

```

AlgX(A[1..n]: масив от цели числа)
for i ← 1 to n
    for j ← 1 to n-i
        if (A[j] > A[j+1])
            swap(A[j], A[j+1])

```

Цел:

При достигане на произволно i от външния цикъл, ако подмасивът $A[n-i+2, \dots, n]$ съдържа първите $i-1$ елемента по големина от входния масив в сортиран възходящ ред, то в края на текущото изпълнение подмасивът $A[n-i+1, \dots, n]$ съдържа първите i по големина елемента от входния масив в сортиран възходящ ред.

Доказателство:

Инварианта на вложенния for цикъл е: За фикс i , при достигане на ред 2, подмасивът $A[j, \dots, n-i+1]$ съдържа i -тия по големина елемент от входния масив.

База: $j=1$:

След като n ни е дадено, че подмасивът $A[n-i+2, \dots, n]$ съдържа първите $i-1$ елемента по големина, то следващия по големина (т.е. i -тия елемент по големина) остава да се намира в останалата част на масива, а именно в $A[1, \dots, n-i+1]$, с което базата е извършена.

Поддръжка:

Има твърдението е вярно за някое достигане, което не е последното.

Ис. $A[j] > A[j+1]$. Тогава ^{достигане} ред 4 и разменя двата елемента, с което

$$\max(A[j, \dots, n-i+1]) = \max(A[j+1, \dots, n-i+1])$$

инвариантът = i -тият по големина елемент.
 След итерация на j поставяме наредено твърдение:
 $A[j, \dots, n-i+1]$ съдържа i -тият по големина елемент.

Или, $A[j] \leq A[j+1]$. Тогава е изобмнено отново.

т.е. $\max(A[j, \dots, n-i+1]) = \max(A[j+1, \dots, n-i+1])$
 и след итерация на j , отново $A[j, \dots, n-i+1]$ съдържа i -тият по големина елемент.

Терминация:

При последно достигане на j , $j = n-i+1$
 и замествайки в инварианта: $A[n-i+1, \dots, n-i+1]$
 съдържа i -тият по големина елемент от входния масив.

С което лемата е доказана, понеже първите i елемента по големина от входния масив се намират в подмасива $A[n-i+1, \dots, n]$ в сортиран възходящ ред.

Теорема: Алг Х е сортиращ алгоритъм.

Доказателство:

инварианта на външния цикъл е: За всяко достигане на ред i , подмасивът $A[n-i+1, \dots, n]$ съдържа първите $i-1$ по големина елемента от входния масив в сортиран възходящ ред.

База $i=1$:

~~В~~ $A[n+1, \dots, n]$ съдържа първите 0 по големина елемента, което е изобмнено в празния списък.

Поддръжка:

и не последно,
Нека за произволно достигане на рег 1,
~~което не~~ е изпълнено, че $A[n-i+2, \dots]$ съдържа
първите $i-1$ елемента по големина от вх. масив
във възк. рег. Според лемата, в края на итерацията
масивът $A[n-i+1, \dots, n]$ съдържа първите
 i елемента по големина. След инкрементация
на i , ~~се~~ ~~връщаме~~ отново е изпълнено, че
 $A[n-i+2, \dots, n]$ се състои от първите $i-1$
елемента по големина от входния масив
във възк. рег.

Терминация:

За последното достигане на $i: i = n+1$
е вярно и след заместване в инварианта,
 $A[1, \dots, n]$ се състои от първите n елемента
по големина от входния масив във
възк. рег.

□