

分光计的调节和掠入射法测量折射率

马江岩

2021 年 12 月 5 日

摘要

分光计是测量角度的精密仪器, 在光学实验中常用它测定角度, 从而得到光学参量, 如光波波长和材料的折射率等, 是一种典型的光学仪器. 本实验练习了分光计的调节方法, 并利用分光计测量了三棱镜的顶角和折射率.

1 测定玻璃三棱镜顶角

首先按照^[1]中的方法调节好分光计, 然后调节三棱镜的主截面与仪器转轴垂直, 如图 1 所示. 实验中应注意, 先调 b_1 或 b_2 螺钉, 使 AB 面与望远镜垂直, 此时可看见 AB 面反射回来的“+”字像与 MN 线重合. 之后调节 AC 面时, 只能调节螺钉 b_3 ; 调节 AB 面时, 只能调节螺钉 b_1 , 以防止调节一个面时对另一个面的角度造成影响.

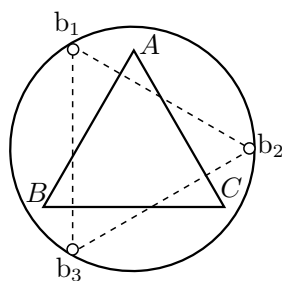


图 1: 三棱镜放置方法.

我们独立地进行三次实验, 每次实验后先将三棱镜取下来, 转动游标盘一定角度, 再将三棱镜按图 1 中的方法重新放置在载物台上, 重新调节载物台的三个螺钉使三棱镜的两个光学面与望远镜光轴垂直. 在每次实验中, 转动望远镜, 先使望远镜光轴与棱镜 AB 面垂直, 记下此时左右游标的读数 θ'_1, θ''_1 . 然后转动望远镜, 使其光轴与 AC 面垂直, 记下两边游标的读数 θ'_2, θ''_2 .

两次读数相减便得顶角 A 的补角 ψ , 即 $A = 180^\circ - \psi$, 其中

$$\psi = \frac{1}{2} [(\theta'_2 - \theta'_1) + (\theta''_2 - \theta''_1)],$$

于是便可计算出顶角 A . 三次实验的数据如表 1 所示.

表 1: 测定玻璃三棱镜顶角实验数据.

θ'_1	θ''_1	θ'_2	θ''_2	A
$223^\circ 40'$	$43^\circ 36'$	$163^\circ 37'$	$343^\circ 40'$	$59^\circ 59' 30''$
$288^\circ 10'$	$108^\circ 6'$	$228^\circ 10'$	$48^\circ 7'$	$59^\circ 59' 30''$
$318^\circ 14'$	$138^\circ 10'$	$258^\circ 14'$	$78^\circ 10'$	$60^\circ 0' 0''$

所测三棱镜顶角的平均值为

$$\bar{A} = 59^\circ 59' 40'',$$

标准差为

$$\sigma_{\bar{A}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (A_i - \bar{A})^2}{3 \times (3 - 1)}} \approx 0^\circ 0' 10''.$$

又因为分光计的允差为

$$e = 0^\circ 1',$$

故顶角 A 的不确定度为

$$\sigma_A = \sqrt{\sigma_{\bar{A}}^2 + \frac{e^2}{3}} \approx 0^\circ 0' 36'',$$

测量结果为

$$A = 59^\circ 59' 40'' \pm 0^\circ 0' 36''.$$

2 用掠入射法测定三棱镜的折射率

用波长 λ 的单色扩展光源照射到顶角 A 的玻璃三棱镜的 AB 面上, 以角 i 入射的光线经玻璃三棱镜两次折射后, 从 AC 面以角 ϕ 射出, 如图 2 所示.

由折射定律得

$$n_0 \sin i = n \sin r,$$

$$n \sin r' = n_0 \sin \phi,$$

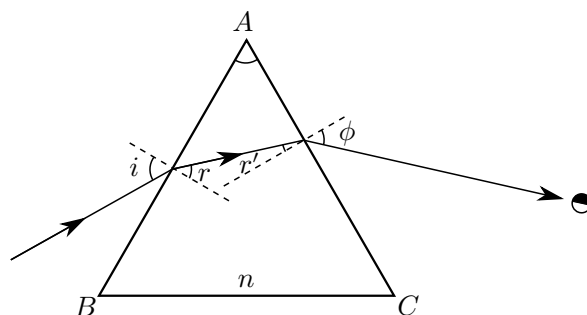


图 2: 入射光路.

其中 n_0 和 n 分别是空气和玻璃的折射率, 一般取 $n_0 = 1$. 由几何关系知

$$r + r' = A.$$

从上述三式中消去 r 和 r' , 有

$$n = \frac{1}{\sin A} \sqrt{\sin^2 i \sin^2 A + (\sin i \cos A + \sin \phi)^2}.$$

如果光线以 90° 角入射 (叫做掠入射), 则有 $\sin i = 1$, 此时的出射角 ϕ 最小, 称为极限角, 因而上式可简化为

$$n = \sqrt{1 + \left(\frac{\cos A + \sin \phi}{\sin A} \right)^2}, \quad (1)$$

可见在掠入射条件下, 只要测出顶角 A 和出射极限角 ϕ , 就可由式 (1) 算出玻璃折射率 n .

整体移动分光计或刻度圆盘, 使钠光灯大体位于 AB 光学面的延长线上, 并在 B 点略垂直于 AB 面的位置放一片毛玻璃作为扩展光源. 这时用眼睛在出射光方向 (AC 面) 可找到一条明暗分界线, 再将望远镜转至该方位, 从望远镜中找到这条分界线. 将望远镜 PP' 线对准明暗分界线, 记下左、右游标读数 θ'_3, θ''_3 . 转动望远镜至 AC 面的法线位置, 记下游标读数 θ'_4, θ''_4 . 从而可求得光线掠入射时的出射极限角

$$\phi = \frac{1}{2} [(\theta'_3 - \theta'_4) + (\theta''_3 - \theta''_4)],$$

再由公式 (1) 可计算出折射率. 进行三次独立的实验, 实验数据如表 2 所示.

出射极限角的平均值为

$$\bar{\phi} = 41^\circ 24' 20'',$$

不确定度为

$$\sigma_{\bar{\phi}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (\phi_i - \bar{\phi})^2}{3 \times (3 - 1)}} \approx 0^\circ 0' 44''.$$

表 2: 用掠入射法测定三棱镜的折射率实验数据.

θ'_3	θ''_3	θ'_4	θ''_4	ϕ
236°29'	56°26'	195°2'	15°4'	41°24'30''
193°39'	13°42'	152°14'	332°16'	41°25'30''
224°0'	44°0'	182°36'	2°38'	41°23'0''

又因为分光计的允差为

$$e = 0^\circ 1',$$

故出射极限角的不确定度为

$$\sigma_\phi = \sqrt{\sigma_\phi^2 + \frac{e^2}{3}} \approx 0^\circ 0' 56'',$$

掠入射极限角的测量结果为

$$\phi = 41^\circ 24' 20'' \pm 0^\circ 0' 56''.$$

故由式 (1), 三棱镜折射率为

$$n = \sqrt{1 + \left(\frac{\cos A + \sin \phi}{\sin A} \right)^2} \approx 1.6730,$$

其不确定度为

$$\sigma_n = n \sqrt{\left(\frac{\frac{(\cos A + \sin \phi)(1 + \cos A \sin \phi)}{\sin^3 A}}{1 + \left(\frac{\cos A + \sin \phi}{\sin A} \right)^2} \sigma_A \right)^2 + \left(\frac{\frac{\cos \phi (\cos A + \sin \phi)}{\sin^2 A}}{1 + \left(\frac{\cos A + \sin \phi}{\sin A} \right)^2} \sigma_\phi \right)^2} \approx 0.0003,$$

故掠入射法测定三棱镜折射率的结果为

$$n = 1.6730 \pm 0.0003,$$

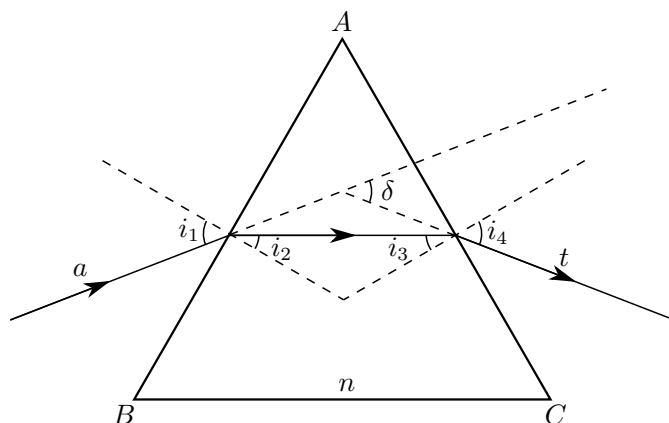
这折射率是对于波长为 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ 的钠光而言的.

3 用最小偏向角法测定三棱镜折射率

折射率也可以在分光计上用最小偏向角方法测量, 原理如图 3 所示.

光线 a 代表一束单色平行光, 以入射角 i_1 投射到棱镜的 AB 面上, 经棱镜两次折射后以 i_4 角从另一面 AC 射出来, 成为光线 t . 经棱镜两次折射, 光线传播方向总的变化可用入射光线 a 和出射光线 t 延长线的夹角 δ 来表示, δ 叫做偏向角. 由图 3 可知

$$\delta = (i_1 - i_2) + (i_4 - i_3) = i_1 + i_4 - A.$$

图 3: 最小偏向角法测定 n 原理图.

用微商计算可以证明, 当 $i_1 = i_4$ 时, 偏向角有最小值, 叫最小偏向角, 用 δ_m 表示. 此时有 $i_2 = A/2$, $i_1 = (A + \delta_m)/2$, 故

$$n = \frac{\sin \frac{A + \delta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}}. \quad (2)$$

用分光计测出棱镜的顶角 A 和最小偏向角 δ_m , 即可求得棱镜对应该单色光波的折射率 n .

用水银灯照亮平行光管狭缝. 转动游标盘, 使棱镜处在如图 4 所在的位置. 先用眼睛沿棱镜出射光方向寻找棱镜折射后的狭缝像, 找到后再将望远镜移到眼睛所在方位, 此时在望远镜中就能看到水银光谱线.

稍稍转动游标盘, 以改变入射角 i_1 , 使绿谱线朝偏向角减小的方向移动, 并要转动望远镜跟踪绿谱线. 直到棱镜继续沿同方向转动时, 该谱线不再向前移动却往相反方向移动为止. 这个绿谱线反方向移动的转折位置就是棱镜对绿谱线的最小偏向角位置. 拧紧螺钉, 将游标盘止动. 将望远镜中准线的竖线 PP' 移到这一最小偏向角位置上, 与绿谱线重合. 微调游标盘, 使棱镜微小转动, 准确找出绿谱线反向移动的确切位置. 轻轻移动望远镜, 使 PP' 线对准绿谱线中心, 记下左右游标读数 θ'_5, θ''_5 . 拧紧螺钉将望远镜与刻度盘固定, 转动望远镜对着入射光, 使其 PP' 线与白色狭缝像重合, 记下左右游标读数 θ'_6, θ''_6 , 则最小偏向角

$$\delta_m = \frac{1}{2} [(\theta'_6 - \theta'_5) + (\theta''_6 - \theta''_5)].$$

进行三次独立的实验, 实验数据如表 3 所示.

最小偏向角的平均值为

$$\overline{\delta_m} = 54^\circ 4' 10'',$$

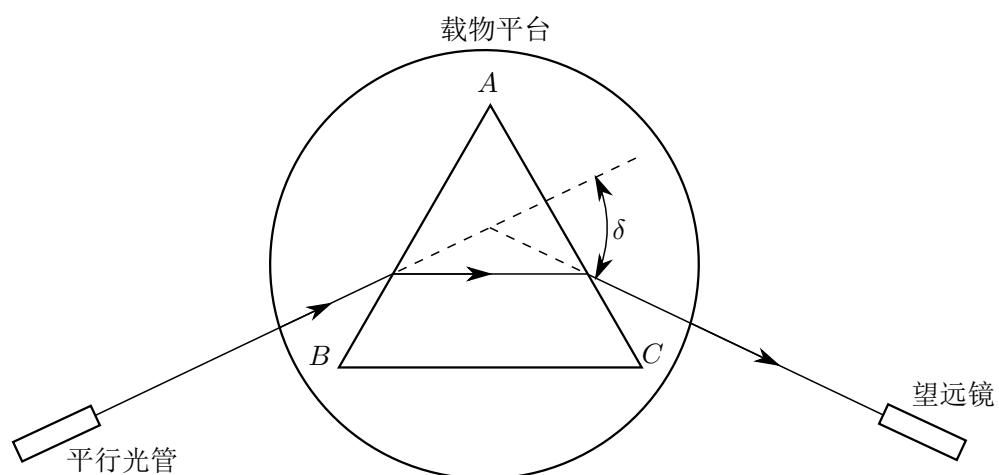


图 4: 测量最小偏向角方法.

表 3: 最小偏向角法测定三棱镜折射率实验数据.

θ'_5	θ''_5	θ'_6	θ''_6	δ_m
237°1'	57°1'	182°57'	2°57'	54°4'0''
201°38'	21°40'	147°32'	327°38'	54°4'0''
159°6'	339°11'	105°0'	285°8'	54°4'30''

不确定度为

$$\sigma_{\bar{\delta}_m} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (\delta_{mi} - \bar{\delta}_m)^2}{3 \times (3-1)}} \approx 0^\circ 0' 10''.$$

又因为分光计的允差为

$$e = 0^\circ 1',$$

故最小偏向角的不确定度为

$$\sigma_{\delta_m} = \sqrt{\sigma_{\bar{\delta}_m}^2 + \frac{e^2}{3}} \approx 0^\circ 0' 36'',$$

最小偏向角法的测量结果为

$$\delta_m = 54^\circ 4' 10'' \pm 0^\circ 0' 36''.$$

由式 (2), 三棱镜折射率为

$$n = \frac{\sin \frac{A+\delta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \approx 1.6781,$$

其不确定度为

$$\delta_n = \sqrt{\left(\frac{\sin \frac{\delta_m}{2}}{2 \cos^2 \frac{A}{2}} \sigma_A \right)^2 + \left(\frac{\cos \frac{A+\delta_m}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \sigma_{\delta_m} \right)^2} \approx 0.0002,$$

故最小偏向角法测定三棱镜折射率的结果为

$$n = 1.6781 \pm 0.0002,$$

这折射率是对于波长为 $\lambda = 546.07 \text{ nm}$ 的绿光而言的.

4 分析与讨论

1. 实验中测量误差的来源分析.

实验中的主要误差来源有:

- 望远镜和平行光管的光轴可能不完全水平;
- 载物平台可能未完全调水平;
- 三棱镜的两个光学面可能未与望远镜的光轴完全垂直;
- 实验中可能因误碰等原因影响了三棱镜和望远镜之前的校准;
- 测量最小偏向角时对最小偏向角位置的判断具有一定的主观性.

5 收获与感想

分光计是非常精密的实验仪器, 本实验利用分光计进行测量, 并且重复实验多次测量, 锻炼了我进行精密测量、尽量减小人为误差的能力. 在实验中我第一次见到了汞灯的光谱, 感到十分兴奋. 由于时间原因, 我未能测量汞灯的其他谱线波长对应的折射率, 令我感到有些遗憾, 也说明我对分光计的使用还不够熟练, 还需要多加练习.

参考文献

- [1] 吕斯骅, 段家祗, 张朝晖. 新编基础物理实验[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [2] 钟锡华. 现代光学基础[M]. 北京大学出版社, 2012.