

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Сибирский государственный университет
телекоммуникаций и информатики»

ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №0
по дисциплине «Моделирование»

Выполнил:

Студент гр. ИВ-622

Свиридов В.О.

Проверила:

Ассистент Кафедры ВС

Петухова Я.В.

Новосибирск 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ	3
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ.....	3
ГЕНЕРАТОРЫ.....	4
РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ.....	5
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	7
ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ.....	8

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Необходимо взять готовую реализацию трех генераторов псевдослучайных чисел и убедиться в их равномерном распределении, используя такие параметры как критерий Пирсона и автокорреляция.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Генератор псевдослучайных чисел (ГПСЧ, англ. pseudorandom number generator, PRNG) — алгоритм, порождающий последовательность чисел, элементы которой почти независимы друг от друга и подчиняются заданному распределению (обычно равномерному).

- Критерий согласия Пирсона (χ^2)

Критерий согласия Пирсона (χ^2) применяют для проверки гипотезы о соответствии эмпирического распределения предполагаемому теоретическому распределению $F(x)$ при большом объеме выборки ($n \geq 100$). Критерий применим для любых видов функции $F(x)$, даже при неизвестных значениях их параметров, что обычно имеет место при анализе результатов механических испытаний.

Использование критерия χ^2 предусматривает разбиение размаха варьирования выборки на интервалы и определения числа наблюдений (частоты) n_j для каждого из e интервалов.

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i^2}{p_i} \right) - N, \text{ где}$$

N — общее количество сгенерированных чисел

p_i — теоретическая вероятность попадания чисел в i -ый интервал
($p_i = \frac{1}{k}$)

k — общее количество интервалов

n_i — попадание чисел в каждый интервал

χ^2 — критерий согласия

- Автокорреляция(R)

Автокорреляция — это корреляционная зависимость между текущими значениями некоторой переменной и значениями этой же переменной, сдвинутыми на несколько периодов времени назад.

$$a(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{N-\tau} (x_i - Ex)(x_{i+\tau} - Ex)}{(N-\tau) * S^2(x)}, \text{ где}$$

$a(\tau)$ — автокорреляция

Ex — математическое ожидание $Ex = \sum_{i=1}^N \frac{x_i}{N}$

$S^2(x)$ — выборочная дисперсия $S^2(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (Ex)^2$

x_i — множество псевдослучайных чисел

τ — смещение

ГЕНЕРАТОРЫ

Генератор псевдослучайных чисел:

- 1) Java SplittableRandom — высокопроизводительный ГПСЧ, используемый в параллельных вычислениях.
- 2) Java Random — стандартный ГПСЧ языка Java.
- 3) Java SecureRandom — высокопроизводительный ГПСЧ, используемый в криптографии.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Таблица 1. Значения χ^2 для трех генераторов псевдослучайных чисел

Генератор случайных чисел	N = 100000 k = 100	N = 100000 k = 1000	N = 1000000 k = 100	N = 1000000 k = 1000
Java SplittableRandom	91.964000	959.580000	91.469200	1016.674000
Java SecureRandom	107.910000	1003.460000	102.848400	1061.908000
Java Random	92.338000	979.360000	115.324600	970.898000

```

ГПСЧ: Java SecureRandom
Хи-квадрат: 993.5
τ = 1 autocor = -0,0011561409
τ = 2 autocor = -0,0006299083
τ = 3 autocor = 0,0004996216
τ = 4 autocor = -0,0002795600
τ = 5 autocor = 0,0001082504
τ = 6 autocor = 0,0010906374
τ = 7 autocor = 0,0006964278
τ = 8 autocor = -0,0006189364
τ = 9 autocor = 0,0002909419
τ = 10 autocor = -0,0001193737
τ = 11 autocor = 0,0011182007
τ = 12 autocor = 0,0017373980
τ = 13 autocor = -0,0000690300
τ = 14 autocor = 0,0005945368
τ = 15 autocor = -0,0012548448
    
```

Рис.1.Результат расчета коэффициента корреляции генератором Java SecureRandom при изменении τ . ($k = 1000, N = 1000000$)

```

ГПСЧ: Java Random
Хи-квадрат: 966.2280000000028
 $\tau = 1$  autocor = -0,0003344771
 $\tau = 2$  autocor = -0,0011987840
 $\tau = 3$  autocor = 0,0017595188
 $\tau = 4$  autocor = -0,0017106741
 $\tau = 5$  autocor = -0,0015463087
 $\tau = 6$  autocor = -0,0011381328
 $\tau = 7$  autocor = 0,0002707985
 $\tau = 8$  autocor = 0,0016942594
 $\tau = 9$  autocor = 0,0000748677
 $\tau = 10$  autocor = -0,0016360602
 $\tau = 11$  autocor = 0,0009353068
 $\tau = 12$  autocor = -0,0008365150
 $\tau = 13$  autocor = 0,0005444111
 $\tau = 14$  autocor = 0,0011588948
 $\tau = 15$  autocor = 0,0008193220

```

Рис.2.Результат расчета коэффициента корреляции генератором Java Random при изменении τ . ($k = 1000$, $N = 1000000$)

```

ГПСЧ: Java SplittableRandom
Хи-квадрат: 966.94200000000391
 $\tau = 1$  autocor = 0,0003401283
 $\tau = 2$  autocor = -0,0010024999
 $\tau = 3$  autocor = -0,0005142329
 $\tau = 4$  autocor = -0,0011341394
 $\tau = 5$  autocor = 0,0007523568
 $\tau = 6$  autocor = -0,0009421463
 $\tau = 7$  autocor = -0,0016964433
 $\tau = 8$  autocor = -0,0012602015
 $\tau = 9$  autocor = -0,0008777463
 $\tau = 10$  autocor = -0,0013814315
 $\tau = 11$  autocor = 0,0002281530
 $\tau = 12$  autocor = 0,0002845213
 $\tau = 13$  autocor = -0,0008593415
 $\tau = 14$  autocor = 0,0006416679
 $\tau = 15$  autocor = -0,0007935875

```

Рис.3.Результат расчета коэффициента корреляции генератором Java SplittableRandom при изменении τ . ($k = 1000$, $N = 1000000$)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены три генератора псевдослучайных чисел языка Java (Random, SplittableRandom и SecureRandom). Для тестирования работы ГПСЧ были использованы расчеты автокорреляции и критерии согласия Пирсона. Нулевая гипотеза заключается в том, что частоты согласованы, то есть фактические данные не противоречат ожидаемым. Альтернативная гипотеза — отклонения в частотах выходят за рамки случайных колебаний, расхождения статистически значимы.

Значения χ^2 полученные по результатам проделанной работы ($\chi^2_{\text{SplittableRandom}} = 91.964000$, $\chi^2_{\text{SecureRandom}} = 107.910000$, $\chi^2_{\text{Random}} = 92.338000$) не превышают табличного значения ($\chi^2_{\text{табл.}} = 113.1$). Из этого можно сделать вывод, что для всех протестированных генераторов гипотезу о равновероятном распределении нельзя опровергнуть.

Значения автокорреляционной функции для всех ГПСЧ колеблются около 0. Из этого следует, что все протестированные ГПСЧ выдают независимые случайные величины.

ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ

```
import java.security.SecureRandom;
import java.util.Random;
import java.util.SplittableRandom;

import static java.lang.Math.*;

public class Main {
    public static void main(String[] args) {

        int n = 1000000, interval = 1000, tmp = 0;
        double sum = 0, sumSqr = 0;
        double[] randomArr = new double[n], intervalArr = new double[interval];
        for(int i = 0; i < n; i++){
            //Генераторы
            randomArr[i] = new SplittableRandom().nextDouble();
            //randomArr[i] = new Random().nextDouble();
            //randomArr[i] = new SecureRandom().nextDouble();
            sum += randomArr[i];
            sumSqr += randomArr[i] * randomArr[i] ;
            tmp = (int) (randomArr[i] / (1.0/interval));
            intervalArr[tmp]++;
        }
        System.out.println("ГПСЧ: Java SplittableRandom");
        System.out.println("N = " + n + ", k = " + interval);
        //Хи-квадрат
        double hiSqr = 0;
        double p = 1.0/interval;
        for(int i = 0; i < interval; i++)
            hiSqr += pow(intervalArr[i],2)/p;
        hiSqr = (hiSqr / n) - n;
        System.out.println("Хи-квадрат: " + hiSqr);
        //Автокорреляция
        double ex, S, autocor = 0.0;
        ex = sum / n;
        S = (sumSqr / n) - (ex * ex);
        for(int offset = 1; offset < 25; offset++)
        {
            for(int i = 0; i < n - offset; i++)
                autocor += (randomArr[i] - ex) * (randomArr[i + offset] - ex);
            autocor /= (n - offset) * S ;
            System.out.print("τ = " + offset);
            System.out.printf(" autocor = %.10f\n", autocor);
        }
    }
}
```