Компютърни архитектури CSCB008

Въведение в изчислителната техника. Сигнали. Бройни системи

доц. д-р Ясен Горбунов

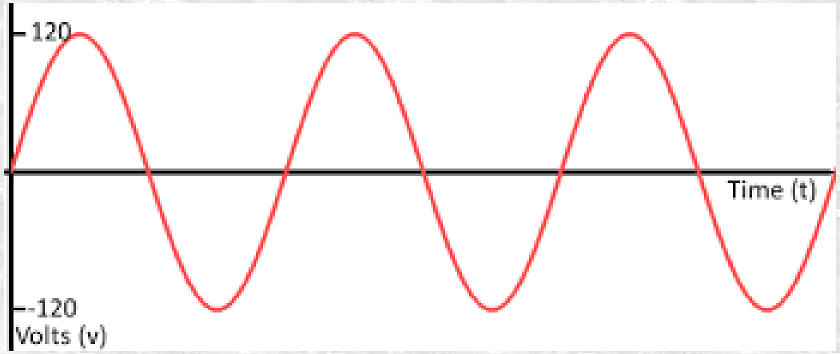
2021

Цифрови сигнали и системи – аналогови и цифрови сигнали

Физичните променливи (сигнали) са непрекъснати

явяват се носители на информация:

- напрежение
- честота на трептене
- позиция
- температура
- осветеност
- налягане
- скорост и ускорение



идеален сигнал

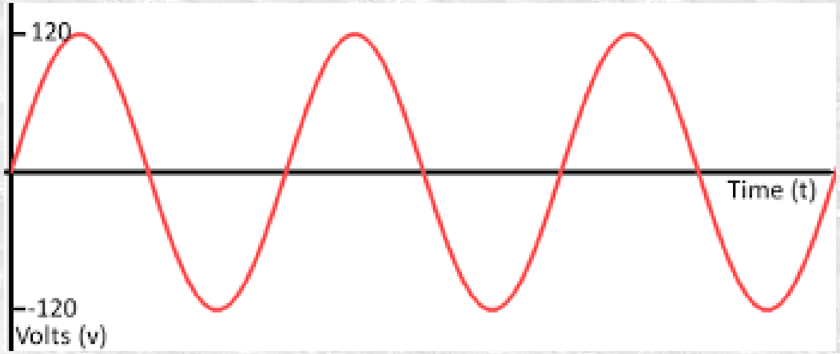
НОВ БЪЛГАРСКИ УНИВЕРСИТЕТ

Цифрови сигнали и системи – аналогови и цифрови сигнали

Физичните променливи (сигнали) са непрекъснати

явяват се **носители на информация:**

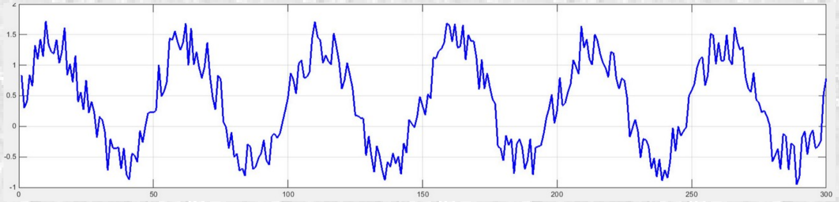
- напрежение
- честота на трептене
- позиция
- температура
- осветеност
- налягане
- скорост и ускорение



идеален сигнал

при тях съществуват **проблеми:**

- влияещи величини – смущения
- зашуменост
- нелинейност



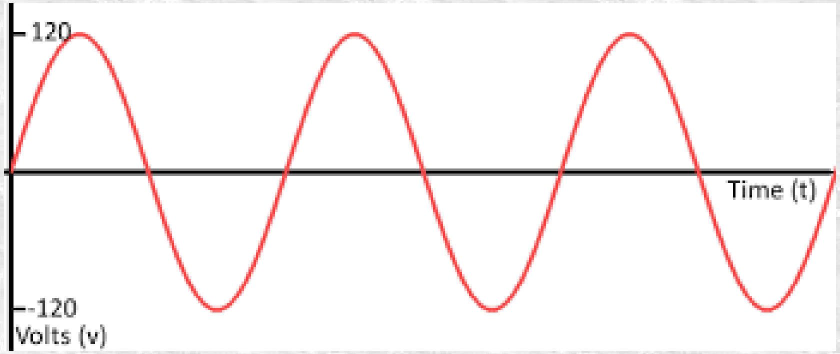
реален сигнал

Цифрови сигнали и системи – аналогови и цифрови сигнали

Физичните променливи (сигнали) са непрекъснати

явяват се носители на информация:

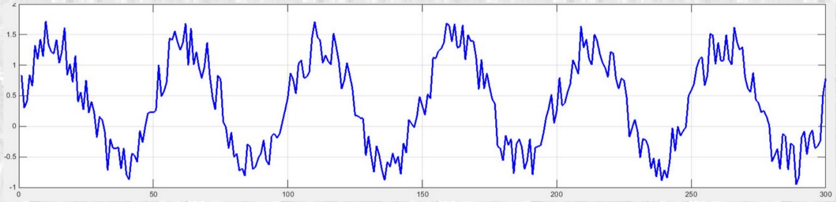
- напрежение
- честота на трептене
- позиция
- температура
- осветеност
- налягане
- скорост и ускорение



идеален сигнал

при тях съществуват проблеми:

- влияещи величини – смущения
- зашуменост
- нелинейност



реален сигнал

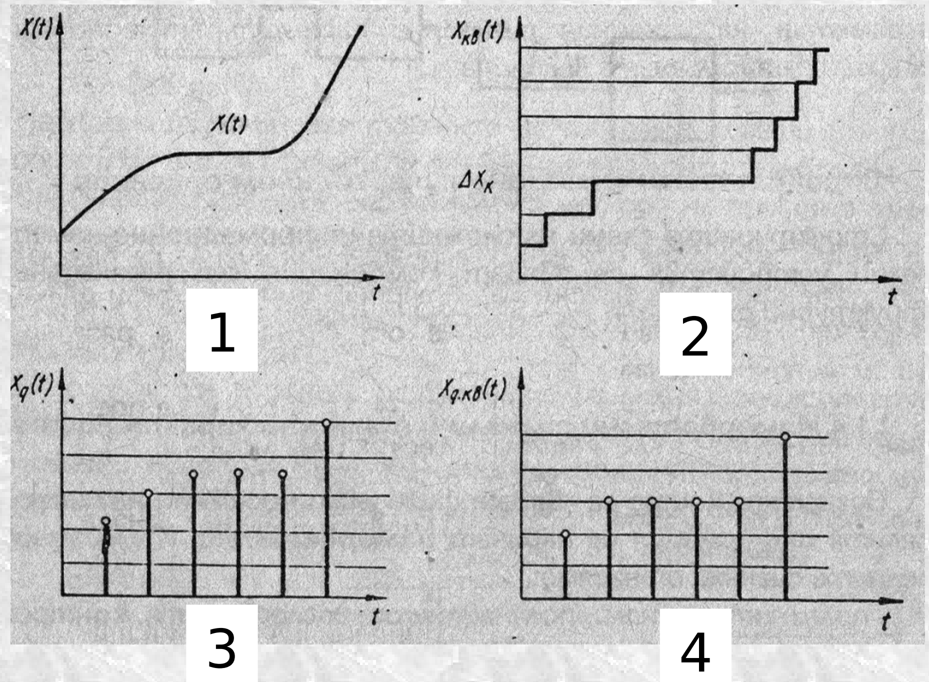
за тях има решения:

- филтрация
- преобразуване в цифров вид
- Look-up таблици...

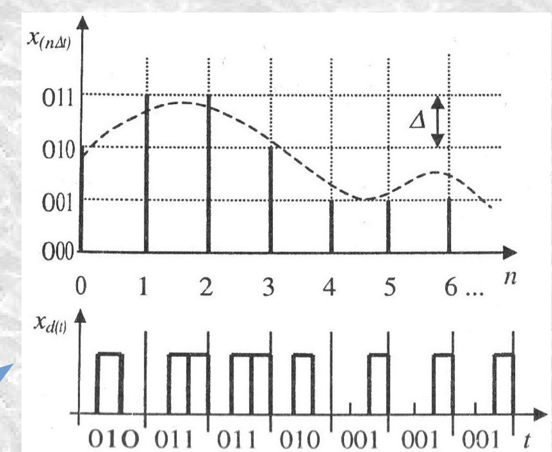
НОВ БЪЛГАРСКИ УНИВЕРСИТЕТ

Видове сигнали

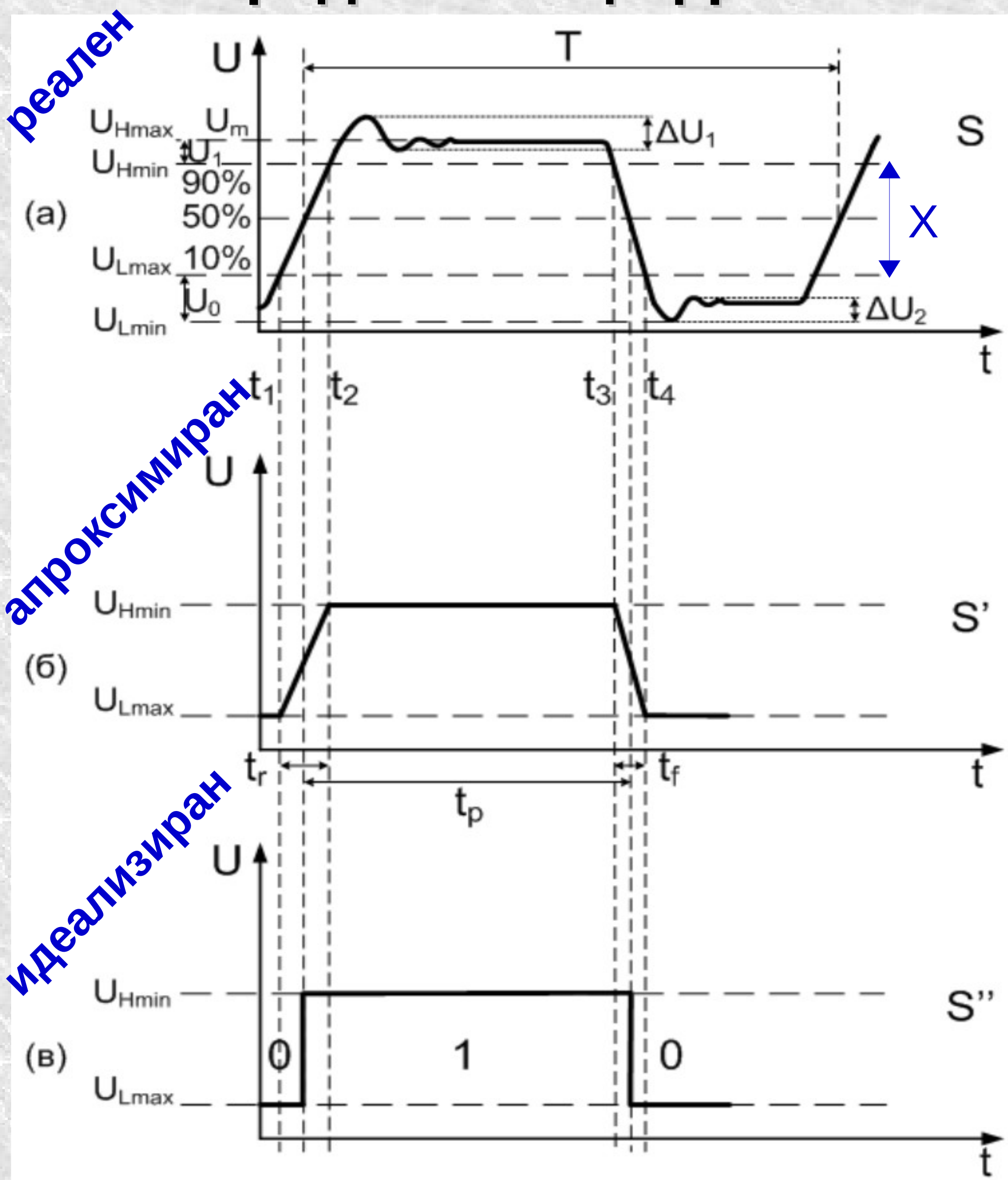
сигнал		непрекъснат	дискретен
		ниво	
непрекъснат	време	1	2
дискретен	време	3	4



- **аналогови** – периодични и непериодични
- **дискретни** – аналогова стойност – в определен момент
  – с определено ниво
- **цифрови** – дискретизирани във вид на **двоично число**



Как се представят цифровите сигнали?



1 и 0

X – забранена зона

(зона на неопределеност)

tr = t2 - t1 – време на нарастване

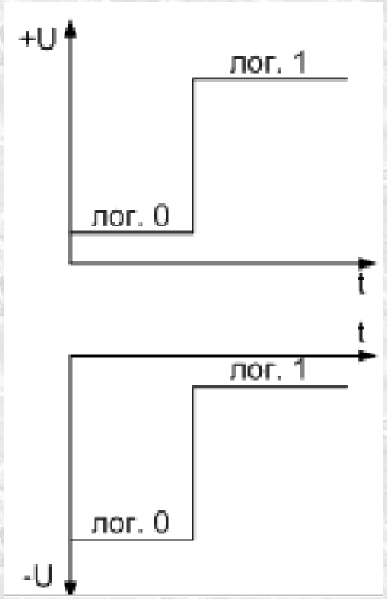
tf = t4 - t3 – време на спадане

$$S'' = \begin{cases} 1, при\, S' \in \left(U_{Hmin}, U_{Hmax}\right) \\ 0, при\, S' \in \left(U_{Lmin}, U_{Lmax}\right) \\ X, при\, S' \in \left(U_{Lmax}, U_{Hmin}\right) \end{cases}$$

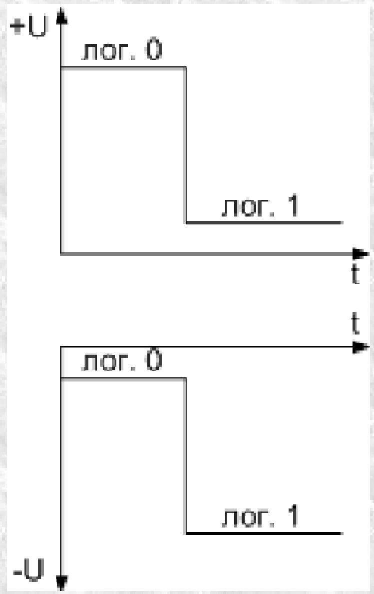
НОВ БЪЛГАРСКИ УНИВЕРСИТЕТ

Цифрови сигнали и системи – аналогови и цифрови сигнали

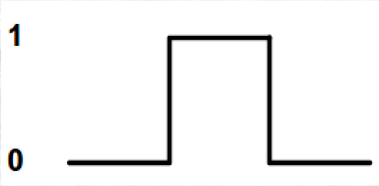
Как се представят цифровите сигнали?



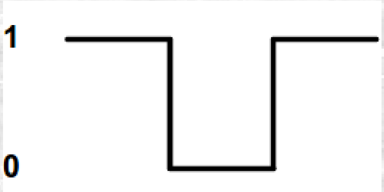
положителна логика



отрицателна логика



положителен импулс



отрицателен импулс

	5V TTL	3.3V TTL & CMOS	2.5V TTL & CMOS	1.8V CMOS
лог. 1	2.0 – 4.44V	2.0 – 2.4V	1.7 – 2.3V	1.17 – 1.35V
лог. 0	0.5 – 0.8V	0.4 – 0.8V	0.4 – 0.7V	0.45 – 0.63V

НОВ БЪЛГАРСКИ УНИВЕРСИТЕТ

Булева алгебра

Две дискретни стойности: 1 и 0

1, TRUE, HIGH
0, FALSE, LOW

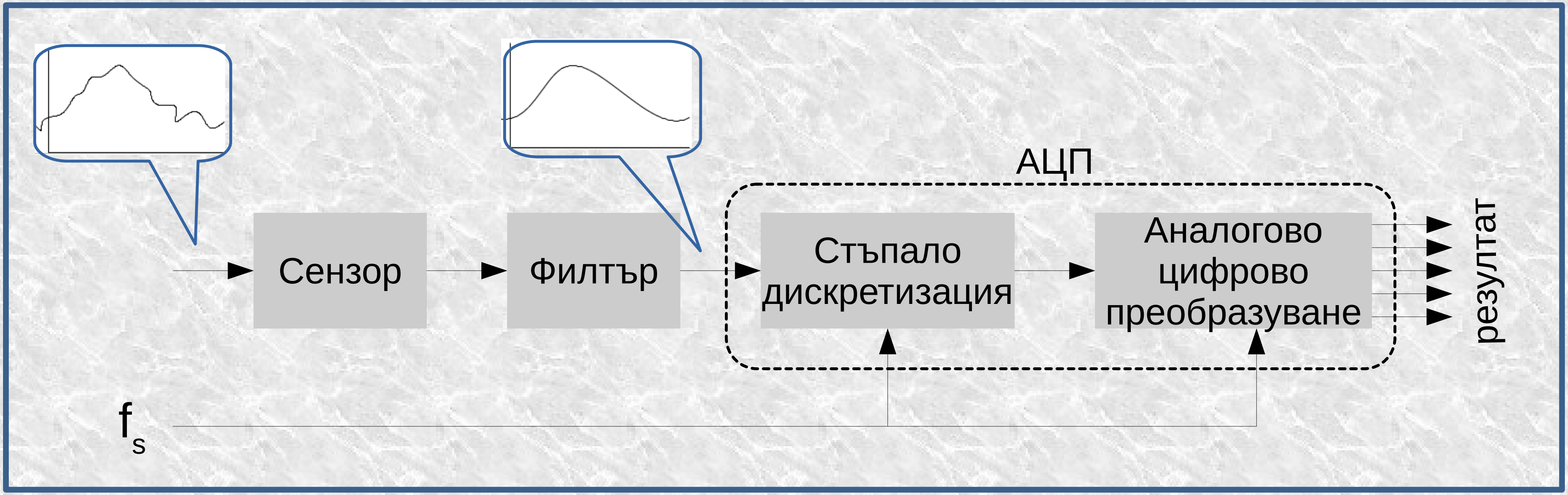
bit = **bi**nary digi**t**

- ниво на напрежение
- ниво на флуид (флуидна логика)
- дискретна позиция и др.

George Boole, 1815-1864

- роден в работническо семейство
- професор в Queen's College, Ирландия
- написал „Математически анализ на логиката“, 1847 и „Изследване на законите на мисленето“, 1854
- **въвел двоичните променливи**
- **въвел трите фундаментални логически операции: AND, OR и NOT**

Получаване на цифрови стойности - АЦП

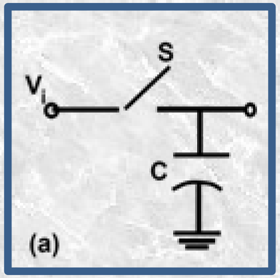


Филтър → Ограничава спектъра на аналоговия сигнал до честота f_m, така че да се удовлетворява **теоремата на Котелников-Шенон**:

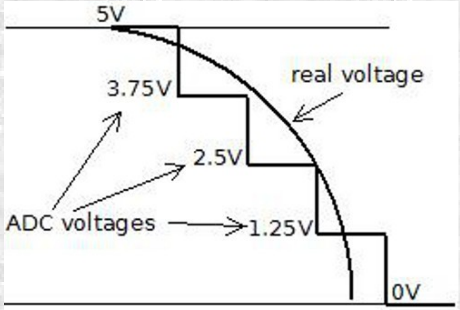
За да бъде възстановен напълно един дискретизиран аналогов сигнал, честотата на дискретизация трябва да бъде най-малко два пъти по-висока от най-високата честота в спектъра на сигнала, т.е. $f_s > 2.f_m$.

Получаване на цифрови стойности - АЦП

Стъпало дискретизация



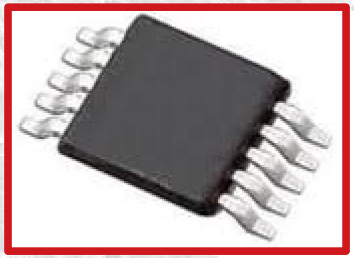
Запомняне в схема Sample-And-Hold

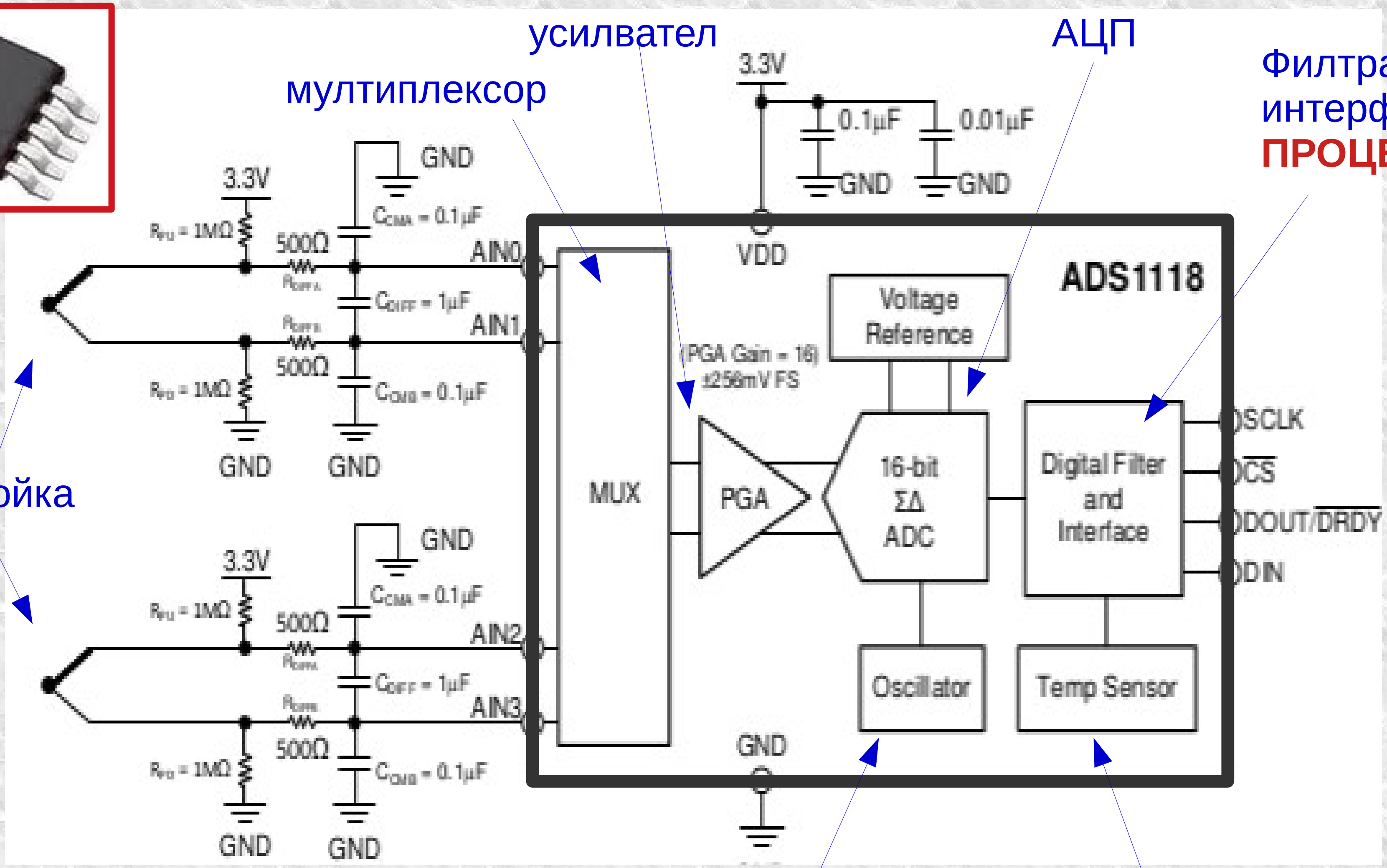


Дискретизиран по време и ниво сигнал

Получаване на цифрови стойности - АЦП

Какво има в едно съвременно АЦП?





Бройни системи

- представяне на числата посредством ограничен и краен брой символи

- основа - брой на възможните цифри за представне на съответните числа

непозиционни
цифри с постоянна стойност

римска
I (1), V (5), X (10), L (50), C (100),
D (500), M (1000)

пример
- VI = 5 + 1 = 6;
- IV = 5 – 1 = 4;
- VII = 5 + 1 + 1 = 7;
- IX = 10 - 1 = 9

I има винаги значение 1
X има винаги значение 10

Бройни системи

- представяне на числата посредством ограничен и краен брой символи

- основа - брой на възможните цифри за представне на съответните числа

непозиционни
цифри с постоянна стойност

римска
I (1), V (5), X (10), L (50), C (100),
D (500), M (1000)

пример
- VI = 5 + 1 = 6;
- IV = 5 – 1 = 4;
- VII = 5 + 1 + 1 = 7;
- IX = 10 - 1 = 9

I   има винаги значение 1
X   има винаги значение 10

позиционни
стойност, зависеща от позицията

двоична (0, 1)

пример
- $01 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 = 1;$
- $10 = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 = 2;$

десетична (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

пример
- $02 = 2 \cdot 10^0 + 0 \cdot 10^1 = 2;$
- $20 = 0 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 = 20;$

десетици   единици

Бройни системи

двоична BIN - binary				десетична DEC - decimal	шестнайсетична HEX - hexadecimal
0 0 0 0				0	0
0 0 0 1				1	1
0 0 1 0				2	2
0 0 1 1				3	3
0 1 0 0				4	4
0 1 0 1				5	5
0 1 1 0				6	6
0 1 1 1				7	7
1 0 0 0				8	8
1 0 0 1				9	9
1 0 1 0				1 0	A
1 0 1 1				1 1	B
1 1 0 0				1 2	C
1 1 0 1				1 3	D
1 1 1 0				1 4	E
1 1 1 1				1 5	F

Бройни системи

двоична BIN - binary	третична trinary, ternary	четвъртична quaternary	осмична OCT - octal	десетична DEC - decimal	шестнайсетична HEX - hexadecimal
0 0 0 0	0	0	0	0	0
0 0 0 1	1	1	1	1	1
0 0 1 0	2	2	2	2	2
0 0 1 1	1 0	3	3	3	3
0 1 0 0	1 1	1 0	4	4	4
0 1 0 1	1 2	1 1	5	5	5
0 1 1 0	2 0	1 2	6	6	6
0 1 1 1	2 1	1 3	7	7	7
1 0 0 0	2 2	2 0	1 0	8	8
1 0 0 1	1 0 0	2 1	1 1	9	9
1 0 1 0	1 0 1	2 2	1 2	1 0	A
1 0 1 1	1 0 2	2 3	1 3	1 1	B
1 1 0 0	1 1 0	3 0	1 4	1 2	C
1 1 0 1	1 1 1	3 1	1 5	1 3	D
1 1 1 0	1 1 2	3 2	1 6	1 4	E
1 1 1 1	1 2 0	3 3	1 7	1 5	F

Бройни системи – преминаване в десетична бройна система

В позиционните бройни системи всяко число може да бъде представено с полинома:

$$N = \sum_{i=-m}^{n} k_i \, . \, p^i$$

основа

разряден коефициент

позиция

BIN	{0; 1}
DEC	{0; 1; ...; 9}
HEX	{0; ...; 9; A; ...; F}

$$N = \underbrace{k_n.p^n + k_{n-1}.p^{n-1} + \ldots + k_0.p^0}_{\text{за цялата част}} + \underbrace{k_{-1}.p^{-1} + k_{-2}.p^{-2} + \ldots + k_{-m}.p^{-m}}_{\text{за дробната част}}$$

Преобразуване по стандарт от DEC в BIN без знак

делене на цялата част на N на основата на новата бройна система p

182_{DEC} → BIN

182 : 2	= 91	частно 91; остатък 0
91 : 2	= 45.5	частно 45; остатък 1
45 : 2	= 22.5	частно 22; остатък 1
22 : 2	= 11	частно 11; остатък 0
11 : 2	= 5.5	частно 5; остатък 1
5 : 2	= 2.5	частно 2; остатък 1
2 : 2	= 1	частно 1; остатък 0
1 : 2	= 0.5	частно 0; остатък 1

$182_{(10)} = 10110110_{(2)}$

Преобразуване по стандарт от DEC в BIN без знак

деление на цялата част на N на основата на новата бройна система p

32.768_{DEC} → BIN с точност до 3-тия двоичен разряд

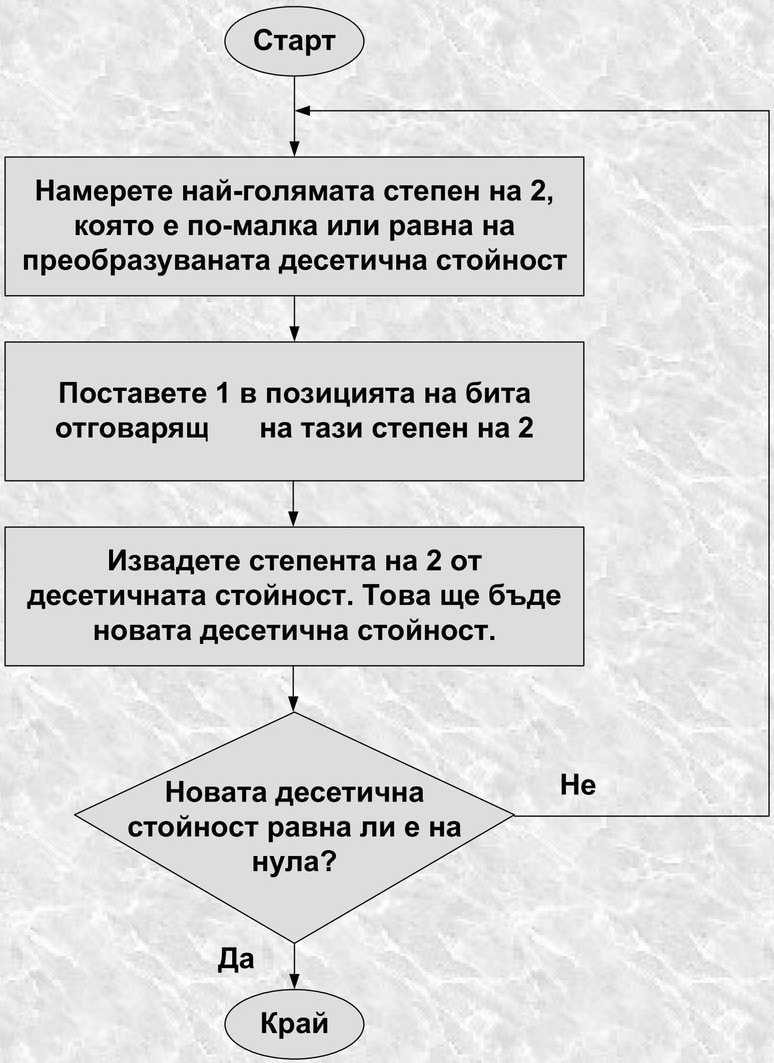
32 : 2 = 16 → 0		0.768 x 2 = 1.536 → 1
16 : 2 = 8 → 0		0.536 x 2 = 1.072 → 1
8 : 2 = 4 → 0		0.072 x 2 = 0.144 → 0
4 : 2 = 2 → 0		
2 : 2 = 1 → 0		
1 : 2 = 0.5 → 1		

за цялата част

за дробната част

$$32.768_{(10)} = 100000.110_{(2)}$$

Преобразуване по алгоритъм от DEC в BIN без знак



$133_{DEC} \rightarrow$ BIN

нужни са 8 бита, защото:

$127\ (2^7-1) < 133 < 255\ (2^8-1)$

стъпка 1.	$2^7 = 128 < 133$		
стъпка 2.		→	запис на 1 в бит 7
стъпка 3.	$133 – 128 = 5 > 0$		
стъпка 4.	$2^2 = 4 < 5$		
стъпка 5.		→	запис на 1 в бит 2
стъпка 6.	$5 – 4 = 1$		
стъпка 7.	$2^0 = 1$		
стъпка 8.		→	запис на 1 в бит 0
стъпка 9	$1 – 1 = 0$	→	край

$133_{(10)} = 10000101_{(2)}$

Преобразуване от DEC в OCT

167.0627_{DEC} → OCT с точност до 5-тия осмичен разряд

167 : 8	= 20	→	остатък 7
20 : 8	= 2	→	остатък 4
2 : 8	= 0	→	остатък 2

за цялата част

0.0627 x 8 = 0.5016	→ 0
0.5016 x 8 = 4.0128	→ 4
0.0128 x 8 = 0.1024	→ 0
0.1024 x 8 = 0.8192	→ 0
0.8192 x 8 = 6.5536	→ 6

за дробната част

$$167.0627_{(10)} = 247.04006_{(8)}$$

Преобразуване от DEC в HEX

316.0312_{DEC} → HEX с точност до 3-тия шестнайсетичен разряд

316 : 16 = 19	→ остатък 12	0.0312 x 16 = 0.4992	→ 0
19 : 16 = 1	→ остатък 3	0.4992 x 16 = 7.9872	→ 7
1 : 16 = 0	→ остатък 1	0.9872 x 16 = 15.7952	→ 15

за цялата част **за дробната част**

$316.0312_{(10)} = 13C.07F_{(16)}$

12 15

Преобразуване от BIN в DEC

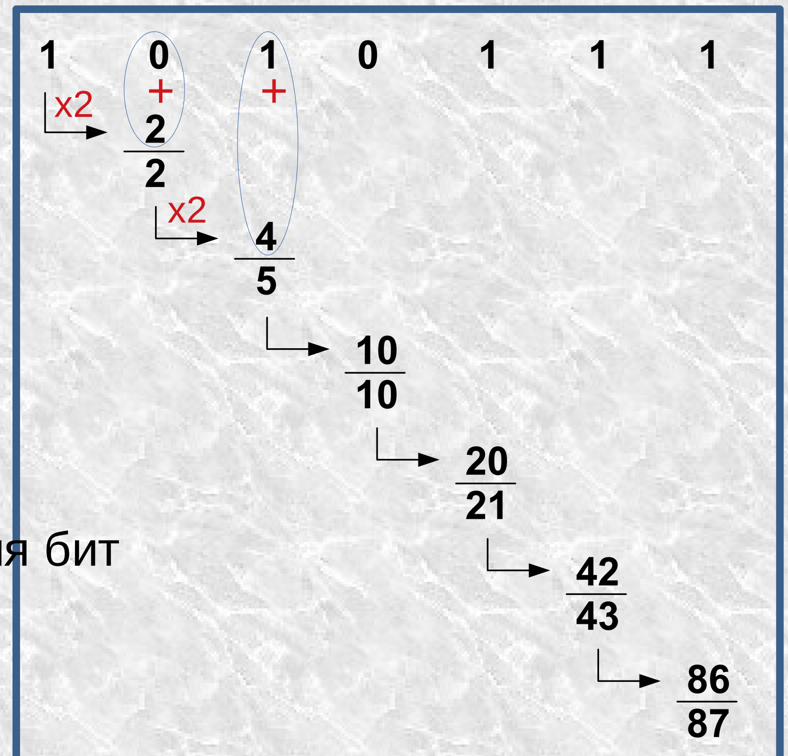
стандартен метод

$10101010_{BIN} \rightarrow DEC$

$1 \,.\, 2^7 + 0 \,.\, 2^6 + 1 \,.\, 2^5 + 0 \,.\, 2^4 + 1 \,.\, 2^3 + 0 \,.\, 2^2 + 1 \,.\, 2^1 + 0 \,.\, 2^0 =$

$= 128 + 32 + 8 + 2 = 170$

рекурсивен метод



1. взима се най-левия ненулев бит
   - удвоява се
   - прибавя се към бита отдясно
2. взима се полученият резултат
   - удвоява се
   - прибавя се към следващия бит отдясно
3. продължава се до прибавяне на най-малко значещия бит

$(a_0 + 2 \,.\, (a_1 + 2 \,.\, (a_2 + \ldots)))$

Бройни системи – представяне на информацията

Преобразуване от BIN в OCT

$11101011100111_{BIN} \rightarrow$ OCT

• разделяне на групи от по 3 бита
(в осмична бройна система цифрите са {0-7} ➡ $\log_2 8 = 3$)

$$11101011100111_{(2)} = 011\ 101\ 011\ 100\ 111_{(2)}$$

$(1.2^1+1.2^0)$	$(1.2^2+0.2^1+1.2^0)$	$(0.2^2+1.2^1+1.2^0)$	$(1.2^2+0.2^1+0.2^0)$	$(1.2^2+1.2^1+1.2^0)$
3	5	3	4	7

$$\boxed{11101011100111_{(2)} = 35347_{(8)}}$$

НОВ БЪЛГАРСКИ УНИВЕРСИТЕТ

Преобразуване от BIN в HEX

$110011100_{BIN} \rightarrow$ HEX

• разделяне на групи от по 4 бита
(в шестнайсетична бройна система цифрите са {0-9;A-F} ⇨ $\log_2 16=4$)

$110011100_{(2)} = 0001\ 1001\ 1100_{(2)}$

$$\underbrace{(1.2^0)}_{1} \quad \underbrace{(1.2^3+0.2^2+0.2^1+1.2^0)}_{9} \quad \underbrace{(1.2^3+1.2^2+0.2^1+0.2^0)}_{C}$$

1 9 C

$\boxed{\mathbf{110011100_{(2)} = 19C_{(16)}}}$

Преобразуване от ОСТ в DEC

стандартен метод

$6437_{ОСТ}$ → DEC

$6 \,.\, 8^3 + 4 \,.\, 8^2 + 3 \,.\, 8^1 + 7 \,.\, 8^0 = 3072 + 256 + 24 + 7 = 3359$

рекурсивен метод

1. взима се най-левия ненулев бит
   - умножава се по 8
   - прибавя се към бита отдясно
2. взима се полученият резултат
   - умножава се по 8
   - прибавя се към следващия бит отдясно
3. продължава се до прибавяне на най-малко значещия бит

$(a_0 + 8 \,.\, (a_1 + 8 \,.\, (a_2 + ...)))$

6 4 3 7

x8 +

48

52

416

419

3352

3359

Системи за двоично кодиране

десетични аритметични устройства - проблеми

- по-сложни от двоичните – повече цифри
- излишни кодови комбинации – сложен хардуерен синтез

удобни за човека, но неудобни за компютъра

системи за двоично кодиране

тегловни
правилата на позиционните бройни системи

нетегловни
правилата на непозиционните бройни системи

- **облекчен хардуерен синтез**
- **повишено бързодействие и намалена консумация**

Бройни системи – представяне на информацията

Терминология на двоичните числа

бит (bit) - най-малката единица информация
полубайт (nibble) - 4 бита
байт (byte) - 8 бита
дума (word) - 16 бита (два байта)
двойна дума (double word) - 32 бита
четворна дума (very long word) - 64 бита

128	64	32	16	8	4	2	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0

старши бит
Most Significant Bit - MSB

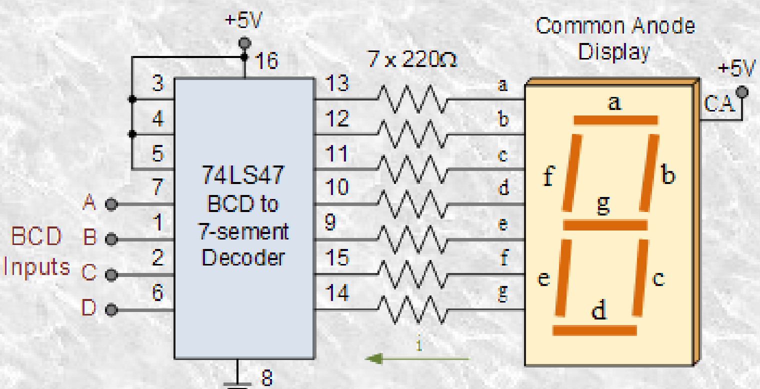
младши бит
Least Significant Bit - LSB

Предимства и недостатъци на използването на цифрова електроника (бинарна логика)

- (+) висока повторяемост при производство
- (+) температурна стабилност
- (+) бърза обработка
- (-) компромис с точността в зависимост от начина на представяне на числата

Двоично кодирани десетични числа (BCD – Binary Coded Decimal)

представяне на десетичните числа в двоичен формат



Забранени комбинации

1010 (A), 1011 (B), 1100 (C),

1101 (D), 1110 (E), 1111 (F)

непакетиран формат

старша тетрада				младша тетрада			
2^3	2^2	2^1	2^0	2^3	2^2	2^1	2^0
0	0	0	0	**1**	**0**	**0**	**1**
0				**9**			

пакетиран формат

старша тетрада				младша тетрада			
2^3	2^2	2^1	2^0	2^3	2^2	2^1	2^0
0	**0**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**1**
3				**9**			

НОВ БЪЛГАРСКИ УНИВЕРСИТЕТ

Някои тегловни BCD кодове

всяка двоична цифра пази своето тегло

самодопълващи се – сумата от всички събирами е 9

Десетичен код	Код 8-4-2-1	Код 2-4-2-1 код на Aiken	Код 5-2-1-1	Код 3-3-2-1
0	0000	0000	0000	0000
1	0001	0001	0001	0001
2	0010	0010	0011	0010
3	0011	0011	0101	0011
4	0100	0100	0111	0101
5	0101	1011	1000	1010
6	0110	1100	1010	1100
7	0111	1101	1100	1101
8	1000	1110	1110	1110
9	1001	1111	1111	1111

Бройни системи – системи за двоично кодиране

Някои тегловни BCD кодове

всяка двоична цифра пази своето тегло

самодопълващи се – допълнение на равноотдалеченото

Десетичен код	Код 8-4-2-1	Код 2-4-2-1 код на Aiken	Код 5-2-1-1	Код 3-3-2-1
0	0000	0000	0000	0000
1	0001	0001	0001	0001
2	0010	0010	0011	0010
3	0011	0011	0101	0011
4	0100	0100	0111	0101
5	0101	1011	1000	1010
6	0110	1100	1010	1100
7	0111	1101	1100	1101
8	1000	1110	1110	1110
9	1001	1111	1111	1111

забранени комбинации

НОВ БЪЛГАРСКИ УНИВЕРСИТЕТ

Бройни системи – системи за двоично кодиране

Някои тегловни BCD кодове - примери

код 8-4-2-1 **$2067_{DEC} \rightarrow BCD_{8421}$**

общо тегло 8+4+2+1=15 → 6 забранени кобинации

2	0	6	7	десетично число
0010	0000	0110	0111	BCD код 8-4-2-1

Бройни системи – системи за двоично кодиране

Някои тегловни BCD кодове - примери

код 8-4-2-1 **$2067_{DEC} \rightarrow BCD_{8421}$**

общо тегло 8+4+2+1=15 → 6 забранени кобинации

2	0	6	7	десетично число
0010	0000	0110	0111	BCD код 8-4-2-1

код 2-4-2-1 **$2067_{DEC} \rightarrow BCD_{2421}$**

общо тегло 2+4+2+1=9 → няма забранени кобинации

2	0	6	7	десетично число
0010	0000	1100	1101	BCD код 2-4-2-1

Някои тегловни BCD кодове - примери

код 8-4-2-1 **$2067_{DEC} \rightarrow BCD_{8421}$**

общо тегло 8+4+2+1=15 → 6 забранени кобинации

2	0	6	7	десетично число
0010	0000	0110	0111	BCD код 8-4-2-1

код 2-4-2-1 **$2067_{DEC} \rightarrow BCD_{2421}$**

общо тегло 2+4+2+1=9 → няма забранени кобинации

2	0	6	7	десетично число
0010	0000	1100	1101	BCD код 2-4-2-1

код 5-2-1-1 **$2067_{DEC} \rightarrow BCD_{5211}$**

общо тегло 5+2+1+1=9 → няма забранени кобинации

2	0	6	7	десетично число
0011	0000	1010	1100	BCD код 5-2-1-1

Някои нетегловни кодове

- двоичните цифри нямат тегло, а позиция

код с излишък 3 (Excess-3 Code, код на Стибиц) самодопълващ се код

към числото в код 8-4-2-1 се прибавя 3 ($0011_{(2)}$)

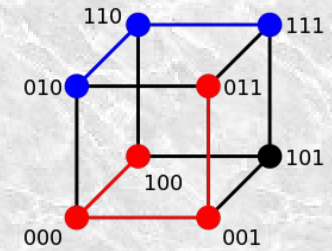
Десетичен код	Код 8-4-2-1	Код XS-3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	0101	1000
6	0110	1001
7	0111	1010
8	1000	1011
9	1001	1100

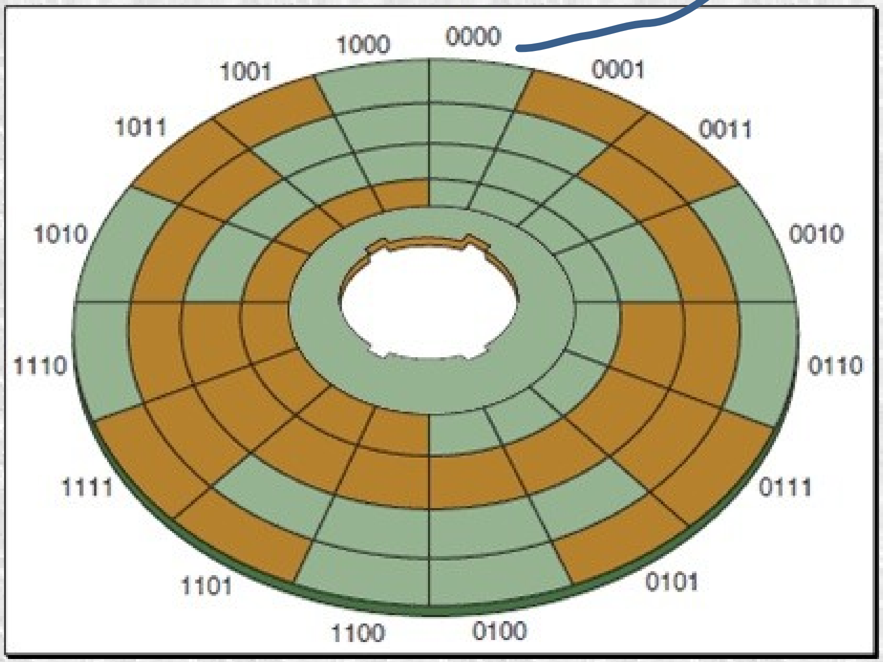
Бройни системи – системи за двоично кодиране

Някои нетегловни кодове

Код на Грей (1953 г.)
огледален двоичен код
двоично-реверсивен код
последователен код
цикличен код

Подреждане на двоичните числа, така че последователните стойности да се различават само в промяната на един бит.

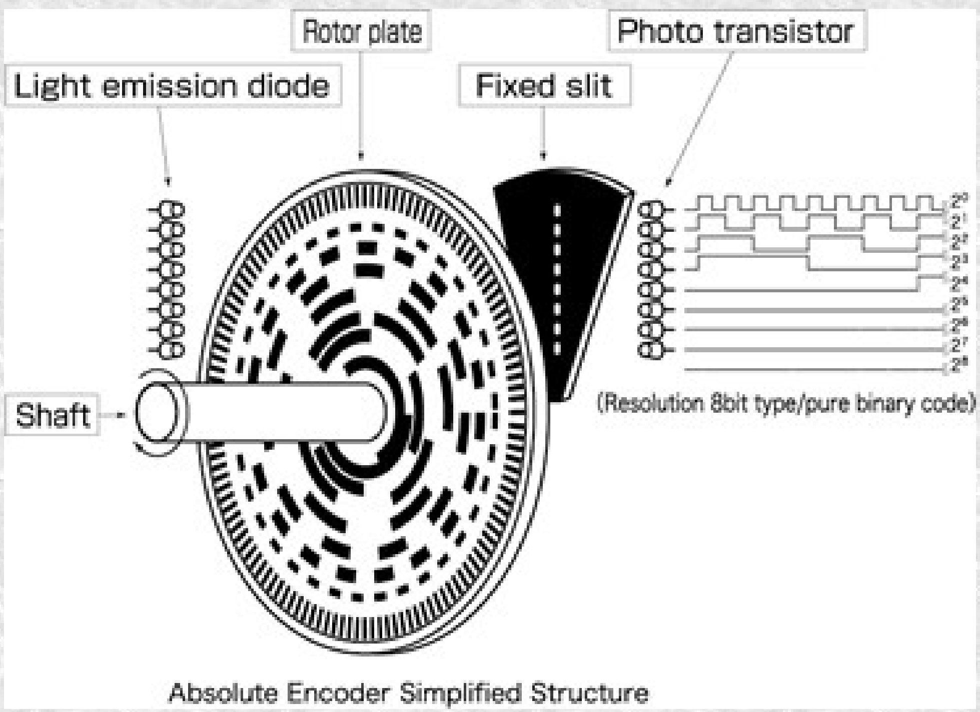


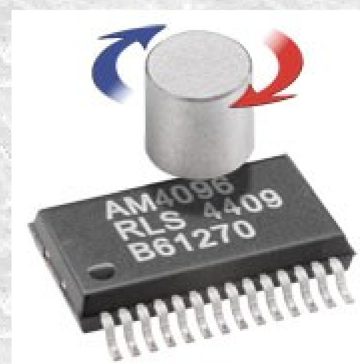


сектор	код	ъгъл
0	0 0 0 0	0° – 22,5°
1	0 0 0 1	22,5° – 45°
2	0 0 1 1	45° – 67,5°
3	0 0 1 0	67,5° – 90°
4	0 1 1 0	90° – 112,5°
5	0 1 1 1	112,5° – 135°
6	0 1 0 1	135° – 157,5°
7	0 1 0 0	157,5° – 180°
8	1 1 0 0	180° – 202,5°
9	1 1 0 1	202,5° – 225°
10	1 1 1 1	225° – 247,5°
11	1 1 1 0	247,5° – 270°
12	1 0 1 0	270° – 292,5°
13	1 0 1 1	292,5° – 315°
14	1 0 0 1	315° – 337,5°
15	1 0 0 0	337,5° – 360°

Някои нетегловни кодове – код на Грей

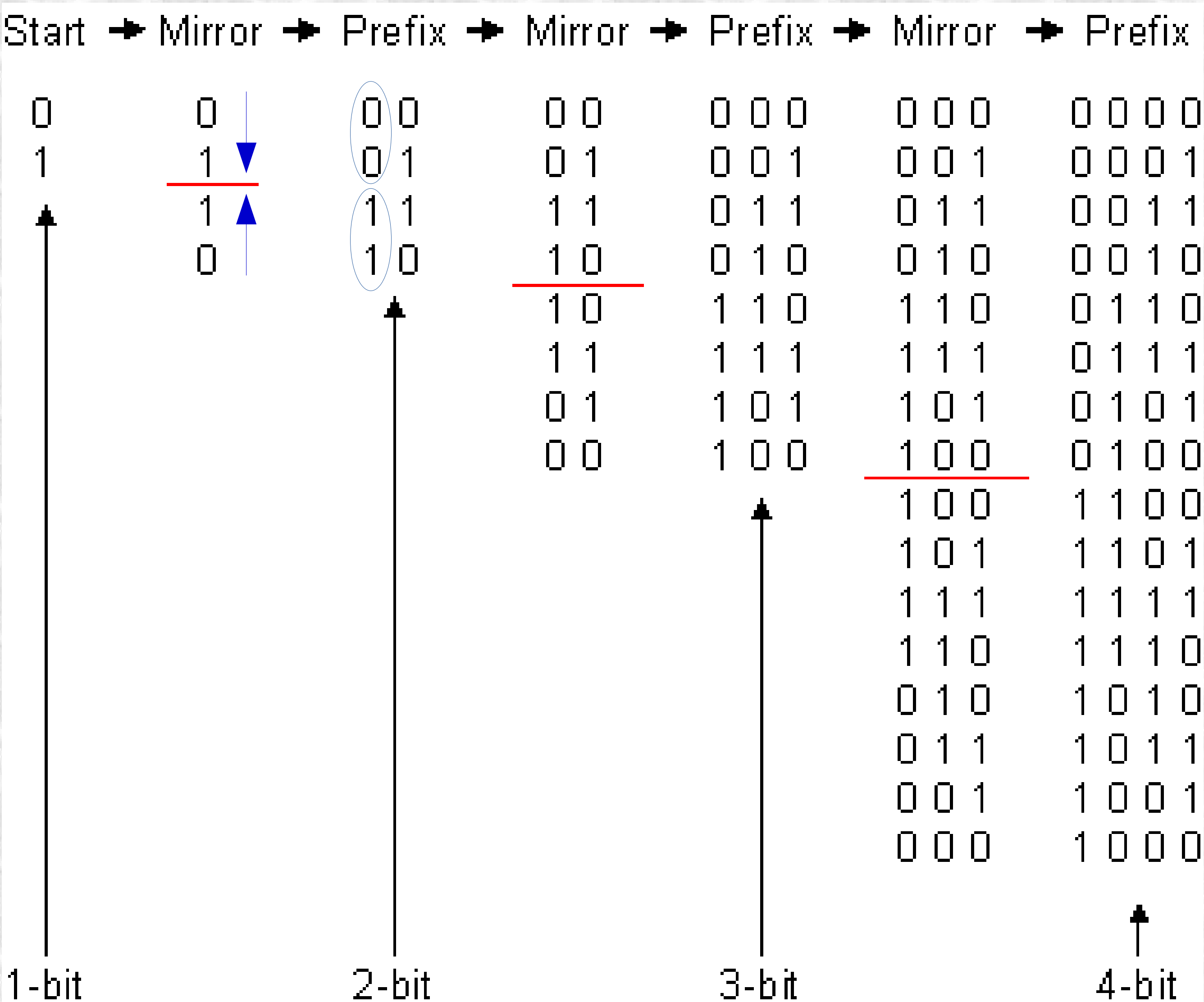
някои приложения:
- първоначално създаден за АЦП (по-висока скорост)
- в позиционни задвижващи системи
- корекция на кодове в телекомуникациите и шумозащита
- минимизация на логически функции
- контролни панели (автомобилна индустрия, аудио техника)





НОВ
БЪЛГАРСКИ
УНИВЕРСИТЕТ

Някои нетегловни кодове – получаване на кода на Грей



1. построява се n-1 разрядния код
2. под кода от т.1 се преписва същия код, но огледално
3. пред първата половина се добавя 0
4. пред втората половина се добавя 1

неудобен за хардуерна реализация

Някои нетегловни кодове – получаване на кода на Грей

използване на сума по модул 2 $\oplus$

двоично събиране без пренос

двоично

0	+	0	=	0	
0	+	1	=	1	
1	+	0	=	1	
1	+	1	=	0	пренос

Пример

2_{DEC} = **0 0 1 0**

0

$1 \oplus 0 = 1$

$0 \oplus 1 = 1$

$0 \oplus 0 = 0$

$0 \oplus 0 = 0$

0 0 1 1

Gray

Буквено-цифрови кодове – American Standard Code for Information Interchange (ASCII)

управляващи символи

$b_4b_3b_2b_1$ \ $b_7b_6b_5$	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	“	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	‘	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	–	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	∧	n	~
1111	SI	US	/	?	O	–	o	DEL

Бройни системи – системи за двоично кодиране

Буквено-цифрови кодове – American Standard Code for Information Interchange (ASCII)

Стандартният ASCII код използва 7 бита, но се съхранява в 1 байт.

	b_7	b_6	b_5	b_4	b_3	b_2	b_1	b_0
ASCII Q →		1	0	1	0	0	0	1

Откриване на грешки

осмият бит може да се използва за контрол по четност (parity)

									с контрол по четност								с контрол по нечетност							
ASCII A →		1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
ASCII T →		1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0

Бройни системи – представяне на информацията

Класификация на кодовете, използвани в изчислителните машини