

Υπολογιστική ρευστομηχανική 7^ο εξάμηνο

Προαιρετικό θέμα 1

Προσομοίωση τυρβώδους ροής εντός αεροσύραγγας



Γεώργιος Νιδριώτης - mc18054
3 Φεβρουαρίου 2024

Περιεχόμενα

Εισαγωγή	1
1 Κατασκευή πλέγματος	1
1.1 Κατασκευή πλέγματος κατά την ακτινική διεύθυνση	1
1.2 Κατασκευή πλέγματος κατά την αξονική διεύθυνση	3
1.3 Παράμετροι & εικόνες πλέγματος	4
2 Ορισμός συνοριακών συνθηκών - μοντελοποίηση δίσκου ορμής	4

Εισαγωγή

Το παρόν θέμα περιλαμβάνει την προσομοίωση ροής εντός αεροσύραγγας. Η ροή είναι ασυμπίεστη, συνεκτική και τυρβώδης, και το πρόβλημα περιλαμβάνει δύο μέρη. Πρώτον, προσομοιώνουμε τη ροή εντός του αγωγού, χωρίς σώμα, όπως θα ήταν στο εσωτερικό κυλινδρικού αγωγού. Δεύτερον, εισάγουμε σε κάποια αξονική θέση και στο κέντρο ακτινικά της αεροσύραγγας τον δρομέα μιας ανεμογεννήτριας.

Επιπλέον, το πρόβλημα μοντελοποιείται ως αξονοσυμμετρικό και επομένως λύνεται ως διδιάστατο για τη μισή διάμετρο της αεροσύραγγας. Η ροή που μελετάται διέπεται από τις εξισώσεις Navier-Stokes, διατυπωμένες για κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων για αξονοσυμμετρικό πεδίο ροής (εξ. 1).

$$\begin{aligned}\frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(ruv)}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right] \\ \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv^2)}{\partial r} &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{v^2}{r} \right]\end{aligned}\quad (1)$$

Οι εξισώσεις 1 είναι αδιαστατοποιημένες ως προς την ακτίνα του δρομέα και την ταχύτητα της αδιατάρακτης ροής.

Η επίδραση του δρομέα της A/Γ στην ροή μοντελοποιείται με τη μέθοδο δίσκου ορμής όπου στην εξίσωση ορμής κατά x (δεύτερη εξίσωση των 1) προσθέτουμε έναν επιπλέον όρο στον όρο πηγής που μπορεί να περιγραφεί από μια καταβόθρα ορμής στη θέση που βρίσκεται ο δρομέας (x και r). Ο όρος που προστίθεται είναι η ποσότητα του φορτίου που ασκείται από τον δρομέα στο ρευστό, και μετά τη διακριτοποίηση, ο όρος που προσθέτουμε σε ένα κελλί δίνεται στη σχέση 2.

$$dF = -\frac{1}{2} \rho C_t U_\infty^2 dA \quad (2)$$

όπου,

- U_∞ είναι η μέση ταχύτητα στην επιφάνεια του δίσκου για αδιατάρακτη ροή (απουσία δίσκου)
- $dA = 2\pi r dr$, με r τη μέση ακτίνα του εκάστοτε κελλιού, και dr το ακτινικό εύρος του κελλιού

1 Κατασκευή πλέγματος

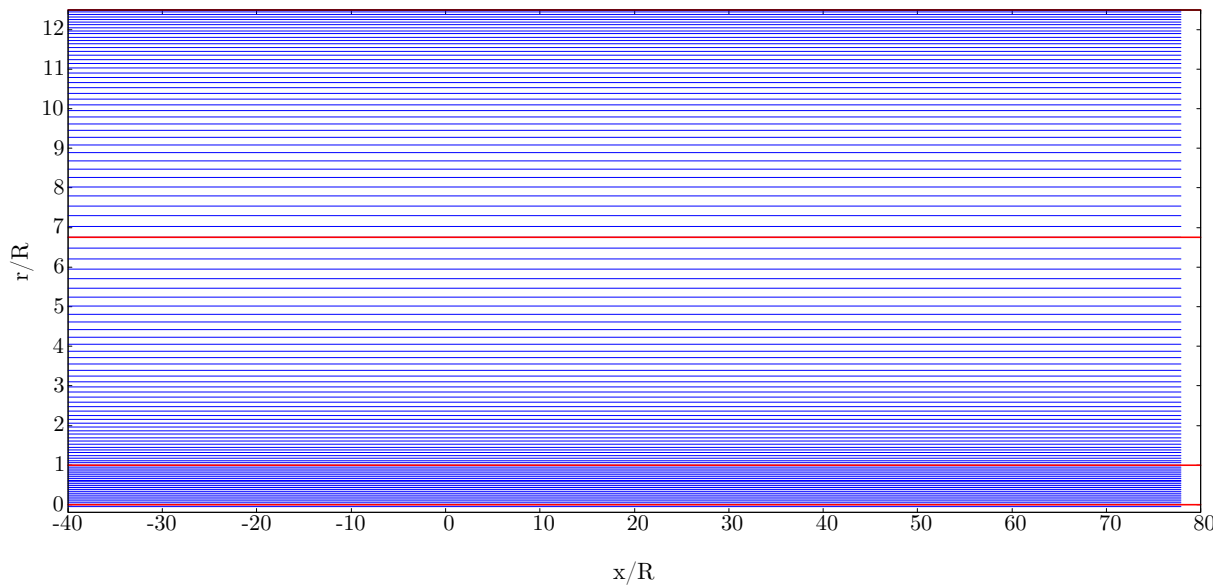
Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, το πρόβλημα μοντελοποιείται ως αξονοσυμμετρικό επιλύεται σε διδιάστατο πλέγμα. Για την αύξηση της ακρίβειας των αριθμητικών μεθόδων, εφαρμόσθηκε πύκνωση στις περιοχές όπου έχουμε υψηλές κλίσεις και συγκεκριμένα, στην περιοχή γύρω από τον δρομέα, στο τοίχωμα της αεροσύραγγας, και κοντά στον άξονα συμμετρίας όπου αναπτύσσεται ο ομόρρου της ανεμογεννήτριας.

Η πύκνωση και η αραίωση του πλέγματος γίνεται με τη χρήση γεωμετρικής προόδου. Συμβολίζοντας με p τη θέση ενός κόμβου, dp την απόσταση μεταξύ δύο κόμβων, και r τον λόγο της γεωμετρικής προόδου, η γεωμετρική πρόοδος περιγράφεται από τις σχέσεις 1.1.

$$\begin{aligned}\frac{dp_{k+1}}{dp_k} &= r \\ p_k &= p_0 + dp_0 \frac{r^k - 1}{r - 1}\end{aligned}\quad (1.1)$$

1.1 Κατασκευή πλέγματος κατά την ακτινική διεύθυνση

Κατά την ακτινική διεύθυνση το πλέγμα χωρίστηκε σε τρεις περιοχές. Αρχικά στην περιοχή από τον άξονα συμμετρίας έως την ακτίνα του δρομέα έχουμε ομοιόμορφο πλέγμα με μέγεθος dy_grid που εισάγεται από τον χρήστη. Έπειτα, το υπόλοιπο ακτινικό χωρίο χωρίζεται στα δύο. Από τη θέση $y=1$ (ακτίνα δρομέα) έως το μέσο του υπολοίπου χωρίου, έχουμε σταδιακή αραίωση με γεωμετρική πρόοδο. Ενώ από το μέσο του χωρίου έως το τοίχωμα έχουμε σταδιακή πύκνωση με τον ίδιο λόγο γεωμετρικής προόδου, επομένως έχουμε αντικατωπτρισμό του πλέγματος που δημιουργήθηκε στην δεύτερη περιοχή. Το πλέγμα σε αυτές τις περιοχές ελέγχεται από τον χρήστη εισάγωντας τον αριθμό των κελιών σε κάθε περιοχή και τον λόγο της γεωμετρικής προόδου. Οι τρεις περιοχές και το παραγόμενο πλέγμα φαίνονται στο σχήμα 1.



Σχήμα 1: Κόμβοι πλέγματος κατά την ακτινική διεύθυνση

Όπως φαίνεται και στο τμήμα του κώδικα 2, με βάση τις εισόδους (αριθμός κελιών) υπολογίζουμε μέσω της σχέσης 1.1 το μήκος του πρώτου κελιού στην πρόοδο (του μικρότερου), και χρησιμοποιώντας την ίδια σχέση υπολογίζουμε τη θέση του κάθε κόμβου.

```

1 !--- Uniform grid in y-direction
2 !From y=ymin to y=1 (disk radius)
3
4 ! Second point is on symmetry line
5 y_grid(2)=ymin
6
7 do j=2,ngridy1-1
8   y_grid(j+1)=y_grid(j) + dy_grid
9 enddo
10
11 ! First point is symmetric to third
12 y_grid(1)=-y_grid(3)

```

Τμήμα κώδικα 1: Κατασκευή ομοιόμορφου πλέγματος

```

1 !--- Non-uniform grid from ngridy1 to ngridy2
2 !--- From y=1 to y=y_mid
3
4 ! Calculate length of first cell in coarsening region
5 ! using the number of cells
6 dy_grid_first= ((y_mid-1.d0) / (raty**double(ngridy2)) -
7   1.d0)) * (raty-1.d0)
8
9 do j=1,ngridy2
10  y_grid(j+ngridy1)=y_grid(j+ngridy1-1) +
11    dy_grid_first*raty**(j-1)
12 enddo

```

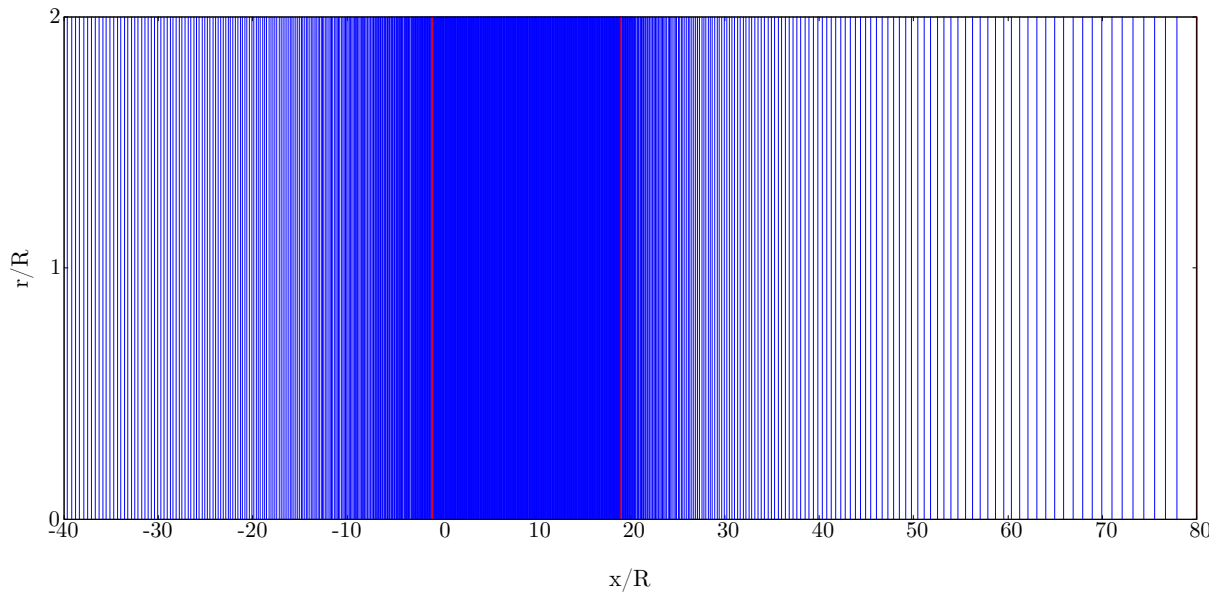
Τμήμα κώδικα 2: Αραίωση πλέγματος

```

1 !--- Non-uniform grid from ngridy1 to ngridy2
2 !--- From y=y_mid to y=y_max
3
4 do j=1,ngridy2
5   ! Inverse raty to refine mesh
6   y_grid(j+ngridy1+ngridy2)=y_grid(j+ngridy1+ngridy2
7     -1) + dy_grid_first/raty**(j-1)*raty**(ngridy2-1)
8 enddo

```

Τμήμα κώδικα 3: Πύκνωση πλέγματος



Σχήμα 2: Κόμβοι πλέγματος κατά την αξονική διεύθυνση

1.2 Κατασκευή πλέγματος κατά την αξονική διεύθυνση

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, στην αξονική διεύθυνση έχουμε ομοιόμορφο πλέγμα κοντά στον δρομέα, και σταδιακή αραίωση ανάντι και κατάντι αυτού. Ξανά, το μήκος των κελιών στην ομοιόμορφη περιοχή ορίζεται από τον χρήστη και είναι ίσο με το μήκος των κελιών κατά την ακτινική διεύθυνση στο ομοιόμορφο τμήμα. Η κατανομή των κόμβων κατά την αξονική διεύθυνση φαίνεται στο σχήμα 2.

Παρακάτω φαίνονται τα τμήματα του κώδικα που δημιουργούν το πλέγμα για τις τρεις περιοχές κατά την αξονική διεύθυνση.

```

1  !-- x-grid
2  write(*,*) 'Target Uni Dx=', dx_uni_tar
3  ! Correct uniform spacing to intersect x=-1 and x=0
4  dx_uni_cor = 10**((LOG10(1.d0)-LOG10(dble(ceiling(10**
5    (LOG10(1.d0)-LOG10(dx_uni_tar))))))
6  ngridx2 = ceiling(xuni / dx_uni_cor)
7  dx_grid2 = dx_uni_cor
8  dx_grid1 = dx_uni_cor
9  write(*,*) 'dx_grid1=', dx_grid1
10
11 ngridx1 = int(dlog(1.d0+xmin*(1.d0-ratx1)/dx_grid1)/dlog
12   (ratx1))
13 ngridx3 = int(dlog(1.d0-(xmax-xuni)*(1.d0-ratx2)/
14   dx_grid1)/dlog(ratx2))
15 ngridx=ngridx1+ngridx2+ngridx3
16 ! Save the index of rotor axial position
17 x0ind = ngridx1+ngridx2/xuni

```

Τμήμα κώδικα 4: Υπολογισμός παραμέτρων πλέγματος στην αξονική διεύθυνση

```

1  ! Upstream coarsening (x < -1) with ratx1 ratio
2  x_grid(ngridx1)=-1.d0
3  do i=1,ngridx1-1
4    x_grid(ngridx1-i)=x_grid(ngridx1-i+1)-dx_grid1*ratx1
5    *(i-1)
6  enddo

```

Τμήμα κώδικα 5: Αραίωση πλέγματος ανάντι δρομέα

```

1  ! Uniform grid -1 < x < XUNI-1

```

```

2      do i=1,ngridx2
3          x_grid(ngridx1+i)=x_grid(ngridx1+i-1)+dx_grid2
4      enddo

```

Τμήμα κώδικα 6: Ομοιόμορφο πλέγμα κοντά στον δρομέα

```

1 ! Downstream coarsening (x > XUNI-1) with ratx2 ratio
2 do i=1,ngridx3
3     x_grid(ngridx1+ngridx2+i)=x_grid(ngridx1+ngridx2+i
4     -1)+dx_grid2*ratx2**(i-1)
5 enddo

```

Τμήμα κώδικα 7: Αραίωση πλέγματος κατάντι δρομέα

Όπως φαίνεται και στο τμήμα του κώδικα 4, το πλήθος των κόμβων για τα δύο τμήματα που αραιώνουμε, υπολογίζεται ώστε προσεγγιστικά να φτάνει το πλέγμα έως τα όρια που έχει ορίσει ο χρήστης. Θα μπορούσαμε εναλλακτικά να εισάγουμε το πλήθος των κόμβων και να λύσουμε την εξίσωση 1.1 ώστε να καθορίσουμε το απαιτούμενο μήκος του πρώτου κελλιού. Ωστόσο, δεν μας ενδιαφέρει να πετύχουμε ακριβώς τη θέση εισόδου και εξόδου που ορίζει ο χρήστης, αφού απλά ενδιαφερόμαστε να έχουμε ικανοποιητικό μήκος ώστε να μπορούμε να εφαρμόσουμε συνοριακές συνθήκες που δεν θα επηρεάζονται από τις συνθήκες κοντά στον δρομέα, δηλαδή να έχουμε αποκατεστημένη ροή.

Έτσι, σε αυτή την περίπτωση, είναι προτιμότερο να έχουμε ομαλή μετάβαση από το τμήμα ομοιόμορφου πλέγματος στα τμήματα της αραίωσης διατηρώντας ίδιο μήκος κελλιού στο σύνολο των περιοχών.

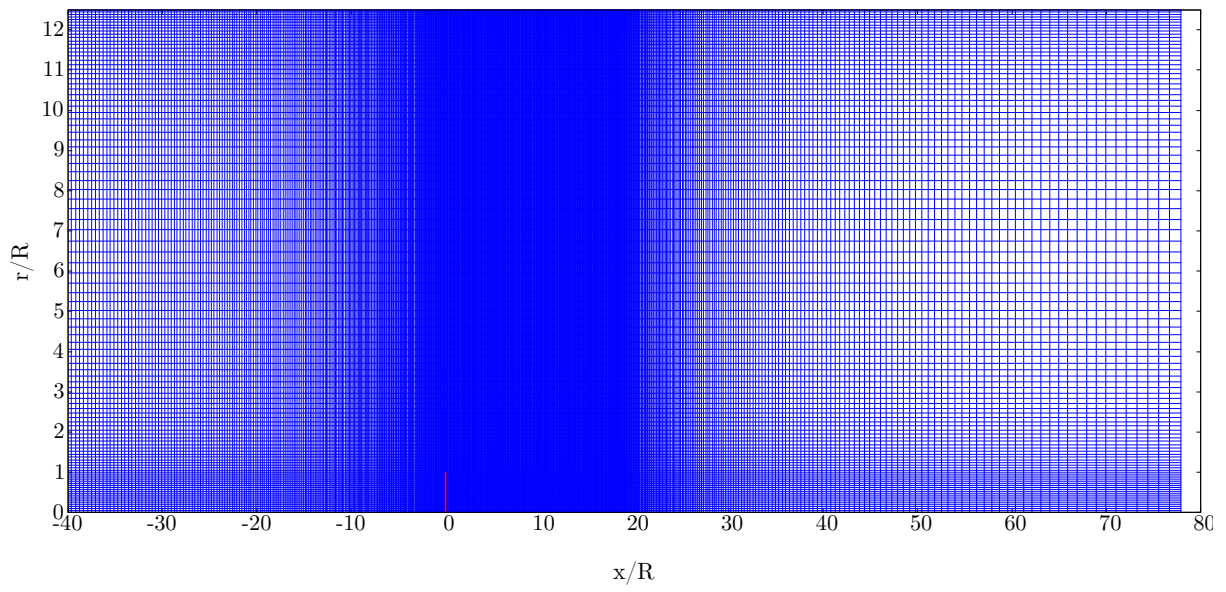
1.3 Παράμετροι & εικόνες πλέγματος

Οι τελικές γεωμετρικές παράμετροι και οι παράμετροι που αφορούν το πλέγμα και αναφέρθηκαν παραπάνω παρατίθενται στον πίνακα 1.

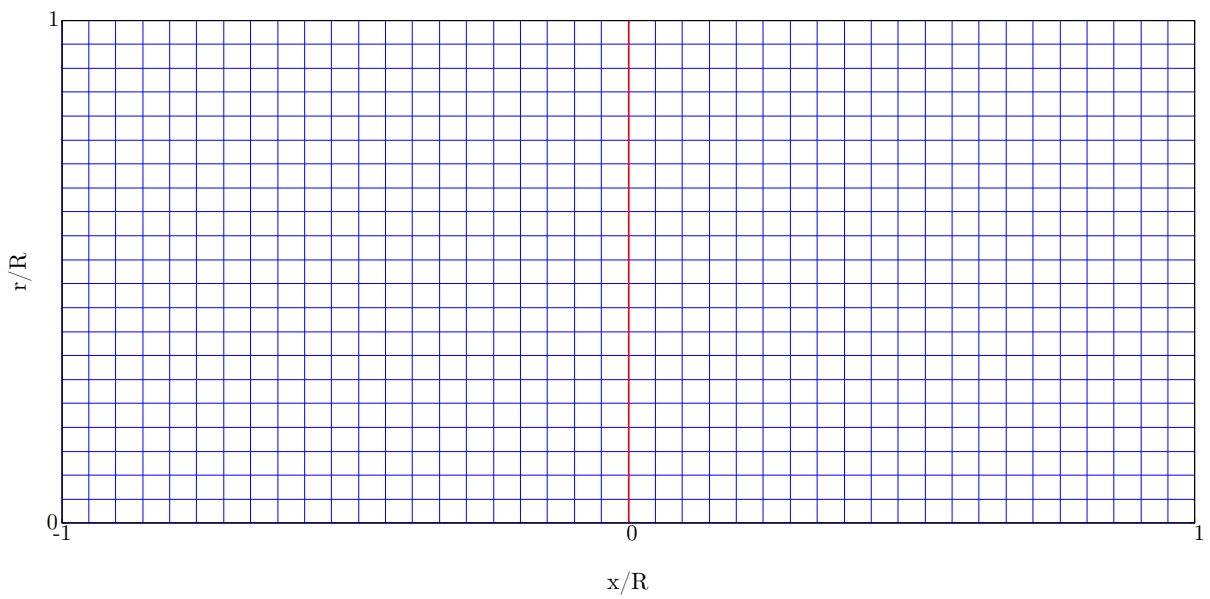
XMIN	-40	Αρχή υπολογιστικού χωρίου
XMAX	80	Τέλος υπολογιστικού χωρίου
XUNI	20	Μήκος τμήματος ομοιόμορφου πλέγματος
YMIN	0	Ελάχιστη ακτινική θέση
YMAX	12.5	Μέγιστη ακτινική θέση
NGRIDX1	91	Πλήθος κόμβων αραίωσης - αξονικά
NGRIDX	582	Συνολικό πλήθος κόμβων - αξονικά
NGRIDY1	41	Πλήθος κόμβων αραίωσης - ακτινικά
NGRIDY	102	Συνολικό πλήθος κόμβων - ακτινικά
dx_uni	0.05	Μέγεθος κελλιού - ομοιόμορφο πλέγμα
RATX1	1.01	Λόγος ΓΠ ανάντι
RATX2	1.02	Λόγος ΓΠ κατάντι
RATY	1.04	Λόγος ακτινικής πυκνώσης

Πίνακας 1: Τελικές γεωμετρικές παράμετροι και παράμετροι πλέγματος

Στα ακόλουθα διαγράμματα παρουσιάζεται η τελική μορφή του πλέγματος σε ολόκληρο το χωρίο και εστιασμένο στις περιοχές ενδιαφέροντος. Η θέση του δρομέα σημειώνεται με κόκκινη συμπαγή γραμμή.

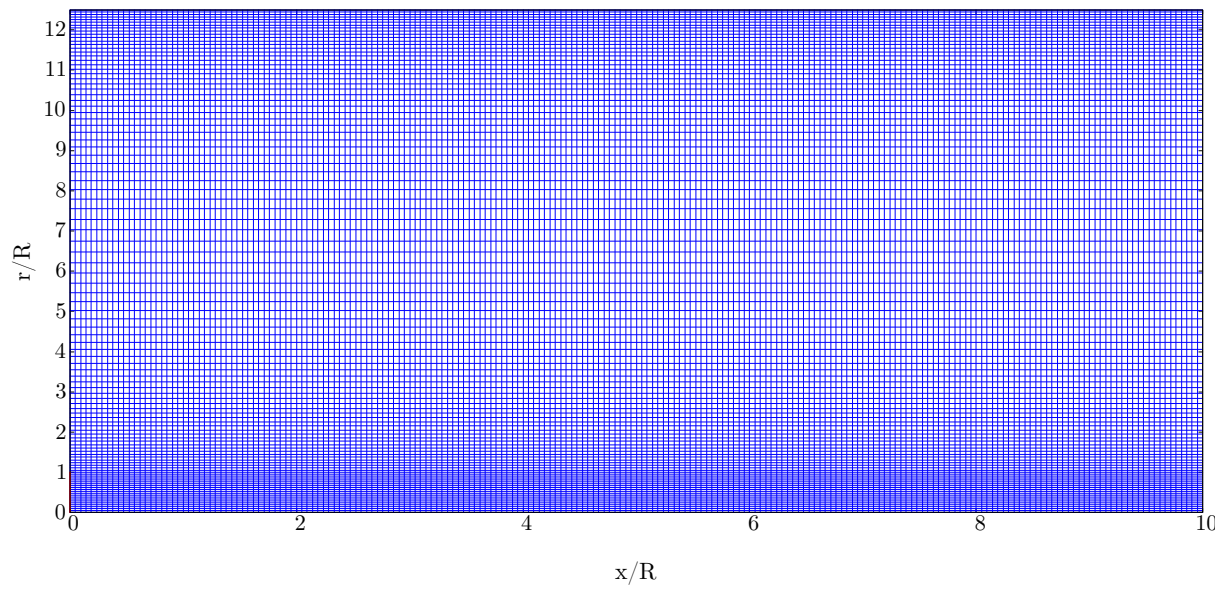


Σχήμα 3: Συνολική εικόνα πλέγματος



Σχήμα 4: Περιοχή δρομέα - ομοιόμορφο πλέγμα

2 Ορισμός συνοριακών συνθηκών - μοντελοποίηση δίσκου ορμής



Σχήμα 5: Περιοχή κατάντι δρομέα