



## 第八章

# 非线性方程的数值解法

# 讨论单变量非线性方程

$$f(x)=0 \quad (1.1)$$

的求根问题，这里  $x \in \mathbb{R}, f(x) \in C[a, b]$ .

例如代数方程

$$x^5 - x^3 + 24x + 1 = 0,$$

超越方程

$$\sin(5x^2) + e^{-x} = 0.$$



# MATLAB求解非线性方程函数

非线性方程

多项式函数

非线性方程

非线性方程组

roots

fzero

fsolve

# 函数roots

- 多项式的表达式约定如下:

$$P(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$$

- 将多项式系数用以下行向量表示:

$$c = [a_0, a_1, \cdots, a_{n-1}, a_n]$$

- **r = roots(c)**, 用于求解多项式的根  
其中, 行向量**c**的元素按多项式幂次降序排列

# 例题1:

- 求方程  $x^3 = x^2 + 1$  的根

```
>>c = [1 -1 0 -1];  
>>r = roots(c)
```

```
r =  
    1.4656  
-0.2328 + 0.7926i  
-0.2328 - 0.7926i
```

```
>>polyval(c, r(1))  
ans =  
-2.5535e-015
```



# 函数fzero

函数fzero用来求单变量非线性方程的根。该函数的调用格式为：

**`z=fzero('fname',x0,tol,trace)`**

其中**fname**是待求根的函数文件名，

**x0**为迭代初值。

**tol**控制结果的相对精度，缺省时取**tol=eps**(近似 $2.2204 \times 10^{-16}$ )，

**trace**指定迭代信息是否在运算中显示，为1时显示，为0时不显示，缺省时取**trace=0**。

注：一个函数可能有多个根，但fzero函数只给出离**x0**最近的那个根。

## 例题2:

- 计算以下方程的根
  - 1) 求 $\sin x$ 在3附近的零点;
  - 2) 求 $\cos x$ 在[1,2]范围内的零点;
  - 3)  $x^3 - 2x - 5 = 0$
  - 4)  $x^3 - 2\sin x = 0$

直接在命令窗口输入命令求解:

1) **fzero(@sin,3)**

2) **fzero(@cos,[1,2])**

3) **fzero(@(x) x^3-2\*x-5,1);** 或 **roots([1 0 -2 -5])**

4) **fzero(@(x) x^3-2\*sin(x),1)**



求 $f(x)$ 在 $x_0=-5$ 和 $x_0=1$ 作为迭代初值时的零点。

方法一： 利用函数文件  
先建立函数文件fz.m:

```
function f=fz(x)
```

```
f=x-1/x+5;
```

然后调用fzero函数求根。:

```
fzero('fz',-5) %以-5作为迭代初值
```

```
ans =
```

```
-5.1926
```

```
fzero('fz',1) %以1作为迭代初值
```

```
ans =
```

```
0.1926
```

$$f(x) = x - \frac{1}{x} + 5$$

$$x_0 = -5$$

$$x_0 = 1$$





求 $f(x)$ 在 $x_0=-5$ 和 $x_0=1$ 作为迭代初值时的零点。

方法二： 利用内联函数

```
>> f=inline('x-1/x+5');
```

```
>> fzero(f,-5)
```

```
ans =
```

```
-5.1926
```

$$f(x) = x - \frac{1}{x} + 5$$

$$x_0 = -5$$

$$x_0 = 1$$

方法三：

```
>> fzero('x-1/x+5',-5)
```

```
ans =
```

```
-5.1926
```



# 函数fsolve

对于非线性方程组 $F(X)=0$ ，用fsolve函数求其数值解。fsolve函数的调用格式为：

**$X = \text{fsolve}('fun', X0, \text{option})$**

其中 $X$ 为返回的解， $X0$ 是初值， $fun$ 是用于定义需求解的非线性方程组的函数文件名， $option$ 为最优化工具箱的选项设定。

最优化工具箱提供了20多个选项，可以使用optimset命令将它们显示出来。如果想改变其中某个选项，则可以调用optimset()函数来完成。例如，Display选项决定函数调用时中间结果的显示方式，其中‘off’为不显示，‘iter’表示每步都显示，‘final’只显示最终结果。  
**optimset('Display','off')**将设定Display选项为‘off’。

注：使用fsolve函数求解方程组时，必须先估计出方程组根的大致范围。

## 例题3:

$$\begin{cases} \sin x + y^2 + \ln z = 7 \\ 3x + 2^y - z^3 + 1 = 0 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$$

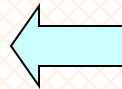


$$\begin{cases} y(1) = \sin x(1) + x(1)^2 + \ln x(1) - 7 = 0 \\ y(2) = 3x(1) + 2^{x(2)} - x(3)^3 + 1 = 0 \\ y(3) = x(1) + x(2) + x(3) - 5 = 0 \end{cases}$$



在命令窗口输入:

```
x0=[1 1 1];  
x=fsolve(@fun,x0)
```



```
function y=fun(x)  
y(1)=sin(x(1))+x(2)^2+log(x(3))-7;  
y(2)=3*x(1)+2^x(2)-x(3)^3+1;  
y(3)=x(1)+x(2)+x(3)-5;
```



x =

0.5991    2.3959    2.0050



## 实验练习题

1、求方程  $\sin x - x - x^2 + 0.5 = 0$  在区间  $[0,1]$  内的零点。

2、求方程  $4x^4 - x^2 + x - 3 = 0$  的所有根。

3、求解方程组 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = e^{-x_1} \\ -x_1 + 2x_2 = e^{-x_2} \end{cases}$$

## Q & A

- 有什么问题吗？

