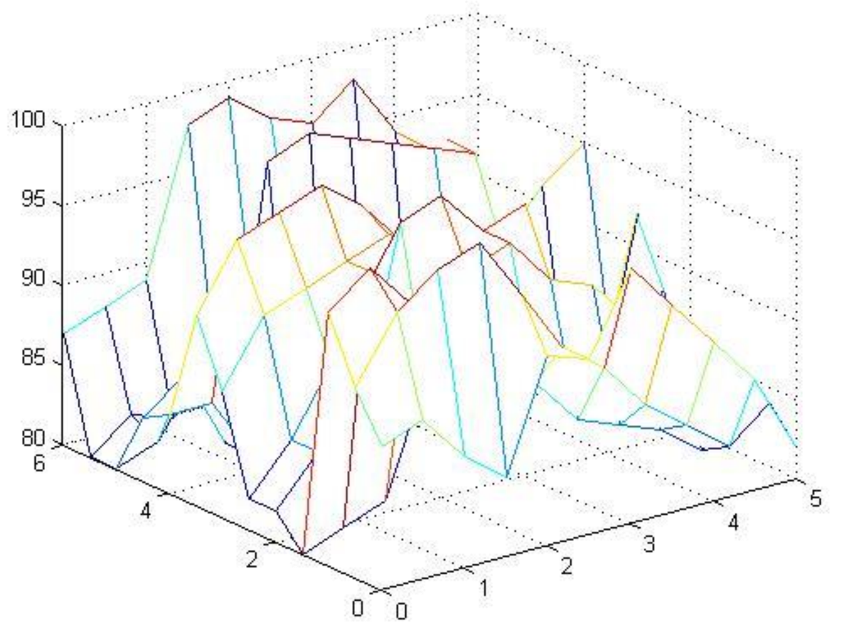
y=0 0.5 1 1.5 2 2.5 3 3.5 4 4.5 5 5.5 6

海拔高度数据为:

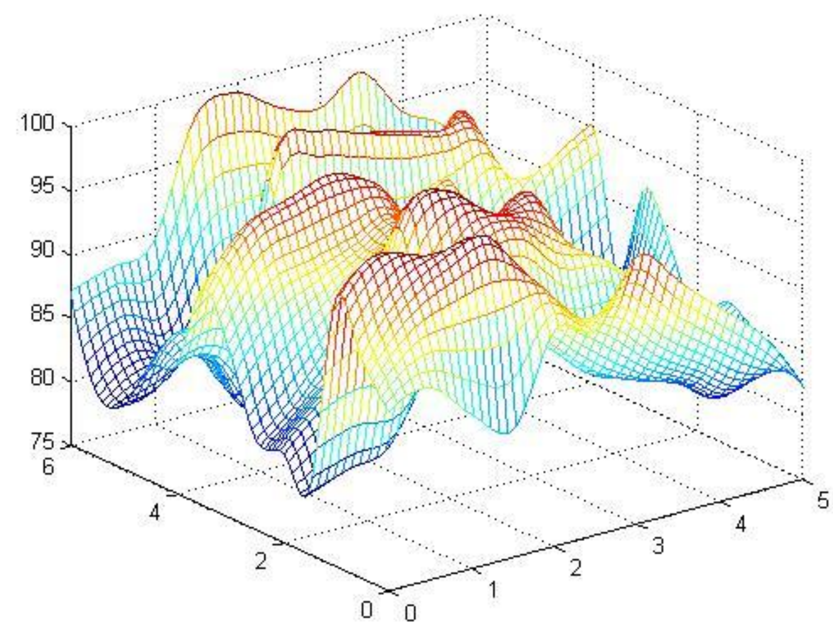
z=89 90 87 85 92 91 96 93 90 87 82
92 96 98 99 95 91 89 86 84 82 84
96 98 95 92 90 88 85 84 83 81 85
80 81 82 89 95 96 93 92 89 86 86
82 85 87 98 99 96 97 88 85 82 83
82 85 89 94 95 93 92 91 86 84 88
88 92 93 94 95 89 87 86 83 81 92
92 96 97 98 96 93 95 84 82 81 84
85 85 81 82 80 80 81 85 90 93 95
84 86 81 98 99 98 97 96 95 84 87
80 81 85 82 83 84 87 90 95 86 88
80 82 81 84 85 86 83 82 81 80 82
87 88 89 98 99 97 96 98 94 92 87

画出该山区地形地貌图.

```
x=0:0.5:5;
y=0:0.5:6;
z=[89 90 87 85 92 91 96 93 90 87 82
92 96 98 99 95 91 89 86 84 82 84
96 98 95 92 90 88 85 84 83 81 85
80 81 82 89 95 96 93 92 89 86 86
82 85 87 98 99 96 97 88 85 82 83
82 85 89 94 95 93 92 91 86 84 88
88 92 93 94 95 89 87 86 83 81 92
92 96 97 98 96 93 95 84 82 81 84
85 85 81 82 80 80 81 85 90 93 95
84 86 81 98 99 98 97 96 95 84 87
80 81 85 82 83 84 87 90 95 86 88
80 82 81 84 85 86 83 82 81 80 82
87 88 89 98 99 97 96 98 94 92 87];
figure(1),mesh(x,y,z), xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z')   %原始数据图
[x1,y1]=meshgrid(0:0.1:5,0:0.1:6);
z1=interp2(x,y,z,x1,y1,'spline');
figure(2),mesh(x1,y1,z1), xlabel('X'),ylabel('Y'),zlabel('Z') %加密数据图
```



插值前



插值后

实验题4

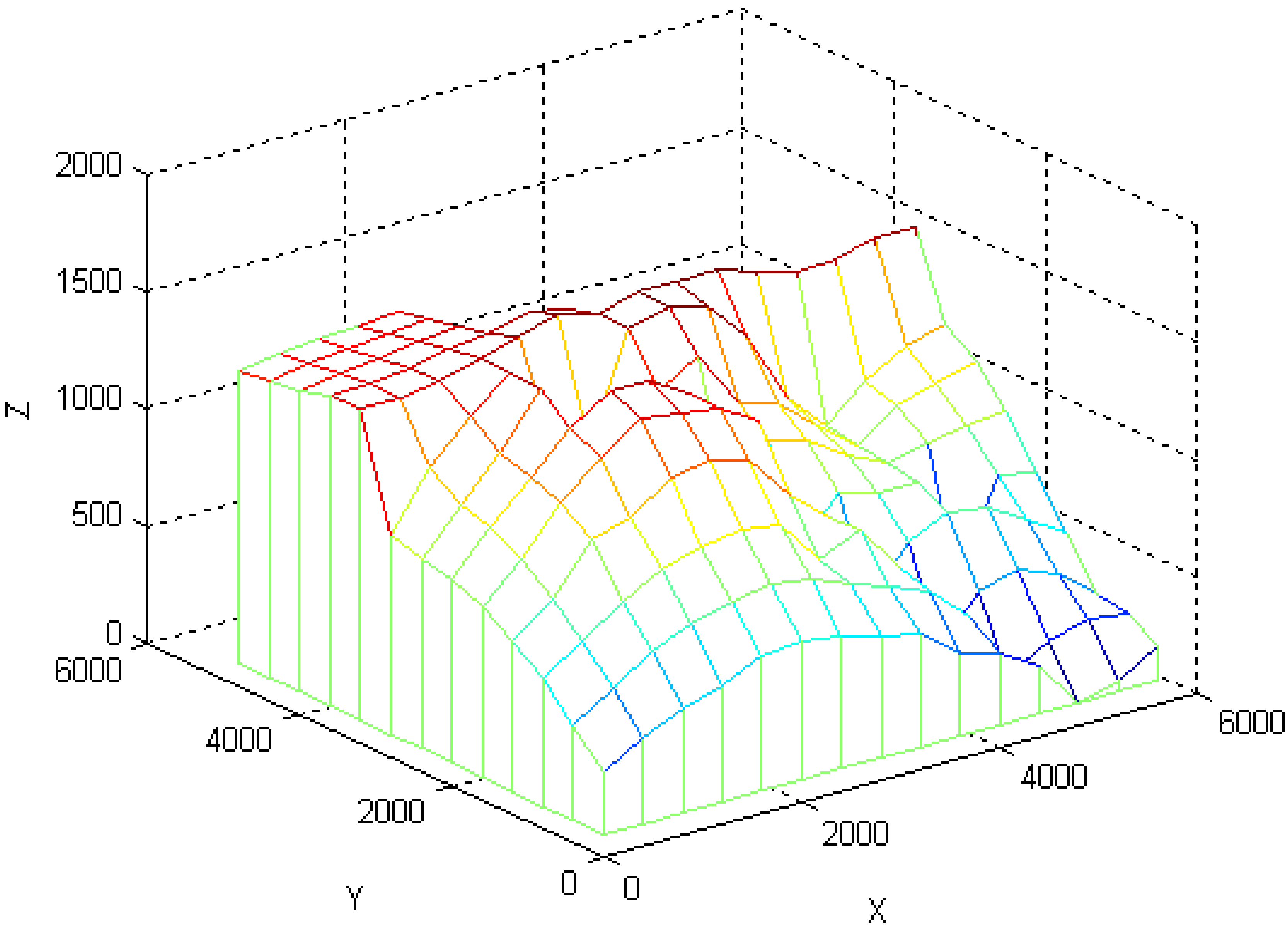
例 4.　山区地貌:

在某山区测得一些地点的高度如下表。平面区域为

1200<=x<=4000,1200<=y<=3600)

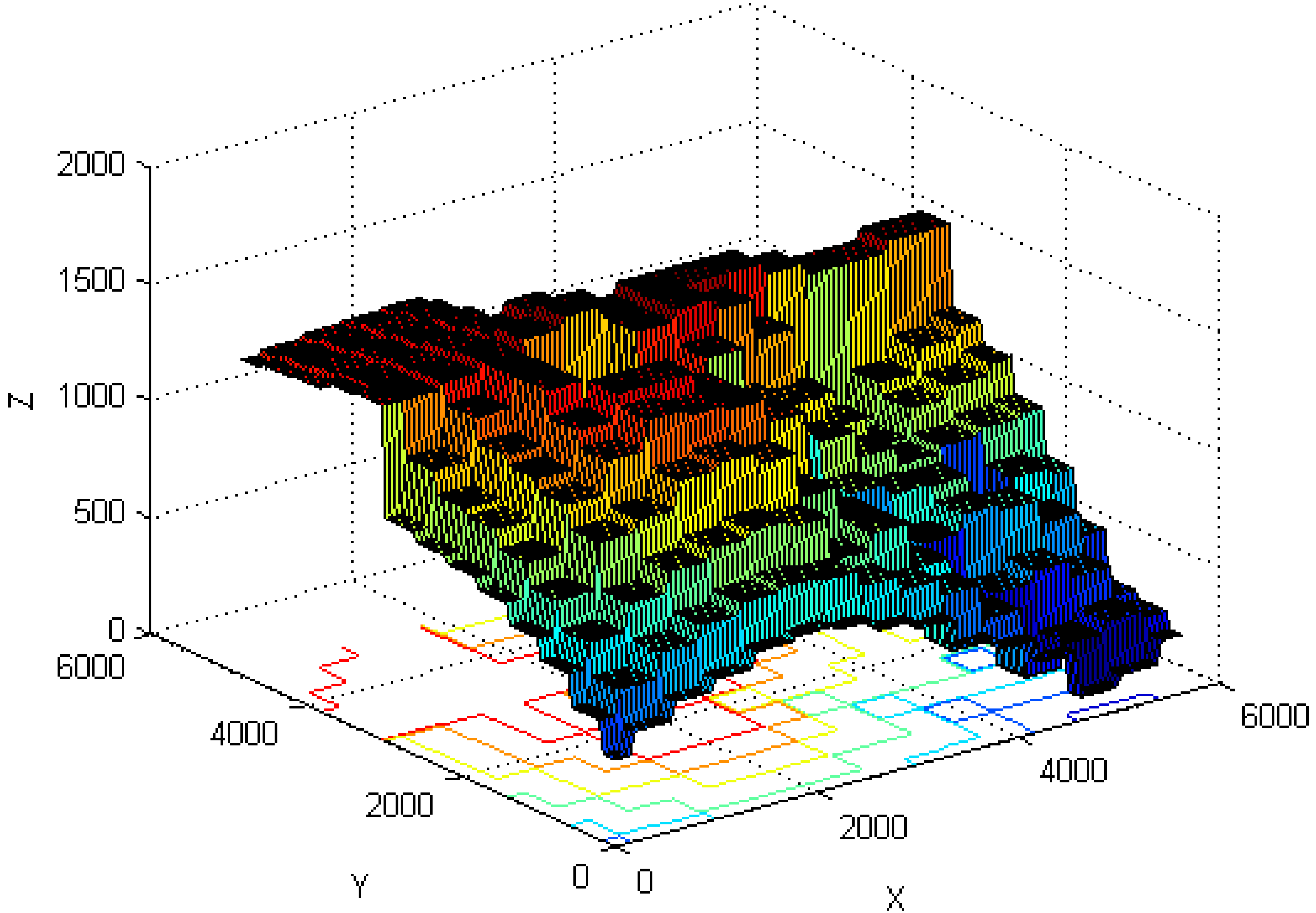
试作出该山区的地貌图和等高线图，并对几种插值方法进行比较。

X / Y	1200	1600	2000	2400	2800	3200	3600	4000
1200	1130	1250	1280	1230	1040	900	500	700
1600	1320	1450	1420	1400	1300	700	900	850
2000	1390	1500	1500	1400	900	1100	1060	950
2400	1500	1200	1100	1350	1450	1200	1150	1010
2800	1500	1200	1100	1550	1600	1550	1380	1070
3200	1500	1550	1600	1550	1600	1600	1600	1550
3600	1480	1500	1550	1510	1430	1300	1200	980

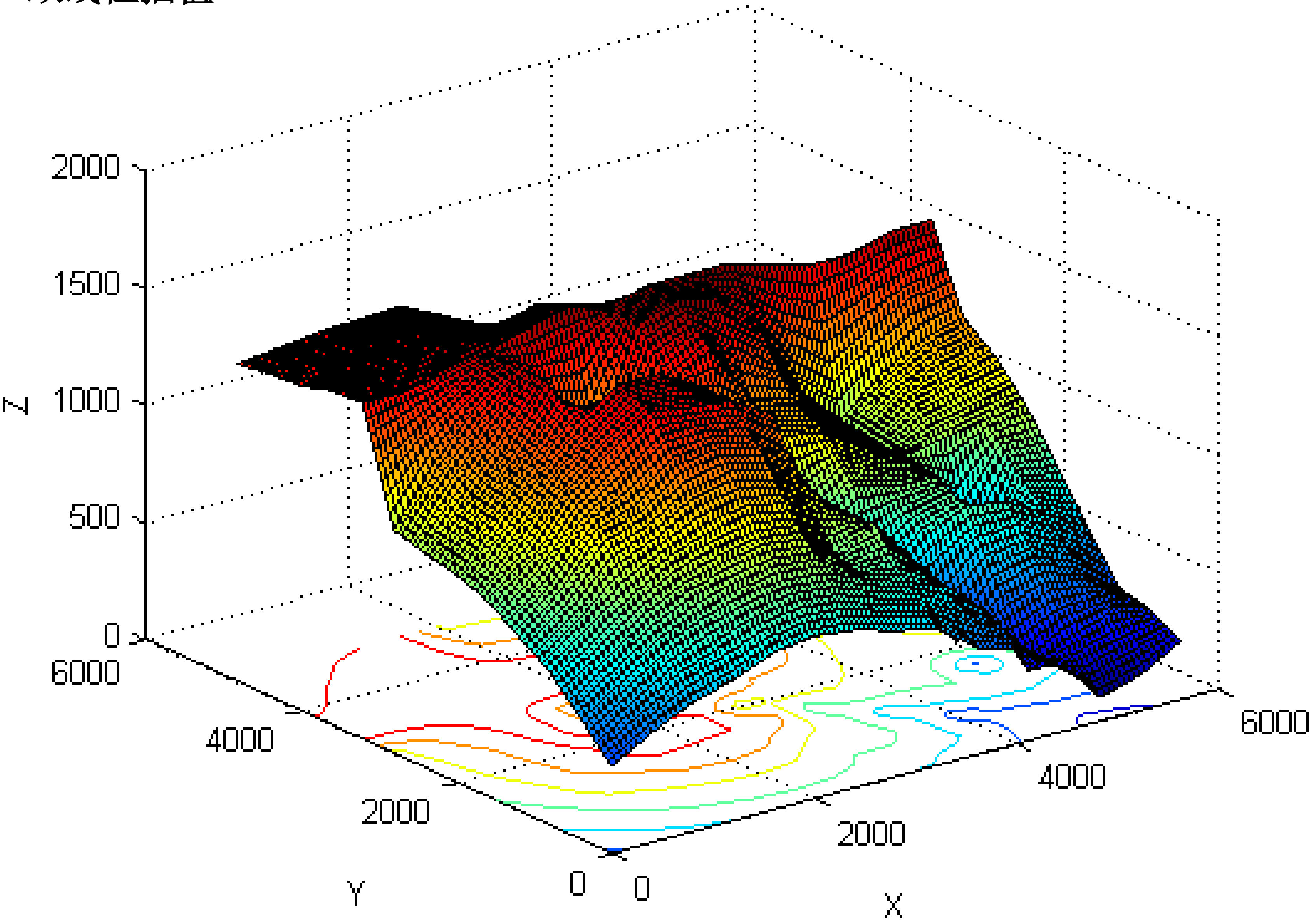


Z
2000
1500
1000
500
0
6000
4000
2000
0
Y
0
2000
4000
6000
X

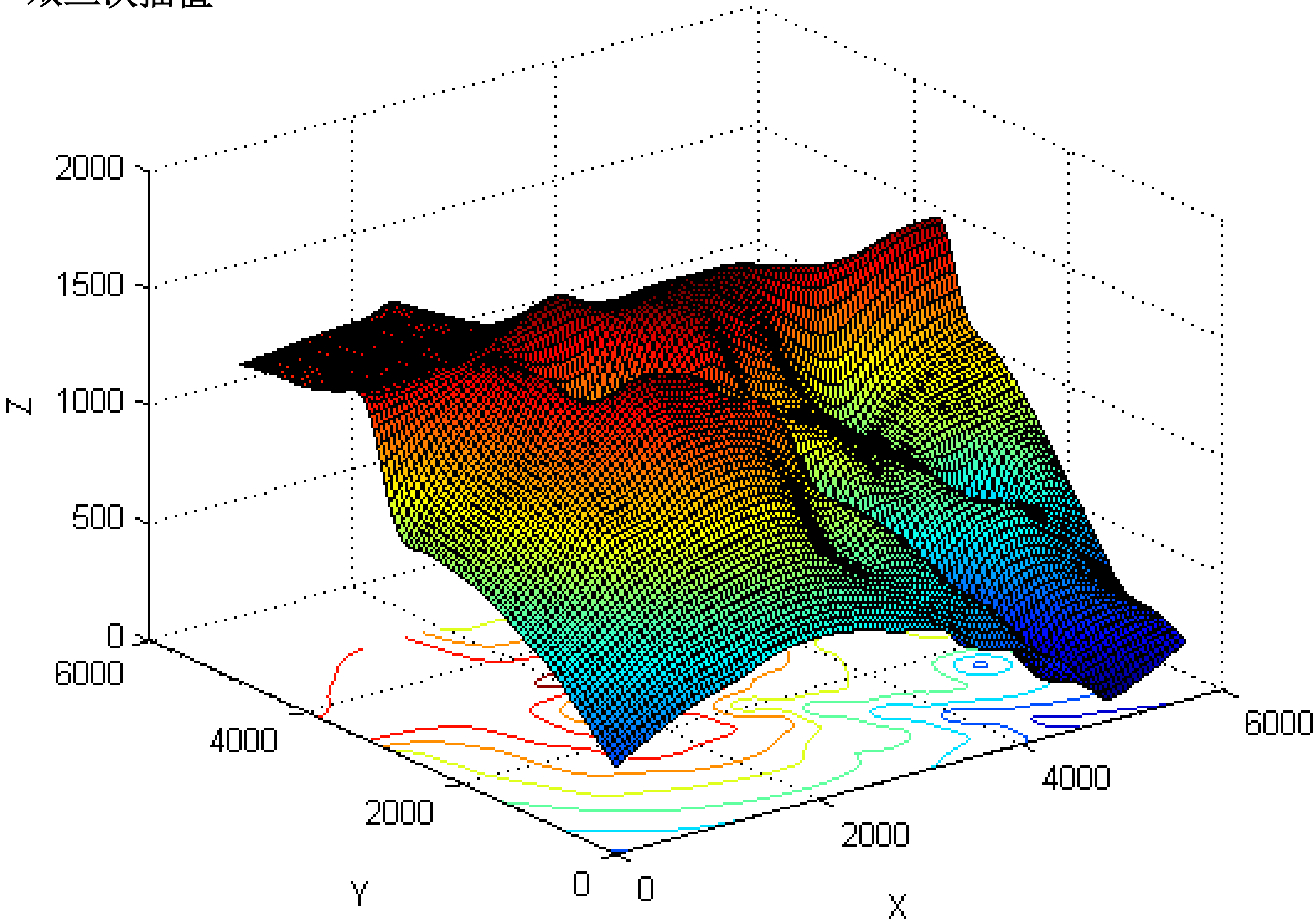
最近邻点插值



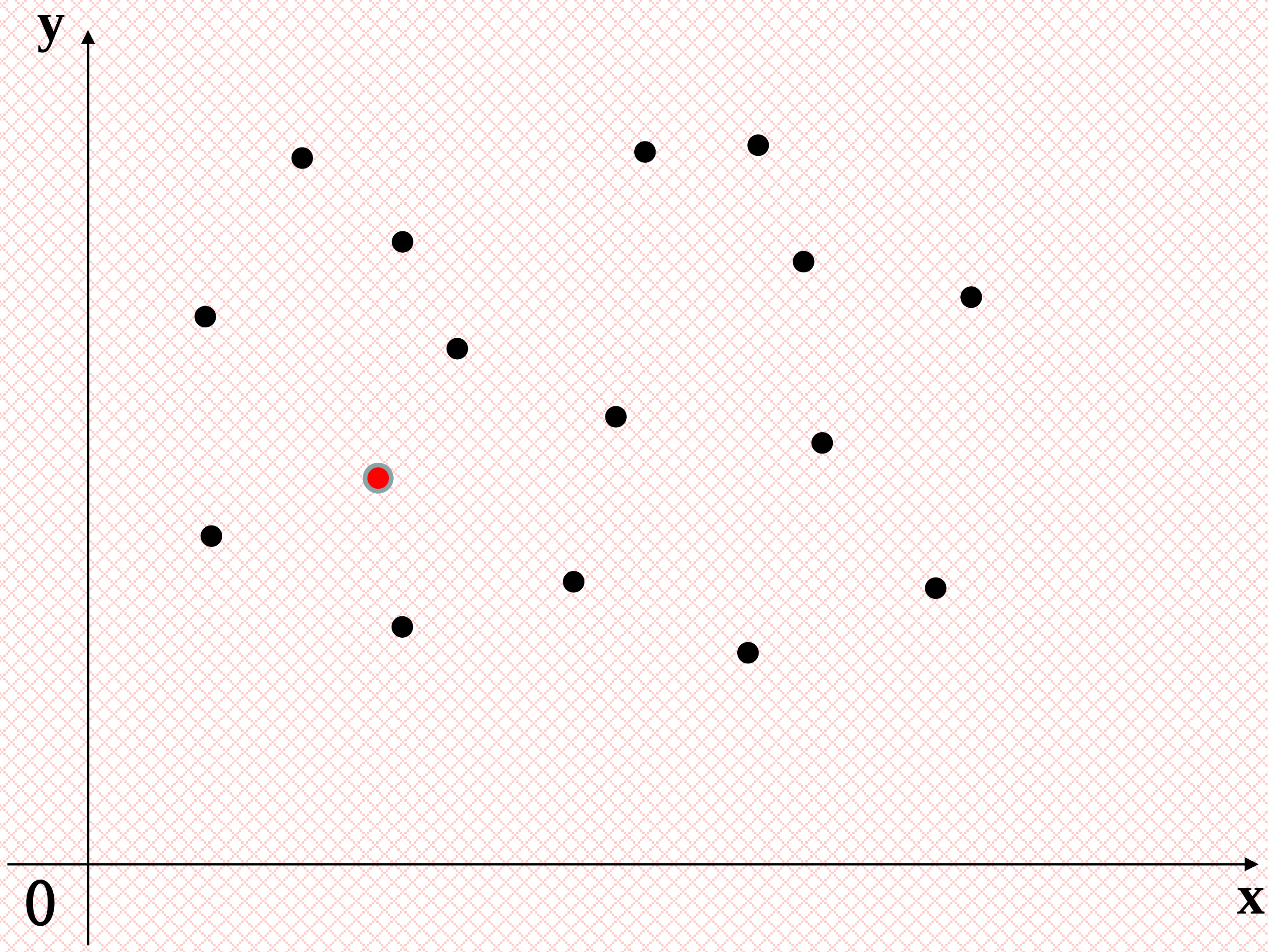
双线性插值



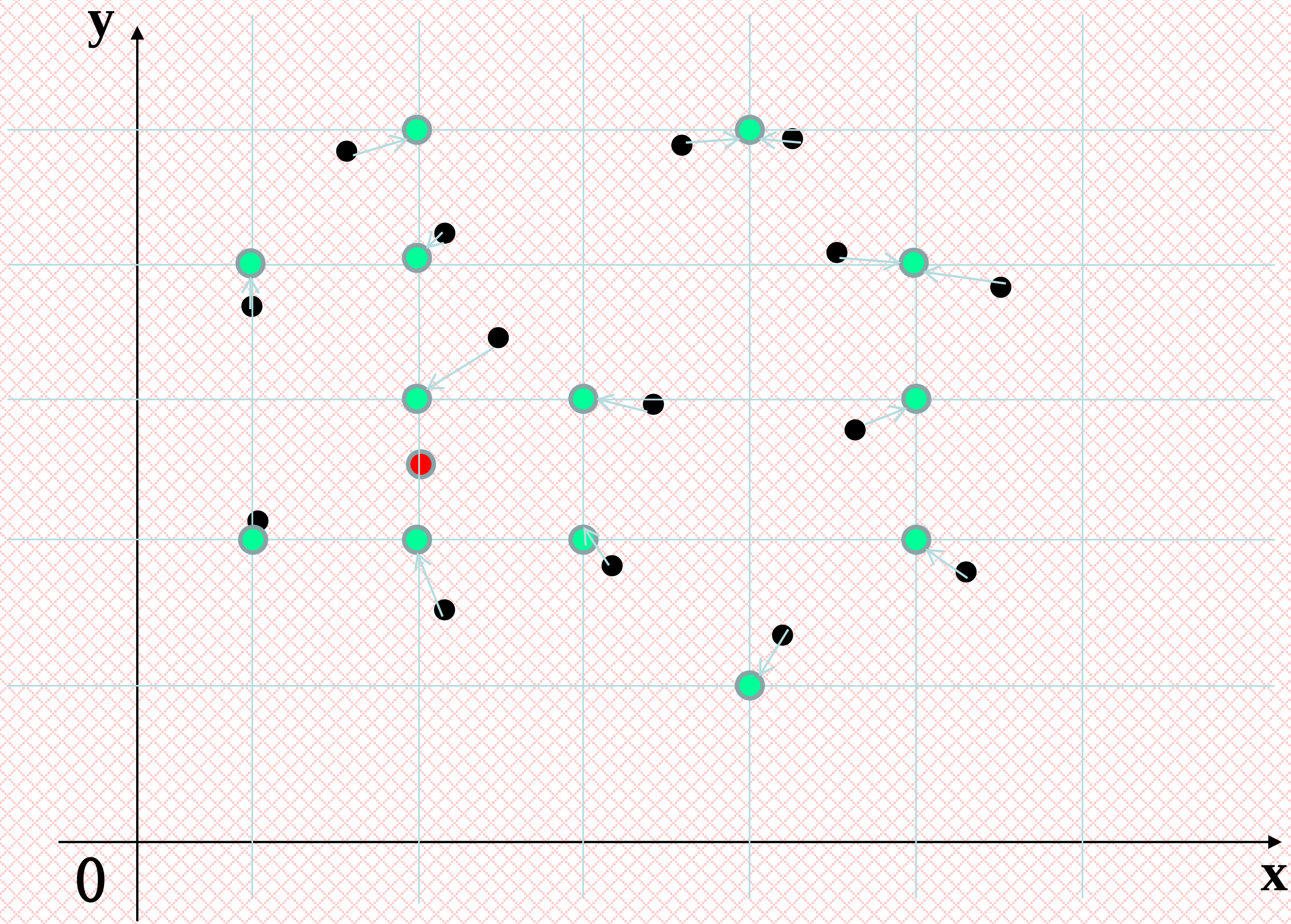
双三次插值



第二种：散乱节点插值



散乱节点：



用MATLAB作散点数据的插值计算

插值函数griddata格式为:

cz =griddata（x，y，z，cx，cy，‘method’）

被插值点的函数值

插值节点

被插值点

插值方法

'nearest'最邻近插值
'linear' 双线性插值
'cubic' 双三次插值
'v4'-- 反距离加权算法
缺省时，双线性插值

要求cx取行向量，cy取为列向量.

实验题5

例题 **3.2** 在某水道（平面区域 75≤x≤200，-90≤y≤150，单位：m）测得一些点的深度，数据如表 3.2 所示，已知某船只的吃水线为 5 米，试画出该水道的海底地貌图及船的禁入区。

表 3.2 某水道一些点的水深数据

x	129	140	103.5	88	185.5	195	105	157.5	107.5	77	81	162	162	117.5
y	7.5	141.5	23	147	22.5	137.5	85.5	-6.5	-81	3	56.5	-66.5	84	-33.5
z	4	8	6	8	6	8	8	9	9	8	8	9	4	9

```
x=[129 140 103.5 88 185.5 195 105 157.5 107.5 77 81 162 162 117.5];
y=[7.5 141.5 23 147 22.5 137.5 85.5 -6.5 -81 3 56.5 -66.5 84 -33.5];
z=-[4 8 6 8 6 8 8 9 9 8 8 9 4 9];
[cx,cy]=meshgrid(75:5:200,-90:5:150);
cz=griddata(x,y,z,cx,cy,'cubic');
figure(1),mesh(cx,cy,cz);view(-60,30);
figure(2), contour(cx,cy,cz,[-5,-5],'k')  %绘制等高线
```

matlab数据导入

- **a = xlsread('data.xlsx')　　% 将data文件中的数值数据读取到变量a中(注：非数值数据自动忽略)**
- **a = xlsread('data.xlsx',sheet)　　% 读取data文件中指定的工作表（注：sheet可用数字1 2 3...表示，也可以用工作表名称表示）**
- **a = xlsread('data.xlsx',sheet,'B2:C6')　% 读取data文件中指定的工作表中指定区域的数据（注：指定区域知名坐上和右下角位置）**

matlab数据导入

- 使用**load**命令来读取**txt**文档中的数据

  A=load('data.txt');

  txt文档内必须为矩阵形式，也就是文档中全部为数字，不能有表头（第一行汉字），各个元素之间用空格或者逗号隔开

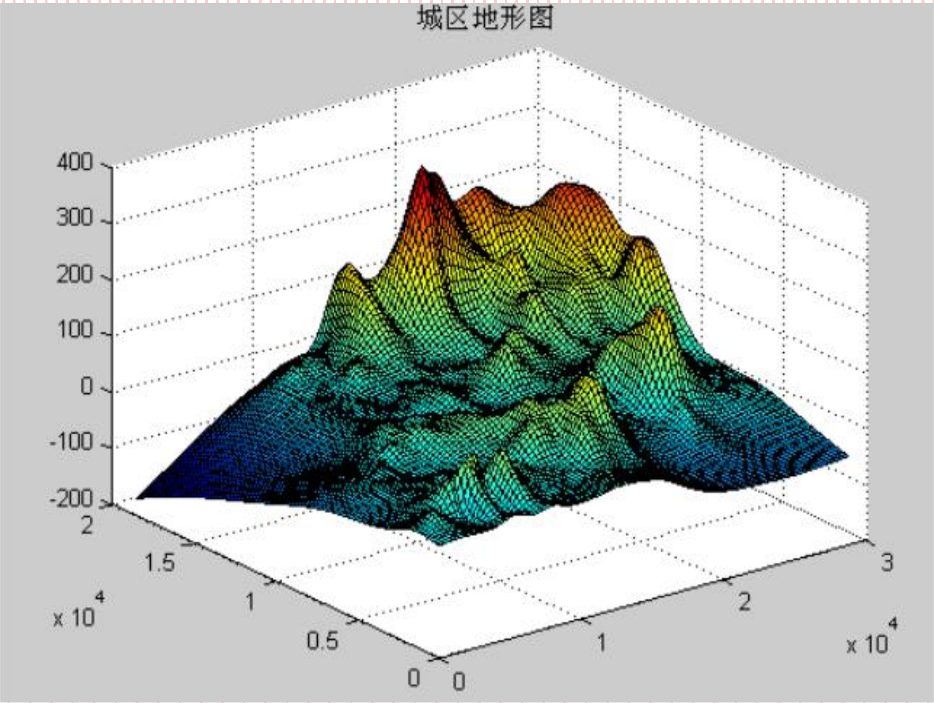
实验题6

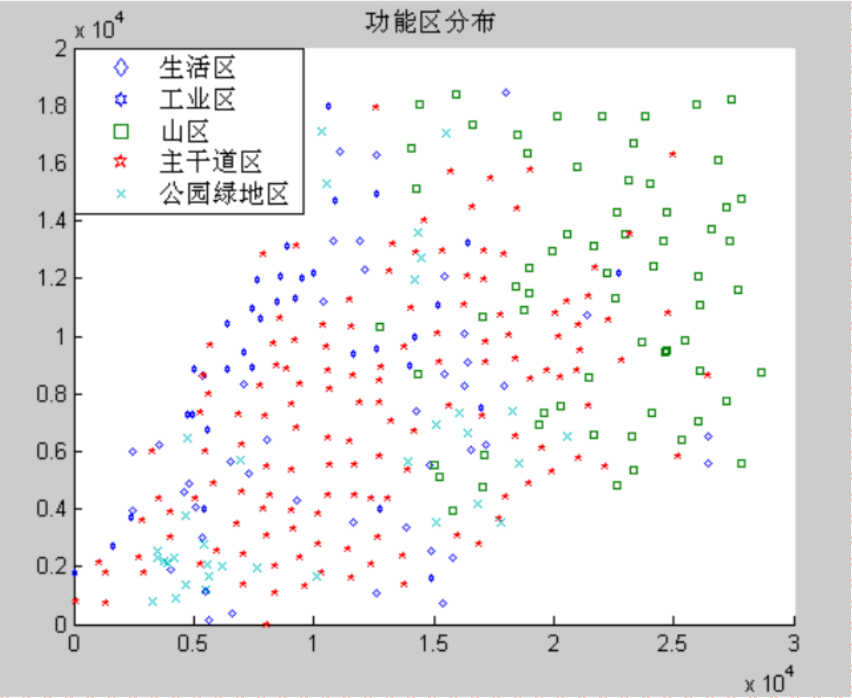
1、 现对某城市城区土壤地质环境进行调查，将所考察的城区划分为间距1公里左右的网格子区域，按照每平方公里1个采样点对表层土（0~10 厘米深度）进行取样、编号，并用GPS记录采样点的位置。应用专门仪器测试分析，获得了每个样本所含的多种化学元素的浓度数据。另一方面，按照2公里的间距在那些远离人群及工业活动的自然区取样，将其作为该城区表层土壤中元素的背景值。

附件1列出了采样点的位置、海拔高度及其所属功能区等信息，附件2列出了8种主要重金属元素在采样点处的浓度。要求完成以下任务，给出程序代码：

(1) 根据附件1的数据，绘出该城市三维地形图和功能区分布图。

(2) 结合附件1和2的数据，绘出8种主要重金属元素在该城区的空间分布。


城区地形图


功能区分布
生活区
工业区
山区
主干道区
公园绿地区

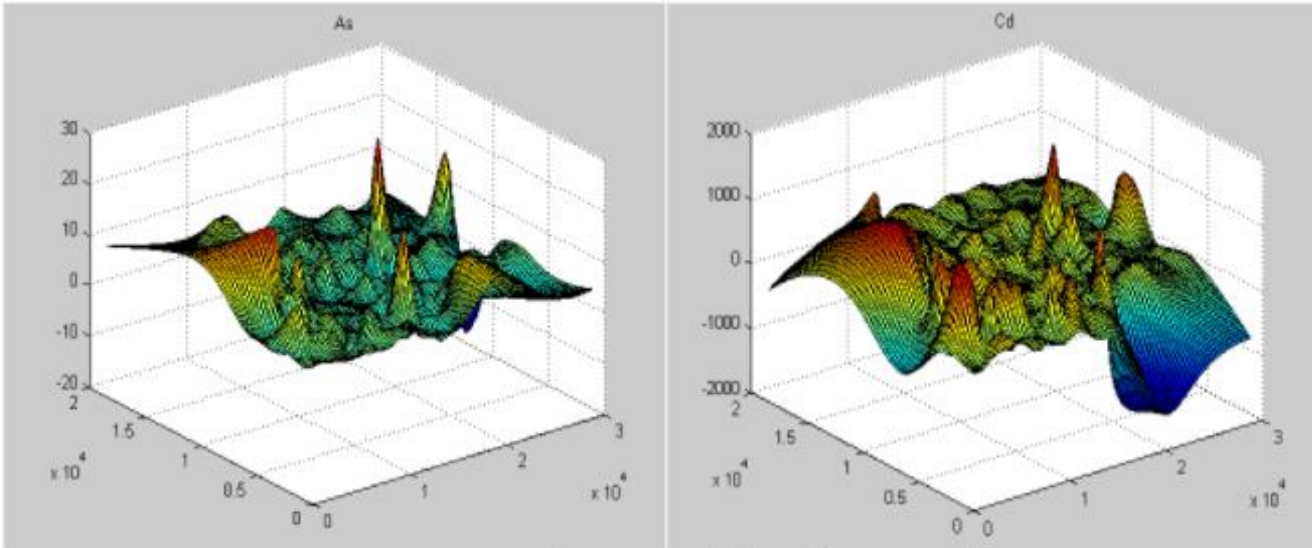


图 3：砷和镉在该城区的空间分布图

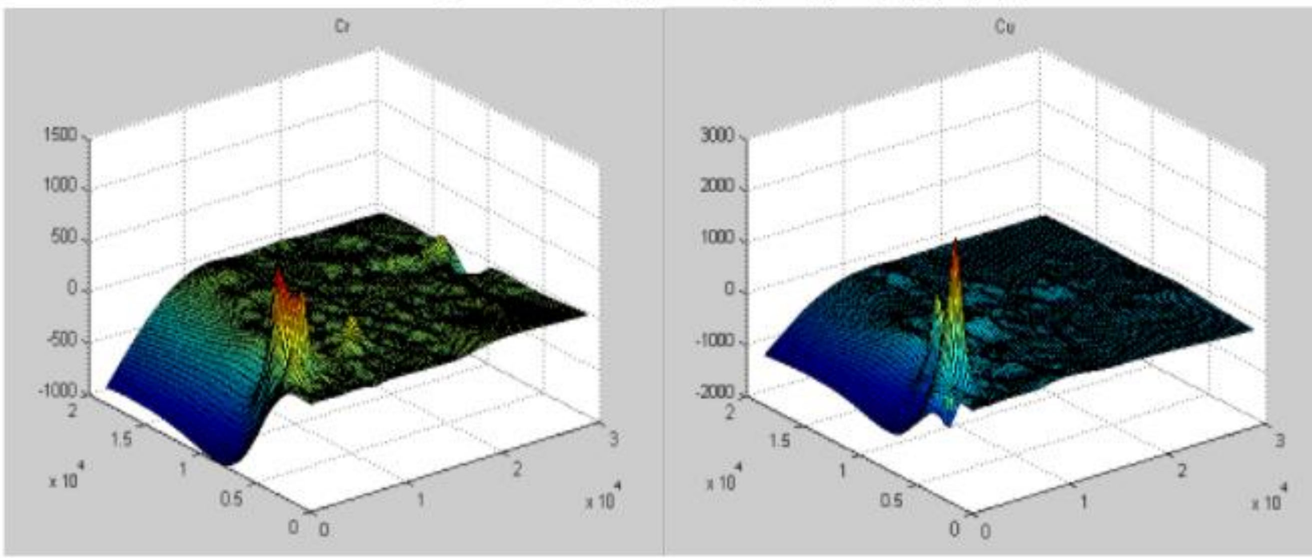


图 4：铬和铜在该城区的空间分布图

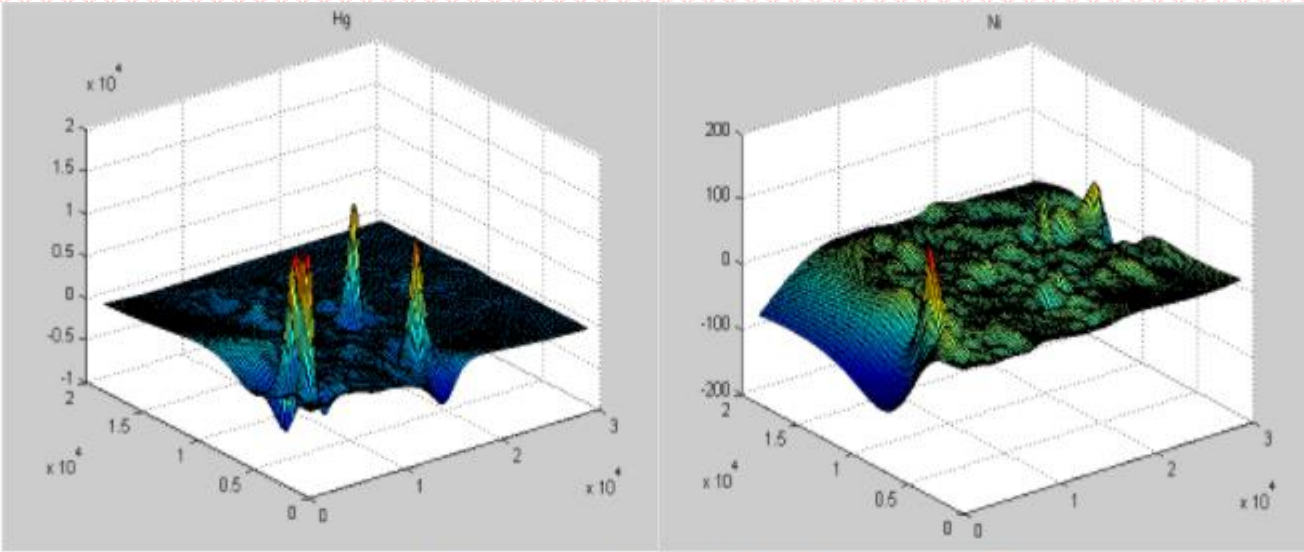


图 5：汞和镍在该城区的空间分布图

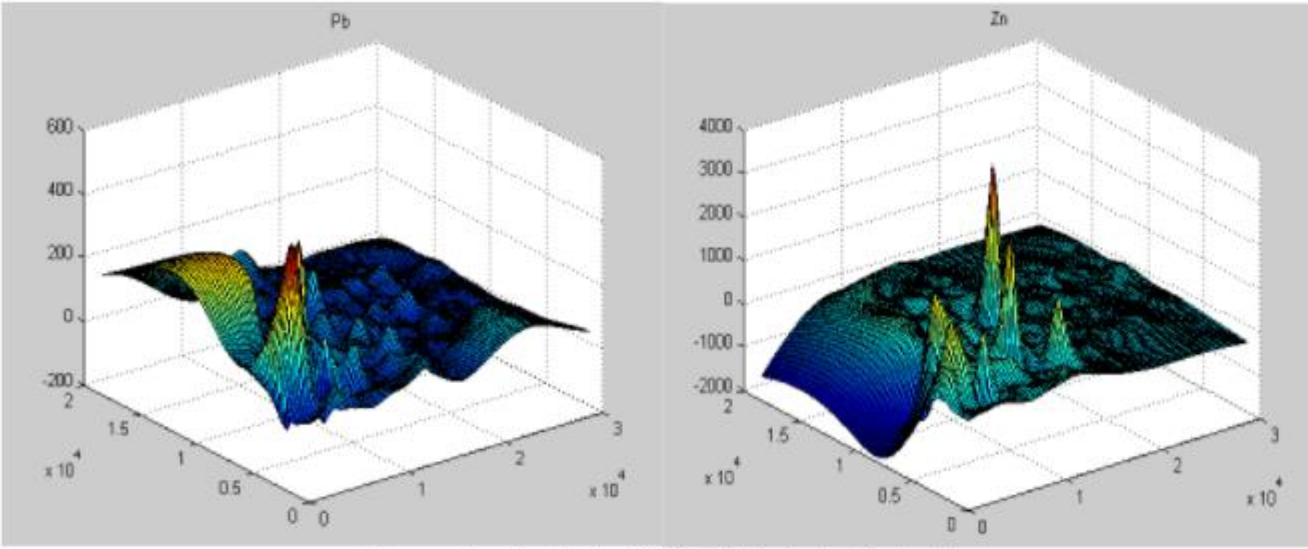


图 6：铅和锌在该城区的空间分布图

Q & A

- 有什么问题吗？