

刚体转动实验

马江岩

2021 年 12 月 11 日

摘要

转动惯量 (Momentum of Inertia), 是刚体绕轴转动时惯性 (回转物体保持其匀速圆周运动或静止的特性) 的量度, 用字母 I 表示. 本实验通过改变不同实验参数, 同时保持其他参数不变, 利用最小二乘法测量了刚体的转动惯量, 并进行了误差分析.

1 改变砝码质量测量刚体转动惯量

在实验装置中, 设砝码与砝码托的总质量为 m , 塔轮的绕线半径为 r , 刚体受到的摩擦力矩为 M_μ , 砝码下落的高度为 h , 刚体对转轴的转动惯量为 I , 砝码的下落时间为 t , 则由^[1], 有

$$mgr - M_\mu \approx \frac{2hI}{rt^2}. \quad (1)$$

保持其他参数不变, 改变砝码质量 m , 同时测得砝码由静止开始下落 h 高度的时间 t , 则由式 (1), 有

$$\frac{1}{t^2} = \frac{gr^2}{2hI}m - \frac{rM_\mu}{2hI} = k_1m + c_1,$$

其中

$$k_1 = \frac{gr^2}{2hI}, \quad c_1 = -\frac{rM_\mu}{2hI}.$$

因此我们只需要测得不同的 m 及其对应的 t , 用最小二乘法算出斜率, 即可得到刚体的转动惯量 I .

取下塔轮, 换上竖直准钉, 调 OO' 与地面垂直. 装上塔轮, 尽量减小转动摩擦. 调好后用固定螺丝固定, 并在实验过程中维持摩擦力矩不变. 绕线要尽量密排. 调节滑轮位置, 保持绳子张力 F_T 的方向与 OO' 互相垂直.

实验中, 保持 $r = 2.491 \text{ cm}$, 测得 $h = 85.78 \text{ cm}$, 改变 m , 同时测量 t , 实验数据如表 1 所示.

拟合直线如图 1 所示.

表 1: 改变砝码质量测量刚体转动惯量实验数据.

m/g	5.00	10.04	15.02	20.08	24.99	29.96	35.02
t_1/s	21.18	11.90	9.44	7.75	6.81	6.22	5.72
t_2/s	21.28	11.85	9.22	7.90	6.84	6.35	5.78
t_3/s	21.22	11.97	9.47	7.71	7.00	6.34	5.72
\bar{t}/s	21.23	11.91	9.38	7.79	6.88	6.30	5.74
$\frac{1}{\bar{t}^2}/10^{-3}\text{s}^{-2}$	2.22	7.05	11.37	16.49	21.11	25.17	30.35

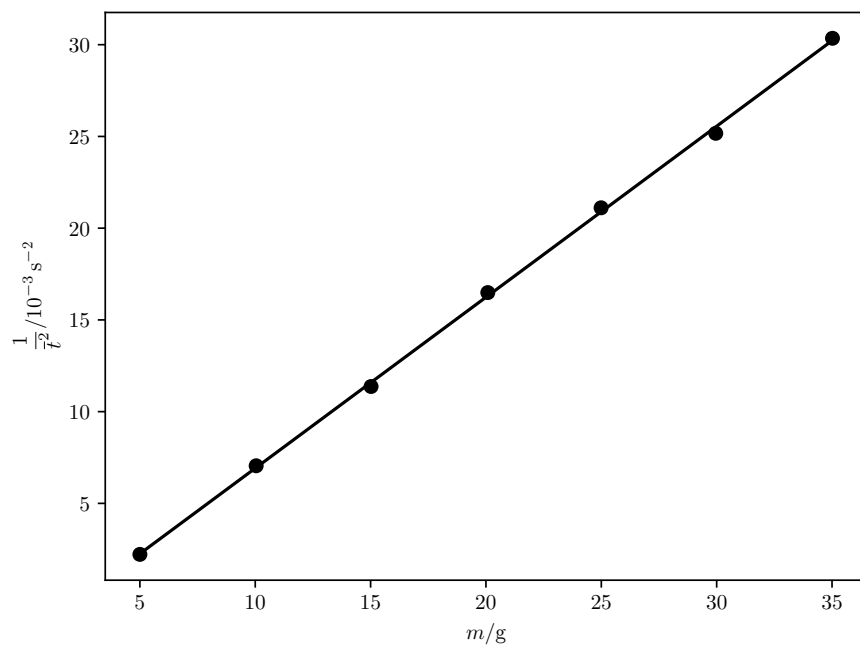


图 1: 改变砝码质量测量刚体转动惯量拟合直线.

拟合直线的斜率和截距为

$$k_1 = 0.9321 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}, \quad c_1 = -2.406 \times 10^{-3} \text{ s}^{-2},$$

刚体的转动惯量

$$I_1 = \frac{gr^2}{2hk_1} = 3.80 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

摩擦力矩

$$M_\mu = -\frac{2c_1 h I}{r} = 6.28 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

2 改变塔轮半径测量刚体转动惯量

保持其他参数不变, 改变塔轮半径 r , 同时测得砝码由静止开始下落 h 高度的时间 t , 则由式 (1), 有

$$\frac{1}{rt^2} = \frac{mg}{2hI}r - \frac{M_\mu}{2hI} = k_2 r + c_2,$$

其中

$$k_2 = \frac{mg}{2hI}, \quad c_2 = -\frac{M_\mu}{2hI}.$$

实验中, 保持 $m = 19.90 \text{ g}$, 测得 $h = 85.78 \text{ cm}$, 改变 r , 同时测量 t . 注意每次改变 r 之后都要重新调整滑轮的高度, 使绳子水平. 实验数据如表 2 所示.

表 2: 改变塔轮半径测量刚体转动惯量实验数据.

r/cm	1.000	1.511	2.010	2.491	2.991
t_1/s	21.03	13.06	9.40	7.75	6.60
t_2/s	21.68	13.16	9.52	7.90	6.53
t_3/s	21.31	13.03	9.76	7.71	6.37
\bar{t}/s	21.34	13.08	9.56	7.79	6.50
$\frac{1}{r\bar{t}^2}/10^{-2} \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-2}$	0.220	0.387	0.544	0.662	0.791

拟合直线如图 2 所示.

拟合直线的斜率和截距为

$$k_2 = 0.2857 \times 10^2 \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-2}, \quad c_2 = -0.051 \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-2},$$

刚体的转动惯量

$$I_2 = \frac{mg}{2hk_2} = 3.98 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

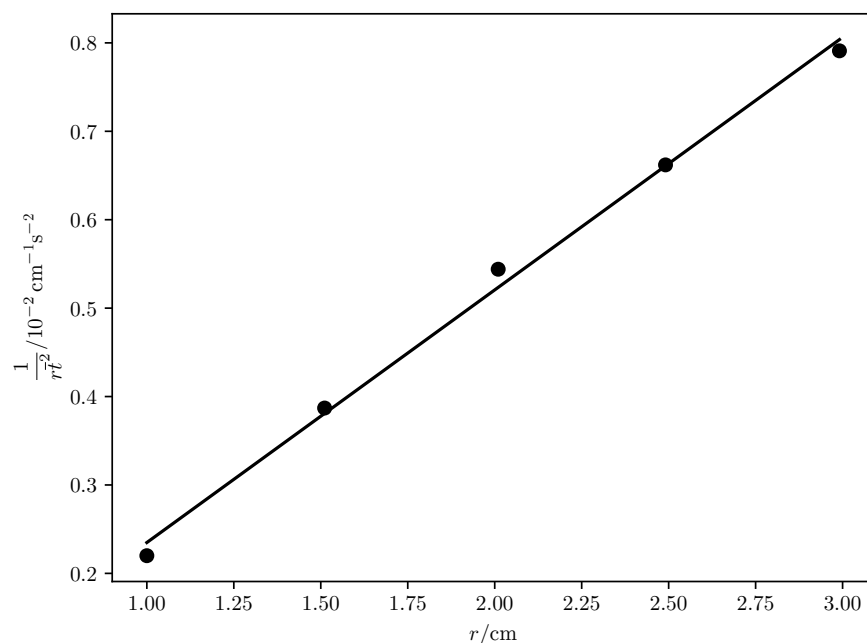


图 2: 改变塔轮半径测量刚体转动惯量拟合直线.

摩擦力矩

$$M_{\mu} = -2c_2 h I = 3.48 \times 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}.$$

3 分析与讨论

1. 总结从调节实验装置和操作两个方面, 怎样做才能减小在实验中产生的系统误差和随机误差.

调节实验装置方面, 要保证 OO' 与地面垂直; 应在使刚体能在砝码托的质量牵引下旋转的条件下尽可能将刚体上方的螺丝拧紧, 在实验过程中保持摩擦力矩不变; 塔轮上方的螺母应当拧紧, 防止螺丝的松紧在实验过程中改变; 使绳子张力的方向与 OO' 垂直, 可以通过卷尺测量, 若水平绳子两端高度相同, 则绳子调节水平.

实验操作方面, 要使砝码每次从相同高度由静止开始下落, 落到水平地面的同时停止计时; 砝码质量不能太轻, 加速度不能太小, 以减小实验误差; 每次改变塔轮半径, 都应重新调节滑轮高度使绳子张力的方向与 OO' 垂直; 实验中尽量不要触动转子和支架, 以免改变它们的位置或塔轮所受的摩擦力矩; 绕线要尽量密排, 减小水平绳子在刚体转动过程中倾角改变的影响.

2. 回答思考题 (5), 并对照自己的实验结果, 进行系统误差分析.

两次实验测得的转动惯量如下:

$$I_1 = 3.80 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

$$I_2 = 3.98 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

可以看出, I_2 比 I_1 大了 4.67% 左右.

原因之一在于对转动半径 r 的测量不准. 我们所测的 r 是在塔轮未绕线之前测的, 而实验过程中实际的转动半径还包括了绳子的直径, 因此我们所测得的 r 偏小. 尤其是当塔轮的半径较小, 绳子需要绕更多圈时, 这样的误差更大, 即较小的 r 受到的这种测量误差影响更大. 这就导致拟合直线左边的数据点与真实值相比更靠左上方, 直线的斜率偏小, 所测的 I_2 偏大.

另一个原因在于, 在塔轮转动过程中, 绳子并不是一直保持水平的, 而是随绕线一圈圈地脱落而倾角改变. 这会给绳子的力矩带来一个余弦项, 我们用 mgr 计算出的绳子的力矩偏大, 转动惯量 I_2 偏大.

4 收获与感想

与之前的实验相比, 这次实验最大的特点在于它没有那么精确, 各种随机误差和系统误差对测量结果的影响较大. 这就对实验者提出了更高的要求, 我们应当格外小心以避免引入人为误差, 合理地调节实验装置和操作以减小误差. 我在实验中也遇到了很多组数据测不准、不确定度大的困难, 通过反复重复实验、不断调节, 才逐渐减小了误差, 这使我受益匪浅.

参考文献

- [1] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖. 新编基础物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.