

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Сибирский государственный университет
телекоммуникаций и информатики»

ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1
по дисциплине «Моделирование»

Выполнил:

Студент гр. ИВ-622

Свиридов В.О.

Проверила:

Ассистент Кафедры ВС

Петухова Я.В.

Новосибирск 2020

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|-------------------------------------|----------|
| ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ..... | 3 |
| ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ | 3 |
| РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ | 5 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ | 7 |
| ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ | 8 |

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Реализовать:

1. Непрерывное распределение методом отбраковки;
2. Дискретное распределение с возвратом;
3. Дискретное распределение без возврата.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Непрерывные распределения

Существует несколько методов генерации независимых случайных величин с заданным законом распределения. Наиболее точные из них основаны на преобразовании случайных величин. Так, большое количество датчиков получается исходя из известного результата о равномерном на $[0, 1)$ распределении функции $F_\eta(\eta)$, где η — произвольная непрерывная случайная величина с функцией распределения $F_\eta(x)$.

Метод отбраковки

В некоторых случаях требуется точное соответствие заданному закону распределения при отсутствии эффективных методов генерации. В такой ситуации для ограниченных случайных величин можно использовать следующий метод. Функция плотности распределения вероятностей случайных величин $f_\eta(x)$ вписывается в прямоугольник $(a, b) \times (0, c)$, такой, что a и b соответствуют границам диапазона изменения случайных величин η , а c — максимальному значению функции плотности её распределения. Тогда очередная реализация случайных величин определяется по следующему алгоритму:

Шаг 1. Получить два независимых случайных числа ξ_1 и ξ_2 .

Шаг 2. Если $f_\eta(a + (b - a)\xi_1) > c\xi_2$ то выдать $a + (b - a)\xi_1$ в качестве результата. Иначе повторить Шаг 1.

Дискретное распределение с возвратом

Дискретной (прерывной) называют случайную величину ξ , которая принимает отдельные, изолированные возможные значения с определенными вероятностями. Число возможных значений дискретной случайной величины может быть конечным или бесконечным.

Законом распределения дискретной случайной величины называют соответствие между возможными значениями и их вероятностями.

Закон распределения дискретной случайной величины удобно задавать с помощью таблицы 1.

Таблица 1 – Ряд распределения дискретной случайной величины

| | | | | | |
|-------|-------|-------|-----|-------|-----|
| x_i | x_1 | x_2 | ... | x_n | ... |
| p_i | p_1 | p_2 | ... | p_n | ... |

При этом возможные значения $x_1, x_2 \dots$ случайной величины X в верхней строке этой таблицы располагаются в определенном порядке, а в нижней — соответствующие вероятности $p_i = P\{X = x_i\}$ ($\sum_i p_i = 1$).

Функция распределения выглядит так:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n p_i = 1$$

Дискретное распределение без возврата

Есть n случайных величин с одинаковой вероятностью (при следующих выборках вероятность распределяется поровну между величинами), мы выбираем $\frac{3n}{4}$ следующих величин без повторений, проделываем это большое количество раз и считаем частоты этих значений.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

Пусть случайная величина X задана плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ a(x^3 - 1), & 1 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Известно, что несобственный интеграл от плотности вероятности есть вероятность достоверного события (условие нормировки):

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int_{-\infty}^1 0dx + \int_1^3 a(x^3 - 1)dx + \int_3^{+\infty} 0dx = a\left(\frac{x^4}{4} - x\right)\Big|_1^3 = 1$$

$$a = \frac{1}{18}$$

Тогда функция плотности примет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ \frac{(x^3 - 1)}{18}, & 1 < x \leq 3 \\ 0, & x > 3 \end{cases}$$

Далее продемонстрирован график функции плотности распределения непрерывных случайных величин:

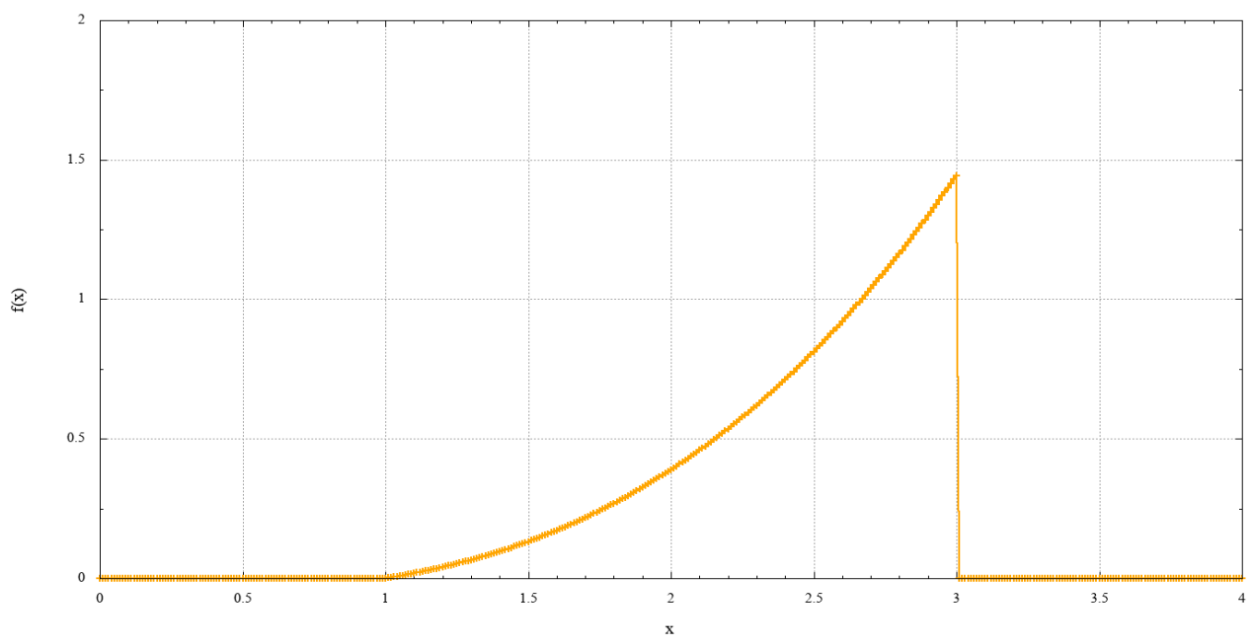


Рис.1 — График значений $f(x)$ случайных величин

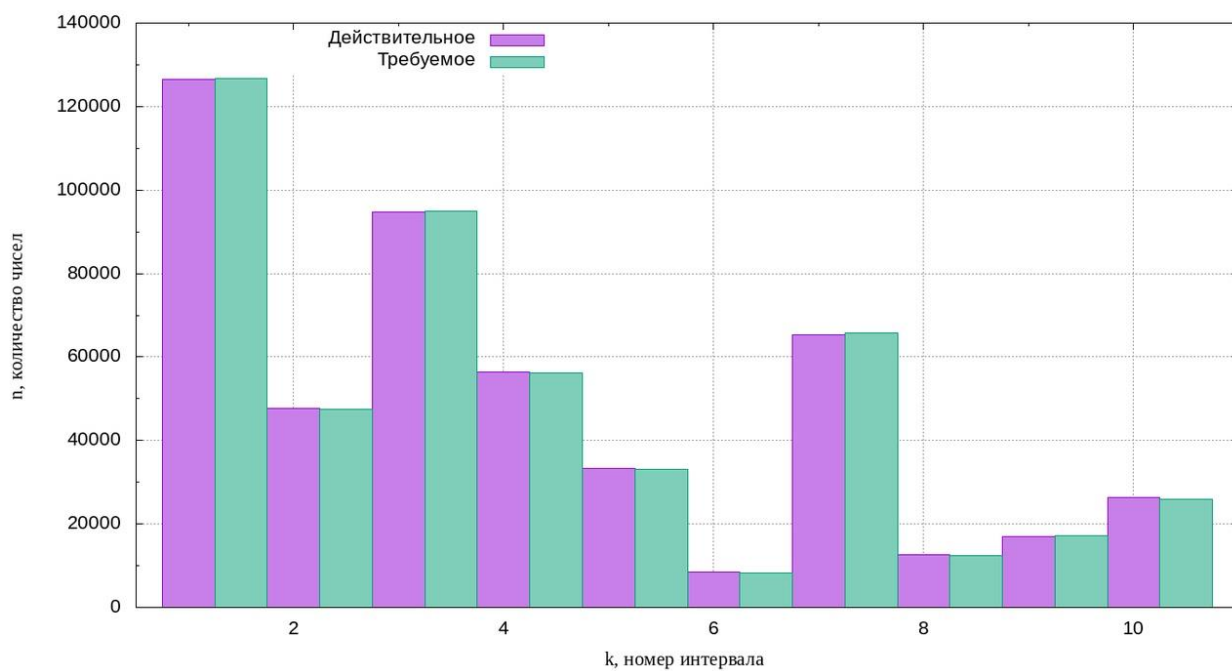


Рис.2 — Моделирование дискретной случайной величины с возвратом

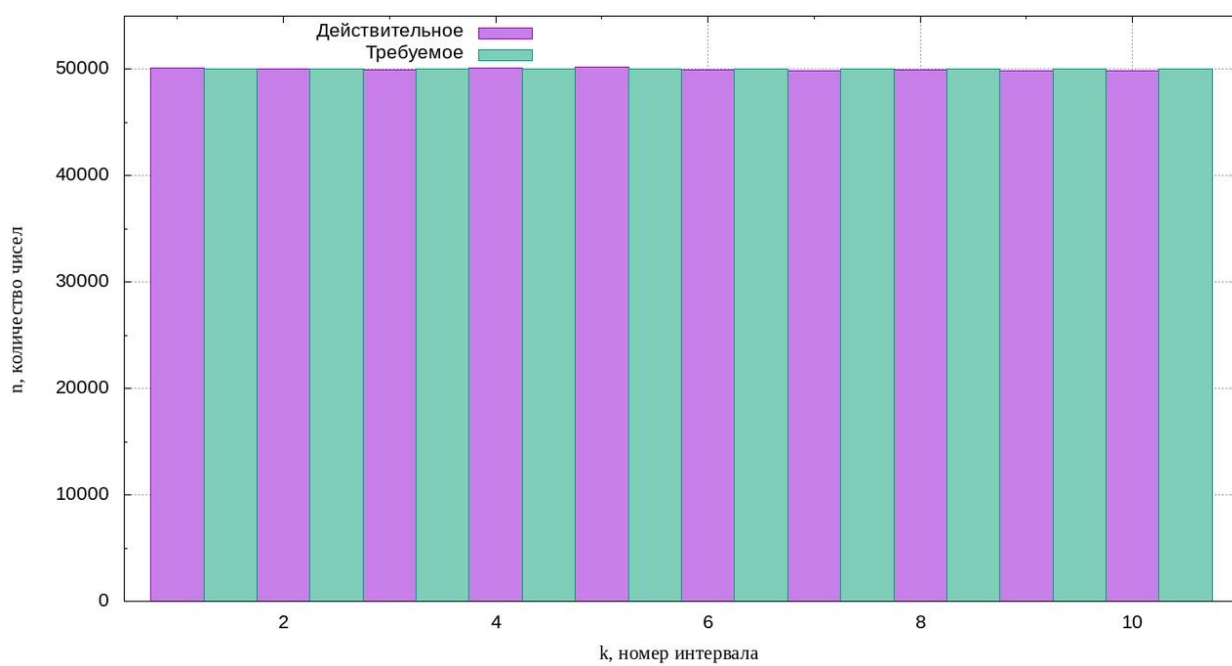


Рис.3 — Моделирование дискретной случайной величины без возврата

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной лабораторной работе мы изучили и реализовали непрерывное распределение методом отбраковки, дискретное распределение с возвратом, дискретное распределение без возврата. В качестве генератора случайных чисел был выбран генератор `SplittableRandom` языка Java из библиотеки `java.util.SplittableRandom`.

По результатам экспериментов мы выяснили, что при генерации непрерывным распределением по методу отбраковки, значения соответствуют заданному закону распределения.

Из минусов данного метода можно отметить:

- метод не эффективен для распределений с длинными «хвостами», поскольку в этих распределениях повышается частота повторных испытаний;
- метод применим только для аналитических функций;
- метод отбрасывает точки, которые попадают выше кривой распределения, а значит время, затраченное на их вычисление, было излишним.

По результатам моделирования дискретных случайных величин с реализацией выборки с возвратом и без возврата, можно заметить, что исследуемый генератор случайных чисел выдает распределение близкое к требуемому, из чего можно сделать вывод, что генератор имеет равномерное распределение с малой долей погрешности.

ЛИСТИНГ ПРОГРАММЫ

```
import java.io.*;
import java.util.SplittableRandom;
import java.util.Vector;
import static java.lang.Math.*;

public class Main {

    public static double f(double x) {
        if (x >= 1 && x <= 3) return (x*x*x- 1) / 18;
        else
            return 0;
    }

    public static void rejection(int max_n) throws IOException {
        double a = 1, b = 3, c = f(b), xsi1, xsi2;
        String str = null;
        FileWriter file = new FileWriter("file1.txt");

        for (int i = 0; i < max_n; i++) {
            xsi1 = new SplittableRandom().nextDouble(0, max_n);
            xsi2 = new SplittableRandom().nextDouble(0, max_n);
            double def = a + ((b-a) * xsi1);
            if (def > (c * xsi2)) {
                double fabs_fun = abs(f(def));
                str += def + " " + fabs_fun;
                file.write(str);
            }
        }
        file.close();
    }

    public static void with_return(int max_n, int n) throws IOException {
        double[] probability = new double[n];
        double[] hit_to_int= new double[n];
        double chance_to_minus = 1;
        for (int i = 0; i < n; i++) probability[i] = 1 / n;
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            double rand_num1 = new SplittableRandom().nextDouble(0, max_n);
            probability[i] = abs((rand_num1 % 1));
            chance_to_minus-= probability[i];
        }
        probability[n-1] = chance_to_minus;
        for (int i = 0; i < n; i++) hit_to_int[i] = 0;
        for (int i = 0; i < max_n*100; i++) {
            double rand_num2 = new SplittableRandom().nextDouble(0, max_n);
            double summa = 0.0;
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                summa += probability[j];
                if (rand_num2 < summa) {
                    hit_to_int[j] += 1;
                    break;
                }
            }
        }
        String str = null;
        FileWriter file = new FileWriter("file2.txt");
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            str += i+1 + " " + i+1.5 +
```



```

        max_n*100*probability[i] + " " + hit_to_int[i];
        file.write(str);
    }
    file.close();
}

public static void without_return(int max_n, int n) throws IOException {
    Vector<Integer> array_num1, array_num2 = null;
    int k = 3 * n / 4, max_n_to_def = (max_n * 100 / k) + 1;
    double[] hit_to_int = new double[n];
    for (int i = 0; i < n; i++) hit_to_int[i] = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++) array_num2.addElement(i);
    for (int i = 0; i < max_n_to_def; i++) {
        array_num1 = array_num2;
        if (i == max_n_to_def - 1) k = (max_n * 100) % k;
        for (int j = 0; j < k; j++) {
            float p = (float) (1.0 / (n-j));
            float num_rand = (float) new SplittableRandom().nextDouble(0, max_n*100);
            int num_rand_to = (int) (num_rand / p);
            hit_to_int[array_num1[num_rand_to]] += 1;
            array_num1.remove(array_num1.begin() + num_rand_to);
        }
    }
    String str = null;
    FileWriter file = new FileWriter("file3.txt");
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        str += i+1 + " " + i+1.5 + " " + hit_to_int[i] + " " + max_n*100/20;
        file.write(str);
    }
    file.close();
}

public static void main(String[] args) throws IOException {
    int max_n = 5000, n = 10;
    rejection(max_n);
    with_return(max_n, n);
    without_return(max_n, n);
    return 0;
}
}

```