

Γραμματική:

$S \rightarrow (X)$

$X \rightarrow YZ$

$Y \rightarrow \alpha \mid \beta \mid S$

$Z \rightarrow *X \mid -X \mid +X \mid \varepsilon$

Γράφουμε τη γραμματική αναλυτικά:

1. $S \rightarrow (X)$

2. $X \rightarrow YZ$

3. $Y \rightarrow \alpha$

4. $Y \rightarrow \beta$

5. $Y \rightarrow S$

6. $Z \rightarrow *X$

7. $Z \rightarrow -X$

8. $Z \rightarrow +X$

9. $Z \rightarrow \varepsilon$

Υπολογίζουμε τα σύνολα

FIRST, FOLLOW, EMPTY, LOOKAHEAD:

FIRST

- $\text{FIRST}(S) = \{ (\}$
- $\text{FIRST}(X) = \text{FIRST}(Y) = \{ a, b, (\}$ (Διότι $\epsilon \notin \text{FIRST}(Y)$)
- $\text{FIRST}(Z) = \{ *, -, +, \epsilon \}$

FOLLOW

Από τον πρώτο κανόνα υπολογισμού του FOLLOW έχουμε:

$$\$ \in \text{FOLLOW}(S) \quad (1)$$

Από τον δεύτερο κανόνα υπολογισμού του FOLLOW έχουμε:

Εφαρμογή στο 1:

$$\text{FOLLOW}(X) \supseteq \text{FIRST}() \Leftrightarrow \text{FOLLOW}(X) \supseteq \{ \}$$
 (2)

Εφαρμογή στο 2:

$$\text{FOLLOW}(Y) \supseteq \text{FIRST}(Z) - \{\epsilon\} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{FOLLOW}(Y) \supseteq \{*, -, +\} \quad (3)$$

Από τον τρίτο(i) κανόνα υπολογισμού του FOLLOW έχουμε:

Εφαρμογή στο 2:

$$\text{FOLLOW}(Z) \supseteq \text{FOLLOW}(X) \quad (4)$$

Εφαρμογή στο 5:

$$\text{FOLLOW}(S) \supseteq \text{FOLLOW}(Y) \quad (5)$$

Εφαρμογή στο 6,7 και 8:

$$\text{FOLLOW}(X) \supseteq \text{FOLLOW}(Z) \quad (6)$$

Από τον τρίτο(ii) κανόνα υπολογισμού του FOLLOW έχουμε:

Εφαρμογή στο 2:

Αφού $\epsilon \in \text{FIRST}(Z)$ τότε:

$$\text{FOLLOW}(Y) \supseteq \text{FOLLOW}(X) \quad (7)$$

$$\text{Από (4),(6)} \Rightarrow \text{FOLLOW}(Z) = \text{FOLLOW}(X) \quad (8)$$

$$\text{Από (2),(8)} \Rightarrow \text{FOLLOW}(Z) = \text{FOLLOW}(X) = \{\}\quad (9)$$

$$\text{Από (3),(7),(9)} \Rightarrow \text{FOLLOW}(Y) = \{*, -, +,)\} \quad (10)$$

$$\text{Από (1),(5),(10)} \Rightarrow \text{FOLLOW}(S) = \{\$, *, -, +,)\}$$

Άρα:

- $\text{FOLLOW}(Z) = \text{FOLLOW}(X) = \{\}$
- $\text{FOLLOW}(Y) = \{*, -, +,)\}$
- $\text{FOLLOW}(S) = \{\$, *, -, +,)\}$

EMPTY

- $EMPTY(S) = FALSE$
- $EMPTY(X) = FALSE$
- $EMPTY(Y) = FALSE$

(Διότι με κανέναν από τους κανόνες παραγωγής των S, X, Y δεν οδηγούμαστε στο ϵ)

- $EMPTY(Z) = TRUE$

(Διότι με τον κανόνα παραγωγής 9 μπορούμε να οδηγηθούμε στο ϵ)

LOOKAHEAD

- Είναι $EMPTY((X)) = FALSE$, οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(S \rightarrow (X)) = FIRST(()) = \{ (\}$$

- Είναι $EMPTY(YZ) = EMPTY(Y) \text{ AND } EMPTY(Z) = FALSE$ οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(X \rightarrow YZ) = FIRST(Y) = \{ \alpha, \beta, (\}$$

- Είναι $EMPTY(\alpha) = FALSE$ οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(Y \rightarrow \alpha) = FIRST(\alpha) = \{\alpha\}$$

- Είναι $EMPTY(\beta) = FALSE$ οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(Y \rightarrow \beta) = FIRST(\beta) = \{\beta\}$$

- Είναι $EMPTY(S) = FALSE$ οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(Y \rightarrow S) = FIRST(S) = \{(\}$$

- Είναι $EMPTY(*X) = FALSE$ οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(Z \rightarrow *X) = FIRST(*) = \{*\}$$

- Είναι $EMPTY(-X) = FALSE$ οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(Z \rightarrow -X) = FIRST(-) = \{-\}$$

- Είναι $EMPTY(+X) = FALSE$ οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(Z \rightarrow +X) = FIRST(+) = \{+\}$$

Είναι $EMPTY(\varepsilon) = TRUE$ οπότε προκύπτει:

$$LOOKAHEAD(Z \rightarrow \varepsilon) = FOLLOW(Z) = \{\}$$

Έχουμε δύο τρόπους να εξετάσουμε αν η γραμματική είναι LL(1):

1^{ος} τρόπος:

Εξετάζουμε αν τα σύνολα LOOKAHEAD των κανόνων παραγωγής με ίδιο αριστερό μέλος έχουν κοινά στοιχεία:

$$\bullet \text{ LOOKAHEAD}(Y \rightarrow \alpha) \cap \text{LOOKAHEAD}(Y \rightarrow \beta) \cap \text{LOOKAHEAD}(Y \rightarrow S) = \{\alpha\} \cap \{\beta\} \cap \{\} = \emptyset$$

Δεν έχουν κοινά στοιχεία

- $\text{LOOKAHEAD}(Z \rightarrow *X) \cap \text{LOOKAHEAD}(Z \rightarrow -X) \cap$
 $\cap \text{LOOKAHEAD}(Z \rightarrow +X) \cap \text{LOOKAHEAD}(Z \rightarrow \varepsilon) =$
 $= \{*\} \cap \{-\} \cap \{+\} \cap \{\} = \emptyset$

Δεν έχουν κοινά στοιχεία

Οπότε η γραμματική είναι LL(1).

2^{ος} τρόπος:

Σχεδιάζουμε τον συντακτικό πίνακα:

	()	α	β	*	-	+	\$
S	$S \rightarrow (X)$							
X	$X \rightarrow YZ$		$X \rightarrow YZ$	$X \rightarrow YZ$				
Y	$Y \rightarrow S$		$Y \rightarrow \alpha$	$Y \rightarrow \beta$				
Z		$Z \rightarrow \epsilon$			$Z \rightarrow *X$	$Z \rightarrow -X$	$Z \rightarrow +X$	

- Αφού $FIRST((X)) = \{($, η $S \rightarrow (X)$ θα τοποθετηθεί στην δεύτερη γραμμή και δεύτερη στήλη.
- Αφού $FIRST(YZ) = \{(\alpha, \beta\}$, η $X \rightarrow YZ$ θα τοποθετηθεί στη δεύτερη, τέταρτη και πέμπτη στήλη της τρίτης γραμμής.
- Αφού $FIRST(S) = \{($, η $Y \rightarrow S$ θα τοποθετηθεί στη δεύτερη στήλη της τέταρτης γραμμής.
- Αφού $FIRST(\alpha) = \{\alpha\}$, η $Y \rightarrow \alpha$ θα τοποθετηθεί στη τέταρτη στήλη της τέταρτης γραμμής.

- Αφού $\text{FIRST}(\beta) = \{\beta\}$, η $Y \rightarrow \beta$ θα τοποθετηθεί στη πέμπτη στήλη της τέταρτης γραμμής.
- Αφού $\text{FIRST}(*X) = \{*\}$, η $Z \rightarrow *X$ θα τοποθετηθεί στην έκτη στήλη της πέμπτης γραμμής.
- Αφού $\text{FIRST}(-X) = \{-\}$, η $Z \rightarrow -X$ θα τοποθετηθεί Στην έβδομη στήλη της πέμπτης γραμμής.
- Αφού $\text{FIRST}(+X) = \{+\}$, η $Z \rightarrow +X$ θα τοποθετηθεί στη όγδοη στήλη της πέμπτης γραμμής.
- Αφού $\text{FIRST}(\varepsilon) = \varepsilon$ και $\text{FOLLOW}(Z) = \{)\}$ η $Z \rightarrow \varepsilon$ θα τοποθετηθεί στη τρίτη στήλη της πέμπτης γραμμής.

Παρατηρούμε πως δεν υπάρχει θέση στον πίνακα που να περιέχει πάνω από έναν κανόνα άρα η γραμματική είναι LL(1).