Universitatea din Bucureşti
Facultatea de Matematică şi Informatică

Analiză Numerică
07.10.2020

LABORATOR#1

I. ECUAŢII NELINIARE: METODA BISECŢIEI

- Fie $f : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$ o funcţie continuă a.î. $f(a)f(b) < 0$. Atunci $\exists\, x^\star \in (a, b)$ a.î. $f(x^\star) = 0$.
- Metoda bisecţiei generează un şir de aproximări $\{x_n\}_{n\geq 0} \subset \mathbb{R}$ convergent către soluţia exactă a ecuaţiei $f(x) = 0$, i.e. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = x^\star$, unde $x^\star$ este soluţia exactă a ecuaţiei $f(x) = 0$.
- Metoda bisecţiei constă în înjumătăţirea, la fiecare pas, a intervalului şi selectarea acelui interval în care se află soluţia.

ALGORITM (Metoda bisecţiei)

Date: f, a, b;

$n = 0:$ $a_n = a$; $b_n = b$;

$x_n = a_n + (b_n - a_n)/2$;

$n \geq 1:$ `if` $f(a_{n-1})f(x_{n-1}) \leq 0$ `then`

$a_n = a_{n-1}$; $b_n = x_{n-1}$;

`else`

$a_n = x_{n-1}$; $b_n = b_{n-1}$;

`endif`

$x_n = a_n + (b_n - a_n)/2$;

$n = n + 1$; `repeat step for` $n \geq 1$

EX#1 Fie ecuaţia $x^6 - x - 1 = 0$.

(a) Să se construiască în MATLAB® graficul funcţiei $f(x) = x^6 - x - 1$ pe intervalul $[-2, 2]$ şi dreapta de ecuaţie $y = 0$, în acelaşi sistem de coordonate xOy.

(b) Să se creeze un fişier script în MATLAB® care construieşte soluţia aproximativă a ecuaţiei prin metoda bisecţiei cu eroarea $\texttt{TOL} = 10^{-5}$ pentru fiecare interval în parte $[-1, 0]$, respectiv $[1, 2]$. Se va considera criteriul de oprire $|f(x_n)| < \texttt{TOL}$.

(c) Să se determine toate soluţiile, atât cele reale, cât şi cele complexe, ale funcţiei f cu ajutorul calculului simbolic.

EX#2 (a) Să se construiască în MATLAB® graficul funcţiei $g(x) = \mathrm{e}^{-x}(x^2 - 5x + 2) - 1$ pe intervalul [-3,3] şi dreapta de ecuaţie $y = 0$, în acelaşi sistem de coordonate xOy.

(b) Să se creeze un fişier script în MATLAB® pentru a calcula x_{10}, care aproximează soluţia ecuaţiei $g(x) = 0$ pe intervalul $[-1, 1]$ prin metoda bisecţiei.

(c) Să se determine soluţia exactă $x^\star$ a acestei ecuaţii folosind calculul simbolic, să se calculeze eroarea absolută $\mathrm{err_a}(x_n) = |x^\star - x_n|$ şi eroarea relativă $\mathrm{err_r}(x_n) = |x^\star - x_n - |/|x^\star|$, $n = \overline{1, 10}$, şi să se reprezinte grafic.

(d) Să se afle soluţia aproximativă folosind funcţia predefinită de MATLAB® `fzero`.

EX#3 (a) Să se creeze un fişier funcţie în MATLAB®, `Bisection.m`, care determină soluţia numerică a ecuaţiei $f(x) = 0$, $x \in [a, b]$, folosind metoda bisecţiei şi are ca *argumente de intrare*:

(i) funcţia f care defineşte ecuaţia $f(x) = 0$;

(ii) capetele intervalului de izolare a soluţiei $[a, b]$;

(iii) toleranţa `TOL` cu care este aproximată numeric soluţia exactă a ecuaţiei $f(x) = 0$ pe intervalul $[a, b]$;

(iv) argumentul opţional `OPT` prin care se selectează criteriul de oprire dorit, e.g. `OPT` $= 1$ pentru criteriul $|b_n - a_n| \leq$ `TOL`, `OPT` $= 2$ pentru criteriul $|x_n - x_{n-1}|/|x_{n-1}| \leq$ `TOL`, respectiv `OPT` $= 3$ pentru criteriul $|f(x_n)| \leq$ `TOL`;

şi ca *argumente de ieşire*:

(i) soluţia numerică obţinută prin metoda bisecţiei x_n;

(ii) numărul de iteraţii n necesare obţinerii soluţiei numerice x_n.

(b) Într-un fişier script `MainBisection.m`, rulaţi funcţia MATLAB® `Bisection.m` creată la (a) pentru $f(x) = x^2 - 3$, $[a, b] = [1, 2]$, `TOL` $= 10^{-10}$ şi toate cele trei criterii de oprire menţionate la (a).