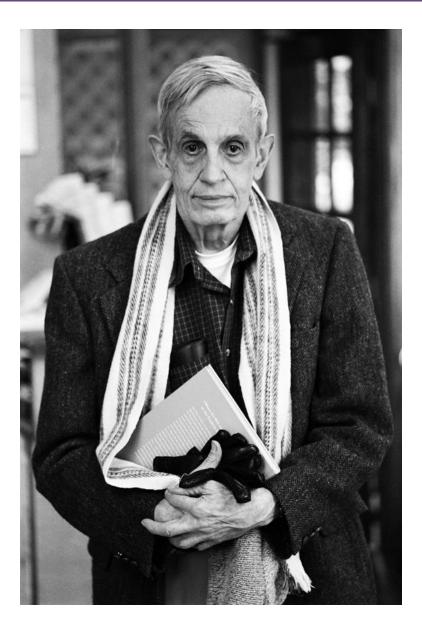
Лекция 13. Режим обслуживания потока задач

Ткачёва Татьяна Алексеевна

преп. Кафедры вычислительных систем Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Created by:

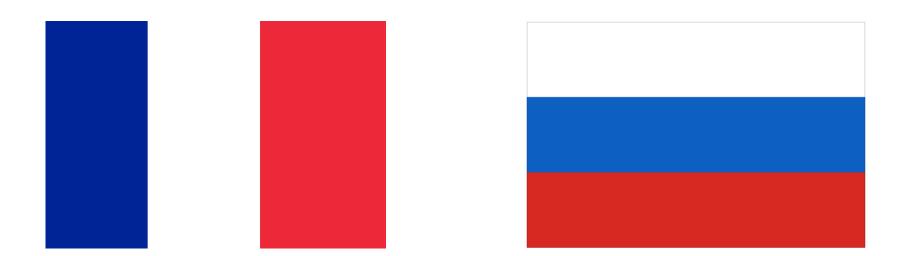
Пазников Алексей Александрович к.т.н. доцент Кафедры вычислительных систем



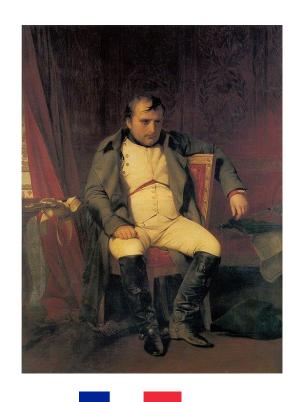
Джон Нэш (John Nash; род.1928)

- Американский математик, работающий в области <u>теории игр</u> и дифференциальной геометрии.
- <u>Лауреат Нобелевской премии</u> по экономике 1994 года «За анализ равновесия в теории некооперативных игр».
- Известен широкой публике большей частью по биографической драме Рона Ховарда «Игры разума» (англ. А Beautiful Mind) о его математическом гении и борьбе с шизофренией.

• В теории игр рассматриваются ситуации, связанные с принятием решений, в которых **два противника имеют конфликтующие цели**.



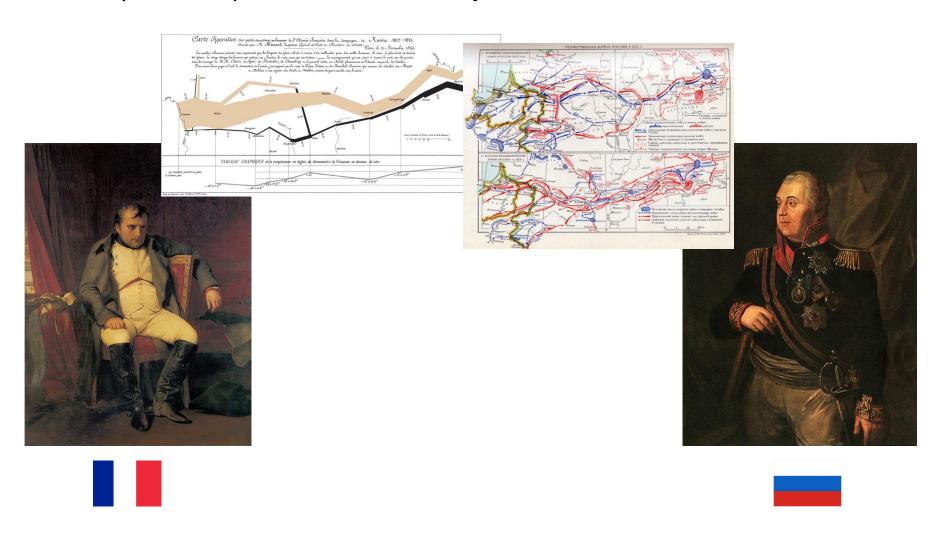
• В игровом конфликте участвуют два противника, именуемые **игроками**, каждый из которых имеет множество возможных выборов, которые называются стратегиями







• Каждый из игроков имеет некоторое множество возможных выборов, которые называются стратегиями.





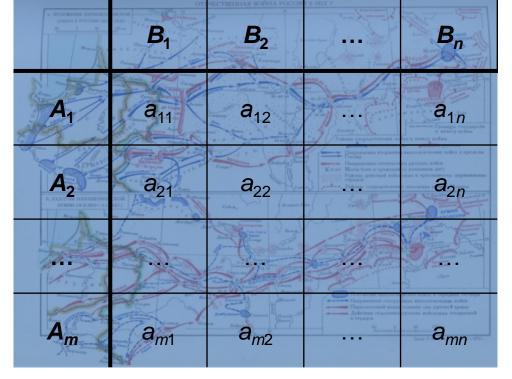


		NECT BERHAM BUMBIA PORCE	I II IOLE I	- November 1
A. STOPMEHRE HADOAGO	DUNCH CONTRACTOR OF THE PARTY O		To do mount of	
APRIOLE POCCION CH	The same of the same	7 7		1666
90, 3 97	The Source	Charge Charge	1 1	The same
	- A - A - A - A - A - A - A - A - A - A		A Cont	Karnelle PMMM
	111 Jan 70	Capella (2)		Section 1997
Wenner Co.	* * * * * * * * * * * * * * * * * * *	BRIGHT BRIGHT DE LAND		- Harry
	1 Benning Same	Annua X as as	The Company of the last	Superville Superville
1	treased to the	Annua 1	10 mm	110
/%4		The No.	hard of the	X
A Total	The state of the state of			The Residence of the last of t
And the second of	Comp		to be the family	The second secon
Manager Harman	second at the second	Author Carlo		A CHARLES AND A STATE OF THE PARTY OF THE PA
Company of the second	Draw Charles	20-01-01	the six and the second second second	The manufacture of the second
	Change Change	The second of the second	The state of the s	Name of Participation of the P
2100	(a ₁₁)	Control of the Contro	TO X III TO CO. LAND TO	W H H A R
0/20/20/20/20 8	a distance of the same of the	a ₁₂	NAME OF THE PARTY	ω_{1n}
a second to the	10 10	S 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	- 11 1 - 11 1-	- Граници государств
CONTRACTOR SO	August Magnetin Magne	and African A	Parameter	n naturaly molinia
CA A		14.4	* A Pakona empagarranean so	ton a mental maliana
The state of the s	House	The same of the sa	-	
	Chapter & Many	V 21	Вириневна вторине	HARDON SOURCESAN SORRE S RESERVAN
8/10	The State of the S	P Comments		
The Legion	A STATE OF THE STATE OF	Cornel Sodies Sodies	Henyaniania meryana	
	(Santalantan)	3 11	X stars Moore form a reasonable	CONTRACTOR AND CONTRACTOR OF THE PROPERTY OF T
Trans design	100000000000000000000000000000000000000	→ 1/4	C CONTRACTO OFFICE AND ADDRESS OF THE PARTY	
	a_{21}	doo	a. S Paltone corpt acrosses	CONTRACT TO A MARKET
		a_{22}	2 1	a_{2n}
6. PARITON HARDAKORO	NOR A STREET	· \ \\ \otimes \ \ \otimes \otimes \ \otimes \otimes \ \otimes \otimes \ \otimes \ \otimes \ \otimes \ \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \ \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \ \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otim	() Constitution	Mary Mary Mary Mary Control of the C
APMODE GRACIBITING AL	DZIII CONTRACTOR CONTR	Critical discount A	man of Participation	Marine Landon
Manual To	an Alliens - Dillions		5 3	Married APARTA
	double	Cont. Schoolings	No. of the last of	THE PERSON NAMED IN COLUMN 1
	1	The state of the s	The state of the s	Married Control of Con
1	Francisco Parlamento	Autor Venn		Equation
10 - The same of the	A sussession	Manage State of	A STATE OF THE PARTY OF THE PAR	Torquete Torquet
Kingley & State of St		All Chamber of	10 to 1000000	A Company
1000			The second secon	S Samp Page
The same of the same of	- Harman States	A STATE OF THE PARTY OF THE PAR	The state of the s	The state of the s
Paidon	The state of the s	Charles 19. 4) Charles	The state of the s	(pages
10 September 1		AND THE PARTY OF T	Anna Amp	
Y C CAN N		The state of the s	Ast Ast	62
200		Married Married	The second second	
Manage of the state of the stat	The state of the s	Season annual Manager	Harpanaran overya	Charles and the Control of the Contr
and promoted party		3 3	Парадления выра	гланиях нах русской армии
The same of	The state of the s	Andrews Danier D.	Anterior organisms	ручения пойсковых соодинений
Herry of Warner 1	Business	Server Server	n repains	The second secon
LA 7.5	1100	Andry Land	- N	40 Dise
p Mangaran M	Na View	70		d
- Li Maran Ser	a _{m1}	a_{m2}		a_{mn}
A Thomas Services	11/10 -			
Australia	1000			
	Since Half			
And	317		State of the state	

- С каждой парой стратегий связан **платёж**, который один из игроков выплачивает другому.
- Такие игры известны как **игры двух лиц с нулевой суммой**.







Если игрок A использует стратегию i, а игрок B – стратегию j, то:

- платёж игроку A составляет a_{ii} ,
- платёж игроку B составляет - a_{ij}



Что является оптимальным решением игры?

- Оптимальным решением игры является одна или несколько стратегий для каждого из игроков, при котором любое отклонение от данных стратегий не улучшает плату тому или другому игроку.
- Эти решения могут быть в виде единственной чистой стратегии
- или нескольких стратегий, которые являются смешанными в соответствии с заданными вероятностями.

Решение в чистых стратегиях

		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	Минимумы строк
	A ₁	8	-2	9	-3	-3
	A_2	6	5	6	8	5 максимин
	A_3	-2	4	-9	5	-9
•		8	5	9	8	1

Максимумы столбцов

минимакс

- Решение может быть основано на обеспечении наилучшего результата из наихудших для каждого игрока.
- Критерий наилучшего результата из наихудших соответствует выбору минимаксному значению.
- Оптимальным решением в игре является выбор стратегий A_2 и B_2 .
- При этом цена игры составляет 5 и игроки A и B используют стратегии, соответствующие **седловой точке**.

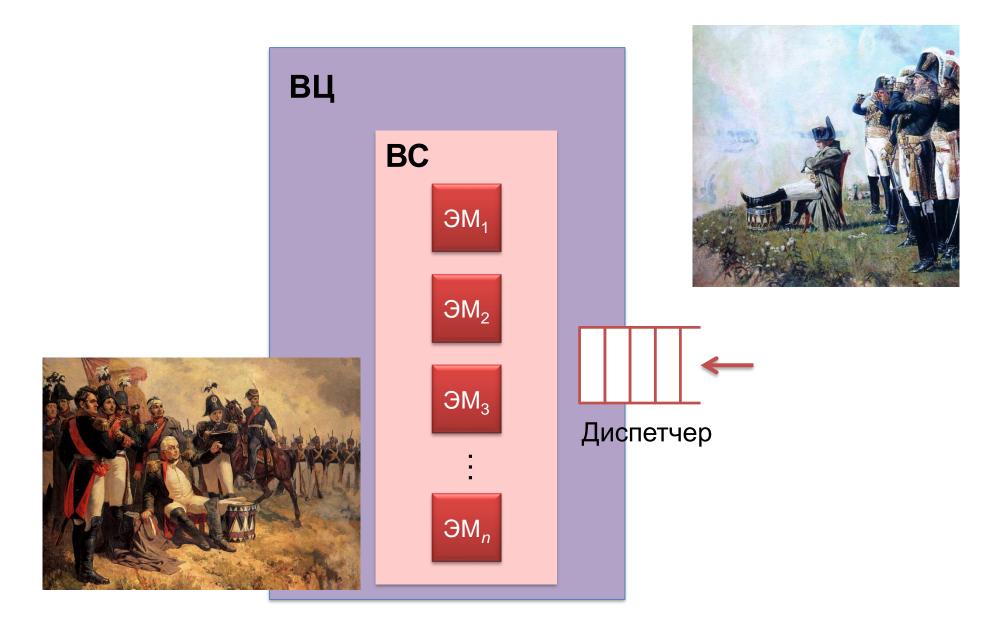
Решение в смешанных стратегиях

	B ₁	B ₂	Минимумы строк
A ₁	1	-1	-1
A ₂	-1	1	-1

Максимумы

столбцов

12



Обслуживание потока задач

Дано: ВЦ, на котором эксплуатируется ВС из n ЭМ, и диспетчер.

Требуется выделять вычислительные ресурсы для задач.

Задача 1. [Евреинов, Хорошейвский, с. 185]

Имеется ВЦ, эксплуатирующий ВС из n ЭМ

ВЦ для решения задач может выставлять любое число ЭМ

$$i \in E = \{0, 1, ..., n\}$$

На ВЦ поступает поток задач различных рангов

Считается, что интенсивность такая, что имеются задачи всех рангов.

Считается, что интенсивность такая, что имеются задачи всех рангов.

Считаем, что построены пакеты задач $r_i{}'$

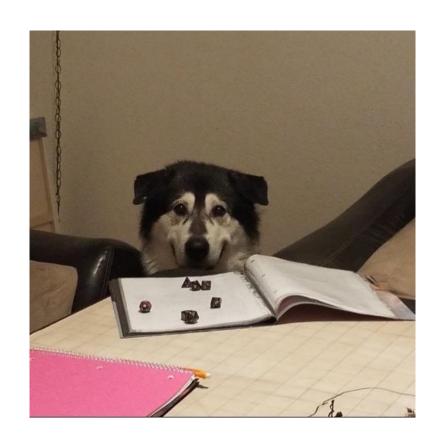
Имеется диспетчер, который в дискретные моменты времени t = 0, 1, 2, ... назначает на ВС задачи с различным рангом.

Имеется игра с участием двух игроков: ВЦ и диспетчера

ВЦ использует *чистую стратегию* $i \in E$, если для решения задач отводит i ЭМ

Диспетчер использует *чистую стратегию* j, если для решения он назначает задачу ранга j.

Если ВЦ выбирает стратегию i, а диспетчер стратегию j, то диспетчер "платит" ВЦ сумму $c_{ij},\ c = \parallel c_{ij} \parallel$ - матрица платежей.



Если ВЦ применяет смешанную стратегию $P = \{p_0, p_1, ..., p_n\}$, а диспетчер – смешанную стратегию $\Pi = \{\pi_0, \pi_1, ..., \pi_n\}$, то средний платёж вычислительному центру составит

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n c_{ij} p_i \pi_j$$

 p_i и π_i — вероятности выбора соответственно вычислительным центром стратегии с номером i и диспетчером стратегии с номером j.

ВЦ имеет оптимальную смешанную стратегию $P^* = \{p_0^*, p_1^*, ..., p_n^*\}$, а диспетчер — оптимальную смешанную стратегию $\Pi^* = \{\pi_0^*, \pi_1^*, ..., \pi_n^*\}$ такие что

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} c_{ij} p_{i}^{*} \pi_{j} \geq V \geq \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} c_{ij} p_{i} \pi_{j}^{*}$$

$$V = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} c_{ij} p_{i}^{*} \pi_{j}^{*}$$

Требуется для заданной матрицы платежей найти решение $\{P^*,\ \Pi^*\}$ и *цену V* игры

Подбор элементов платёжной матрицы

Будем считать, что если і, j – чистые стратегии соответственно ВЦ и диспетчера, то элементы матрицы платежей

$$c_{ij} = \begin{cases} jc_1 + (i-j)c_2 & npu & i \ge j, \\ jc_1 + (j-i)c_3 & npu & i < j, \end{cases}$$

 c_1 – платёж за использование одной машины в течение единицы времени

 c_2 — штрафы в единицу времени за простой одной машины (i-j) машин

 c_3 – штраф за недостающие машины (j-i) машин

Подбор элементов платёжной матрицы

Наиболее вероятно, что на ВЦ будут поступать задачи всех рангов. Поэтому алгоритм функционирования ВС, состоящий в назначении задач одного ранга, представляется неэффективным. Следовательно, игра не должна иметь решения в чистых стратегиях, т.е. матрица $||c_{ij}||$ не должна иметь седловых точек.

Теорема

Теорема. Матрица c_{ij} не имеет седловых точек тогда и только тогда, когда $c_1 < \min\{c_2, c_3\}$

Теорема

Доказательство.

<u>Необходимость</u> Пусть матрица $||c_{ij}||$ не имеет седловых точек. Из определения c_{ij} следует, что максимальным элементом 0-столбца является c_{n0} . Так как по условию $||c_{ij}||$ не имеет седловых точек, то c_{n0} не должен быть минимальным в своей строке. Минимум в последней строке должен достигаться в c_{nn} . Значит, $c_{nn} < c_{n0}$, но так как $c_{n0} = nc_2$, а $c_{nn} = nc_1$, то $c_1 < c_2$

Аналогично рассуждая для 0-строки и n-столбца, получим $c_1 < c_3$. Необходимость доказана.

Теорема

<u>Достаточность</u>

Если $c_1 < \min\{c_2, c_3\}$, то легко увидеть, что диагональные элементы являются минимальными в своей строке и в своём столбце, причём минимум строгий. Следовательно, матрица не имеет седловых точек.

Имеется ВС из n ЭМ и множество $J = \{1, 2, ..., m\}$ задач.

Задачи характеризуются рангом r_i и временем t_i решения.

Требуется множество всех задач ранга r, $i \leq r \leq n$, разбить на подмножества так, чтобы в каждое из них входили задачи, суммарное время решение которых было близко к заданному значению Θ .

Пусть подмножества $J^r \subseteq J, \ r=1,...,n$ – такие, что

в J^r входят все задачи $I^r_i \in J, \ i=1,\,2,\,...,\,a,$ которые имеют ранг r. Время решения этих задач

$$T_r = \sum_{i=1}^a t_i^r$$

Пусть также $J'=\{I_i^r,\ I_2^r\ ,\ ...\ ,\ I_i^r\ ,...,\ I_a^r\}$ — некоторая последовательность, членами которой являются элементы J_i^r . Подмножество $J_j\subseteq J'$ включает в себя k_j задач, причём

$${J}_{j}=igcup_{i=K_{j}+1}^{K_{j}+k_{j}}j_{i}^{r},$$

где

$$K_{j} = \sum_{s=0}^{j-1} k_{s}, \quad k_{0} = 0, \quad j = 1, 2, ..., L_{r}, \quad L_{r} = T_{r} / \Theta[$$

 $(L_r$ – ближайшее к T_r / Θ целое число, $L_r \geq T_r$ / Θ)

Каждое подмножество $J_j \subset J', j=1,\,2,\,...,\,L_r$, назовём укрупнённой задачей b_i ранга r. Время решения таких задач

$$T_j = \sum_{i=K_j+1}^{K_j+k_j} t_i^r$$

Будем считать, что для пакет укрупнённых задач ранга r сформирован, если справедливо равенство

$$|T' - \Theta| = o(T'),$$

где

$$T' = \max_{J_j \subset J} \{T_j\}$$

Подмножества $J_i \subset J'$ выбираются следующим образом.

Пусть построены подмножества $J_s \subset J', \ s=1,\,2,\,...,j-1$, тогда подмножества

$$\boldsymbol{J}_{j} = \begin{cases} \boldsymbol{J}_{j}'', k_{j} = k_{j}', \text{если}\left(\boldsymbol{\Theta}_{u}\right)_{j} > [T_{j} - (\boldsymbol{\Theta}_{b})_{j}](L_{r} - j)^{-1} \\ \boldsymbol{J}_{j}'' \cup \boldsymbol{I}_{K_{j} + k_{j}' + 1}, k_{j} = k_{j}' + 1, \text{в противном случае} \end{cases}$$

где $J^{\prime\prime}{}_{i}$ – часть последовательности J^{\prime} такая, что

$$J'_{j} = \{I_{K_{j}+1}, I_{K_{j}+2}, ..., I_{K_{j}+k'_{j}}\}, \quad T^{j} = \sum_{i=K_{j}+1}^{L_{r}} t_{i}^{r}$$

а для величин $(\Theta_u)_i$ и $(\Theta_b)_i$ справедливы соотношения

$$\sum_{i=K_{j}+1}^{K_{j}+k'_{j}+1} t_{i}^{r} = (\Theta_{u})_{j} > \Theta, \quad \sum_{i=K_{j}+1}^{K_{j}+k'_{j}} t_{i}^{r} = (\Theta_{b})_{j} \leq \Theta$$

Требуется найти такую последовательность $J^{\prime*}$ задач, которая обеспечит выполнение условия

$$|T' - \Theta| = o(T') \tag{*}$$

Последовательность $J^{\prime *}$ отыскивается с помощью **метода цепей** Монте-Карло

1. Последовательность J' принимается за базовую.

же индексами, что и в базовой J^{\prime} .

2. Рассматриваем перестановки, находящиеся на расстоянии не больше k, $k \leq a$, от базовой. В качестве расстояния между двумя последовательностями J' и J'' принимают число индексов в J'', которые не следуют за теми

3. Сначала получаем k-1 переменных x_i в непрерывном интервале (0, a):

$$x_i = a\xi_I$$
, $i = 1, 2, ..., k-1$, где $\xi_i \in U(0, 1)$.

- 3. Если $0=x_0 \le x_1 \le \ldots \le x_i \le x_k = a$, то x_i делят последовательность J' на k частей $J^s \subseteq J$, $s=1,\,2,\,\ldots,\,k$, содержащих задачи, номера которых являются целыми числами в $(x_{i-1},\,x_i]$. Некоторые части могут оказаться пустыми. Случайная перестановка этих частей даёт новую последовательность J'' с расстоянием не больше k от базовой.
- 4. Если T'' для новой последовательности J'' меньше T, т.е. наилучшим образом удовлетворяет (*), то J'' берётся в качестве базовой.

6. Если сделано d попыток моделирования последовательностей с расстоянием k от базовой без изменения базовой, то рассматриваются последовательности с расстоянием $k \neq 2$ и так далее до тех пор, пока не будут смоделированы последовательности расстоянием 2.

