

Γραμμική και Συνδυαστική Βελτιστοποίηση

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών

15/9/2023

ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΧΡΟΝΟΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ ΑΓΩΝΩΝ ΓΙΑ ΕΡΑΣΙΤΕΧΝΙΚΑ ΠΡΩΤΑΘΛΗΜΑΤΑ

(Sports Scheduling Problem for Amateur Leagues)

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΤΣΙΑΛΙΟΣ
ΑΜ: 1072868

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	2
2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	2
2.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ-ΕΡΑΣΙΤΕΧΝΙΚΩΝ ΠΡΩΤΑΘΛΗΜΑΤΩΝ	2
2.2 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΣΧΕΤΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ	4
2.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕΛΕΤΗΣ	4
3. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	6
4. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	10
5. ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ	15
5.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΥΠΙΚΗ ΕΚΤΕΛΕΣΗ	15
5.2 ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ.....	20
6. ΕΠΕΚΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ.....	23
7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	24
8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	25

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε αυτήν την εργασία θα μελετήσουμε το πρόβλημα του *Χρονοπρογραμματισμού Αγώνων σε Ερασιτεχνικά Πρωταθλήματα*. Στη διεθνή βιβλιογραφία το πρόβλημα αυτό είναι γνωστό ως *Sports Scheduling* ή *Tournament Timetabling*. Το πρόβλημα συνίσταται στην εύρεση του βέλτιστου προγράμματος αγώνων, δηλ. στόχος είναι να καθορίσουμε το ποιες ομάδες θα παίξουν αντίπαλες και πότε.

Το παρόν έγγραφο οργανώνεται με τον ακόλουθο τρόπο. Στην *Ενότητα 2* περιγράφεται αναλυτικά το πρόβλημα και γίνεται μία περίληψη της ήδη υπάρχουσας βιβλιογραφίας. Η *Ενότητα 3* περιέχει τη μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος, χρησιμοποιώντας τεχνικές γραμμικού προγραμματισμού. Στην *Ενότητα 4* παρουσιάζεται η επίλυση του προβλήματος με τη βοήθεια της γλώσσας προγραμματισμού Python, ενώ στην *Ενότητα 5* αναλύονται τα αποτελέσματα της εκτέλεσης του κώδικα. Τέλος, στην *Ενότητα 6* εξετάζεται η επεκτασιμότητα του προγράμματος που αναπτύχθηκε, ενώ στην *Ενότητα 7* περιλαμβάνεται η βιβλιογραφία που χρησιμοποιήθηκε.

2. ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Το πρόβλημα του χρονοπρογραμματισμού αγώνων έχει μελετηθεί εκτενώς τις τελευταίες δεκαετίες και έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι για την επίλυση του. Ωστόσο, η συντριπτική πλειονότητα των ερευνών που έχουν γίνει αφορούν επαγγελματικά πρωταθλήματα (πχ ποδοσφαίρου: Premier League [10], Serie A [9], μπάσκετ: NBA [11], Argentinian Liga A [12]). Τα ερασιτεχνικά πρωταθλήματα, που αφορούν το αντικείμενο αυτής της εργασίας, έχουν σημαντικές διαφορές στον τρόπο λειτουργίας τους σε σχέση με τα επαγγελματικά πρωταθλήματα. Σε αυτά, οι συμμετέχοντες δεν είναι επαγγελματίες και δεν αμείβονται. Επομένως, δεν αναφερόμαστε σε μικρές κατηγορίες δημοφιλών αθλημάτων, όπως πχ η Γ' Εθνική Κατηγορία Ποδοσφαίρου, καθώς αυτές έχουν ημιεπαγγελματικό χαρακτήρα. Αντίθετα, θα ασχοληθούμε με πρωταθλήματα που διοργανώνονται από κοινότητες σε εθελοντική βάση όπως φοιτητικά τουρνουά ποδοσφαίρου, πρωταθλήματα ποδοσφαίρου σάλας [5], τοπικά πρωταθλήματα επιτραπέζιας αντισφαίρισης (πινγκ-πονγκ) [7] κ.

2.1 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ-ΕΡΑΣΙΤΕΧΝΙΚΩΝ ΠΡΩΤΑΘΛΗΜΑΤΩΝ

Προκειμένου να κατανοήσουμε καλύτερα το πρόβλημα του Χρονοπρογραμματισμού Αγώνων σε Ερασιτεχνικά Πρωταθλήματα, ας το συγκρίνουμε με αυτό στα Επαγγελματικά Πρωταθλήματα, καθώς η πλειονότητα του κόσμου είναι περισσότερο εξοικειωμένη με αυτά. Θα σταθούμε στους περιορισμούς που πρέπει να ικανοποιούνται ώστε να θεωρείται ένα πρόγραμμα αγώνων εφικτό και στις δύο περιπτώσεις. Επίσης, θα εξετάσουμε το κριτήριο βελτιστοποίησης των δύο περιπτώσεων, δηλ. την τιμή την οποία τα προγράμματα αγώνων προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν ή ελαχιστοποιήσουν. Οι κυριότερες διαφορές μεταξύ αυτών αναγράφονται στον *Πίνακα 1*.

Επαγγελματικά Πρωταθλήματα	Ερασιτεχνικά Πρωταθλήματα
Εναλλαγή εντός έδρας – εκτός έδρας αγώνων	Breaks ασήμαντα, όλοι οι αγώνες ισοδύναμοι
Μέριμνα για ομάδες της ίδιας πόλης	Ασήμαντη η έδρα των ομάδων
Χρήση σταδίου για άλλες εκδηλώσεις	Δεν λαμβάνουν χώρα άλλες εκδηλώσεις στο στάδιο
Εμπορικοί σκοποί (οπαδοί, τηλεοπτική κάλυψη)	Λίγοι οπαδοί, δεν υπάρχει τηλεοπτική κάλυψη
Πρόγραμμα αγώνων ολόκληρης της σεζόν	Πρόγραμμα αγώνων σε εβδομαδιαία βάση
Σπάνια αναβολή αγώνων	Συχνή αναβολή αγώνων
Ίση κατανομή αγώνων στη σεζόν	Άνιση κατανομή αγώνων στη σεζόν
Ελαχιστοποίηση διανυόμενης απόστασης ή breaks	Μεγιστοποίηση διαθεσιμότητας παικτών

Πίνακας 1: Διαφορές Επαγγελματικών-Ερασιτεχνικών πρωταθλημάτων

Αρχικά, βλέπουμε πως στα επαγγελματικά πρωταθλήματα είναι σημαντικό οι ομάδες να παίζουν εναλλάξ εντός έδρας – εκτός έδρας αγώνες. Είναι δηλ. επιθυμητό να μην υπάρχουν διαδοχικοί αγώνες εντός έδρας ή εκτός έδρας. Ένα τέτοιο διάστημα ονομάζεται στη βιβλιογραφία ως *break* (διάλειμμα). Στα ερασιτεχνικά πρωταθλήματα, η ύπαρξη διαλειμμάτων είναι αδιάφορη, καθώς συνήθως οι αποστάσεις μεταξύ των εδρών των ομάδων είναι μικρές ή ανύπαρκτες, όταν όλοι οι αγώνες του πρωταθλήματος λαμβάνουν χώρα στο ίδιο στάδιο. Ακόμα, στα επαγγελματικά πρωταθλήματα πρέπει να ληφθεί ειδική μέριμνα για τις ομάδες που έχουν έδρα την ίδια πόλη. Οι ομάδες αυτές πρέπει να μην παίζουν ταυτόχρονα εντός έδρας, για λόγους κυκλοφοριακούς και δημόσιας ασφάλειας. Αντίθετα, όπως ήδη αναφέραμε, στα ερασιτεχνικά πρωταθλήματα η έδρα των ομάδων είναι ασήμαντη και δεν παίζει ρόλο στη δημιουργία του προγράμματος αγώνων.

Στη συνέχεια, παρατηρούμε διαφορές μεταξύ των δυο ειδών πρωταθλημάτων που οφείλονται στο μέγεθος των διοργανώσεων. Συγκεκριμένα, τα στάδια ομάδων επαγγελματικών πρωταθλημάτων συχνά χρησιμοποιούνται και για άλλες εκδηλώσεις,, όπως συναυλίες, ομιλίες κλπ. Κάτι τέτοιο σπάνια συμβαίνει στα ερασιτεχνικά πρωταθλήματα. Επίσης, το πρόγραμμα αγώνων σε επαγγελματικά πρωταθλήματα επηρεάζεται από εμπορικούς παράγοντες, όπως η μεγιστοποίηση της παρουσίας οπαδών στο γήπεδο (να μην παίζονται αγώνες σε εργάσιμες ώρες) ή η τηλεοπτική κάλυψη των αγώνων (να μην παίζονται αγώνες παράλληλα με άλλα σημαντικά τηλεοπτικά δρώμενα). Αυτοί οι παράγοντες είναι σημαντικοί, καθώς καθορίζουν το οικονομικό κέρδος των ομάδων από την έκδοση εισιτηρίων και την τηλεθέαση των αγώνων. Αντίθετα, στα ερασιτεχνικά πρωταθλήματα δεν λαμβάνονται υπόψιν τέτοιοι παράγοντες, καθώς οι αγώνες σπάνια έχουν πολλούς οπαδούς ή τηλεοπτική κάλυψη.

Άλλες διαφορές στους περιορισμούς των προγραμμάτων αγώνων σχετίζονται με τη διαθεσιμότητα των παικτών. Σε επαγγελματικά πρωταθλήματα, οι ομάδες αποτελούνται από επαγγελματίες αθλητές που οφείλουν να παίξουν στους αγώνες, όποτε κανονιστούν αυτοί. Αυτό όμως δεν ισχύει στα ερασιτεχνικά πρωταθλήματα, όπου η ενασχόληση των παικτών με το άθλημα γίνεται στα πλαίσια χόμπι. Οι παίκτες αυτοί έχουν τις δικές τους προσωπικές και επαγγελματικές υποχρεώσεις, οι οποίες δεσμεύουν αρκετό από τον χρόνο τους. Έτσι, η διαθεσιμότητα τους για να παραστούν σε αγώνες της ομάδας τους είναι περιορισμένη. Αυτό έχει ορισμένες συνέπειες. Αρχικά, το πρόγραμμα αγώνων των ερασιτεχνικών πρωταθλημάτων πρέπει να βγαίνει σε εβδομαδιαία βάση, επειδή η διαθεσιμότητα των παικτών δεν είναι σταθερή και δεν είναι γνωστή από την αρχή του πρωταθλήματος. Ακόμα, αποτελεί συχνό φαινόμενο η αναβολή αγώνων, λόγω καιρού ή έκτακτων υποχρεώσεων των παικτών. Επίσης, υπάρχουν χρονικές περίοδοι εντός της σεζόν κατά τις οποίες η διαθεσιμότητα των παικτών είναι μικρότερη κι έτσι διεξάγονται λιγότεροι αγώνες, όπως για παράδειγμα περίοδοι διακοπών (Χριστούγεννα, Πάσχα), εξεταστικές περίοδοι για φοιτητικά τουρνουά κλπ. Επομένως, παρατηρείται άνιση κατανομή των αγώνων κατά τη διάρκεια της σεζόν. Στον αντίποδα, στα επαγγελματικά τουρνουά ολόκληρο το πρόγραμμα αγώνων υπολογίζεται πριν την έναρξη του πρωταθλήματος, οι αγώνες αναβάλλονται σπάνια και μόνο για πολύ σημαντικό λόγο και οι αγώνες κατανέμονται ομοιόμορφα εντός της σεζόν.

Τέλος, τα προγράμματα αγώνων σε επαγγελματικά πρωταθλήματα έχουν συνήθως ως στόχο την ελαχιστοποίηση των διαλειμμάτων (breaks) πχ Serie A [9] ή την ελαχιστοποίηση της απόστασης που διανύουν οι ομάδες για πρωταθλήματα στα οποία οι έδρες των ομάδων απέχουν πολύ μεταξύ τους πχ NBA [11]. Στα ερασιτεχνικά πρωταθλήματα, το μέγεθος που προσπαθεί να βελτιστοποιήσει το πρόγραμμα αγώνων είναι η διαθεσιμότητα των παικτών, δηλ. να μπορούν όσο το δυνατόν περισσότεροι παίκτες κάθε ομάδας να παίξουν στους αγώνες.

2.2 ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΣΧΕΤΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ

Μελετώντας τη βιβλιογραφία, παρατηρούμε πως το πρόβλημα του *Χρονοπρογραμματισμού Αγώνων σε Ερασιτεχνικά Πρωταθλήματα* είναι δυνατόν να επιλυθεί με διάφορες μεθόδους. Στις εργασίες [3], [4], [7] εξετάζεται το πρόβλημα προγραμματισμού αγώνων σε μη-επαγγελματικά πρωταθλήματα επιτραπέζιας αντισφαίρισης (πινγκ-πονγκ) και επιλύεται με χρήση Γενετικού Αλγορίθμου (*Genetic Algorithm*) [3], Μιμητικού Αλγορίθμου (*Memetic Algorithm*) [4] και Ακέραιου Γραμμικού Προγραμματισμού (*Integer Linear Programming*) [7]. Οι εργασίες [1], [6] αφορούν ερασιτεχνικά τουρνουά. Συγκεκριμένα, στην εργασία [1] αναφέρεται στο πρόβλημα ενός φοιτητικού τουρνουά και χρησιμοποιείται ένας υβριδικός αλγόριθμος Προγραμματισμού Περιορισμών (*Constraint Programming*) και Αναζήτησης Γειτονιάς (*Neighborhood Search*). Στην εργασία [6] τίθεται το πρόβλημα προγραμματισμού σε ένα ερασιτεχνικό τουρνουά αντισφαίρισης (τένις) στην Ιταλία, το οποίο επιλύεται κάνοντας χρήση μίας ευρετικής μεθόδου (*heuristic*) δύο βημάτων. Τέλος, στο έγγραφο [5] μελετάται το πρόβλημα προγραμματισμού σε ένα μη-επαγγελματικό πρωτάθλημα ποδοσφαίρου εσωτερικού χώρου (σάλας) στο Βέλγιο. Το πρόβλημα λύνεται χρησιμοποιώντας Ακέραιο Προγραμματισμό και μια ευρετική μέθοδο βασισμένη στην αναζήτηση ταμπού (*tabu search*).

2.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕΛΕΤΗΣ

Από την προηγούμενη υποενότητα, γίνεται φανερό ότι κάθε περίπτωση ερασιτεχνικού πρωταθλήματος είναι διαφορετική. Οι παράμετροι από τις οποίες εξαρτάται το πρόγραμμα αγώνων αλλάζουν ελαφρώς με βάση τον τύπο του αθλήματος και τις πολιτικές που έχουν επιλέξει οι διοργανωτές του για τον τρόπο λειτουργίας του. Επομένως, κάθε λύση που προτείνεται στη

βιβλιογραφία αφορά μια συγκεκριμένη περίπτωση ερασιτεχνικού πρωταθλήματος. Στην παρούσα εργασία, θα επιλύσουμε το πρόβλημα ενός φοιτητικού πρωταθλήματος ποδοσφαίρου 5x5, διότι υπάρχει μέσα από προσωπική εμπειρία, εξοικείωση με το συγκεκριμένο πρόβλημα και γνώση των παραμέτρων του. Οι κανόνες που επιλέχθηκαν για τη λειτουργία αυτού του πρωταθλήματος περιγράφονται παρακάτω.

Το πρωτάθλημα αποτελείται από έναν όμιλο των 8 ομάδων. Για την ολοκλήρωση του πρωταθλήματος απαιτείται κάθε ομάδα να παίξει με όλες τις υπόλοιπες 1 φορά (*single round robin tournament*). Υπάρχει 1 γήπεδο, το οποίο παρέχεται από τους διοργανωτές του πρωταθλήματος και όλοι οι αγώνες διεξάγονται σε αυτό. Επομένως, δεν μπορούν να διεξαχθούν 2 αγώνες ταυτόχρονα (*asynchronous tournament*). Οι διοργανωτές του πρωταθλήματος ορίζουν ότι αγώνες μπορούν να διεξαχθούν μόνο τις καθημερινές μέρες και έως 1 αγώνας την ημέρα. Επομένως, κάθε εβδομάδα μπορούν να διεξαχθούν έως 5 αγώνες. Οι ομάδες αποτελούνται από 6 παίκτες (5 + 1 αναπληρωματικός). Μια ομάδα μπορεί να παίξει όταν είναι διαθέσιμοι τουλάχιστον 5 παίκτες της.

Οι παίκτες όλων των ομάδων δηλώνουν κάθε Σάββατο ποιες μέρες της επόμενης εβδομάδας προτιμούν να παίξουν. Δίνουν δηλ. σε κάθε μέρα μία από τις παρακάτω τιμές, οι οποίες συμβολίζουν τα εξής:

- 0 → δεν είμαι διαθέσιμος
- 4 → είμαι διαθέσιμος, αλλά δεν το προτιμώ
- 7 → είμαι διαθέσιμος και το προτιμώ αρκετά
- 10 → είμαι διαθέσιμος και το προτιμώ πολύ

Έπειτα, υπολογίζεται το πρόγραμμα αγώνων της εβδομάδας αυτής.

Εξαιτίας της περιορισμένης διαθεσιμότητας των παικτών, υπάρχει περίπτωση σε κάποια εβδομάδα να μην μπορεί να διεξαχθεί ένας αγώνας. Τότε, θα διεξαχθούν λιγότεροι αγώνες εκείνη την εβδομάδα. Πλέον, οι εμπλεκόμενες ομάδες έχουν παίξει λιγότερους αγώνες από τις υπόλοιπες και 'χρωστάνε' τον συγκεκριμένο αγώνα.

Προσοχή πρέπει να δοθεί στο πόσες φορές μπορεί να παίξει μια ομάδα εντός μιας εβδομάδας. Αυτό είναι μεταβλητό μέγεθος και εξαρτάται από το εάν η ομάδα χρωστάει αγώνες ή όχι. Συγκεκριμένα, αν μια ομάδα δεν χρωστάει αγώνες, μπορεί να παίξει από 0 έως 1 αγώνα την εβδομάδα. Ωστόσο, αν μία ομάδα χρωστάει αγώνες, μπορεί να παίξει από 0 έως 2 αγώνες την εβδομάδα.

Οι διοργανωτές του πρωταθλήματος πληρώνονται από τις ομάδες για κάθε αγώνα που αυτές παίζουν. Επομένως, επιθυμούν να χαθούν συνολικά όσο το δυνατόν λιγότεροι αγώνες. Για αυτό, η διοργάνωση φροντίζει για την αναπλήρωση των χρωστούμενων αγώνων με 2 τρόπους:

- Ύπαρξη περισσότερων διαθέσιμων χρονοθυρίδων (*time slots*) από τις απαιτούμενες: 5 διαθέσιμα *time slots* ανά εβδομάδα > 4 αγώνες ανά εβδομάδα (αγωνιστική). Το επιπλέον αυτό *time slot* δίνει την ευκαιρία στις ομάδες να παίξουν τους αγώνες που χρωστάνε (*catch-up slot* [8]).
- Ύπαρξη περισσότερων αγωνιστικών πρωταθλήματος (εβδομάδων) από τις απαιτούμενες: Εφόσον η κάθε ομάδα πρέπει να παίξει με 7 ομάδες, το πρωτάθλημα υπό κανονικές συνθήκες, θα ολοκληρωθεί σε 7 αγωνιστικές. Όμως εξαιτίας των

χρωστούμενων αγώνων, μπορεί να χρειαστούν παραπάνω αγωνιστικές. Οι διοργανωτές ορίζουν την ύπαρξη μίας παραπάνω αγωνιστικής (8^η εβδομάδα), προκειμένου να διεξαχθούν σε αυτήν οι χρωστούμενοι αγώνες. Όσοι αγώνες δεν διεξαχθούν και σε αυτήν την εβδομάδα, θεωρούνται πλέον χαμένοι και για τις δύο ομάδες. Δεν υπάρχει δυνατότητα ορισμού παραπάνω αγωνιστικών, εξαιτίας χρονικών περιορισμών που επιβάλλουν τη λήξη του πρωταθλήματος (έναρξη επόμενου πρωταθλήματος, απομάκρυνση των φοιτητών από την πόλη φοίτησης τους στο τέλος του εξαμήνου κλπ).

3. ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Σε αυτήν την ενότητα θα μεταβούμε από την παραπάνω λεκτική περιγραφή του προβλήματος στη μαθηματική μοντελοποίηση του, χρησιμοποιώντας Ακέραιο Γραμμικό Προγραμματισμό (*Integer Linear Programming*).

Αρχικά, χρειάζεται να ορίσουμε κάποια σύνολα, τα οποία περιέχουν τα απαραίτητα δεδομένα για τον υπολογισμό του προγράμματος αγώνων. Τα σταθερά σύνολα αντιπροσωπεύουν δεδομένα που παραμένουν διαρκώς τα ίδια, ενώ τα μεταβλητά σύνολα αντιπροσωπεύουν δεδομένα που ανανεώνονται σε εβδομαδιαία βάση.

Σύνολα

- **Σταθερά**
 - T: σύνολο με όλες τις ομάδες (*Teams*)
 - D: σύνολο με τις διαθέσιμες ημέρες (*Days*)
- **Μεταβλητά**
 - M: σύνολο με τους αγώνες που έχουν ήδη διεξαχθεί (*Matches Played*)
 - E: σύνολο με το πλήθος αγώνων που χρωστάει η κάθε ομάδα (*Extra*)
 - P: σύνολο με τις προτιμήσεις των παικτών για τις διαθέσιμες ημέρες (*Preferences*)

Στη συνέχεια θα ορίσουμε τις μεταβλητές απόφασης, δηλ. τις μεταβλητές που καλούμαστε να υπολογίσουμε την τιμή τους. Οι μεταβλητές αυτές καθορίζουν το πρόγραμμα αγώνων.

Μεταβλητές απόφασης

$$x_{i,j,d} = \begin{cases} 1, & \text{η ομάδα } i \text{ παίζει εναντίον της ομάδας } j \text{ την ημέρα } d \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}, i \in T, j \in T, d \in D$$

Έπειτα, θα εκφράσουμε τους περιορισμούς του προβλήματος (*hard constraints*). Όταν ένα πρόγραμμα αγώνων ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς του προβλήματος, τότε θεωρείται εφικτή λύση του (*feasible solution*).

Περιορισμοί

1. Μία ομάδα μπορεί να παίξει: $\begin{cases} \text{έως 1 φορά την εβδομάδα, εάν δεν χρωστάει αγώνες} \\ \text{έως 2 φορές την εβδομάδα, εάν χρωστάει αγώνες} \end{cases}$

$$\sum_j \sum_d x_{i,j,d} \leq 1 + (E_i \wedge 1) \quad \forall i \in T \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

2. Μία ομάδα μπορεί να παίξει έως 1 φορά με μία άλλη ομάδα.

$$\sum_d x_{i,j,d} \leq 1 \quad \forall i \in T, j \in T \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

3. Μία ομάδα (που χρωσάει αγώνες) δεν μπορεί να παίξει σε 2 διαδοχικές μέρες.

$$\sum_j x_{i,j,d} \sum_j x_{i,j,d+1} \leq 1 \quad \forall i \in T, d \in D \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

4. Οι αγώνες εντός έδρας – εκτός έδρας είναι οι ίδιοι.

$$x_{i,j,d} = x_{j,i,d} \quad \forall i \in T, j \in T, d \in D \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

5. Μπορεί να διεξαχθεί έως 1 αγώνας την ημέρα.

$$\sum_i \sum_j x_{i,j,d} \leq 2 \quad \forall d \in D \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

6. Μία ομάδα μπορεί να παίξει όταν είναι διαθέσιμοι τουλάχιστον 5 παίκτες της.

$$\sum_p P_{i,p,d} \wedge 1 \sum_j x_{i,j,d} \geq 5 \sum_j x_{i,j,d} \quad \forall i \in T, d \in D \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

Τέλος, θα καταστρώσουμε την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος μας. Θα δημιουργήσουμε δηλ. μία μετρική απόδοσης, για να μπορούμε να συγκρίνουμε τα εφικτά προγράμματα αγώνων και να επιλέγουμε το καλύτερο από αυτά. Ωστόσο, ο σχηματισμός της αντικειμενικής συνάρτησης παρουσιάζει κάποιες προκλήσεις. Συγκεκριμένα, στο πρόβλημα μας υπάρχουν δύο πλευρές με διαφορετικούς στόχους. Από τη μία μεριά, οι διοργανωτές του πρωταθλήματος επιδιώκουν τη μεγιστοποίηση των παιχνιδιών που θα διεξαχθούν, καθώς αυτό αυξάνει το κέρδος τους. Επομένως, για αυτούς είναι σημαντικό να μην χαθούν παιχνίδια. Ταυτόχρονα, οι παίκτες των ομάδων ενδιαφέρονται κυρίως για το πότε θα διεξαχθούν τα παιχνίδια, αναφορικά με τη διαθεσιμότητα τους. Επιθυμούν η ομάδα τους να αγωνίζεται όταν είναι σύσσωμη, ώστε να παίξουν με ολόκληρη την παρέα τους – άλλωστε είναι πιο κουραστικό για τους παίκτες να παίξουν σε αγώνα χωρίς αναπληρωματικό παίκτη (5 άτομα αντί για 6). Ακόμα, έτσι αποφεύγουν να χάσουν οι ίδιοι τους κάποιον αγώνα της ομάδας τους. Μάλιστα, επιθυμούν να παίζουν κατά το δυνατόν τις ημέρες που προτιμούν περισσότερο.

Εκτός από αυτά, θα πρέπει να αντιμετωπίσουμε κι ένα θέμα δικαιοσύνης που εμφανίζεται συχνά σε τέτοια πρωταθλήματα. Συγκεκριμένα, καθώς οι ομάδες χρωστάνε αγώνες κατά τη διάρκεια της σεζόν, υπάρχει διαφορά μεταξύ του πλήθους των αγώνων που έχει παίξει η κάθε ομάδα (*Games Played Difference – GPD*). Έτσι, όπως αναφέρεται στο [8], η βαθμολογία του ομίλου γίνεται ανακριβής και δεν αντικατοπτρίζει πραγματικά τη δυναμικότητα των ομάδων. Πιο σημαντικά όμως, το φαινόμενο αυτό δίνει πλεονέκτημα στις ομάδες που έχουν παίξει λιγότερους αγώνες, καθώς γνωρίζουν πότε μπορούν να αρκεστούν στην ισοπαλία, ενώ μπορεί να οδηγήσει και σε στήσιμο αγώνων (*match fixing*). Για τους λόγους αυτούς, κρίνεται σημαντική η ελαχιστοποίηση του GPD στην αντικειμενική συνάρτηση.

Λαμβάνοντας αυτά υπόψιν, κατασκευάσαμε την παρακάτω αντικειμενική συνάρτηση. Πρόκειται για συνάρτηση μεγιστοποίησης και είναι δίκλαδη, καθώς μεταβάλλεται ελαφρώς ο τύπος της όταν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες.

Αντικειμενική συνάρτηση

- Όταν δεν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες:

$$\max Z = \frac{50}{8} \sum_i \sum_j \sum_d x_{i,j,d} + \frac{30}{48} \sum_i \sum_d \left(\sum_j x_{i,j,d} \right) \cdot \left(\sum_p P_{i,p,d} \wedge 1 \right) + \frac{20}{480} \sum_i \sum_d \left(\sum_j x_{i,j,d} \right) \cdot \left(\sum_p P_{i,p,d} \right) \quad \forall i \in T, d \in D \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

- Όταν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες:

$$\max Z = \frac{50}{10} \sum_i \sum_j \sum_d x_{i,j,d} + \frac{30}{60} \sum_i \sum_d \left(\sum_j x_{i,j,d} \right) \cdot \left(\sum_p P_{i,p,d} \wedge 1 \right) + \frac{10}{600} \sum_i \sum_d \left(\sum_j x_{i,j,d} \right) \cdot \left(\sum_p P_{i,p,d} \right) + \frac{10}{\min(10, 2 \cdot \sum_i (E_i \wedge 1))} \sum_i \sum_j \sum_d x_{i,j,d} \cdot (E_i \wedge 1) \quad \forall i \in T, d \in D \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

Ας αναλύσουμε πρώτα την αντικειμενική συνάρτηση στην περίπτωση που δεν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες. Η συνάρτηση αποτελείται από 3 όρους, όπου ο κάθε ένας αναπαριστά έναν διαφορετικό στόχο. Ζητούμενο είναι η μεγιστοποίηση κάθε όρου. Οι συντελεστές μπροστά από αυτούς τους όρους χρησιμεύουν στην κανονικοποίηση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης στο 100. Αυτό είναι χρήσιμο, προκειμένου να διακρίνουμε με ευκολία πόσο καλή είναι η βέλτιστη λύση του προγράμματος, δηλ. πόσο κοντά είναι στο θεωρητικά ιδανικό σενάριο, όπου ικανοποιούνται πλήρως όλοι οι στόχοι. Έτσι, ο κάθε συντελεστής είναι ένα κλάσμα, στο οποίο ο παρονομαστής αποτελεί τη μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει ο συγκεκριμένος στόχος (ο υπόλοιπος όρος). Διαιρώντας την τιμή που παίρνει ο στόχος διά τον παρονομαστή αυτόν, παίρνουμε το ποσοστό % στο οποίο ικανοποιείται ο συγκεκριμένος στόχος. Τέλος, το ποσοστό αυτό πολλαπλασιάζεται με τον αριθμητή του κλάσματος, ο οποίος αντιπροσωπεύει τη βαρύτητα που έχει ο στόχος αυτός για την αντικειμενική συνάρτηση. Πιο συγκεκριμένα:

- Ο πρώτος όρος αντιστοιχεί στο πλήθος των αγώνων αυτής της εβδομάδας. Αφού δεν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες, το μέγιστο πλήθος αγώνων που μπορούν να διεξαχθούν σε μία

εβδομάδα είναι 4. Όμως, το άθροισμα του όρου αυτού θα μετρήσει κάθε παιχνίδι δύο φορές πχ ομάδα A vs ομάδα B αλλά και ομάδα B vs ομάδα A. Στην πραγματικότητα πρόκειται για το ίδιο, ένα παιχνίδι. Για αυτό απαιτείται διαίρεση με το 2, κι έτσι το 4 γίνεται 8 στον παρονομαστή του συντελεστή. Τέλος, ο αριθμητής 50 μας δείχνει το πόσο σημαντικός είναι ο συγκεκριμένος στόχος. Δηλ. αν το πρόγραμμα αγώνων καταφέρει να ικανοποιήσει αυτόν τον στόχο (να μεγιστοποιήσει το πλήθος αγώνων) θα λάβει 50 πόντους. Αν καταφέρει να τον ικανοποιήσει κατά 75% (δηλ. να διεξαχθούν 3 αγώνες αντί για 4), θα λάβει $0.75 \cdot 50 = 37.5$ πόντους κοκ.

- Ο δεύτερος όρος αντιστοιχεί στο πλήθος των παικτών που θα αγωνιστούν (δηλ. είναι διαθέσιμοι τις ημέρες που αγωνίζεται η ομάδα τους). Για να υπολογίσουμε αυτό το μέγεθος, χρησιμοποιούμε το λογικό 'και' (AND). Συγκεκριμένα, η έκφραση $P_{i,p,d} \wedge 1$ μετατρέπει σε δυαδική την προτίμηση των παικτών. Πιο αναλυτικά, δίνει 1 όταν ο παίκτης p της ομάδας i είναι διαθέσιμος την ημέρα d (δηλ. προτίμηση $P_{i,p,d} = 4$ ή 7 ή 10) και 0 όταν ο παίκτης δεν είναι διαθέσιμος (δηλ. προτίμηση $P_{i,p,d} = 0$). Αφού το μέγιστο πλήθος αγώνων είναι 4 και σε κάθε αγώνα συμμετέχουν 12 παίκτες (6+6), τότε το μέγιστο πλήθος παικτών που μπορεί να αγωνιστεί σε μία εβδομάδα είναι $4 \cdot 12 = 48$. Έτσι προκύπτει ο παρονομαστής του συντελεστή. Τέλος, επιλέγεται βαρύτητα ίση με 30 για τον συγκεκριμένο στόχο.
- Ο τρίτος όρος αντιστοιχεί στην προτίμηση των παικτών. Στόχος δηλ. είναι να αγωνίζονται οι παίκτες τις ημέρες που προτιμούν περισσότερο. Ο όρος αυτός μοιάζει πολύ με τον προηγούμενο, με τη διαφορά ότι τώρα η προτίμηση των παικτών δεν μετατρέπεται σε δυαδική. Η μέγιστη προτίμηση των παικτών προκύπτει αν αγωνιστούν και οι 48 παίκτες σε ημέρα που προτιμούν πολύ (προτίμηση $P_{i,p,d} = 10$). Επομένως, η μέγιστη προτίμηση των παικτών είναι ίση με 480. Έτσι προκύπτει ο παρονομαστής του συντελεστή. Τέλος, επιλέγεται βαρύτητα ίση με 20 για τον συγκεκριμένο στόχο.

Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι από τους 100 διαθέσιμους πόντους της αντικειμενικής συνάρτησης, οι 50 δίνονται για την ικανοποίηση του στόχου των διοργανωτών και οι υπόλοιποι 50 για την ικανοποίηση των στόχων των παικτών. Έτσι, επιτυγχάνουμε τη δικαιοσύνη μεταξύ των δύο αυτών πλευρών.

Η αντικειμενική συνάρτηση παρουσιάζει μικρές διαφορές, στην περίπτωση που υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες. Οι 3 πρώτοι όροι παραμένουν σχεδόν ίδιοι, καθώς αλλάζουν μόνο οι συντελεστές τους. Πλέον το μέγιστο πλήθος αγώνων είναι 5, το μέγιστο πλήθος παικτών που θα αγωνιστούν είναι $5 \cdot 12 = 60$ και η μέγιστη προτίμηση των παικτών είναι $60 \cdot 10 = 600$. Τώρα όμως, χρειάζεται να προσθέσουμε έναν επιπλέον όρο για την ελάττωση του GPD, όπως είχαμε αναφέρει προηγουμένως. Στον όρο αυτό δίνεται βαρύτητα ίση με 10. Οι 10 αυτοί πόντοι που δόθηκαν στον νέο όρο, αφαιρέθηκαν από αυτόν της προτίμησής των παικτών, καθώς αυτός κρίθηκε ο λιγότερο σημαντικός. Ο νέος όρος εκφράζει το πλήθος των αγώνων που παίζουν οι ομάδες που χρωστάνε αγώνες. Προσπαθούμε δηλ. να μεγιστοποιήσουμε τις φορές που παίζουν αυτές οι ομάδες. Με αυτόν τον τρόπο, οι συγκεκριμένες ομάδες αποκτούν υψηλότερη προτεραιότητα από τις άλλες. Αυτό είναι σημαντικό, καθώς θέλουμε να αποφύγουμε το ενδεχόμενο μία ομάδα να χρωστάει πολλαπλούς αγώνες – τότε θα ήταν δύσκολο να επανέλθει και να ολοκληρώσει όλους τους αγώνες της. Για αυτό, στην περίπτωση που δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί κάποιος αγώνας, το πρόγραμμα θα προσπαθήσει στον αγώνα αυτόν να μη συμμετέχουν ομάδες που ήδη χρωστάνε παιχνίδια. Ο παρονομαστής του συντελεστή του νέου όρου εκφράζει τη μέγιστη τιμή του στόχου. Για τον υπολογισμό της, χρησιμοποιείται η συνάρτηση μικρότερης τιμής (*min*). Συγκεκριμένα, έστω ότι 2 ομάδες χρωστάνε αγώνες. Τότε, μπορούν να αγωνιστούν από 2 φορές η κάθε μία, άρα συνολικά $2 \cdot 2 = 4$ φορές. Όμως, αν χρωστάνε 6 ομάδες αγώνες, τότε αυτές δεν μπορούν να αγωνιστούν 12 φορές,

αφού το μέγιστο πλήθος αγώνων σε μία εβδομάδα είναι 5. Επομένως, η μέγιστη τιμή του στόχου ισούται είτε με το διπλάσιο του πλήθους ομάδων που χρωστάνε αγώνες, όταν αυτό είναι ≤ 10 , είτε με 10, όταν αυτό είναι > 10 .

4. ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Στην παρούσα ενότητα, θα επιλύσουμε το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού αγώνων, μεταφράζοντας τη μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος σε κώδικα, με χρήση της γλώσσας προγραμματισμού Python και της βιβλιοθήκης *pulp*. Ο κώδικας αυτός βρίσκεται στο αρχείο *problem-8.py*. Παρακάτω θα αναλύσουμε τα κυριότερα κομμάτια του για τη λειτουργία του προγράμματος.

Αρχικά, ας ορίσουμε τα σύνολα δεδομένων που μας χρειάζονται.

Σύνολα

```
# SETS
```

```
T = ['ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ', 'ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ', 'ΘΛΙΒΕΡΠΟΥΛ', 'ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ', 'ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΜΑ', 'ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ',  
      'ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ', 'ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ']
```

```
D = ['Monday', 'Tuesday', 'Wednesday', 'Thursday', 'Friday']
```

```
# matches that have already been played
```

```
M = []
```

```
# create teams' need for extra matches and initialize to 0
```

```
E = pulp.LpVariable.dicts("E", [(i) for i in T], cat= pulp.LpInteger)  
for i in T:  
    E[(i)] = 0
```

```
# create players' availability
```

```
P = pulp.LpVariable.dicts("P", [(i, p, d) for i in T for p in range(1,7) for d in  
D], cat= pulp.LpInteger)
```

Πρώτα ορίζουμε τα σταθερά σύνολα των ομάδων του πρωταθλήματος και των διαθέσιμων ημερών. Στη συνέχεια ορίζουμε τα μεταβλητά σύνολα M, E, P, όπως αυτά περιεγράφηκαν στην Ενότητα 3. Παρατηρούμε ότι αρχικά, το σύνολο των αγώνων που έχουν ήδη διεξαχθεί είναι κενό ενώ καμία ομάδα δεν χρωστάει αγώνες. Αξιοσημείωτο είναι επίσης πως τα σύνολα E, P ορίζονται με τη βοήθεια της βιβλιοθήκης *pulp* ως λεξικά (*dictionaries*), δηλώνοντας ιεραρχικά τα κλειδιά τους, ενώ οι τιμές τους ορίζονται ως ακέραιοι αριθμοί.

Έπειτα, χρειαζόμαστε δεδομένα για τη διαθεσιμότητα των παικτών κάθε εβδομάδα. Καθότι τέτοια δεδομένα είναι δύσκολο να βρεθούν, τα παράγουμε τυχαία με τον παρακάτω κώδικα.

```
for w in range(1, 9):  
  
    for i in T:  
        for p in range(1,7):
```

```
for d in D:
    P[(i, p, d)] = random.choice([0, 4, 7, 10])
```

Έτσι, επιλέγεται κάθε φορά τυχαία μία από τις 4 δυνατές τιμές για την προτίμηση των παικτών. Να σημειωθεί η χρήση του *for loop*, η οποία δηλώνει την κάθε αγωνιστική του πρωταθλήματος. Αυτό σημαίνει πως οι προτιμήσεις των παικτών ανανεώνονται σε εβδομαδιαία βάση.

Για την καλύτερη απεικόνιση αυτών των δεδομένων, τα τυπώνουμε σε ξεχωριστό αρχείο με όνομα *availability-8.txt* με τη βοήθεια του παρακάτω κώδικα.

```
with open('availability-8.txt', 'a') as f:
    f.write(f"----- WEEK {w} ----- \n\n")
    for i in T:
        f.write(f"{i}")
        for p in range(1,7):
            f.write(f"\n\nPlayer {p}")
            f.write(' \n')
            for d in range(len(D)):
                if d != len(D) - 1:
                    f.write(f"{D[d]}: {P[(i, p, D[d])]}")
                else:
                    f.write(f"{D[d]}: {P[(i, p, D[d])]}")
            f.write(' \n\n')
```

Ένα απόσπασμα από το αρχείο *availability-8.txt* φαίνεται στην *Εικόνα 1*.

```
----- WEEK 1 -----

BIGIAPEMAA
Player 1
Monday: 4, Tuesday: 0, Wednesday: 7, Thursday: 0, Friday: 10
Player 2
Monday: 10, Tuesday: 10, Wednesday: 10, Thursday: 4, Friday: 0
Player 3
Monday: 10, Tuesday: 0, Wednesday: 10, Thursday: 10, Friday: 0
Player 4
Monday: 10, Tuesday: 7, Wednesday: 4, Thursday: 0, Friday: 7
Player 5
Monday: 0, Tuesday: 0, Wednesday: 0, Thursday: 0, Friday: 10
Player 6
Monday: 4, Tuesday: 10, Wednesday: 0, Thursday: 4, Friday: 10
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
Player 1
Monday: 10, Tuesday: 4, Wednesday: 7, Thursday: 4, Friday: 4
```

Εικόνα 1: Απόσπασμα από το αρχείο availability-8.txt

Βλέπουμε δηλ. πως για κάθε εβδομάδα του πρωταθλήματος, τυπώνεται η διαθεσιμότητα όλων των παικτών όλων των ομάδων για κάθε ημέρα της εβδομάδας.

Συνεχίζοντας στον κώδικα, όλες οι παρακάτω εντολές του προγράμματος βρίσκονται εντός του προηγούμενου *for loop*. Επομένως, ο υπόλοιπος κώδικας επιλύει το πρόβλημα

χρονοπρογραμματισμού αγώνων μίας εβδομάδας. Επαναλαμβάνοντας αυτή τη διαδικασία 8 φορές (όσες κι οι εβδομάδες του πρωταθλήματος) και διατηρώντας μία μνήμη των αγώνων που έχουν ήδη διεξαχθεί (σύνολο M), επιλύουμε το συνολικό πρόβλημα.

Έπειτα, δημιουργούμε μία λίστα με τις ομάδες που χρωστάνε αγώνες και υπολογίζουμε το πλήθος τους.

```
# The teams that need extra matches
```

```
teamsDouble = [i for i in T if E[(i)]]
```

```
# Number of teams that need extra matches
```

```
numberTeamsDouble = len(teamsDouble)
```

Τα δεδομένα αυτά θα μας χρειαστούν παρακάτω.

Στη συνέχεια, ορίζουμε το πρόβλημα ως πρόβλημα μεγιστοποίησης.

```
# Problem Setup
```

```
timetable = pulp.LpProblem("Weekly timetable", pulp.LpMaximize)
```

Ύστερα, ορίζουμε τις μεταβλητές απόφασης ως δυαδικές μεταβλητές.

Μεταβλητές απόφασης

```
# Decision Variables
```

```
x = pulp.LpVariable.dicts("x", [(i, j, d) for i in T for j in T if i != j and [i,j] not in M for d in D], cat= pulp.LpBinary)
```

Οι συνθήκες του *if* ελέγχουν ότι μία ομάδα δεν θα παίξει με τον εαυτό της και ότι δεν θα παίξουν δύο ομάδες που έχουν ήδη αγωνιστεί μεταξύ τους.

Πλέον, μπορούμε να ορίσουμε την αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος.

Αντικειμενική συνάρτηση

```
# Objective Function
```

```
if (w == 8):
    maxMatches = 0
    for i in T:
        if (E[(i)]<3):
            maxMatches += E[(i)]
        else:
            maxMatches += 2

    timetable += \
        (50 / min(10, maxMatches)) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] for i in T for
j in T if i != j and [i,j] not in M for d in D) \
```

```

        + (30 / min(60, maxMatches * 6)) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] for i in T
for j in T if i != j and [i,j] not in M for d in D for p in range(1,7) if P[(i, p,
d)] and 1) \
        + (20 / min(600, maxMatches * 60)) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] * P[(i,
p, d)] for i in T for j in T if i != j and [i,j] not in M for d in D for p in
range(1,7))

elif (numberTeamsDouble >=2):
    timetable += \
        (50 / 10) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] for i in T for j in T if i != j
and [i,j] not in M for d in D) \
        + (30 / 60) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] for i in T for j in T if i != j
and [i,j] not in M for d in D for p in range(1,7) if P[(i, p, d)] and 1) \
        + (10 / 600) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] * P[(i, p, d)] for i in T for j
in T if i != j and [i,j] not in M for d in D for p in range(1,7)) \
        + (10 / min(10, 2 * numberTeamsDouble)) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] *
(E[(i)] and 1) for i in T for j in T if i != j and [i,j] not in M for d in D)

else:
    timetable += \
        (50 / 8) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] for i in T for j in T if i != j
and [i,j] not in M for d in D) \
        + (30 / 48) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] for i in T for j in T if i != j
and [i,j] not in M for d in D for p in range(1,7) if P[(i, p, d)] and 1) \
        + (20 / 480) * pulp.lpSum(x[(i, j, d)] * P[(i, p, d)] for i in T for j
in T if i != j and [i,j] not in M for d in D for p in range(1,7))

```

Στον παραπάνω κώδικα, διακρίνουμε τις δύο περιπτώσεις που αναλύσαμε προηγουμένως, δηλ. όταν δεν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες (κώδικας στο *else*) και όταν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες (κώδικας στο *elif*).

Ωστόσο, υπάρχει και μία 3^η, ειδική περίπτωση: αυτή της τελευταίας αγωνιστικής (8^η εβδομάδα) – κώδικας στο *if*. Τότε, η αντικειμενική συνάρτηση μεταβάλλεται ελαφρώς, επειδή το μέγιστο πλήθος αγώνων δεν είναι 4 ή 5, αλλά όσο και οι χρωστούμενοι αγώνες. Αυτό το μέγεθος εκφράζει η μεταβλητή *maxMatches*. Έτσι, οι συντελεστές των όρων της αντικειμενικής συνάρτησης προσαρμόζονται κατάλληλα.

Στη συνέχεια, ορίζουμε τους περιορισμούς του προβλήματος, όπως αυτοί εκφράστηκαν στην *Ενότητα 3*.

Περιορισμοί

Constraints

1) A team can play:

a) up to once per week if they are not behind in matches played

b) up to twice per week if they are behind in matches played

for i in T:

```

    timetable += pulp.lpSum(x[(i,j,d)] for j in T if i != j and [i,j] not in M for d
in D) <= 1 + (E[(i)] and 1)

```

2) A team can only play once vs another team per week

```
for i in T:
    for j in T:
        if i != j and [i,j] not in M:
            timetable += pulp.lpSum(x[(i,j,d)] for d in D) <= 1
```

3) A team (that is behind in matches played) can not play two consecutive days

```
for i in T:
    for k in range(len(D)-1):
        timetable += (pulp.lpSum(x[(i,j,D[k])]) for j in T if i != j and [i,j] not in
M) + pulp.lpSum(x[(i,j,D[k+1])]) for j in T if i != j and [i,j] not in M) <= 1)
```

4) Home and away matches are the same

```
for i in T:
    for j in T:
        if i != j and [i,j] not in M:
            for d in D:
                timetable += x[(i,j,d)] == x[(j,i,d)]
```

5) Max 1 match per day can be played

```
for d in D:
    timetable += pulp.lpSum(x[(i,j,d)] for i in T for j in T if i != j and [i,j] not
in M) <= 2
```

6) A team can play when at least 5 of its players are available

```
for i in T:
    for d in D:
        timetable += pulp.lpSum(x[(i,j,d)] for j in T if i != j and [i,j] not in M)
* pulp.lpSum(P[(i, p, d)] and 1 for p in range(1,7)) >= 5 * pulp.lpSum(x[(i,j,d)]
for j in T if i != j and [i,j] not in M)
```

Το μόνο που απομένει πλέον είναι η επίλυση του προβλήματος και η καταμέτρηση του χρόνου που απαιτήθηκε με τη βοήθεια της βιβλιοθήκης *timeit*.

Solution

```
tStart = timeit.default_timer()
timetable.solve(pulp.PULP_CBC_CMD(msg=False))
tEnd = timeit.default_timer()
print(f"\n----- WEEK {w} -----")
print(f"\nProblem solved in: {(tEnd-tStart):5.3f} seconds")
```

Ο υπόλοιπος κώδικας αφορά την εκτύπωση του προγράμματος αγώνων της εβδομάδας καθώς και ορισμένων χρήσιμων στατιστικών, με τρόπο ευανάγνωστο και φιλικό προς τον χρήστη του προγράμματος. Επομένως, οι παρακάτω εντολές του προγράμματος δεν σχετίζονται με γραμμικό

προγραμματισμό. Ωστόσο, κάποια σημαντικά κομμάτια κώδικα για τη σωστή λειτουργία του προγράμματος και τις επόμενες εβδομάδες είναι τα ακόλουθα.

```
weeklyMatches = []
for match in x:
    if x[match].varValue == 1:
        weeklyMatches.append(match)

# Add the weekly matches to the list of matches played

for match in weeklyMatches:
    M.append([match[0], match[1]])
```

Στο συγκεκριμένο κομμάτι κώδικα, αρχικά αποθηκεύονται οι αγώνες της εβδομάδας στη λίστα *weeklyMatches* και στη συνέχεια προστίθενται στο σύνολο *M* των αγώνων που έχουν ήδη διεξαχθεί.

```
# Update the teams' need for extra matches

for i in T:
    teamWeeklyMatches = sum(1 for match in weeklyMatches if match[0] == i)
    if teamWeeklyMatches == 0:
        E[(i)] += 1
    elif teamWeeklyMatches == 2:
        E[(i)] -= 1
```

Σε αυτό το τμήμα κώδικα, ανανεώνεται το σύνολο *E* με το πλήθος αγώνων που χρωστάει η κάθε ομάδα. Συγκεκριμένα, αν η ομάδα δεν αγωνίστηκε αυτήν την εβδομάδα, τότε οι αγώνες που χρωστάει θα αυξηθούν κατά 1. Αντίθετα, αν η ομάδα αγωνίστηκε 2 φορές αυτήν την εβδομάδα, τότε οι αγώνες που χρωστάει θα μειωθούν κατά 1. Διαφορετικά (δηλ. αν η ομάδα αγωνίστηκε 1 φορά αυτήν την εβδομάδα), οι αγώνες που χρωστάει θα παραμείνουν σταθεροί.

5. ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

5.1 ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΥΠΙΚΗ ΕΚΤΕΛΕΣΗ

Εκτελώντας τον κώδικα, προκύπτουν τα εξής προγράμματα αγώνων για τις 8 εβδομάδες του πρωταθλήματος:

----- WEEK 1 -----

Problem solved in: 0.060 seconds
Status: Optimal
Z = 89.42

Schedule

Teams able to play twice this week: 0

Day	- Home	- Away
Monday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
Tuesday	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
Wednesday	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
Thursday		
Friday	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ

Teams not playing this week: 0

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Monday	- 5
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Tuesday	- 6
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Friday	- 6
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Tuesday	- 5
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Wednesday	- 5
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Friday	- 5
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Monday	- 6
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Wednesday	- 5

Total number of available players: 43 (max 48)

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Monday	- 38
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Tuesday	- 42
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Friday	- 42
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Tuesday	- 32
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Wednesday	- 41
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Friday	- 26
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Monday	- 42
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Wednesday	- 38

Total sum of players' preference: 301 (max 480)

Matches played

Team	- Opponents
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ

----- WEEK 2 -----

Problem solved in: 0.077 seconds
Status: Optimal
Z = 67.71

Schedule

Teams able to play twice this week: 0

Day	- Home	- Away
Monday		
Tuesday		
Wednesday	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
Thursday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
Friday	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ

Teams not playing this week: 2 (ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ)

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Thursday	- 5
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 6
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday	- 5
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Wednesday	- 5
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Friday	- 6
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Friday	- 5

Total number of available players: 32 (max 48)

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Thursday	- 38
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 54
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday	- 29
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Wednesday	- 35
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Friday	- 48
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Friday	- 41

Total sum of players' preference: 245 (max 480)

Matches played

Team	- Opponents
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ

----- WEEK 3 -----

Problem solved in: 0.077 seconds
Status: Optimal
Z = 74.42

Schedule

Teams able to play twice this week: 2 (ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ)

Day	- Home	- Away
Monday	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
Tuesday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
Wednesday	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
Thursday		
Friday	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ

Teams not playing this week: 1 (ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ)

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Tuesday	- 6
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Monday	- 5
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Friday	- 5
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Tuesday	- 5
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Monday	- 6
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Friday	- 6
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Wednesday	- 5
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Wednesday	- 5

Total number of available players: 43 (max 60)

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Tuesday	- 51
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Monday	- 35
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Friday	- 41
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Tuesday	- 38
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Monday	- 42
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Friday	- 39
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Wednesday	- 41
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Wednesday	- 38

Total sum of players' preference: 325 (max 600)

Games Played Difference

Teams behind in matches played, play 3 times (max 4)

Matches played

Team	- Opponents
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ

----- WEEK 4 -----

Problem solved in: 0.083 seconds
Status: Optimal
Z = 72.45

Schedule

Teams able to play twice this week: 2 (ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ)

Day	- Home	- Away
Monday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ
Tuesday		
Wednesday	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
Thursday	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
Friday	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ

Teams not playing this week: 0

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Monday	- 6
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 6
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday	- 6
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Friday	- 5
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Friday	- 6
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Monday	- 5
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Thursday	- 5
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Wednesday	- 6

Total number of available players: 45 (max 60)

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Monday	- 33
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 45
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday	- 39
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Friday	- 29
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Friday	- 39
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Monday	- 32
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Thursday	- 38
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Wednesday	- 42

Total sum of players' preference: 297 (max 600)

Games Played Difference

Teams behind in matches played, play 2 times (max 4)

Matches played

Team	- Opponents
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ

----- WEEK 5 -----

Problem solved in: 0.088 seconds
Status: Optimal
Z = 93.92

Schedule

Teams able to play twice this week: 2 (PEAA MANTPI, XABAΛENΘIA)

Day	- Home	- Away
Monday	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
Tuesday	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
Wednesday	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ
Thursday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
Friday	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ

Teams not playing this week: 0

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Thursday	- 6
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Wednesday	- 6
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Friday	- 6
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Tuesday	- 6
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Monday	- 6
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- Wednesday	- 5
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Monday	- 5
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Friday	- 5
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Tuesday	- 5
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Thursday	- 5
Total number of available players: 55 (max 60)		

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Thursday	- 39
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Wednesday	- 39
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Friday	- 42
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Tuesday	- 48
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Monday	- 42
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- Wednesday	- 35
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Monday	- 38
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Friday	- 32
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Tuesday	- 38
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Thursday	- 32
Total sum of players' preference: 385 (max 600)		

Games Played Difference

Teams behind in matches played, play 4 times (max 4)

Matches played

Team	- Opponents
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ

----- WEEK 6 -----

Problem solved in: 0.069 seconds
Status: Optimal
Z = 66.96

Schedule

Teams able to play twice this week: 0

Day	- Home	- Away
Monday		
Tuesday		
Wednesday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ
Thursday	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
Friday	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ

Teams not playing this week: 2 (ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ)

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Wednesday	- 5
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 5
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday	- 5
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Friday	- 6
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- Friday	- 6
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Thursday	- 5
Total number of available players: 32 (max 48)		

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Wednesday	- 35
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 32
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday	- 41
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Friday	- 51
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- Friday	- 42
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Thursday	- 26
Total sum of players' preference: 227 (max 480)		

Matches played

Team	- Opponents
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ

----- WEEK 7 -----

Problem solved in: 0.044 seconds
Status: Optimal
Z = 74.68

Schedule

Teams able to play twice this week: 2 (ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ)

Day	- Home	- Away
Monday		
Tuesday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
Wednesday	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
Thursday	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ
Friday	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ

Teams not playing this week: 1 (ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ)

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Tuesday	- 6
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 6
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Thursday	- 5
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Friday	- 6
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Tuesday	- 5
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Wednesday	- 5
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Friday	- 6
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Wednesday	- 5
Total number of available players: 44 (max 60)		

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Tuesday	- 48
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 36
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Thursday	- 38
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Friday	- 42
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Tuesday	- 38
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Wednesday	- 29
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Friday	- 45
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Wednesday	- 35
Total sum of players' preference: 311 (max 600)		

Games Played Difference

Teams behind in matches played, play 3 times (max 4)

Matches played

Team	- Opponents
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ

----- WEEK 8 -----

Problem solved in: 0.036 seconds
Status: Optimal
Z = 90.33

Schedule

Matches left to be played: 1 (ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ - ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ)

Day	- Home	- Away
Monday		
Tuesday	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ
Wednesday		
Thursday		
Friday		

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Tuesday	- 6
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- Tuesday	- 5
Total number of available players: 11 (max 12)		

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Tuesday	- 45
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- Tuesday	- 32
Total sum of players' preference: 77 (max 120)		

Matches played

Team	- Opponents
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ
ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ
ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ	- ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ, ΜΤΥΡΑΚΛΗΣ, ΘΑΙΒΕΡΠΟΥΛ, ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ, ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ, ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ, ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ

Tournament finished. All matches played!

Ας αναλύσουμε τα παραπάνω αποτελέσματα, ώστε να επιβεβαιώσουμε την ορθή λειτουργία του προγράμματος.

Την 1^η εβδομάδα, το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού αγώνων επιλύθηκε σε μόλις 0.06s. Η λύση που δίνεται είναι η βέλτιστη (*optimal*) και δίνει στην αντικειμενική συνάρτηση την τιμή 89.42. Υπενθυμίζεται πως η μέγιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 100. Με άλλα λόγια, το 100 εκφράζει την ιδανική λύση στην οποία όλοι οι στόχοι της αντικειμενικής συνάρτησης ικανοποιούνται στο έπακρο. Στην πράξη όμως, το θεωρητικό αυτό σενάριο είναι πολλές φορές αδύνατον να πραγματοποιηθεί. Για παράδειγμα, στην περίπτωση μας, το 89.42 αποτελεί την καλύτερη εφικτή τιμή. Επομένως, καταλαβαίνουμε πως η λύση που δίνεται από το πρόγραμμα μας προσεγγίζει την ιδανική.

Στη συνέχεια, τυπώνεται το πρόγραμμα αγώνων της εβδομάδας (*Schedule*). Αρχικά, βλέπουμε πως δεν υπάρχουν ομάδες που μπορούν να αγωνιστούν 2 φορές αυτήν την εβδομάδα, κάτι που είναι λογικό, αφού δεν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες. Ύστερα, φαίνονται οι αγώνες που θα διεξαχθούν σε κάθε μέρα της εβδομάδας. Τέλος, ενημερωνόμαστε ότι δεν υπάρχουν ομάδες που να μην αγωνίζονται αυτήν την εβδομάδα.

Έπειτα, τυπώνεται η διαθεσιμότητα των παικτών για αυτήν την εβδομάδα, η οποία αποτελείται από 2 παρόμοια τμήματα. Στο 1^ο τμήμα, τυπώνεται για κάθε ομάδα, την ημέρα που αγωνίζεται, το πόσοι παίκτες της είναι διαθέσιμοι (*available*), δηλ. το πλήθος των παικτών της που θα αγωνιστούν. Τέλος, τυπώνεται το συνολικό πλήθος παικτών που θα αγωνιστούν αυτήν την εβδομάδα. Υπενθυμίζουμε ότι το θεωρητικό μέγιστο του πλήθους αυτού είναι 48, ενώ βλέπουμε ότι στη βέλτιστη λύση παίρνει την τιμή 43. Στο 2^ο τμήμα, τυπώνεται για κάθε ομάδα, την ημέρα που αγωνίζεται, το άθροισμα της προτίμησης των παικτών της (*preference*). Τέλος, τυπώνεται το συνολικό άθροισμα της προτίμησης των παικτών που θα αγωνιστούν αυτήν την εβδομάδα. Υπενθυμίζουμε ότι το θεωρητικό μέγιστο του αθροίσματος αυτού είναι 480, ενώ βλέπουμε ότι στη βέλτιστη λύση παίρνει την τιμή 301.

Το τελευταίο κομμάτι που τυπώνεται, μας παρουσιάζει για κάθε ομάδα, τους αντιπάλους με τους οποίους έχει πλέον παίξει.

Τα παραπάνω στατιστικά μας δείχνουν σε τι βαθμό ικανοποιούνται οι στόχοι της αντικειμενικής συνάρτησης. Έτσι, μπορούμε να υπολογίσουμε την τιμή της για επαλήθευση. Συγκεκριμένα:

$$\frac{50}{4} \cdot 4 + \frac{30}{48} \cdot 43 + \frac{20}{480} \cdot 301 = 89.42$$

$\uparrow \qquad \qquad \uparrow \qquad \qquad \uparrow$
αγώνες που διαθέσιμοι προτίμηση
διεξήχθησαν παίκτες παικτών

Επομένως, επιβεβαιώνουμε ότι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίστηκε σωστά.

Την 2^η εβδομάδα, βλέπουμε ότι δεν διεξάγονται όλοι οι δυνατοί αγώνες. Πιο αναλυτικά, δεν αγωνίζονται οι ομάδες ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΝΑ και ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΑ. Ας εξετάσουμε το αρχείο *availability-8.txt*, προκειμένου να καταλάβουμε γιατί δεν ήταν εφικτή η διεξαγωγή του συγκεκριμένου αγώνα.

Στην *Εικόνα 2* και *Εικόνα 3* φαίνονται οι διαθεσιμότητες των παικτών των παραπάνω ομάδων για αυτήν την εβδομάδα.

ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΝΑ	ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
Player 1 Monday: 7, Tuesday: 0, Wednesday: 0, Thursday: 10, Friday: 4	Player 1 Monday: 10, Tuesday: 0, Wednesday: 0, Thursday: 10, Friday: 4
Player 2 Monday: 10, Tuesday: 10, Wednesday: 7, Thursday: 4, Friday: 7	Player 2 Monday: 0, Tuesday: 10, Wednesday: 7, Thursday: 0, Friday: 0
Player 3 Monday: 7, Tuesday: 7, Wednesday: 10, Thursday: 0, Friday: 4	Player 3 Monday: 7, Tuesday: 7, Wednesday: 7, Thursday: 7, Friday: 0
Player 4 Monday: 0, Tuesday: 7, Wednesday: 0, Thursday: 4, Friday: 4	Player 4 Monday: 10, Tuesday: 0, Wednesday: 0, Thursday: 7, Friday: 4
Player 5 Monday: 4, Tuesday: 0, Wednesday: 10, Thursday: 4, Friday: 0	Player 5 Monday: 0, Tuesday: 10, Wednesday: 0, Thursday: 10, Friday: 10
Player 6 Monday: 4, Tuesday: 4, Wednesday: 10, Thursday: 0, Friday: 7	Player 6 Monday: 10, Tuesday: 4, Wednesday: 0, Thursday: 0, Friday: 7

Εικόνα 2: Διαθεσιμότητα παικτών ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΝΑ

Εικόνα 3: Διαθεσιμότητα παικτών ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ

Παρατηρούμε ότι η *ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ* δεν μπορεί να αγωνιστεί σε καμία ημέρα της εβδομάδας, καθώς σε καμία από αυτές δεν διαθέτει τουλάχιστον 5 διαθέσιμους παίκτες. Επομένως, είναι αναπόφευκτο ένας αγώνας της εβδομάδας να μην διεξαχθεί. Έτσι, η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει μικρότερη τιμή (67.71).

Την 3^η εβδομάδα, ενημερωνόμαστε πως οι ομάδες *ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΝΑ*, *ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ* μπορούν να αγωνιστούν 2 φορές, αφού χρωστάνε αγώνες. Πλέον, η αντικειμενική συνάρτηση αλλάζει, καθώς πέρα από τους υπόλοιπους στόχους, το πρόγραμμα προσπαθεί τώρα και να μειώσει το *GPD*, θέτοντας τις ομάδες που χρωστάνε αγώνες να παίξουν όσες περισσότερες φορές γίνεται. Παρατηρούμε ότι η *ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΝΑ* παίζει δύο φορές, ενώ η *ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ* μία. Επομένως, όπως φαίνεται και στο τμήμα *Games Played Difference*, οι ομάδες που χρωστάνε αγώνες παίζουν 3 φορές από τις 4 δυνατές. Ωστόσο, αυτήν την εβδομάδα δεν αγωνίζεται η *ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ*, κι έτσι θα μπορεί να παίξει δύο φορές στην επόμενη αγωνιστική. Ας υπολογίσουμε και πάλι την αντικειμενική συνάρτηση, καθώς τώρα οι όροι της μεταβλήθηκαν.

$$\frac{50}{5} \cdot 4 + \frac{30}{60} \cdot 43 + \frac{10}{600} \cdot 325 + \frac{10}{4} \cdot 3 = 74.42$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 αγώνες που διαθέσιμοι προτίμηση φορές παίζουν οι ομάδες
 διεξήχθησαν παίκτες παικτών που χρωστάνε αγώνες

Επομένως, επιβεβαιώνουμε ότι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης υπολογίστηκε σωστά.

Την 4^η εβδομάδα, οι ομάδες *ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ*, *ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ* θα μπορούσαν να αγωνιστούν 2 φορές. Όμως αυτό δεν συμβαίνει, εξαιτίας της περιορισμένης διαθεσιμότητας των παικτών τους, κι έτσι οι ομάδες αυτές εξακολουθούν να χρωστάνε αγώνες.

Την 5^η εβδομάδα λύνεται το πρόβλημα που δημιουργήθηκε στην 2^η αγωνιστική. Οι ομάδες *ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ*, *ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ* αγωνίζονται 2 φορές η κάθε μία, με αποτέλεσμα να διεξάγονται και οι 5 δυνατοί αγώνες της εβδομάδας. Έτσι, η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει υψηλή τιμή (93.92).

Την 6^η εβδομάδα ωστόσο, παρατηρούμε πως πάλι δεν διεξάγονται όλοι οι δυνατοί αγώνες της εβδομάδας.

Την 7^η εβδομάδα δεν λύνεται το πρόβλημα αυτό, καθώς διεξάγονται μόνο οι 4 από τους 5 δυνατούς αγώνες. Επομένως, υπάρχει ανάγκη για την επιπλέον, 8^η αγωνιστική.

Την 8^η εβδομάδα βλέπουμε αρχικά τους αγώνες που μένει να διεξαχθούν. Πρόκειται για έναν αγώνα, αυτόν μεταξύ *ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΝΑ* και *ΜΠΥΡΑΚΛΗ*. Ο αγώνας αυτός προγραμματίζεται για την Τρίτη, καθώς τότε μεγιστοποιείται η διαθεσιμότητα και οι προτιμήσεις των παικτών. Εφόσον παίζονται όλοι οι δυνατοί αγώνες, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι υψηλή (90.33). Ακόμα, παρατηρώντας την ενότητα *MatchesPlayed*, βλέπουμε πως κάθε ομάδα έχει παίξει με όλους τους δυνατούς αντιπάλους της. Επομένως, όπως μας ενημερώνει παρακάτω το πρόγραμμα, το τουρνουά έχει ολοκληρωθεί επιτυχώς, καθώς έχουν διεξαχθεί όλοι οι αγώνες του.

5.2 ΤΕΚΜΗΡΙΩΣΗ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΙΚΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ

Στην υποενότητα αυτή, θα αποδείξουμε ότι η χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης που επιλέξαμε πλεονεκτεί έναντι άλλων, απλούστερων εκδοχών, μέσα από 2 παραδείγματα. Έτσι, θα καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι η προσέγγιση που ακολουθήσαμε, αυτή που συνδυάζει τους στόχους των διοργανωτών και των παικτών, είναι πράγματι η προτιμητέα.

Το 1^ο παράδειγμα αφορά τη σύγκριση της τρέχουσας αντικειμενικής συνάρτησης με αυτήν που λαμβάνει υπόψιν μόνο τους στόχους των διοργανωτών, δηλ. τη μεγιστοποίηση του πλήθους αγώνων. Επομένως, η νέα, υπό εξέταση αντικειμενική συνάρτηση δίνεται από τον ακόλουθο τύπο (για την περίπτωση που δεν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες).

Αντικειμενική συνάρτηση υπό εξέταση #1

$$\max Z = \frac{100}{8} \sum_i \sum_j \sum_d x_{i,j,d} \quad \forall i \in T, d \in D \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

Ας εκτελέσουμε το πρόγραμμα με κάθε μία από τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις κι ας συγκρίνουμε τα αποτελέσματα τους. Τα προγράμματα αγώνων για την 1^η εβδομάδα της αντικειμενικής συνάρτησης υπό εξέταση και της τρέχουσας αντικειμενικής συνάρτησης φαίνονται στην *Εικόνα 4* και *Εικόνα 5* αντίστοιχα.

----- WEEK 1 -----

Problem solved in: 0.078 seconds
Status: Optimal
Z = 100.00

Schedule

Teams able to play twice this week: 0

Day	- Home	- Away
Monday	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΜΑ	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ
Tuesday	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
Wednesday		
Thursday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΘΛΙΒΕΡΠΟΥΛ
Friday	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ

Teams not playing this week: 0

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Thursday	- 5
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Tuesday	- 5
ΘΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Thursday	- 5
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Friday	- 5
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΜΑ	- Monday	- 6
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Monday	- 6
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Friday	- 5
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Tuesday	- 5

Total number of available players: 42 (max 48)

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Thursday	- 35
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Tuesday	- 32
ΘΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Thursday	- 35
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Friday	- 44
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΜΑ	- Monday	- 42
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Monday	- 48
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Friday	- 47
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Tuesday	- 32

Total sum of players' preference: 315 (max 480)

Εικόνα 4: Με χρήση αντικειμενικής συνάρτησης υπό εξέταση

----- WEEK 1 -----

Problem solved in: 0.080 seconds
Status: Optimal
Z = 93.42

Schedule

Teams able to play twice this week: 0

Day	- Home	- Away
Monday	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΜΑ	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ
Tuesday	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ
Wednesday	- ΘΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ
Thursday	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
Friday		

Teams not playing this week: 0

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Tuesday	- 6
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 5
ΘΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday	- 6
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Wednesday	- 6
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΜΑ	- Monday	- 6
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Monday	- 6
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Thursday	- 6
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Tuesday	- 5

Total number of available players: 46 (max 48)

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Tuesday	- 51
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Thursday	- 41
ΘΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday	- 42
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣΕ	- Wednesday	- 48
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΜΑ	- Monday	- 42
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Monday	- 48
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Thursday	- 48
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Tuesday	- 32

Total sum of players' preference: 352 (max 480)

Εικόνα 5: Με χρήση τρέχουσας αντικειμενικής συνάρτησης

Παρατηρούμε ότι και τις δύο φορές, το πλήθος των αγώνων που διεξάγονται είναι το ίδιο (4). Ωστόσο, κάνοντας χρήση της τρέχουσας αντικειμενικής συνάρτησης, αυξάνεται η διαθεσιμότητα των παικτών ($46 > 42$) και η προτίμησή τους ($352 > 480$). Με άλλα λόγια, τη 2^η φορά το πρόγραμμα μας βρήκε έναν νέο συνδυασμό αγώνων, πιο φιλικό προς τους παίκτες. Αξίζει να παρατηρήσουμε πως ο αγώνας ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΩΜΑ – ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ είναι ο μοναδικός που παρέμεινε αναλλοίωτος τη 2^η φορά. Αυτό οφείλεται στο ότι ο αγώνας αυτός πετυχαίνει ήδη τη μέγιστη διαθεσιμότητα παικτών (12) κι έτσι δεν χρειαζόταν να αλλάξει.

Στο 2^ο παράδειγμα θα πραγματοποιήσουμε την αντίθετη σύγκριση. Συγκεκριμένα, θα αντιπαραβάλουμε την τρέχουσα αντικειμενική συνάρτηση με αυτήν που λαμβάνει υπόψιν μόνο τους στόχους των παικτών, δηλ. τη μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας (έστω βαρύτητα 70) και των προτιμήσεων τους (έστω βαρύτητα 30). Συνήθως, η μεγιστοποίηση της διαθεσιμότητας των παικτών (πόσοι παίκτες θα αγωνιστούν σε μία εβδομάδα) πετυχαίνει ταυτόχρονα και τη μεγιστοποίηση του πλήθους αγώνων. Όμως αυτό δεν ισχύει πάντα. Για να το αποδείξουμε, θα θεωρήσουμε το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού αγώνων 16 ομάδων. Οι συντελεστές αυτού του προβλήματος είναι διαφορετικοί από πριν, καθώς πλέον μπορούν να διεξαχθούν έως 8 αγώνες την εβδομάδα, δηλ. να αγωνιστούν έως 96 παίκτες. Επομένως, η νέα, υπό εξέταση αντικειμενική συνάρτηση δίνεται από τον ακόλουθο τύπο (για την περίπτωση που δεν υπάρχουν ομάδες που χρωστάνε αγώνες).

Αντικειμενική συνάρτηση υπό εξέταση #2

$$\max Z = \frac{70}{96} \sum_i \sum_d (\sum_j x_{i,j,d}) \cdot (\sum_p P_{i,p,d} \wedge 1) +$$

$$\frac{30}{960} \sum_i \sum_d (\sum_j x_{i,j,d}) \cdot (\sum_p P_{i,p,d}) \quad \forall i \in T, d \in D \text{ with } i \neq j, (i,j) \notin M$$

Ας εκτελέσουμε το πρόγραμμα με κάθε μία από τις δύο αντικειμενικές συναρτήσεις κι ας συγκρίνουμε τα αποτελέσματα τους. Τα προγράμματα αγώνων για την 1^η εβδομάδα της αντικειμενικής συνάρτησης υπό εξέταση και της τρέχουσας αντικειμενικής συνάρτησης φαίνονται στην *Εικόνα 6* και *Εικόνα 7* αντίστοιχα.

----- WEEK 1 -----

Problem solved in: 0.187 seconds
Status: Optimal
Z = 79.62

Schedule

Teams able to play twice this week: 0

Day		- Home	- Away
Monday	19:00	- ΑΝΩΝΥΜΟΙ	- ΑΡΜΑΔΑ
Monday	21:00	- ΠΑΛΤΕΙΡΟΣ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
Tuesday	19:00		
Tuesday	21:00	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
Wednesday	19:00	- ΘΑΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΙΠΠΟΚΡΑΤΕΙΟ
Wednesday	21:00		
Thursday	19:00		
Thursday	21:00	- ΚΟΥΒΑΔΟΡΟΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣ
Friday	19:00	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΜΠΡΙΖΑΔΕΣ
Friday	21:00	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- ΠΑΛΑΙΜΑΧΟΙ

Teams not playing this week: 2 (ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ, ΨΥΤΕΣ)

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΑΝΩΝΥΜΟΙ	- Monday 19:00	- 6
ΑΡΜΑΔΑ	- Monday 19:00	- 6
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Tuesday 21:00	- 6
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Tuesday 21:00	- 6
ΘΑΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday 19:00	- 6
ΙΠΠΟΚΡΑΤΕΙΟ	- Wednesday 19:00	- 6
ΚΟΥΒΑΔΟΡΟΙ	- Thursday 21:00	- 6
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣ	- Thursday 21:00	- 6
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Friday 19:00	- 6
ΜΠΡΙΖΑΔΕΣ	- Friday 19:00	- 6
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Friday 21:00	- 6
ΠΑΛΑΙΜΑΧΟΙ	- Friday 21:00	- 6
ΠΑΛΤΕΙΡΟΣ	- Monday 21:00	- 6
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Monday 21:00	- 6

Total number of available players: 84 (max 96)

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΑΝΩΝΥΜΟΙ	- Monday 19:00	- 42
ΑΡΜΑΔΑ	- Monday 19:00	- 42
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Tuesday 21:00	- 42
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Tuesday 21:00	- 42
ΘΑΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Wednesday 19:00	- 42
ΙΠΠΟΚΡΑΤΕΙΟ	- Wednesday 19:00	- 42
ΚΟΥΒΑΔΟΡΟΙ	- Thursday 21:00	- 42
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣ	- Thursday 21:00	- 42
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Friday 19:00	- 42
ΜΠΡΙΖΑΔΕΣ	- Friday 19:00	- 42
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Friday 21:00	- 42
ΠΑΛΑΙΜΑΧΟΙ	- Friday 21:00	- 42
ΠΑΛΤΕΙΡΟΣ	- Monday 21:00	- 42
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Monday 21:00	- 42

Total sum of players' preference: 588 (max 960)

Εικόνα 6: Με χρήση αντικειμενικής συνάρτησης υπό εξέταση

----- WEEK 1 -----

Problem solved in: 0.177 seconds
Status: Optimal
Z = 86.67

Schedule

Teams able to play twice this week: 0

Day		- Home	- Away
Monday	19:00	- ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- ΨΥΤΕΣ
Monday	21:00	- ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- ΠΑΛΑΙΜΑΧΟΙ
Tuesday	19:00		
Tuesday	21:00	- ΑΝΩΝΥΜΟΙ	- ΑΡΜΑΔΑ
Wednesday	19:00	- ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ
Wednesday	21:00		
Thursday	19:00	- ΠΑΛΤΕΙΡΟΣ	- ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ
Thursday	21:00	- ΘΑΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- ΙΠΠΟΚΡΑΤΕΙΟ
Friday	19:00	- ΚΟΥΒΑΔΟΡΟΙ	- ΜΗΝ ΨΗΝΕΣ
Friday	21:00	- ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- ΜΠΡΙΖΑΔΕΣ

Teams not playing this week: 0

Availability

Team	- Matchday	- Players available
ΑΝΩΝΥΜΟΙ	- Tuesday 21:00	- 5
ΑΡΜΑΔΑ	- Tuesday 21:00	- 5
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Wednesday 19:00	- 5
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Wednesday 19:00	- 5
ΘΑΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Thursday 21:00	- 5
ΙΠΠΟΚΡΑΤΕΙΟ	- Thursday 21:00	- 5
ΚΟΥΒΑΔΟΡΟΙ	- Friday 19:00	- 5
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣ	- Friday 19:00	- 5
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Friday 21:00	- 5
ΜΠΡΙΖΑΔΕΣ	- Friday 21:00	- 5
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Monday 21:00	- 5
ΠΑΛΑΙΜΑΧΟΙ	- Monday 21:00	- 5
ΠΑΛΤΕΙΡΟΣ	- Thursday 19:00	- 5
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Thursday 19:00	- 5
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Monday 19:00	- 5
ΨΥΤΕΣ	- Monday 19:00	- 5

Total number of available players: 80 (max 96)

Team	- Matchday	- Sum of players' preference
ΑΝΩΝΥΜΟΙ	- Tuesday 21:00	- 35
ΑΡΜΑΔΑ	- Tuesday 21:00	- 35
ΒΙΓΙΑΡΕΜΑΛ	- Wednesday 19:00	- 35
ΓΙΟΥΒΕΤΣΙ	- Wednesday 19:00	- 35
ΘΑΛΙΒΕΡΠΟΥΛ	- Thursday 21:00	- 35
ΙΠΠΟΚΡΑΤΕΙΟ	- Thursday 21:00	- 35
ΚΟΥΒΑΔΟΡΟΙ	- Friday 19:00	- 35
ΜΗΝ ΨΗΝΕΣ	- Friday 19:00	- 35
ΜΠΑΡΤΣΕΛΙΟΝΑ	- Friday 21:00	- 35
ΜΠΡΙΖΑΔΕΣ	- Friday 21:00	- 35
ΜΠΥΡΑΚΛΗΣ	- Monday 21:00	- 35
ΠΑΛΑΙΜΑΧΟΙ	- Monday 21:00	- 35
ΠΑΛΤΕΙΡΟΣ	- Thursday 19:00	- 35
ΡΕΑΛ ΜΑΝΤΡΙ	- Thursday 19:00	- 35
ΧΑΒΑΛΕΝΘΙΑ	- Monday 19:00	- 35
ΨΥΤΕΣ	- Monday 19:00	- 35

Total sum of players' preference: 560 (max 960)

Εικόνα 7: Με χρήση τρέχουσας αντικειμενικής συνάρτησης

Παρατηρούμε ότι με χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης υπό εξέταση, την 1^η εβδομάδα διεξάγονται 7 αγώνες και αγωνίζονται 84 παίκτες. Αντίθετα, χρησιμοποιώντας την τρέχουσα αντικειμενική συνάρτηση κατασκευάστηκε ένα τελείως διαφορετικό πρόγραμμα αγώνων στο οποίο, αγωνίζονται συνολικά λιγότεροι παίκτες (80), όμως διεξάγονται περισσότεροι αγώνες (8). Προφανώς, αμφότεροι στόχοι είναι σημαντικοί για τη δημιουργία ενός αποδοτικού προγράμματος

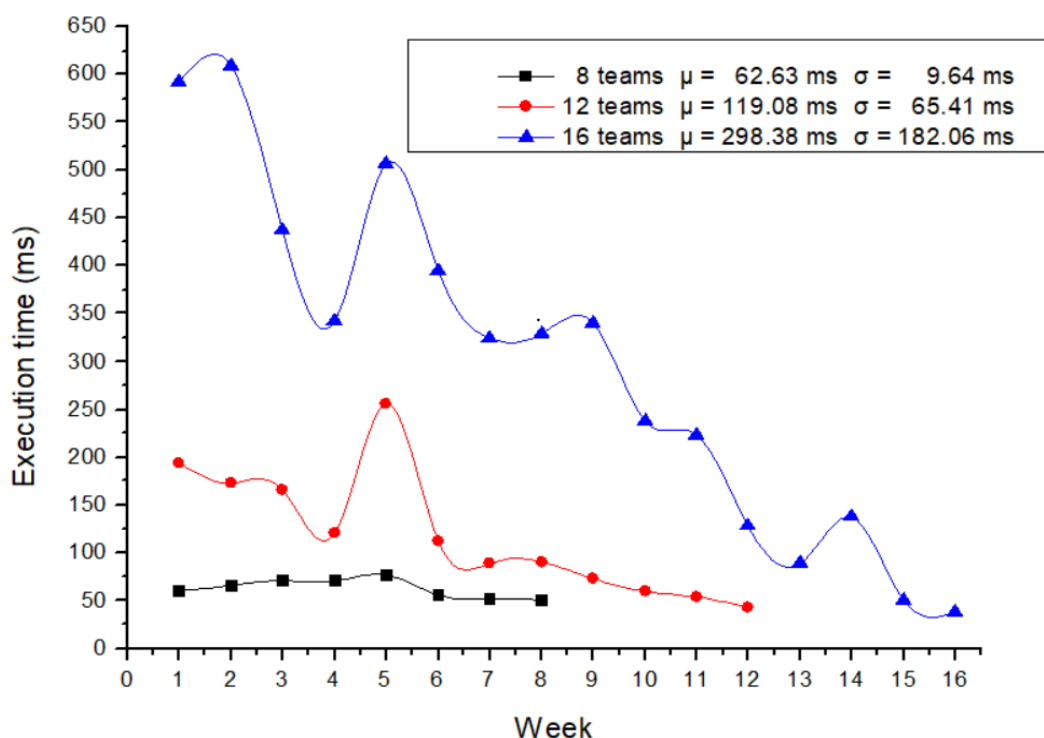
αγώνων. Ωστόσο, μεταξύ των δύο κρίνεται κρισιμότερη η μεγιστοποίηση του πλήθους των αγώνων, καθώς εάν δεν διεξαχθεί ένας αγώνας στην ώρα του, υπάρχει ο κίνδυνος το πρόγραμμα να μην καταφέρει να τον αναπληρώσει στις επόμενες εβδομάδες και να μην διεξαχθεί ποτέ. Για αυτό, είναι απαραίτητο να αποφεύγεται πρωτίστως η αναβολή αγώνων, όπως πράττει η τρέχουσα αντικειμενική συνάρτηση, αφού έχει τη μεγαλύτερη βαρύτητα σε αυτόν τον στόχο.

Επομένως, καταλήγουμε πως και στις 2 περιπτώσεις, η χρήση της αντικειμενικής συνάρτησης που σχεδιάσαμε υπερτερεί έναντι των άλλων. Επιτυγχάνει να συνδυάσει τους στόχους των δύο πλευρών, ενώ η βαρύτητα κάθε στόχου αντιπροσωπεύει πραγματικά τη σημασία του για το πρόβλημα.

6. ΕΠΕΚΤΑΣΙΜΟΤΗΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Σε αυτήν την ενότητα θα εξετάσουμε την επεκτασιμότητα (*scalability*) του προγράμματος μας, δηλ. την ικανότητα του να προσαρμοστεί σε προβλήματα μεγαλύτερης κλίμακας. Για τον σκοπό αυτό, πέρα από το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού αγώνων σε όμιλο των 8 ομάδων που μελετήσαμε προηγουμένως, επιλύσαμε το ίδιο πρόβλημα για ομίλους των 12 και 16 ομάδων. Οι αντίστοιχοι κώδικες βρίσκονται στα αρχεία *problem-12.py* και *problem-16.py*. Παρουσιάζουν μόνο μικρές τροποποιήσεις από τον κώδικα που αναλύσαμε στην Ενότητα 4 όπως η προσθήκη παραπάνω διαθέσιμων χρονοθυρίδων (*time slots*), η μεταβολή των συντελεστών στην αντικειμενική συνάρτηση (καθώς πλέον διεξάγονται περισσότεροι αγώνες ανά εβδομάδα) και η αύξηση των απαιτούμενων εβδομάδων για την ολοκλήρωση του πρωταθλήματος.

Χάριν συντομίας, δεν θα παραθέσουμε σε αυτό το έγγραφο τα αποτελέσματα εκτέλεσης των προβλημάτων μεγαλύτερης κλίμακας. Ωστόσο, θα χρονομετρήσουμε την εκτέλεση των τριών προγραμμάτων, καθώς αυτό αποτελεί μία χρήσιμη μετρική της απόδοσης τους. Για τη χρονομέτρηση, θα χρησιμοποιήσουμε σύστημα με επεξεργαστή *Intel® Core™ i5-8265U CPU @ 1.60GHz 1.80 GHz* και μνήμη *8GB*. Τα αποτελέσματα της φαίνονται στην Εικόνα 8.



Εικόνα 8: Αποτελέσματα χρονομέτρησης προγραμμάτων

Στο παραπάνω διάγραμμα βλέπουμε τον χρόνο επίλυσης του προβλήματος χρονοπρογραμματισμού αγώνων (εκφρασμένο σε *ms*), για κάθε εβδομάδα του πρωταθλήματος. Στο πλαίσιο αναγράφονται για κάθε πρόβλημα (8, 12 ή 16 ομάδων) ο μέσος όρος και η τυπική απόκλιση του χρόνου επίλυσης του.

Παρατηρούμε ότι ακόμα και στην περίπτωση του προβλήματος των 16 ομάδων, ο μέσος χρόνος επίλυσης δεν ξεπερνάει το 1s. Προφανώς, ο συγκεκριμένος χρόνος δεν συγκρίνεται με αυτόν της χειροκίνητης επίλυσης του προβλήματος από τον άνθρωπο. Επίσης, όπως είναι αναμενόμενο, όσο αυξάνεται το μέγεθος του προβλήματος τόσο αυξάνεται κι ο χρόνος επίλυσης του. Η τυπική απόκλιση του χρόνου επίλυσης των προβλημάτων δεν είναι αμελητέα, και αυξάνεται κι αυτή μαζί με το μέγεθος του προβλήματος. Έτσι, στις γραφικές παραστάσεις σχηματίζονται μέγιστα και ελάχιστα. Μία πιθανή εξήγηση για αυτό είναι πως το πρόβλημα χρονοπρογραμματισμού αγώνων είναι πιο δύσκολο σε κάποιες εβδομάδες σε σχέση με άλλες. Αυτό οφείλεται στους παράγοντες που μεταβάλλονται κάθε εβδομάδα, όπως είναι το πλήθος των ομάδων που χρωστάνε αγώνες, η διαθεσιμότητα των παικτών κτλ. Γενικά όμως, ο χρόνος επίλυσης του προβλήματος παρουσιάζει μία πτωτική πορεία με την πάροδο των εβδομάδων. Το φαινόμενο αυτό ίσως ερμηνεύεται από το γεγονός πως στην αρχή του πρωταθλήματος, οι συνδυασμοί αγώνων που μπορούν να διεξαχθούν είναι περισσότεροι. Καθώς το πρωτάθλημα εξελίσσεται και οι ομάδες παίζουν μεταξύ τους, οι δυνατοί συνδυασμοί αγώνων μειώνονται, κι έτσι το πρόγραμμα είναι σε θέση να εντοπίζει την βέλτιστη λύση ταχύτερα.

7. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε αυτήν την εργασία μελετήσαμε το πρόβλημα του *Χρονοπρογραμματισμού Αγώνων σε Ερασιτεχνικά Πρωταθλήματα* και επιλύσαμε το παράδειγμα ενός φοιτητικού πρωταθλήματος ποδοσφαίρου 5x5. Επιβεβαιώνουμε ότι πραγματοποιήθηκαν οι στόχοι που τέθηκαν στην *Ενότητα 1*. Πράγματι, το πρόγραμμα που αναπτύξαμε πετυχαίνει την εύρεση του βέλτιστου προγράμματος αγώνων, ικανοποιώντας στο μέγιστο δυνατό βαθμό τους στόχους τόσο των διοργανωτών όσο και των παικτών. Ακόμα, για ρεαλιστικά μεγέθη του προβλήματος, ο χρόνος εύρεσης της βέλτιστης λύσης είναι αρκετά μικρός. Επομένως, καταλήγουμε με ασφάλεια στο συμπέρασμα πως αν το πρόγραμμα μας τροφοδοτηθεί με πραγματικά δεδομένα, τότε η χρήση του θα υπερτερεί της χειροκίνητης κατασκευής προγράμματος αγώνων όσον αφορά το κόστος, την ποιότητα της λύσης και την ταχύτητα των αποτελεσμάτων.

8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Razamin Ramli, Cai-Juan Soong, and Haslinda Ibrahim, «A Sports Tournament Scheduling Problem: Exploiting Constraint-based Algorithm and Neighborhood Search for the Solution», Proceedings of the World Congress on Engineering, 2012
- [2] David Van Bulck and Dries Goossens, «Handling fairness issues in time-relaxed tournaments with availability constraints», Computers and Operations Research Journal 115, 2020
- [3] Jörn Schönberger, Dirk Mattfeld and Herbert Kopfer, «Automated timetable generation for rounds of a table-tennis league», 2000
- [4] J. Schonberger, D.C. Mattfeld and H. Kopfer, «Memetic Algorithm timetabling for non-commercial sport leagues», European Journal of Operational Research 153, 2004
- [5] David Van Bulck, Dries R. Goossens and Frits C.R. Spijksma, «Scheduling a non-professional indoor football league: a tabu search based approach», Annals of Operations Research 275, 2019
- [6] F. Della Croce, R. Tadei and P.S. Asioli, «Scheduling a round robin tennis tournament under courts and players availability constraints», Annals of Operations Research 92, 1999
- [7] Sigrid Knust, «Scheduling non-professional table-tennis leagues», European Journal of Operational Research 200, 2010
- [8] Xiajie Yi and Dries Goossens, «Strategies for dealing with uncertainty in time-relaxed sports timetabling», Annals of Operations Research 320, 2023
- [9] F. Della Croce and D. Oliveri, «Scheduling the Italian Football League: an ILP-based approach», Computers and Operations Research Journal 33, 2006
- [10] Graham Kendall, Barry McCollum, Frederico R. B. Cruz, Paul McMullan and Lyndon While, «Scheduling English Football Fixtures: Consideration of Two Conflicting Objectives», Hybrid Metaheuristics, 2013
- [11] James C. Bean and John R. Birge, «Reducing travelling costs and player fatigue in the National Basketball Association», Informs Journal on Applied Analytics 10, 1980
- [12] Guillermo Durán, Santiago Durán, Javier Marenco, Federico Mascialino, Pablo A. Rey, «Scheduling Argentina's professional basketball leagues: a variation on the travelling tournament problem», European Journal of Operational Research 275, 2019