Universitatea din Bucureşti
Facultatea de Matematică şi Informatică

Analiză Numerică
18.11.2020

LABORATOR#7

POLINOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE: ALGORITMUL LUI NEVILLE

Date de intrare: f, a, b, n
Date de ieşire: P_n

```
STEP 1: h = (b − a)/n;
        for i=1:n+1
            x_i = a + (i − 1)h;
            Q_{i,1} = f(x_i);
        end
STEP 2: for i=2:n+1
            for j=2:i
                Q_ij = (Q_{i,j−1}(x − x_{i−j+1}) − Q_{i−1,j−1}(x − x_i)) / (x_i − x_{i−j+1})
            end
        end
STEP 3: P_n = Q_{n+1,n+1};
```

$$Q_{ij} = \frac{Q_{i,j-1}(x - x_{i-j+1}) - Q_{i-1,j-1}(x - x_i)}{x_i - x_{i-j+1}}$$

EX#1 (a) Creaţi funcţia MATLAB® $[P_n]$ = `MetNeville`(f, n, a, b) care returnează polinomul de interpolare Lagrange de grad n, P_n, obţinut prin *metoda/algoritmul lui Neville*, cu o discretizare echidistantă a intervalului $[a, b]$, unde:

- f – funcţia care este aproximată;
- n – gradul polinomului de interpolare Lagrange;
- a, b – capetele intervalului;
- P_n – expresia simbolică a polinomului de interpolare Lagrange.

(b) Fie următoarele date: $f(x) = e^{2x}$, $a = -1$, $b = 1$ şi $n = 3$ (i.e. nodurile de interpolare sunt $x_0 = a$, $x_1 = (2a + b)/3$, $x_2 = (a + 2b)/3$ şi $x_3 = b$).

(b1) Creaţi un fişier script în MATLAB® care reprezintă, în aceeaşi figură, graficul funcţiei f şi cel al polinomului de interpolare Lagrange, P_n, obţinut prin *metoda/algoritmul lui Neville*, cu o discretizare echidistantă a intervalului $[a, b]$.

(b2) Evaluaţi funcţia eroare absolută $\mathrm{ErrAbs}(x) = |f(x) - P_n(x)|$, $x \in [-1, 1]$, şi construiţi graficul său într-o altă figură.

POLINOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE: METODA LUI NEWTON

Date: $n;\ \mathscr{D}_n = \left\{(x_i, f(x_i)) \ \middle|\ i = \overline{0,n}\right\};\ \left(x_i \neq x_j\,,\ 0 \leq i < j \leq n\right);$

$k = 0$: $c_0 = y_0\,;$

$P_0(x) = c_0\,;$

$k = \overline{1,n}$: $c_k = \dfrac{P_k(x_k) - P_{k-1}(x_k)}{(x_k - x_0)\ldots(x_k - x_{k-1})} = \dfrac{y_k - P_{k-1}(x_k)}{(x_k - x_0)\ldots(x_k - x_{k-1})}\,;$

$P_k(x) = P_{k-1}(x) + c_k(x - x_0)\ldots(x - x_{k-1})\,;$

EX#2 (a) Creaţi funcţia MATLAB® $[P_n] =$ `MetNewton`(f, n, a, b) care returnează polinomul de interpolare Lagrange de grad n, P_n, obţinut prin *metoda lui Newton*, cu o discretizare echidistantă a intervalului $[a, b]$, unde:

- f – funcţia care este aproximată;
- n – gradul polinomului de interpolare Lagrange;
- a, b – capetele intervalului;
- P_n – expresia simbolică a polinomului de interpolare Lagrange.

(b) Fie următoarele date: $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$, $x_i = -1$, $x_f = 1$ şi $n = 3$ (i.e. nodurile de interpolare sunt $x_0 = a$, $x_1 = (2a + b)/3$, $x_2 = (a + 2b)/3$ şi $x_3 = b$).

(b1) Creaţi un fişier script în MATLAB® care reprezintă, în aceeaşi figură, graficul funcţiei f şi cel al polinomului de interpolare Lagrange, P_n, obţinut prin *metoda lui Newton*, cu o discretizare echidistantă a intervalului $[a, b]$.

(b2) Evaluaţi funcţia eroare absolută $\mathrm{ErrAbs}(x) = |f(x) - P_n(x)|$, $x \in [-1, 1]$, şi construiţi graficul său într-o altă figură.

POLINOMUL DE INTERPOLARE LAGRANGE: METODA LUI NEWTON CU DIFERENŢE DIVIZATE (DD)

Date: $n;\ \mathscr{D}_n = \left\{(x_i, f(x_i)) \ \middle|\ i = \overline{0,n}\right\};\ \left(x_i \neq x_j\,,\ 0 \leq i < j \leq n\right);$

$k = 0$: $c_0 = f(x_0) = f[x_0]\,;$

$P_0(x) = c_0\,;$

$k = \overline{1,n}$: $c_k = f[x_0, x_1, \ldots, x_k]\,;$

$P_k(x) = P_{k-1}(x) + c_k\,(x - x_0)\ldots(x - x_{k-1})\,;$

EX#3 (a) Creaţi funcţia MATLAB® $[P_n] =$ `MetNewtonDD`(f, n, a, b) care returnează polinomul de interpolare Lagrange de grad n, P_n, obţinut prin *metoda lui Newton cu diferenţe divizate*, cu o discretizare echidistantă a intervalului $[a, b]$, unde:

- f – funcţia care este aproximată;
- n – gradul polinomului de interpolare Lagrange;

- a, b – capetele intervalului;
- P_n – expresia simbolică a polinomului de interpolare Lagrange.

(b) Fie următoarele date: $f(x) = \mathrm{e}^{2x}$, $x_i = -1$, $x_f = 1$ şi $n = 3$ (i.e. nodurile de interpolare sunt $x_0 = a$, $x_1 = (2a + b)/3$, $x_2 = (a + 2b)/3$ şi $x_3 = b$).

(b1) Creaţi un fişier script în MATLAB® care reprezintă, în aceeaşi figură, graficul funcţiei f şi cel al polinomului de interpolare Lagrange, P_n, obţinut prin *metoda lui Newton cu diferenţe divizate*, cu o discretizare echidistantă a intervalului $[a, b]$.

(b2) Evaluaţi funcţia eroare absolută $\mathrm{ErrAbs}(x) = |f(x) - P_n(x)|$, $x \in [-1, 1]$, şi construiţi graficul său într-o altă figură.