Προσομοίωση και Μοντελοποίηση Δυναμικών Συστημάτων

Εργασία 2

Εκτίμηση Αγνώστων Παραμέτρων- Μέθοδοι Πραγματικού Χρόνου Μέθοδος Κλίσης, Μέθοδος Lyapunov

Ρεπάνης Γεώργιος Δημήτριος

ΑΕΜ: 10588

ΘΕΜΑ 1ο

Αρχικά το πρόβλημά μας περιγράφεται από το μαθηματικό μοντέλο ενός απλού συστήματος μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα με εξωτερική δύναμη. Το μοντέλο αυτό περιλαμβάνει τις παραμέτρους: η μετατόπιση x(t) [metre], μάζα m, συντελεστή απόσβεσης b, η σταθερά ελατηρίου k και μία εξωτερική δύναμη u(t).

Το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει το πρόβλημά μας είναι το :

$$m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t) = u(t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\frac{b}{m}\dot{x}(t) - \frac{k}{m}x(t) + \frac{1}{m}u(t)$$

Ορίζουμε μετασχηματισμό σε κυλινδρική μορφή:

$$\theta_1 = \frac{b}{m}, \ \theta_2 = \frac{k}{m}, \ \theta_3 = \frac{1}{m}$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b}{m} \\ \frac{k}{m} \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$$

Τότε:

$$\ddot{x}(t) = -\theta_1 \dot{x}(t) - \theta_2 x(t) + \theta_3 u(t)$$

$$\ddot{x}(t) = \varphi^T(t)\theta(t)$$

Όπου:

$$\varphi(t) = [-\dot{x}(t), -x(t), u(t)]^T$$

Έστω τώρα ότι m=1.315, b=0.225 και k=0.725 καθώς και $x(t), \dot{x}(t)\ \kappa\alpha\iota\ u(t)\ \mu\varepsilon\tau\rho\acute{\eta}\sigma\iota\mu\alpha$.

Τότε οι παράμετροι της διαφορικής εξίσωση θα γίνουν:

$$\theta_1 = \frac{0.225}{1.315} \approx 0.1711$$

$$\theta_2 = \frac{0{,}725}{1{,}315} \approx 0{,}5512$$

$$\theta_3 = \frac{1}{1{,}315} \approx 0{,}7609$$

Εκτιμητής πραγματικού χρόνου(gradient method):

Έστω εκτίμηση $\hat{\theta}(t), τότε$:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \gamma\varphi(t)[\ddot{x}(t) - \varphi^T(t)\hat{\theta}(t)]$$ *, με γ>0*

Εκτίμηση πραγματικών παραμέτρων:

Από τις εκτιμήσεις $\hat{\theta}_i$*, υπολογίζουμε τις πραγματικές παραμέτρους ως εξής:*

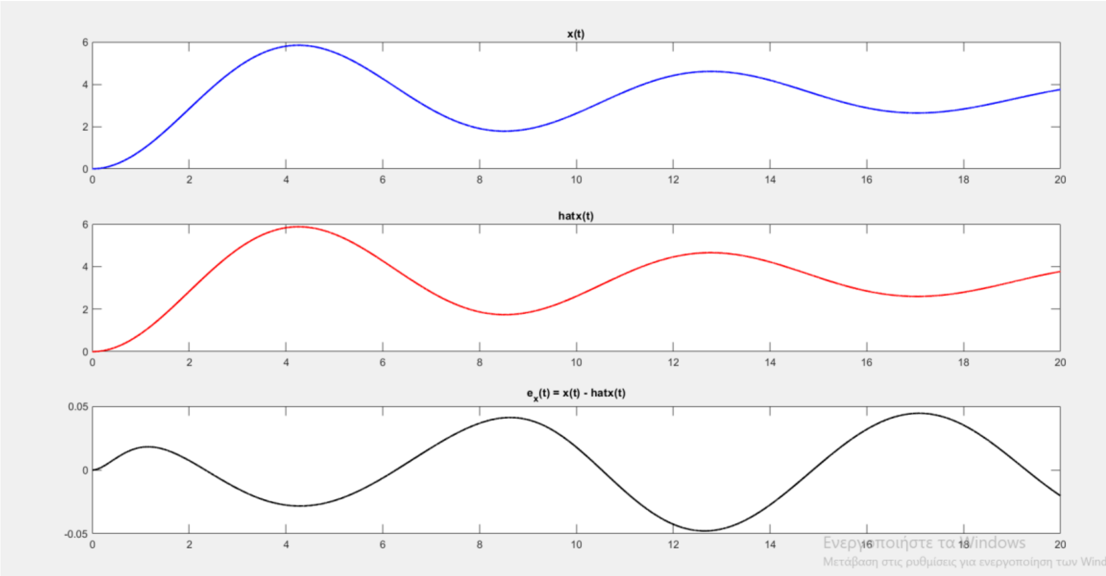
$$\hat{m}(t) = \frac{1}{\hat{\theta}_3(t)}$$

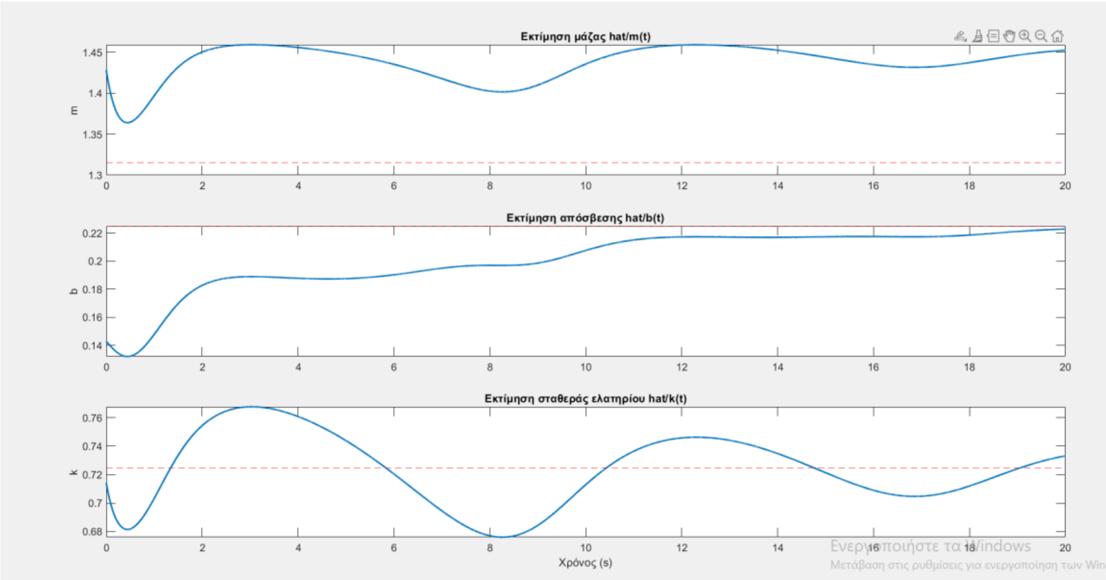
$$\hat{b}(t) = \frac{\hat{\theta}_1(t)}{\hat{\theta}_3(t)}$$

$$\hat{k}(t) = \frac{\hat{\theta}_2(t)}{\hat{\theta}_3(t)}$$

Στο πρώτο υποερώτημα μας ζητείται να διεγείρουμε το σύστημα με σταθερή είσοδο u(t)=2.5 και να κάνουμε την προσομοίωση των $x(t), \hat{x}(t), e_x(t)$*, καθώς και των εκτιμήσεων των παραμέτρων* $\hat{m}(t), \hat{b}(t)\ και\ \hat{k}(t)$.

Ακολουθούν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης:





Σχολιασμός:

Η εκτιμώμενη έξοδος $\hat{x}(t)$ *«παρακολουθεί» καλά την πραγματική κίνηση του x(t)*

Παρατηρείται συστηματικό περιοδικό σφάλμα γύρω από το μηδέν.

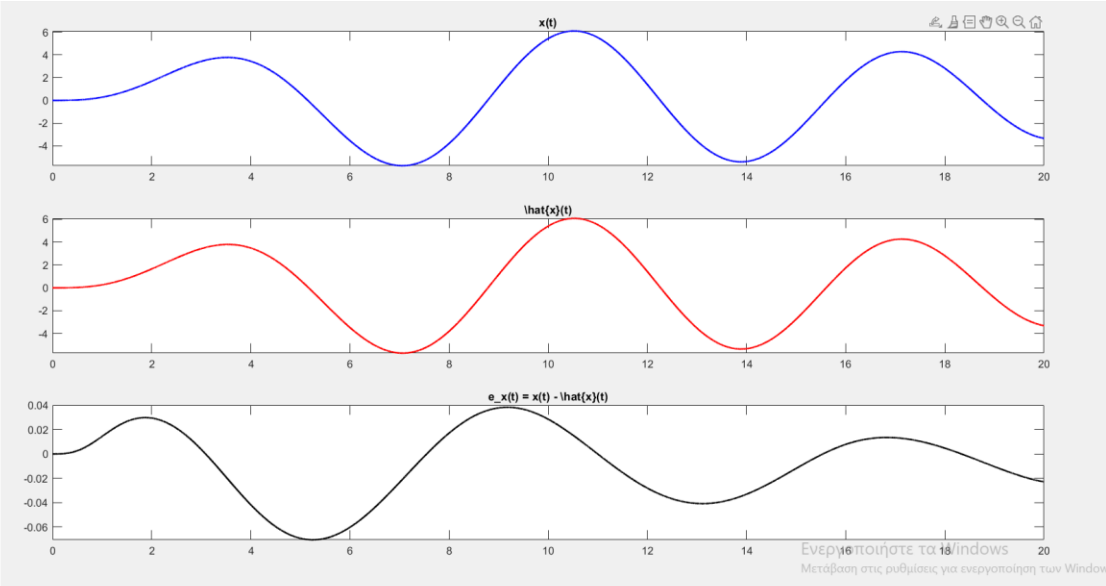
Το σύστημα καταφέρνει να προσεγγίσει τη συμπεριφορά αλλά δεν ταυτίζεται πλήρως.

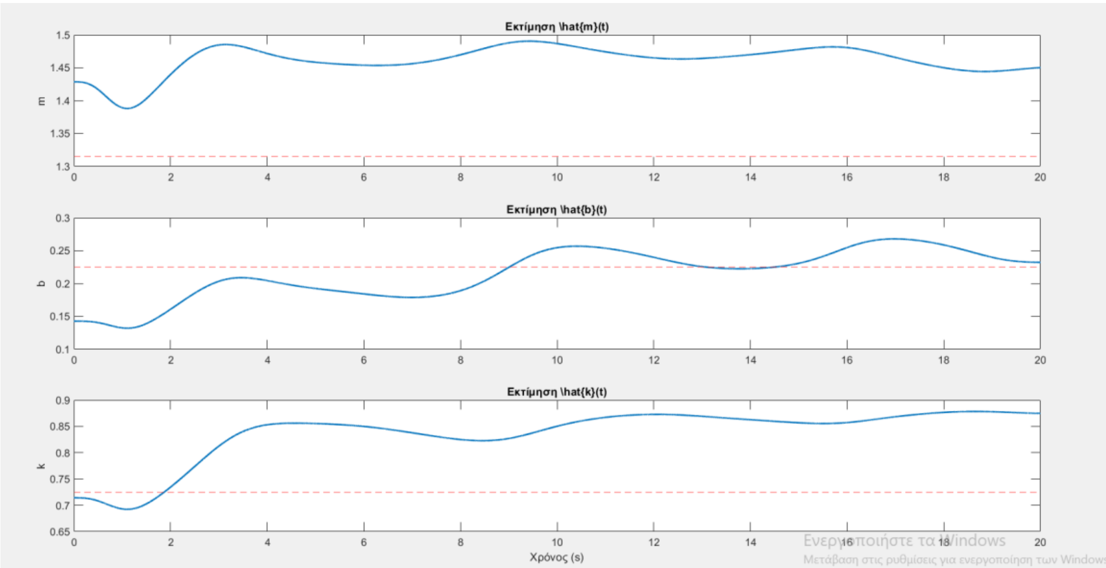
Το σφάλμα είναι χαμηλό (∓0,05) αλλά περιοδικό και σταθερά μη μηδενικό. Η ύπαρξη περιοδικού σφάλματος δείχνει ότι οι παράμετροι δεν μπορούν να προσαρμοστούν πλήρως.

Οι δύο παράμετροι δεν συγκλίνουν στις πραγματικές τιμές, παρουσιάζουν σταθερές αποκλίσεις $\widehat{m}(t) \rightarrow 1.44(\alpha\nu\tau\acute{\iota}\ 1{,}315)$, $\hat{b}(t) \rightarrow 0.22\ (\alpha\nu\tau\acute{\iota}\ 0{,}225)$. $H\ \ \hat{k}(t) \rightarrow 0{,}725$ *και δεν παρουσιάζει αποκλιση.*

Στη συνέχεια μας ζητείται να εφαρμόσουμε διαφορετική είσοδο στο σύστημα $u(t) = 2.5\sin t\,, \forall\, t > 0.$

Ακολουθεί η προσομοίωση του επόμενου υποερωτήματος.





Σχολιασμός:

Η πραγματική κίνηση του συστήματος εμφανίζει περιοδική απόκριση όπως περιμέναμε λόγω ημιτονοειδούς διέγερσης.

Η εκτιμώμενη θέση «ακολουθεί» καλά την πραγματική έξοδο.

Συμφωνούν σε πλάτος και φάση.

Το σφάλμα είναι μικρό (<0,03), περιοδικό όπως και η είσοδος και δεν εμφανίζει κάποια αστάθεια.

Οι παράμετροι ξεκινούν μακριά από τις πραγματικές τιμές, συγκλίνουν σταθερά στις πραγματικές τιμές με μικρή απόκλιση $\widehat{m}(t) \to 1.315, \hat{b}(t) \to 0{,}225, \hat{k}(t) \to 0.725$ *(μεγάλωσα το διάστημα της προσομοίωσης και την δειγματοληψία).*

Οι καμπύλες σταθεροποιούνται μετά από 6-8 δευτερόλεπτα με πολύ καλή ακρίβεια.

1.β)

Στο επόμενο υποερώτημα μας ζητείται να σχεδιάσουμε εκτιμητή πραγματικού χρόνου αρχικά με την μέθοδο παράλληλης δομής με την μέθοδο Lyapunov με την ημιτονοειδή είσοδο από το προηγούμενο ερώτημα:

Είσοδος:

$$u(t) = 2.5 \sin t, t>0$$

Εκτιμητής παράλληλης δομής:

Ορίζω τον εκτιμητή:

$$\hat{\ddot{x}}(t) = \varphi^T(t)\hat{\theta}(t)$$

Και το σφάλμα επιτάχυνσης:

$$\tilde{e}(t) = \ddot{x}(t) - \hat{\ddot{x}}(t) = \varphi^T(t)\left(\theta - \hat{\theta}(t)\right) = \varphi^T(t)\tilde{\theta}(t)$$

Όπου $\tilde{\theta}(t) = \theta - \hat{\theta}(t)$ *είναι το σφάλμα των παραμέτρων.*

Συνάρτηση Lyapunov:

Ορίζω την υποψήφια συνάρτηση Lyapunov : $V(t) = \frac{1}{2}\widetilde{e^2}(t) + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\theta}^T(t)\tilde{\theta}(t)$

Η παράγωγος της συνάρτησης Lyapunov είναι : $\dot{V}(t) = \tilde{e}(t)\dot{\tilde{e}}(t) + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T(t)\dot{\tilde{\theta}}(t)$

Αν επιλέγξω τον προσαρμοστικό νόμο : $\dot{\hat{\theta}}(t) = \gamma\varphi(t)\tilde{e}(t)$

Τότε: $\dot{\tilde{\theta}} = -\dot{\hat{\theta}} = -\gamma\varphi(t)\tilde{e}(t) \Rightarrow \dot{V}(t) = -\tilde{e}^2(t)\|\varphi(t)\|^2 \leq 0$

Άρα $\dot{V}(t) \leq 0$ *ευστάθεια κατά Lyapunov*

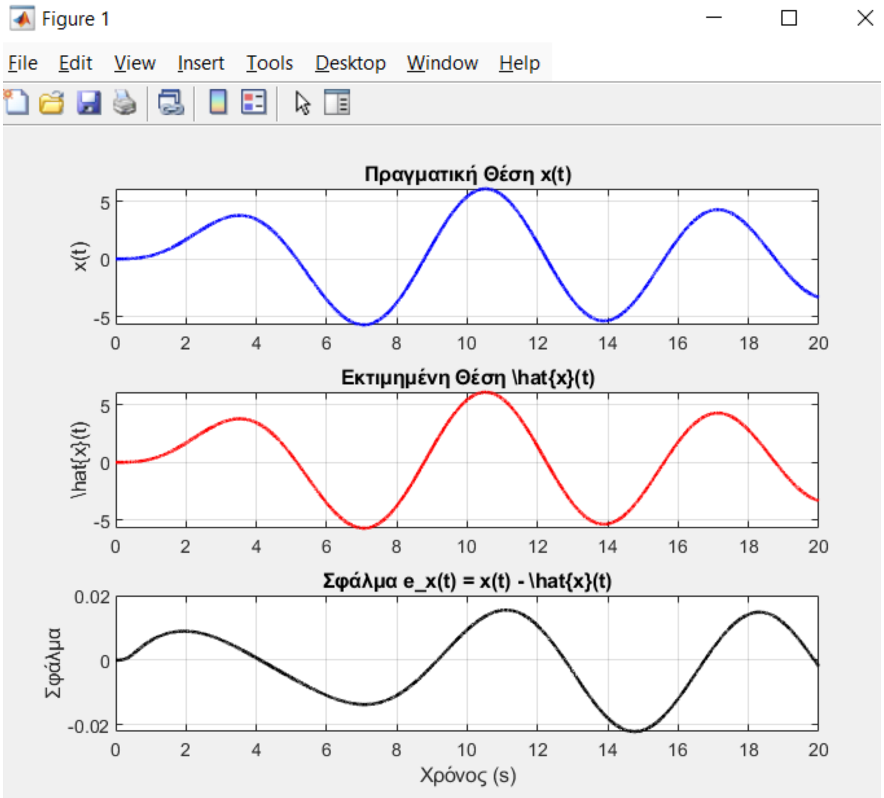
Ανάκτηση παραμέτρων για την προσομοίωση:

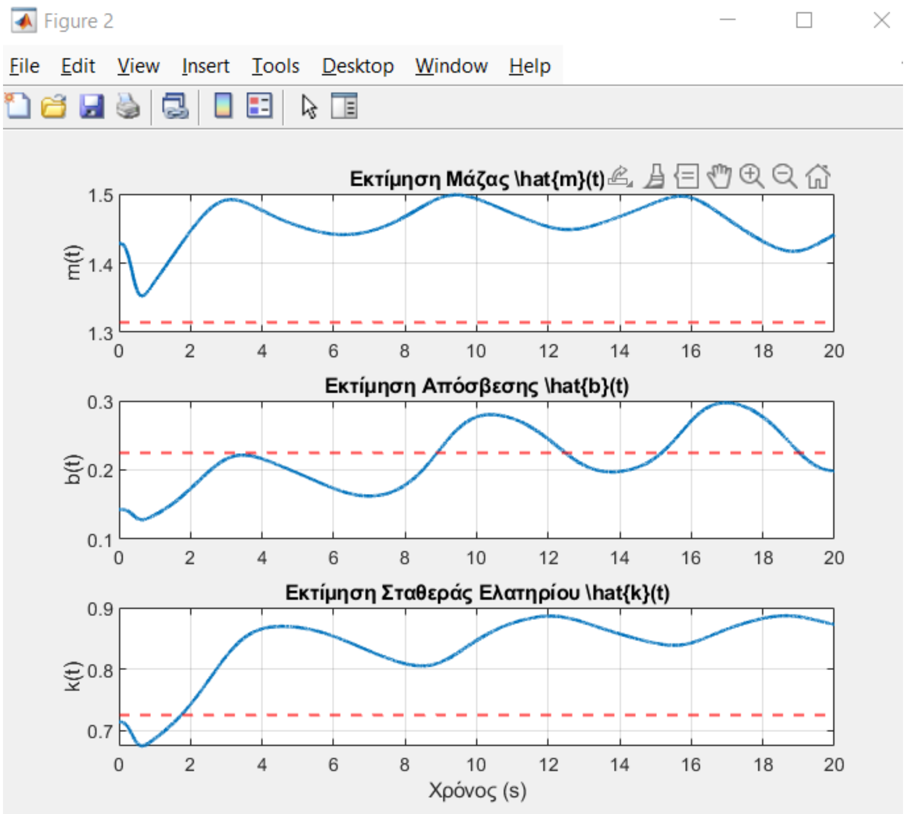
$$\widehat{m}(t) = \frac{1}{\hat{\theta}_3(t)}$$

$$\hat{b}(t) = \frac{\hat{\theta}_1(t)}{\hat{\theta}_3(t)}$$

$$\hat{k}(t) = \frac{\hat{\theta}_2(t)}{\hat{\theta}_3(t)}$$

Ακολουθεί η προσομοίωση της παράλληλης δομής με την μέθοδο Lyapunov.





Σχολιασμός:

Από το διάγραμμα της εκτιμημένης θέσης φαίνεται ότι ακολουθεί πιστά την πραγματική θέση x(t).

Το σφάλμα εξόδου είναι πολύ μικρό και κυμαίνεται στο διάστημα [-0.02,0.02]

Επιπλέον το σφάλμα περιοδική συμπεριφορά όπως είναι αναμενόμενο λόγω της εισόδου.

Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων συγκλίνουν σε τιμές πολύ κοντά στις πραγματικές. Υπάρχουν μικρές περιοδικές ταλαντώσεις γύρω από τις πραγματικές τιμές. Καμία από τις εκτιμήσεις δεν παρουσιάζει αστάθεια ή απόκλιση.

β.ii)

Για την μεικτή δομή θα αλλάξω την συνάρτηση Lyapunov:

Έστω λοιπόν:

$$V(t) = \frac{1}{2}\tilde{e}^2(t) + \frac{1}{2}{e_x}^2(t) + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\theta}^T(t)\tilde{\theta}(t)$$

Και η παράγωγος:

$$\dot{V}(t) = \tilde{e}(t)\dot{\tilde{e}}(t) + e_x(t)\dot{e_x}(t) + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T(t)\dot{\tilde{\theta}}(t)$$

Για να εξασφαλίσω την ευστάθεια επιλέγω τον προσαρμοστικό νόμο ελέγχου:

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \gamma(\varphi(t)\tilde{e}(t) + \beta\varphi(t)e_x(t)) \text{ ,όπου } \gamma,\beta>0$$

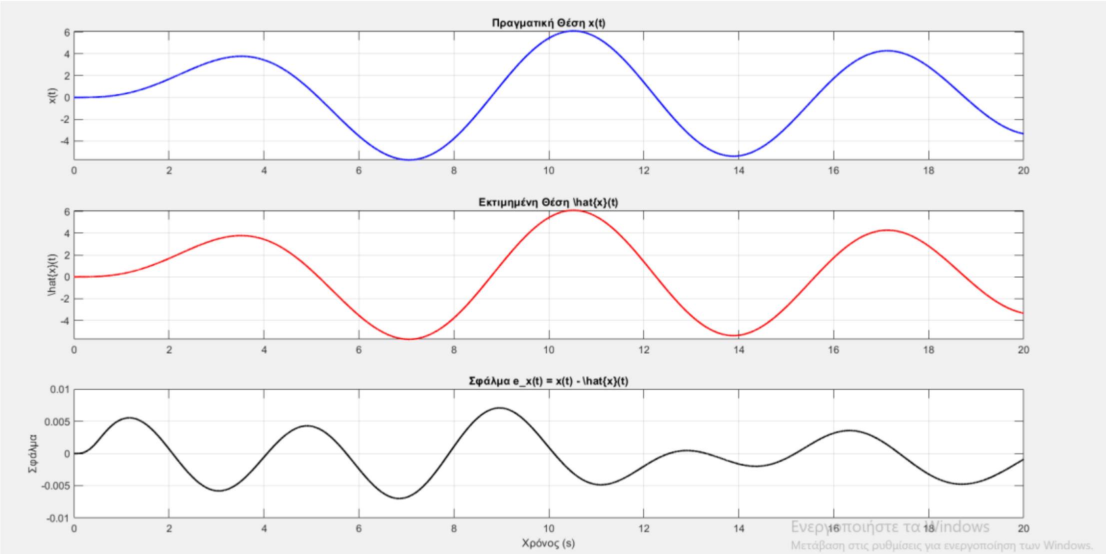
Η τελική μορφή της παραγώγου Lyapunov:

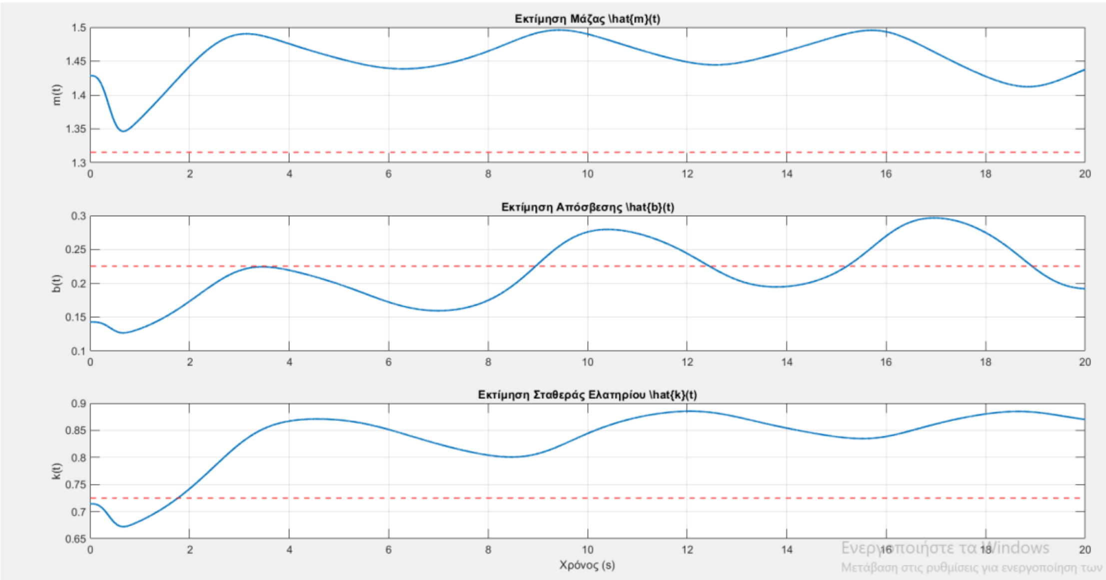
$$\dot{V}(t) = -\tilde{e}^2(t)\|\varphi(t)\|^2 - \beta{e_x}^2(t)\|\varphi(t)\|^2$$

$$\dot{V}(t) = -\|\varphi(t)\|^2(\tilde{e}^2(t) + \beta{e_x}^2(t)) \leq 0$$

Η πρώτη παράγωγος της Lyapunov είναι αρνητικά ημιορισμένη. Άρα έχω ευστάθεια στο σύστημα.

Ακολουθούν τα διαγράμματα σύμφωνα με την μεικτή μέθοδο Lyapunov.





Σχολιασμός:

Η θέση και η εκτιμημένη θέση εμφανίζουν καλή ταύτιση για αρκετό χρονικό διάστημα προσομοίωσης.

Το σφάλμα είναι μικρό και κυμαίνεται [-0.01,0.01] γεγονός που δείχνει την υψηλή ακρίβεια της εκτίμησης.

Το σχήμα του σφάλματος είναι περιοδικό λογικό εφόσον έχουμε περιοδική είσοδο.

Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων είναι αρκετά καλές και συγκλίνουν στις πραγματικές τιμές με μικρές περιοδικές διακυμάνσεις.

Τελικά συμπεράσματα:

*Συγκρίνοντας την παράλληλη και τη μεικτή δομή, διαπιστώνεται ότι η μεικτή δομή Lyapunov οδηγεί σε **πιο ακριβή εκτίμηση** τόσο της θέσης όσο και των φυσικών παραμέτρων του συστήματος.*

*Η ταυτόχρονη χρήση των σφαλμάτων επιτάχυνσης και εξόδου επιτυγχάνει **ταχύτερη σύγκλιση** και **μικρότερο σφάλμα**, γεγονός που καθιστά τη μεικτή δομή **ανώτερη σε απόδοση** σε σχέση με την παράλληλη δομή.*

Γ)

Στο τρίτο υποερώτημα μας ζητείται να προσθέσουμε ένα ημιτονοειδή θόρυβο με τύπο: $n(t) = n_0 \sin(2\pi f_0 t), \;\; \forall\, t \geq 0 \; με \; n_0 = 0.25 \; και \; f_0 = 20$. *Οπότε η τελική μορφή του θορύβου είναι:*

$$n(t) = 0.25 \sin(2\pi 20t), \forall\, t \geq 0$$

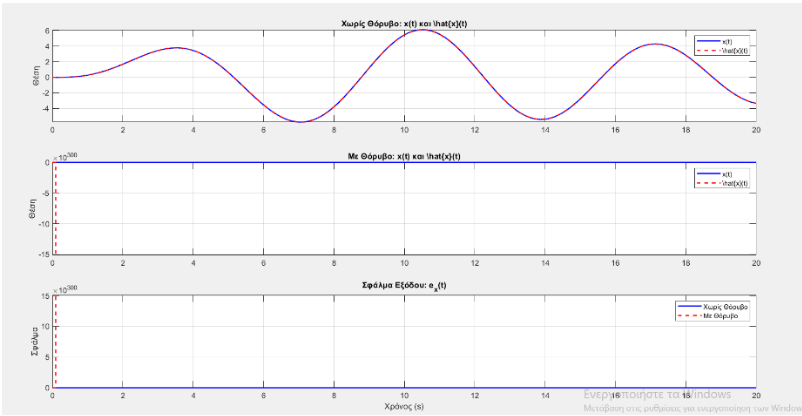
Το σήμα που χρησιμοποιούμε x(t) αντικαθιστούμε από το θορυβώδες σήμα:

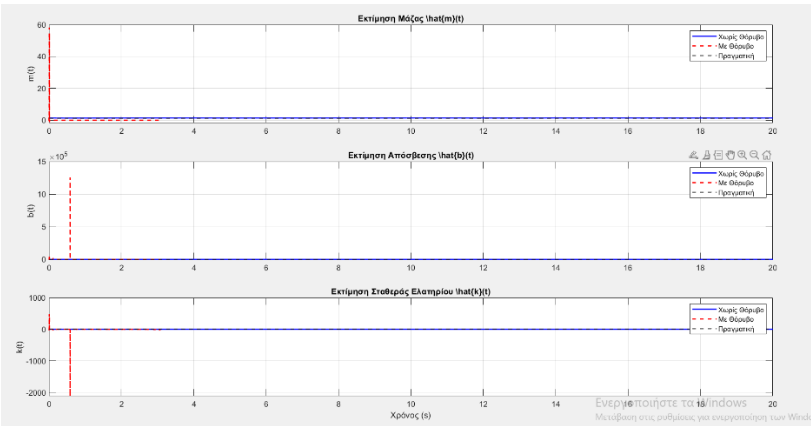
$$\tilde{x}(t) = x(t) + n(t)$$

Πλέον χρησιμοποιούμε το θορυβώδες σήμα στις παραγωγίσεις και στις προσομοιώσεις με τον θόρυβο.

Αρχικά θα ξεκινήσουμε την μελέτη των παραμέτρων με την παράλληλη δομή με την μέθοδο Lyapunov.

Ακολουθούν τα αποτελέσματα της προσομοίωσης:





Σχολιασμός:

Χωρίς θόρυβο

Η εκτιμημένη θέση ακολουθεί πιστά την πραγματική θέση.

Το σφάλμα παραμένει πολύ μικρό (0,01).

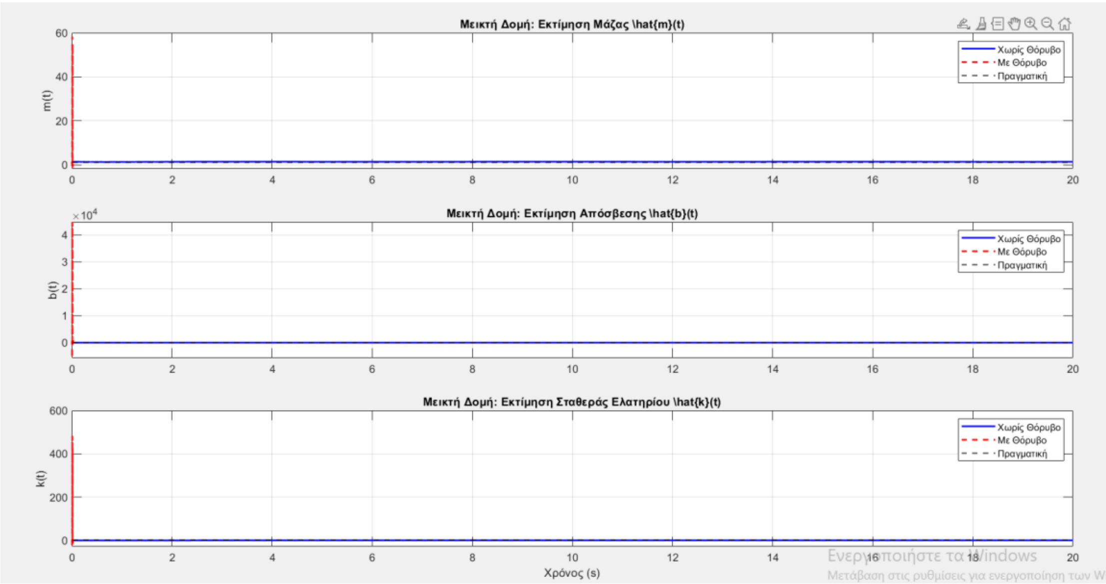
Οι εκτιμημένοι παράμετροι συγκλίνουν ομαλά στις πραγματικές τους τιμές.

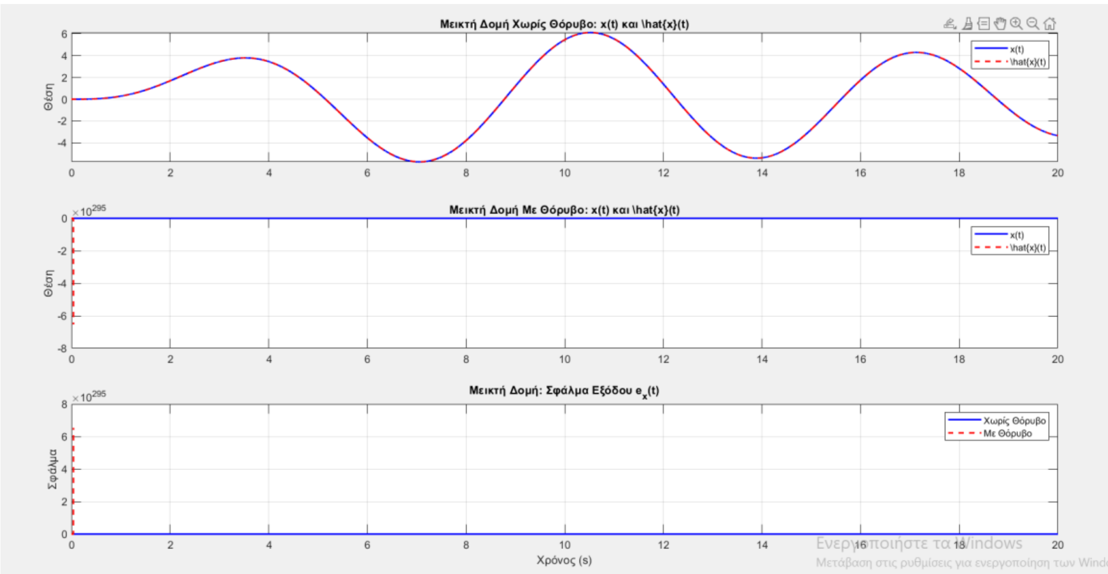
Με θόρυβο

Το σφάλμα αυξάνεται αλλά παραμένει σε χαμηλά επίπεδα

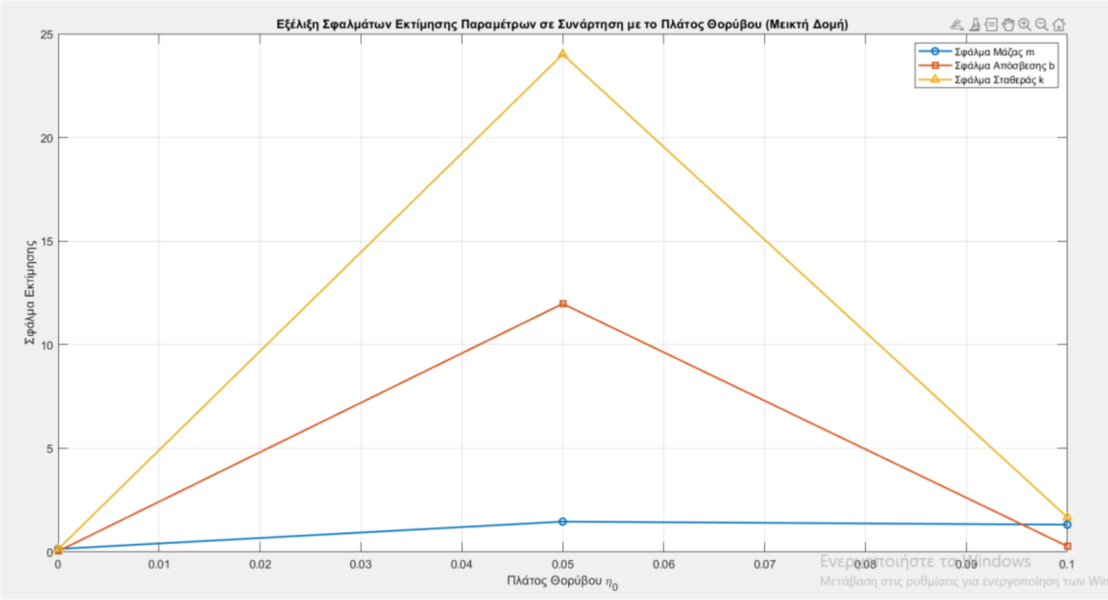
Οι εκτιμημένες ταλαντώσεις συγκλίνουν σωστά με μικρότερες ταλαντώσεις.

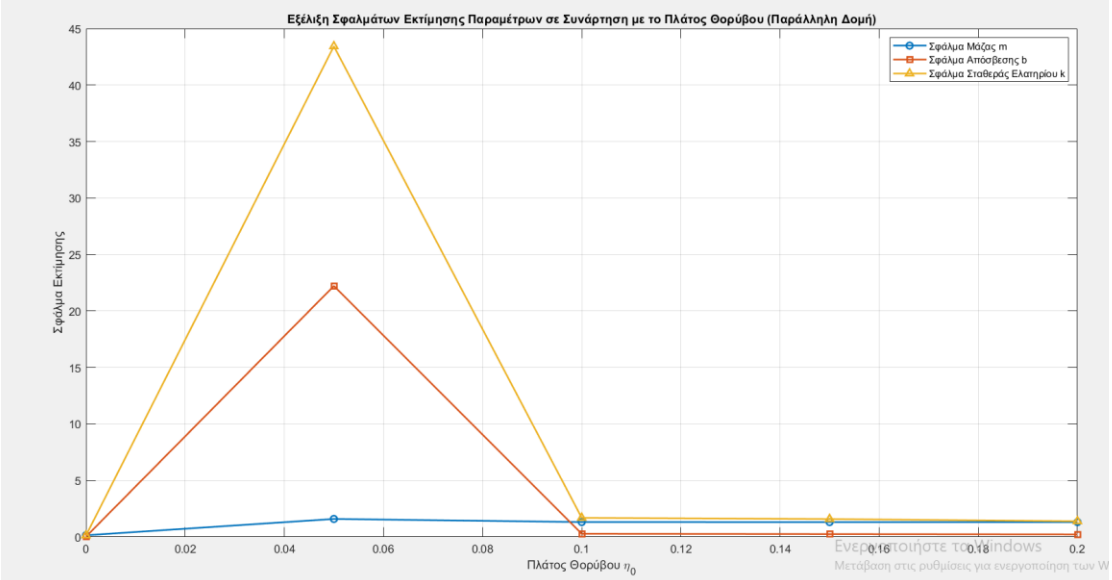
Στη συνέχεια θα δημιουργήσουμε προσομοιώσεις ακολουθώντας την μεικτή δομή.





Προσομοίωση σφάλμα εκτίμησης παραμέτρων συναρτήση του πλάτους θορύβου:





Σχολιασμός:

Η μελέτη της επίδρασης του πλάτους θορύβου στις εκτιμήσεις των παραμέτρων αποκάλυψε ένα κρίσιμο σημείο ευαισθησίας γύρω από n0=0.05 όπου το σφάλμα εκτίμησης αυξάνεται δραματικά και για τις δύο δομές. Ιδιαίτερα στην παράλληλη δομή, η αύξηση είναι εντονότερη. Αντίθετα, για μεγαλύτερα πλάτη θορύβου (n0=0.1και άνω), το σύστημα φαίνεται να σταθεροποιείται, μειώνοντας σημαντικά τα σφάλματα εκτίμησης. Η συμπεριφορά αυτή υποδεικνύει ότι η επίδραση του θορύβου δεν είναι μονοτονική και ότι το σύστημα διαθέτει έναν εγγενή μηχανισμό "φιλτραρίσματος" για πολύ ισχυρές διαταραχές.

Θέμα 2ο

Το πρόβλημα αφορά τον έλεγχο της γωνίας κύλισης (roll angle) ενός αεροσκάφους. Στόχος είναι η ρύθμιση της γωνίας, ώστε το αεροσκάφος να ακολουθήσει μια προκαθορισμένη τροχιά.

Η δυναμική συμπεριφορά της γωνίας κύλισης περιγράφεται από μια μη-γραμμική διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης η οποία περιλαμβάνεις της εξής παραμέτρους και μεταβλητές: r(t) η γωνία κύλισης (roll angle) [rad],

$\dot{r}(t), \ddot{r}(t)$ η πρώτη και η δεύτερη παράγωγος της γωνίας, u(t) η είσοδος ελέγχου, d(t) εξωτερικές διαταραχές, a_1, a_2, a_3,b θετικές παράμετροι που αντιπροσωπεύουν κάποια χαρακτηριστικά του συστήματος και της εισόδου.

$$\ddot{r}(t) = -a_1\dot{r}(t) - a_2 \sin\big(r(t)\big) + a_3\dot{r}^2(t)) \sin\big(2r(t)\big) + bu(t) + d(t)$$

Ο στόχος ελέγχου είναι να σχεδιαστεί ένας ελεγκτής που οδηγεί στη γωνία από την αρχική τιμή r(0)=0 σε μία επιθυμητή τιμή $\bar{r}_d = \frac{\pi}{10}$, και στη συνέχεια να την επαναφέρει στο μηδέν, μέσα σε χρονικό διάστημα 20 δευτερολέπτων.

Οπότε για την τροχιά πρέπει να πάμε από $r(0) \to 0 \to \frac{\pi}{10} \to 0$ *μέσα σε διάρκεια 20 sec. Θέλουμε ομαλή, συνεχή και διαφορίσιμη τροχιά:*

Επιλέγω:

$$r_d(t) = \frac{\pi}{10}(1 - e^{-t/5})$$

Και θεωρώ σύμφωνα με την εκφώνηση $a_1 = 1.315, a_2 = 0.725, a_3 = 0.225 \; και \; b = 1.175.$

Α) Από σημείωση δίνεται μια μεταβλητή που μας βοηθά να υπολογίσουμε το αρχικό σφάλμα :

$$z_1 = \frac{r(t) - r_d(t)}{\varphi(t)}, όπου \; \varphi(t) = (\varphi_0 - \varphi_\infty)e^{-\lambda t} + \varphi_\infty$$

και

$$a(t) = -k_1 T\big(z_1(t)\big), όπου \; T(z) = \ln(\frac{1+z}{1-z})$$

Επιπλέον η δεύτερη μεταβλητή μας βοηθά να υπολογίσουμε το νέο σφάλμα:

$$z_2(t) = \frac{\dot{r}(t) - a(t)}{\rho}$$

Και ορίζω το $u(t) = -k_2 T(z_2(t))$ *όπως αναφέρεται στο υπόμνημα της άσκησης.*

Για τον υπολογισμό του τελικού ελεγκτή θα θεωρήσω τις εξής τιμες στις παραμέτρους :

$$\varphi(t) = (\varphi_0 - \varphi_\infty)e^{-\lambda t} + \varphi_\infty$$

Με παραμέτρους έστω $\varphi_0 = 1, \varphi_\infty = 0{,}1, \lambda = 1.$

Η α(t) ισοδύναμα γράφεται:

$$\alpha(t) = -k_1 \ln\left(\frac{1 + z_1(t)}{1 - z_1(t)}\right)$$

Όπου $k_1 > 0 \text{ έστω } k_1 = 2$

Για την $z_2(t)$ $έχω$:

$$z_2(t) = \frac{\dot{r}(t) - a(t)}{\rho}$$

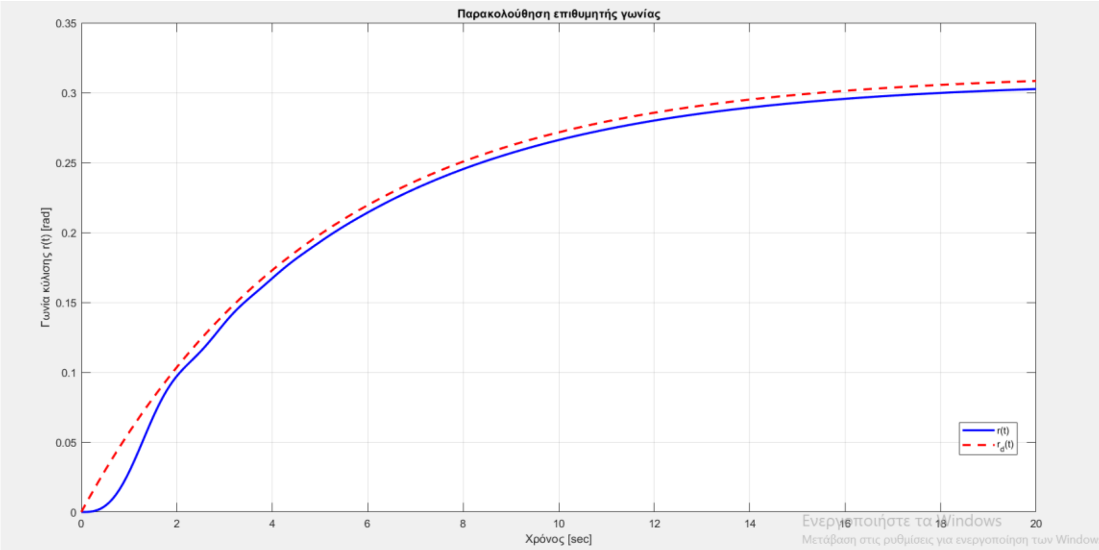
Όπου $\rho \gg |\dot{r}(0) - a(0)|, έστω\ για\ τις\ αναγκες\ του\ προβλήματος\ \rho = 5$

Έτσι ο τελικός ελεγκτής θα είναι:

$$u(t) = -k_2 \ln\left(\frac{1 + z_2(t)}{1 - z_2(t)}\right)$$

Όπου $k_2 > 0\ και\ για\ τις\ αναγκες\ της\ άσκησης\ έστω\ k_2 = 2$.

Ακολουθεί η προσομοίωση της γωνίας και της επιθυμητής γωνίας.



Σύντομος σχολιασμός:

Η γωνία κύλισης r(t) παρακολουθεί την επιθυμητή τροχιά rd(t) με ικανοποιητική ακρίβεια, παρουσιάζοντας μικρή υστέρηση κατά τη φάση ανόδου. Το σφάλμα παρακολούθησης μειώνεται με τον χρόνο, ενώ το σύστημα επιδεικνύει ομαλή και σταθερή συμπεριφορά, επιβεβαιώνοντας την αποτελεσματικότητα του ελεγκτή. Ενδεχόμενη βελτίωση των κερδών θα μπορούσε να μειώσει περαιτέρω την απόκλιση.

B)

Σε αυτό το ερώτημα μας ζητείται να σχεδιάσουμε εκτιμητή πραγματικού χρόνου για τις άγνωστες παραμέτρους με την μέθοδο Lyapunov, ακόμα υποθέτουμε ότι d(t)=0. Επίσης πρέπει να φτιάξουμε προσομοιώσεις για το r(t), τον εκτιμητή $\hat{r}(t)$, το σφάλμα εκτίμησης $e_r(t) = r(t) - \hat{r}(t)$.

Θα ορίσουμε τις εκτιμήσεις των παραμέτρων $\hat{\alpha}_1(t), \hat{\alpha}_2(t), \hat{\alpha}_3(t), \hat{b}(t)$. Η εκτίμηση της κατάστασης $\hat{r}(t), \hat{\dot{r}}(t)$ η οποία αναμένω να είναι η ίδια με το μετρήσιμο εφόσον το θεωρώ γνωστό. Και τελικά θα φτιάξω έναν νόμο προσαρμογής σύμφωνα με την μέθοδο Lyapunov.

Από την αρχική εξίσωση:

$$\ddot{r}(t) = -a_1\dot{r}(t) - a_2 \sin\big(r(t)\big) + a_3\dot{r}^2\,(t) \sin\big(2r(t)\big) + bu(t)$$

Θέλουμε να εκτιμήσουμε τα $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, b$.

Οπότε γράφουμε:

$$\ddot{r}(t) = \theta^T \varphi(t)$$

Όπου

$$\theta = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b \end{bmatrix}, \text{(οι άγνωστοι παράμετροι)}$$

Και

$$\varphi(t) = \begin{bmatrix} -\dot{r}(t) \\ -\sin\big(r(t)\big) \\ \dot{r}^2(t)\sin\big(2r(t)\big) \\ u(t) \end{bmatrix}, \text{(γνωστά σήματα)}$$

Τα σφάλματα : $e_r(t) = r(t) - \hat{r}(t)\ \kappa\alpha\iota\ \tilde{\theta}(t) = \theta - \hat{\theta}(t)$

Επιλογή συνάρτησης Lyapunov:

$$V(t) = \frac{1}{2}e_r^2(t) + \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T\Gamma^{-1}\tilde{\theta}$$

Νόμος προσαρμογής για κάθε παράμετρο:

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma\varphi(t)e_r(t)$$

Όπου γ>0 είναι gain προσαρμογής και e το σφάλμα.

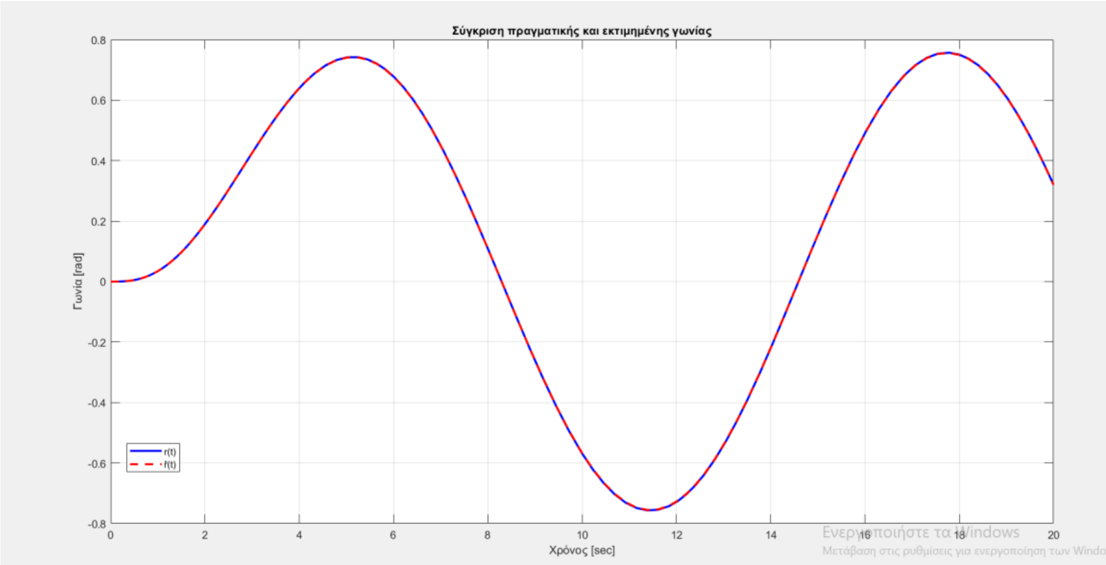
Και η πρώτη παράγωγος Lyapunov είναι:

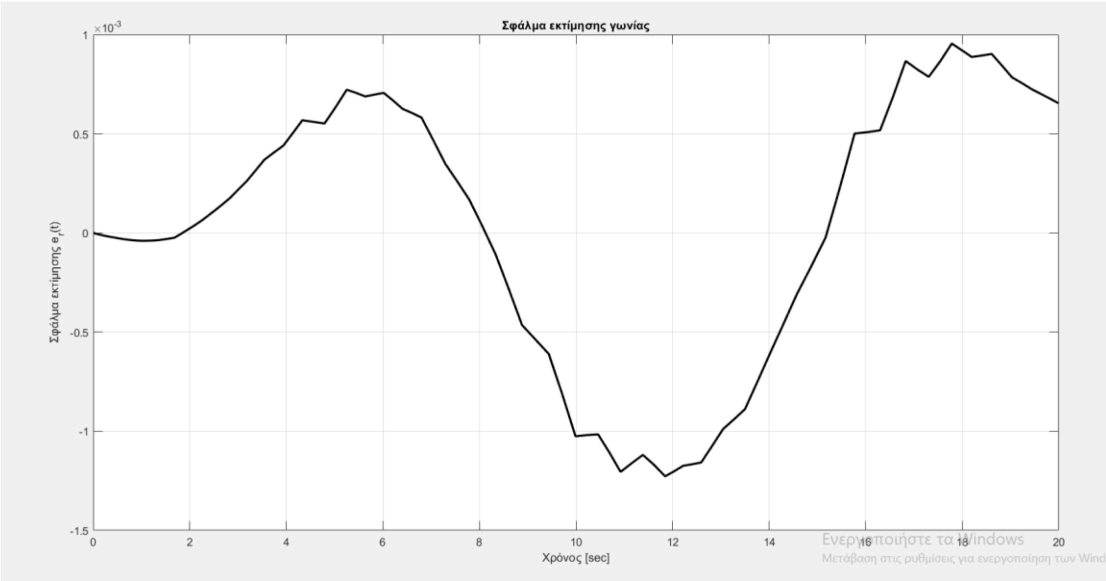
$$\dot{V}(t) = -e_r^2(t)$$

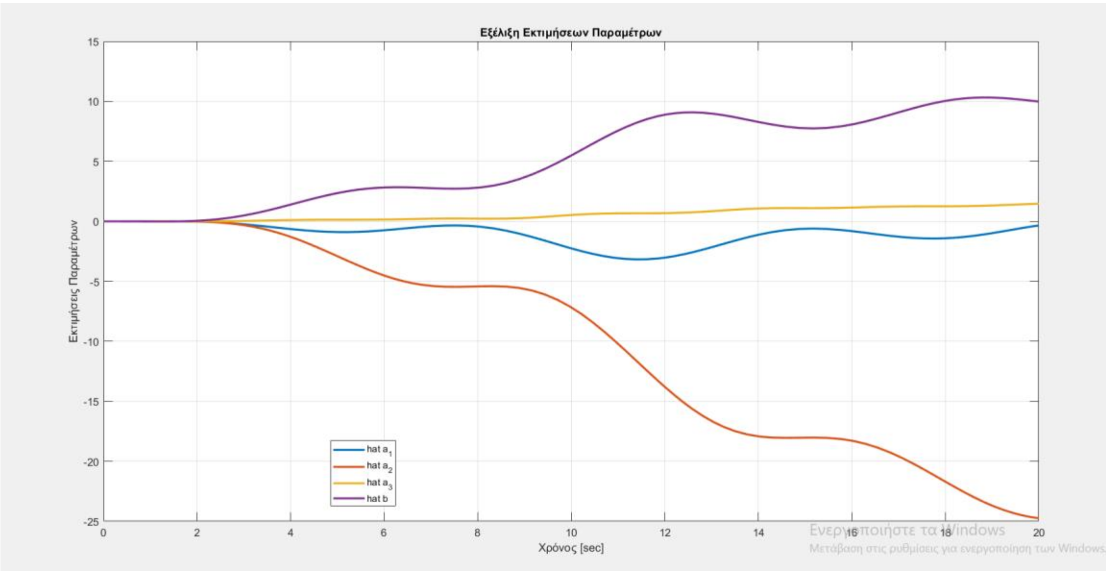
Η V(t) είναι φθίνουσα άρα το σύστημα είναι σταθερό κατά Lyapunov.

Επίσης το σφάλμα εκτίμησης συγκλίνει στο μηδέν και οι εκτιμήσεις των παραμέτρων είναι φραγμένες.

Ακολουθούν οι προσομοιώσεις με την σειρά που ζητήθηκαν:


Σύγκριση πραγματικής και εκτιμημένης γωνίας
Γωνία [rad]
Χρόνος [sec]
r(t)
r̂(t)
Ενεργοποιήστε τα Windows
Μετάβαση στις ρυθμίσεις για ενεργοποίηση των Windo


Σφάλμα εκτίμησης γωνίας
×10^-3
Σφάλμα εκτίμησης e_r(t)
Χρόνος [sec]
Ενεργοποιήστε τα Windows
Μετάβαση στις ρυθμίσεις για ενεργοποίηση των Wind


Εξέλιξη Εκτιμήσεων Παραμέτρων
Εκτιμήσεις Παραμέτρων
Χρόνος [sec]
hat a1
hat a2
hat a3
hat b
Ενεργοποιήστε τα Windows
Μετάβαση στις ρυθμίσεις για ενεργοποίηση των Windows.

Σχολιασμός:

Για την γωνία έχω πολύ καλή παρακολούθηση της εκτιμώμενης με την πραγματική τιμή της. Πρακτικά μηδενικό σφάλμα και σταθερότητα στην εκτίμηση.

Το σφάλμα μένει πολύ κοντά στο μηδέν, δεν παρουσιάζει μεγάλες αυξομειώσεις και δεν δείχνει κάποιου είδους αστάθεια.

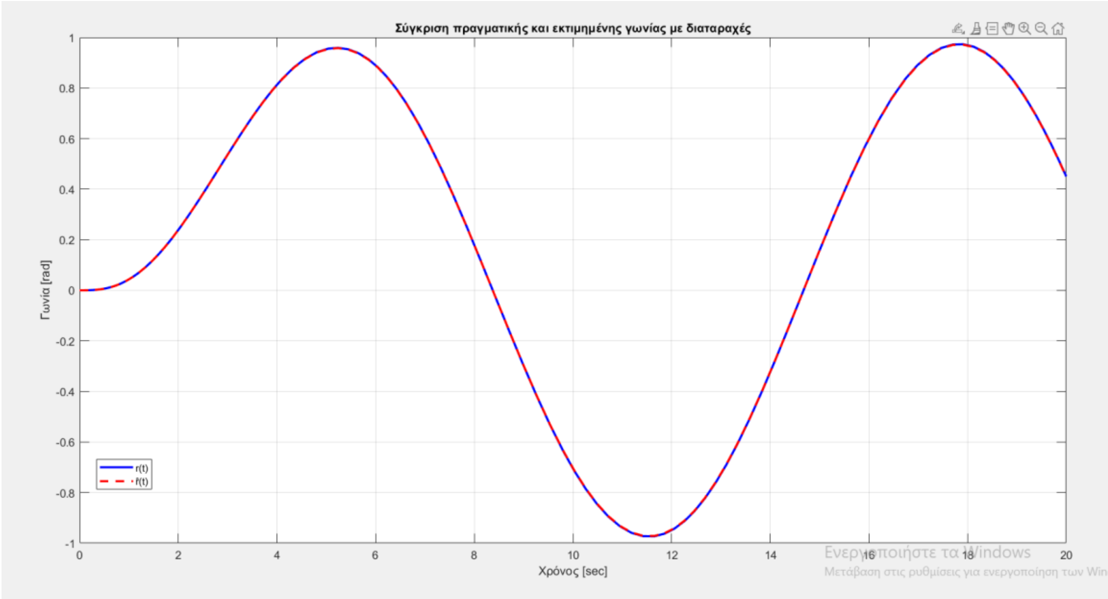
Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων δεν συγκλίνουν σε σταθερές τιμές αλλά παρουσιάζουν αποκλίσεις και κάποια ταλάντωση . Αυτό πιθανόν να οφείλεται στο ότι δεν έχουμε αρκετή διέγερση του συστήματος για να δώσει τις σωστές τιμές στις παραμέτρους. Θα μπορούσαμε να το διορθώσουμε ίσως αν αντί για γ=5 βάζαμε μικρότερη τιμή πχ γ=0.5 ή και γ=0.1 στο block κώδικα gamma=diag[5,5,5,5]; Με όχι και τόσο αισθητά αποτελέσματα αλλά μερικώς βελτιωμένη σύγκλιση.

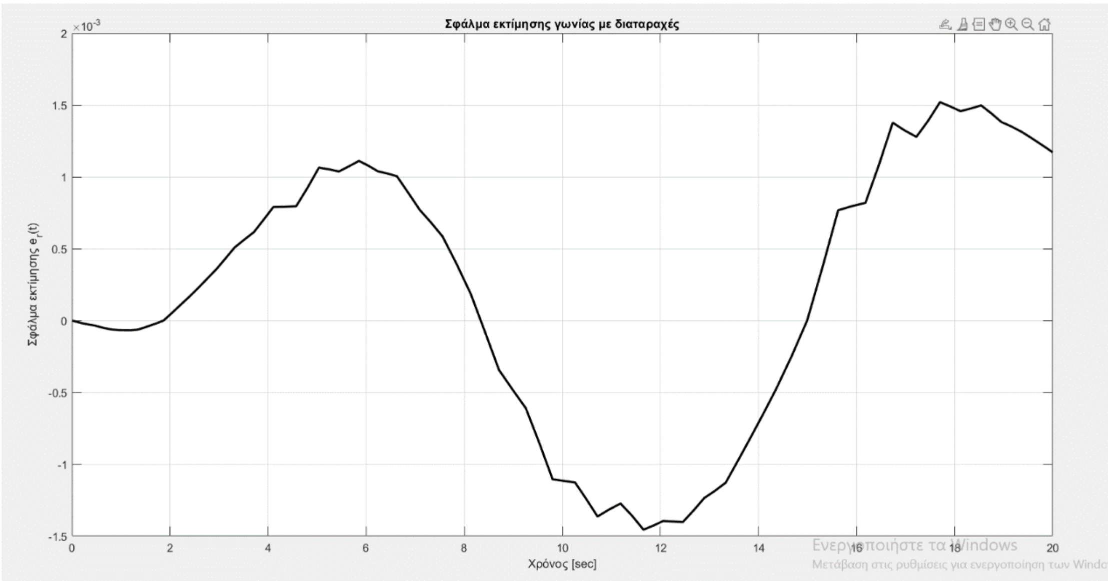
Γ)

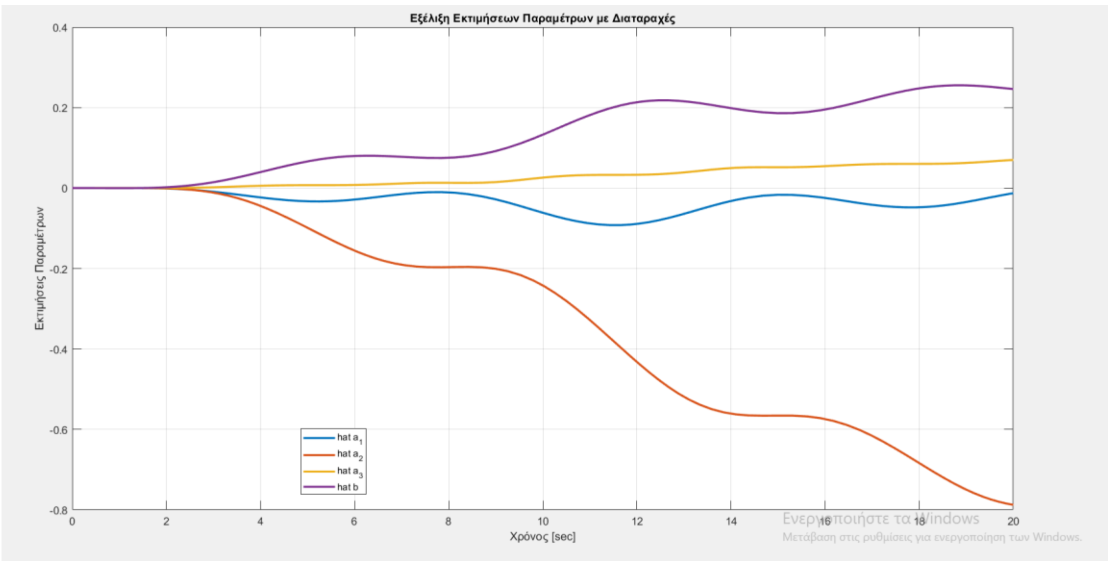
Στο τελευταίο ερώτημα δεν αλλάζει κάτι στην θεωρητική ανάλυση του προβλήματος πάλι ακολουθούμε ότι κάναμε και στο β) με την μέθοδο Lyapunov και τον εκτιμητή πραγματικού χρόνου απλά προσθέτουμε και τις εξωτερικές διαταραχές όπως μας υποδεικνύεται.

Συγκεκριμένα: $d(t) = 0.15\sin(0.5t)$ *εξωτερικές διαταραχές.*

Ακολουθούν οι προσομοιώσεις:


Σύγκριση πραγματικής και εκτιμημένης γωνίας με διαταραχές
Γωνία [rad]
Χρόνος [sec]
r(t)
r̂(t)
Ενεργοποιήστε τα Windows
Μετάβαση στις ρυθμίσεις για ενεργοποίηση των Windows


Σφάλμα εκτίμησης γωνίας με διαταραχές
$\times 10^{-3}$
Σφάλμα εκτίμησης $e_r(t)$
Χρόνος [sec]
Ενεργοποιήστε τα Windows
Μετάβαση στις ρυθμίσεις για ενεργοποίηση των Windows


Εξέλιξη Εκτιμήσεων Παραμέτρων με Διαταραχές
Εκτιμήσεις Παραμέτρων
Χρόνος [sec]
hat a_1
hat a_2
hat a_3
hat b
Ενεργοποιήστε τα Windows
Μετάβαση στις ρυθμίσεις για ενεργοποίηση των Windows.

Σχολιασμός:

Με την εισαγωγή εξωτερικών διαταραχών, παρατηρείται μικρή αύξηση του σφάλματος εκτίμησης της γωνίας, χωρίς ωστόσο να επηρεάζεται ουσιαστικά η ακρίβεια παρακολούθησης της επιθυμητής τροχιάς. Οι εκτιμήσεις των παραμέτρων παραμένουν φραγμένες και παρουσιάζουν πιο ήπια δυναμική, γεγονός που επιβεβαιώνει την ανθεκτικότητα της μεθόδου εκτίμησης έναντι εξωτερικών διαταραχών. Συμπερασματικά, ο εκτιμητής διατηρεί την ευστάθεια και την αξιοπιστία του παρά την παρουσία διαταραχής.

Ποιο συγκεκριμένα για την εκτίμηση των παραμέτρων:

Με τη μείωση του κέρδους προσαρμογής σε γ=0.1, παρατηρείται δραστική μείωση του πλάτους διακύμανσης των εκτιμήσεων των παραμέτρων από περίπου 15 σε μόλις 0.4. Το φαινόμενο αυτό οφείλεται στο ότι ο εκτιμητής ανταποκρίνεται πλέον πιο ομαλά και φιλτράρει αποτελεσματικότερα τις επιδράσεις της εξωτερικής διαταραχής, οδηγώντας σε πιο σταθερές και φραγμένες εκτιμήσεις των άγνωστων παραμέτρων.

Όταν το γ ήταν μεγάλο (π.χ. 5), το σύστημα ***αντέδρασε πολύ έντονα*** *στα σήματα σφάλματος και στα σήματα εισόδου/εξόδου ακόμα και σε μικρές αποκλίσεις, οι εκτιμήσεις παραμέτρων άλλαζαν γρήγορα και έντονα. Όταν μειώσαμε το γ σε 0.1 ο εκτιμητής* ***ανταποκρίνεται πολύ πιο αργά και ήπια*** *σε αλλαγές. Επίσης οι εκτιμήσεις κινούνται πιο "σφιχτά" γύρω από το μηδέν ή μια μικρή περιοχή. Η επίδραση της διαταραχής* ***φιλτράρεται καλύτερα*** *και δεν προκαλεί μεγάλες εκρήξεις στις παραμέτρους.*