Unicamp - Instituto de Computação

MC886 B / MO416 A

Introdução à Inteligência Artificial

Prof. Dr. Jacques Wainer

Exercício 4

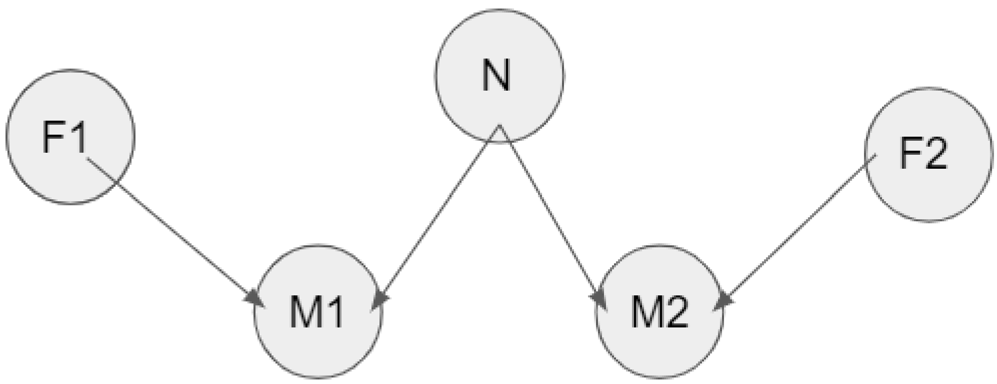
Aluno:
George Gigilas Junior - 216741

Introdução

Este exercício corresponde ao exercício 14.12 do livro texto, cujo enunciado está disponível juntamente com a atividade. Este arquivo corresponde às minhas soluções para os itens a, b e c do problema.

Solução

Item a - desenhar a rede bayesiana que melhor representa o problema.



Desenhei a rede dessa forma porque M1 e M2 são os números de estrelas observados, sendo que esses números são obtidos de acordo com o número de estrelas que realmente existem no céu (N) e de acordo com o telescópio estar bastante desfocado ou não (F1 e F2). Portanto, existe essa relação de causalidade entre F1 e M1, F2 e M2, N e M1 e entre N e M2. Vale ressaltar que os telescópios estarem desfocados (ou não) não interferem no número de estrelas no céu (N).

Item b - escrever a distribuição condicional para **P**(M1 | N), para o caso em que N ∈ {1,2,3} and M1 ∈ {0,1,2,3,4}. Cada entrada deve ser expressa como uma função dos parâmetros e e/ou f.

Pela rede bayesiana desenhada, sabemos que M1 depende tanto de N, quanto de F1. Por isso, precisamos aplicar a lei da probabilidade total sobre a distribuição **P**(M1 | N, F1), para calcular **P**(M1 | N). É importante destacar que F1 e N são independentes, por não haver nenhum tipo de relação causal entre o foco do telescópio e o número de estrelas no céu. Assim temos:

$$\mathbf{P}(M1 \mid N) = \sum \mathbf{P}(M1 \mid N, F1) \, . \, \mathbf{P}(F1, N) = \sum \mathbf{P}(M1 \mid N, F1) \, . \, \mathbf{P}(F1)$$

Como F1 é uma variável aleatória booleana, temos:

$$\mathbf{P}(M1 \mid N) = \mathbf{P}(M1 \mid N, F1) \, . \, P(F1 = True) + \mathbf{P}(M1 \mid N, \neg F1) \, . \, P(F1 = False)$$

$$\mathbf{P}(M1 \mid N) = \mathbf{P}(M1 \mid N, F1) \, . \, f + \mathbf{P}(M1 \mid N, \neg F1) \, . \, (1 - f)$$

Lembrando que a falta de foco pode abaixar pelo menos 3 estrelas do número N (ou N estrelas, se N for menor que 3), e que pode haver um erro de 1 estrela para mais ou para menos com probabilidade e/2 cada (probabilidade “e” é o total). A partir disso, temos:

- N = 1:
    - M1 = 0: pode ocorrer quando há um erro de 1 estrela para menos e não há falta de foco ou quando o telescópio está fora de foco.
        - P(M1 = 0 | N = 1) = 1 . f + e/2 . (1 - f)
    - M1 = 1: pode ocorrer quando não há nenhum erro (nem para cima e nem para baixo) e não há falta de foco.
        - P(M1 = 1 | N = 1) = 0 . f + (1 - e) . (1 - f)
    - M1 = 2: pode ocorrer quando há um erro de 1 estrela para mais e não há falta de foco.
        - P(M1 = 2 | N = 1) = 0 . f + e/2 . (1 - f)
    - M1 = 3: não pode ocorrer.
        - P(M1 = 3 | N = 1) = 0 . f + 0 . (1 - f)
    - M1 = 4: não pode ocorrer.
        - P(M1 = 4 | N = 1) = 0 . f + 0 . (1 - f)
- N = 2:
    - M1 = 0: pode ocorrer quando há falta de foco.
        - P(M1 = 0 | N = 2) = 1 . f + 0 . (1 - f)
    - M1 = 1: pode ocorrer quando há erro de 1 estrela para menos e não há falta de foco.
        - P(M1 = 1 | N = 2) = 0. f + e/2 . (1 - f)
    - M1 = 2: pode ocorrer quando não há nenhum erro e não há falta de foco.
        - P(M1 = 2 | N = 2) = 0 . f + (1 - e) . (1 - f)
    - M1 = 3: pode ocorrer quando há erro de 1 estrela para mais e não há falta de foco.
        - P(M1 = 3 | N = 2) = 0 . f + e/2 . (1 - f)
    - M1 = 4: não pode ocorrer.
        - P(M1 = 4 | N = 2) = 0 . f + 0 . (1 - f)
- N = 3:
    - M1 = 0: pode ocorrer quando há falta de foco.
        - P(M1 = 0 | N = 3) = 1 . f + 0 . (1 - f)
    - M1 = 1: não pode ocorrer.
        - P(M1 = 1 | N = 3) = 0 . f + 0 . (1 - f)
    - M1 = 2: pode ocorrer quando há erro de 1 estrela para menos e não há falta de foco.
        - P(M1 = 2 | N = 3) = 0 . f + e/2 . (1 - f)
    - M1 = 3: pode ocorrer quando não há nenhum erro e não há falta de foco.
        - P(M1 = 3 | N = 3) = 0 . f + (1 - e) . (1 - f)
    - M1 = 4: pode ocorrer quando há erro de 1 estrela para mais e não há falta de foco.
        - P(M1 = 4 | N = 3) = 0 . f + e/2 . (1 - f)

Para facilitar a visualização, organizei os resultados na seguinte tabela:

	N = 1	N = 2	N = 3
M1 = 0	f + e/2 . (1 - f)	f	f
M1 = 1	(1 - e) . (1 - f)	e/2 . (1 - f)	0
M1 = 2	e/2 . (1 - f)	(1 - e) . (1 - f)	e/2 . (1 - f)
M1 = 3	0	e/2 . (1 - f)	(1 - e) . (1 - f)
M1 = 4	0	0	e/2 . (1 - f)

Analisando cada coluna, percebemos que todos somam:
$f + 2 . e/2 . (1 - f) + (1 - e) . (1 - f) = f + (1 + e - e) . (1 - f) = f + 1 - f = 1$
Esse valor está dentro do esperado, pois cada coluna corresponde a uma distribuição de probabilidade.

Item c - Suponha M1 = 1 e M2 = 3. Quais são as possíveis quantidades de estrelas se assumir que não há restrição anterior nos valores de N.

Sabemos que ambos M1 e M2 são obtidos a partir de um mesmo número de estrelas no céu N. Adicionalmente, os números M1 e M2 podem ter tido erro de 1 estrela para mais ou para menos ou um erro de 3 estrelas ou mais (devido à falta de foco).

Quanto ao erro de 1 estrela para mais ou para menos, temos:

- M1 teve erro de 1 estrela para mais:
  - Por M1, N = 0.
- M1 teve erro de 1 estrela para menos:
  - Por M1, N = 2.
- M2 teve erro de 1 estrela para mais:
  - Por M2, N = 2.
- M2 teve erro de 1 estrela para menos:
  - Por M2, N = 4.

Quanto ao erro de falta de foco, temos:

- M1 teve erro de falta de foco:
  - Por M1, N = 4 ou mais, pois o erro foi de pelo menos 3 estrelas a menos.
- M2 teve erro de falta de foco:
  - Por M2, N = 6 ou mais, pois o erro foi de pelo menos 3 estrelas a menos.

Para descobrir as possíveis quantidades de estrelas, temos que levar em conta que N tem que ser o mesmo que originou M1 e M2. Portanto, N pode ser 2 (se M1 tiver tido erro de 1 estrela para menos e M2 tiver tido erro de 1 estrela para mais), pode ser 4 (se M1 tiver tido falta de foco e M2 tiver tido erro de 1 estrela para menos) ou pode ser qualquer outro número maior ou igual a 6 (se M1 e M2 tiverem tido falta de foco).