

Universitatea
Transilvania
din Brașov

FACULTATEA DE INGINERIE ELECTRICĂ
ȘI ȘTIINȚA CALCULATOARELOR

UNIVERSITATEA TRANSILVANIA BRAȘOV

Facultatea de Inginerie Electrică și Știința Calculatoarelor

Automatică și Informatică Aplicată

TUDOR GEORGIAN IULIAN

PROIECT

Ingineria reglării automate

Îndrumător

Prof. Dr. Ing Cristian Nicolae Boldișor

2021

Cuprins

| | |
|---|----|
| 1. Tema proiectului | 3 |
| 2. Cerințele proiectului..... | 7 |
| 3. Datele de proiectare | 8 |
| 4. Rezolvarea proiectului | 8 |
| Concluzii | 11 |
| 5. Determinarea funcției de transfer a procesului | 11 |
| 6. Determinarea regulatorului de stare..... | 20 |
| Concluzii | 26 |
| 7. Determinarea estimatorului de stare | 27 |
| Concluzii | 32 |
| Bibliografie | 33 |

Proiect

Ingineria reglării automate

1. Tema proiectului

Pentru pacienții cu diabet, în special pentru cei cu diabet de tip 1, controlul strict al nivelului de glucoză este deosebit de important. Tratamentul uzual constă în administrarea zilnică a 3-5 doze de insulină, prin injecție, în diferite dozaje și la momente de timp prestabilite pe parcursul a 24 de ore, precum și monitorizarea atentă a nivelului de glucoză prin 4-8 măsurători ale acesteia. Toate acestea sunt acțiuni destul de incomode, iar rigurozitatea tratamentului este esențială. De asemenea, este important un stil de viață activ și o alimentație cu conținut redus de carbohidrați.

Pentru un pacient, dinamica nivelului glicemiei pe parcursul a 24 de ore este influențată de mai mulți factori: cantitatea de carbohidrați de la o masă, exercițiile fizice, efortul, diferențele de metabolism între zi și noapte, factori de stres etc. De cele mai multe ori, pacientul nu poate prevedea unele situații și nu poate estima corect efectul lor asupra evoluției glicemiei. Din acest motiv, toți acești factori externi sunt tratați ca mărimi de perturbație. Pe de altă parte, influența perturbațiilor este variabilă pe parcursul zilei și de-a lungul anilor, ceea ce înseamnă că parametrii modelelor ce descriu aceste influențe nu sunt constanți.

O soluție pentru disconfortul injecțiilor zilnice, pentru reducerea efectelor perturbațiilor și pentru incertitudinea acestora sunt pompele de insulină automatizate. Acestea administrează dozele necesare de insulină printr-un tub îngust și flexibil care se termină cu un ac introdus sub piele. Pompa eliberează periodic doze de insulină, la mese sau în momentul în care glicemia este prea mare pe baza valorilor măsurate ale senzorilor de glucoză. Altfel spus, pompele de insulină au mai multe regimuri de funcționare: manuală (în sistem deschis), periodică sau automată (în sistem închis). Pentru funcționarea automată și pentru monitorizare, un senzor pentru măsurarea concentrației de glucoză este introdus sub piele, la o distanță minimă impusă de locul unde se află acul pompei. Prin transmiterea valorilor glicemiei către pompa de insulină și în baza unui algoritm de calcul al dosajului necesar de insulină sistemul devine unul închis.

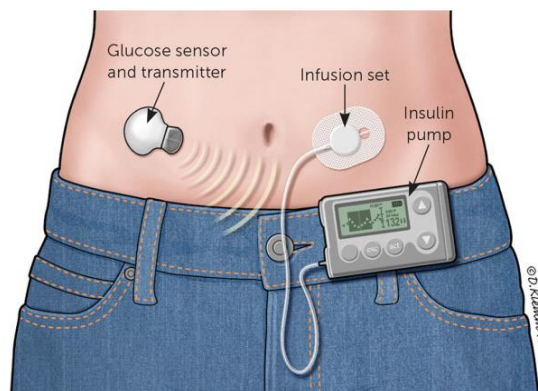


Figura 1. Sistem cu buclă închisă care combină o pompă de insulină și un monitor de glucoză continuu [1].

Implementarea unui sistem închis de control al concentrației de glucoză necesită 3 elemente: senzorul de glucoză, pompa de insulină și algoritmul de reglare. Acesta din urmă are ca semnal de intrare concentrația de glucoză măsurată de senzor și calculează dozajul de insulină necesar și administrat de pompă, acesta fiind semnalul de comandă al sistemului de reglare. Pentru algoritmul de reglare sunt testate mai multe soluții și concepte din domeniul Ingineriei Sistemelor: regulator PID, regulator după stare, reglare adaptivă, control predictiv, reglare fuzzy, etc., dintre care unele s-au dovedit mai eficiente.

Obiectivul unui sistem de reglare a concentrației de glucoză din sânge este de a păstra nivelul acesteia în jurul valorii normale de $G_{ref} = 80$ mg/dL. Dacă nivelul glicemiei la un moment de timp este mult peste această valoare, atunci sistemul de reglare trebuie să reducă nivelul la valoarea normală într-un interval de timp impus. Iar dacă nivelul glicemiei este cel normal dar apare o perturbație de glucoză, atunci sistemul de reglare trebuie să păstreze valoarea normală și să prevină creșterea glicemiei la valori extreme.

Pentru reducerea glicemiei de la o valoare mare la cea normală, stabilirea specificațiilor de proiectare pentru legea de reglare trebuie să țină cont de domeniul valorilor acceptate ale acesteia și anume intervalul [74–110] mg/dL. Dacă glicemia scade sub 74 mg/dL atunci avem o stare de hipoglicemie, iar sub 50 mg/dL situația devine extrem de periculoasă pentru viața pacientului. De fapt, pacienții cu diabet resimt stările de hipoglicemie și nu pe cele de hiperglicemie moderată. Prin urmare, stările de hipoglicemie trebuie neapărat evitate. Pe de altă parte, intervalul de timp acceptabil pentru reducerea glicemiei trebuie să fie apropiat de durata în care nivelul glicemiei revine la normal la un om sănătos în timpul testului de toleranță la glucoză și anume 3 ore.

O perturbație de glucoză este reprezentată de absorbția acesteia din timpul și după o masă completă sau o gustare. Perturbația crește concentrația de glucoză din sânge la valori mari, peste domeniul de valori normale. La pacienții cu diabet, în lipsa administrării de insulină exogenă,

glicemia rămâne la valori ridicate, iar această situație trebuie prevenită. Așadar, un sistem automat de control al glicemiei trebuie să restabilească valoarea normală într-un timp cât mai scurt, însă fără a provoca stări de hipoglicemie. Se impune ca, după o masă cu 60g carbohidrați, glicemia să revină în domeniul de valori acceptat în maxim 1 oră. Trebuie notat că estimarea corectă a cantității de carbohidrați din alimente sau a cantității de glucoză rezultate este dificilă, prin urmare un sistem de reglare combinat cu eliminarea perturbației este mai puțin potrivit.

Pentru alegerea algoritmului de reglare și pentru acordarea parametrilor acestuia, o abordare este aceea de a utiliza un model al părții fixate a sistemului, adică un model care să descrie matematic relația dintre dozajul de insulină administrat și evoluția ulterioară a concentrației de glucoză. În lucrările de specialitate sunt prezentate mai multe modele, cu grade diferite de complexitate și care tratează diferite aspecte ce au influență asupra dinamicii glicemiei. În acest proiect, vom lucra cu cel mai simplu model disponibil, denumit *modelul minimal* (sau *modelul minimal Bergman*). Acesta constă din 3 ecuații diferențiale și anume:

$$\begin{aligned}\frac{dG(t)}{dt} &= -[p_1 + X(t)]G(t) + p_1 G_b + \frac{p(t)}{V} \\ \frac{dX(t)}{dt} &= -p_2 X(t) + p_3 I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} &= -nI(t) + \frac{u(t)}{V}\end{aligned}\tag{1}$$

Notățiile sunt descrise în tabelul 1. Mărimea de ieșire a procesului condus (mărimea reglată) este concentrația de glucoză în sânge, $G(t)$ [mg/dL], iar mărimile de intrare ale modelului sunt dozajul de insulină administrată, $u(t)$ [mU/min], și perturbația de glucoză, $p(t)$ [mg/min], ce apare după masă. Modelul descrie relația dintre insulina administrată și concentrația de glucoză, dar și efectul unei perturbații de glucoză apărută în sistem. Suplimentar, dinamica semnalului de perturbație de glucoză după o masă pentru care se cunoaște cantitatea de carbohidrați poate fi descrisă prin relația:

$$p(t) = \frac{D_g A_g t \exp(-t/t_{g,\max})}{t_{g,\max}^2}\tag{2}$$

Pentru realizarea unor simulări, ar fi necesară alegerea mai multor valori pentru cantitatea de carbohidrați D_g , însă trebuie notat faptul că valoarea exactă nu poate fi determinată cu precizie pentru alimentele mâncate.

Tabelul 1. Descrierea mărimilor din modelul dinamicii insulină-glucoză.

| Notăție | Descriere | Unitate de măsură |
|--------------|--|-------------------|
| $G(t)$ | concentrația de glucoză în sânge la momentul de timp t [min] | mg/dL |
| $I(t)$ | concentrația de insulină în sânge la momentul de timp t [min] | mU/dL |
| $X(t)$ | efectul dinamic al insulinei la momentul de timp t [min] (Obs.: această mărime nu este măsurabilă) | 1/min |
| $p(t)$ | perturbația de glucoză | mg/min |
| $u(t)$ | dozajul de insulină administrată de pompa de insulină | mU/min |
| G_b | concentrația bazală de glucoză | mg/dL |
| p_1 | rata de absorbție a glucozei în țesuturi independentă de insulina externă (eficacitatea glucozei) | 1/min |
| p_2 | rata de reducere a concentrației de insulină activă (scăderea absorbției de glucoză / scăderea efectului dinamic al insulinei) | 1/min |
| p_3 | rata de absorbție a glucozei în țesuturi produsă de insulina exogenă administrată | dL/(mU×min×min) |
| n | rata de descreștere a concentrației de insulină în sânge | 1/min |
| V | volumul de distribuție a insulinei (volumul total de sânge) | dL |
| D_g | cantitatea totală de carbohidrați din alimentele consumate | mg |
| A_g | factor ce descrie procentul din cantitatea totală de carbohidrați care este absorbit în sânge | - |
| $t_{g,\max}$ | momentul de timp aproximativ de la începerea unei mese când absorbția de carbohidrați este maximă | min |

2. Cerințele proiectului

Realizați un studiu în care să prezentați mai multe variante de algoritmi reglare a concentrației de glucoză în sânge și performanțele obținute prin simulare. Vor fi analizate cel puțin două structuri de reglare: a) structura convențională (cu regulator PID sau cu unele având funcții de transfer neconvenționale) și b) structura de reglare după stare (cu estimator de stare).

Specificațiile de proiectare vor fi stabilite pe baza aspectelor menționate în descrierea temei, iar scenariile de simulare sunt cele descrise în Tabelul 2.

Pentru acordarea parametrilor regulatorului PID se poate folosi orice metodă (analitică sau experimentală), iar pentru proiectarea regulatorului de stare se vor alege poli ai funcției de transfer impuse care să asigure performanțele stabilite.

Observație. Modelul minimal prezintă o neliniaritate în prima ecuație și anume termenul $X(t)G(t)$. Pentru aplicarea metodelor convenționale de proiectare a reguletoarelor PID sau după stare este necesar un model liniar. Acesta se va determina prin liniarizarea modelului dat în apropierea punctului de funcționare definit de valorile bazale ale variabilelor $X(t)$ și $G(t)$, adică X_b respectiv $G_b = G_{ref}$.

Tabelul 2. Scenariile de simulare.

| | | |
|---|-----------------------------|-----------------------------|
| <i>Scenariul A:</i> sistemul automat trebuie să reducă glicemia de la o valoare inițială $G_0 = G(0)$ la valoarea normală $G_{ref} = 80$ mg/dL. | | |
| Cazul A1: $G_0 = 120$ mg/dL | Cazul A2: $G_0 = 200$ mg/dL | Cazul A3: $G_0 = 300$ mg/dL |
| <i>Scenariul B:</i> sistemul automat trebuie să mențină glicemia la valoarea normală $G_{ref} = 80$ mg/dL după o masă cu o anumită valoare pentru D_g | | |
| Cazul B1: $D_g = 40$ g | Cazul B2: $D_g = 60$ g | Cazul B3: $D_g = 80$ g |

Pentru fiecare soluție prezentată se vor realiza scheme Simulink sau programe Matlab și se vor nota performanțele obținute. În secțiunea de concluzii se va prezenta o comparație a performanțelor obținute, a efortului de proiectare și a altor aspecte considerate importante cu scopul de a argumenta alegerea unei soluții ca fiind cea mai potrivită pentru cazul considerat.

3. Datele de proiectare

Datele de proiectare comune sunt: $V = 120$ dL, $A_g = 0.8$, $t_{g,\max} = 40$ min, $X_b = 0.0054$ min⁻¹, $G_b = 80$ mg/dL. Parametrii specifici din modelul insulină-glucoză sunt cuprinși în Tabelul 3 ($p_1 \in [0, 0.035]$, $p_2 \in [0.015, 0.030]$, $p_3 \in [7.5 \cdot 10^{-6}, 13 \cdot 10^{-6}]$, $n \in [0.09, 0.215]$).

Tabelul 3. Datele de proiectare și repartitia temelor.

| Nr. temei | p_1 | p_2 | $p_3 \cdot 10^{-6}$ | n | Student |
|-----------|-------|-------|---------------------|-------|--------------------------|
| 84. | 0.007 | 0.022 | 8.96 | 0.208 | Tudor N. Georgian-Iulian |

4. Rezolvarea proiectului

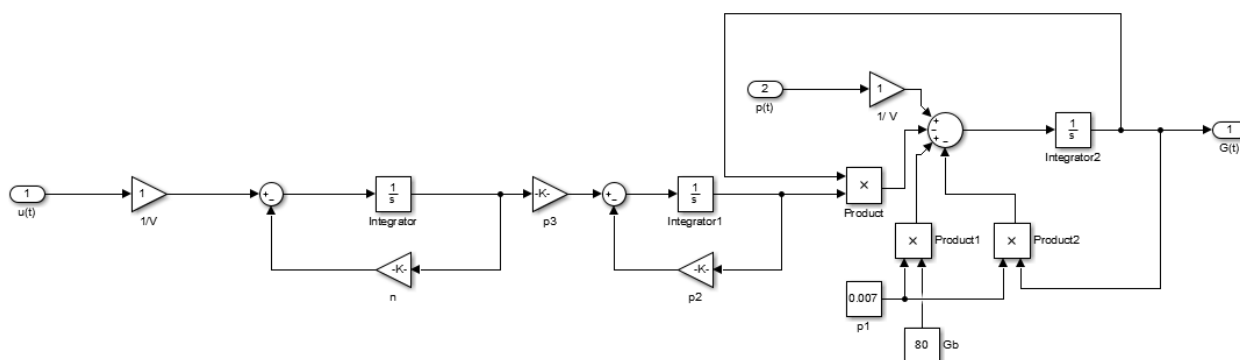


Fig 4.1 Schema simulink pentru implementarea modelului neliniar

- Liniarizarea modelului pornește prin dezvoltarea în serie Taylor a procesului descris prin cele 3 ecuații (1).

$$\frac{dG(t)}{dt} = -p_1 G(t) - X(t)G(t) + p_1 G_b + \frac{p(t)}{V} =$$

$$-p_1 G(t) - X_b G(t) - G_b X(t) + X_b G_b + p_1 G_b + \frac{p(t)}{V} =$$

$$-p_1 G(t) - X_b G(t) - G_b X(t) + \frac{p(t)}{V} \quad (3)$$

Termenul $X(t)G(t)$ se va dezvolta astfel:

$$X(t)G(t) \cong X(t)G_b + X_b G(t) - X_b G_b$$

$$X_b = 0,0054 \text{ min}^{-1}$$

$$G_b = 80 \text{ mg/dL}$$

Înlocuind în relația (3) obținem:

$$\frac{dG(t)}{dt} = -p_1 G(t) - X(t)G_b + X_b G(t) - X_b G_b + p_1 G_b + \frac{p(t)}{V}$$

Aproximăm termenii $X_b G_b$, $p_1 G_b$ cu 0 si vom obține:

$$\frac{dG(t)}{dt} = -p_1 G(t) - X(t)G_b + \frac{p(t)}{V} \quad (4)$$

Astfel, ecuațiile modelului liniarizat vor fi următoarele:

$$\begin{cases} \frac{dG(t)}{dt} = -p_1 G(t) - X(t)G_b + \frac{p(t)}{V} \\ \frac{dX(t)}{dt} = -p_2 X(t) + p_3 I(t) \\ \frac{dI(t)}{dt} = -nI(t) + \frac{u(t)}{V} \end{cases}$$

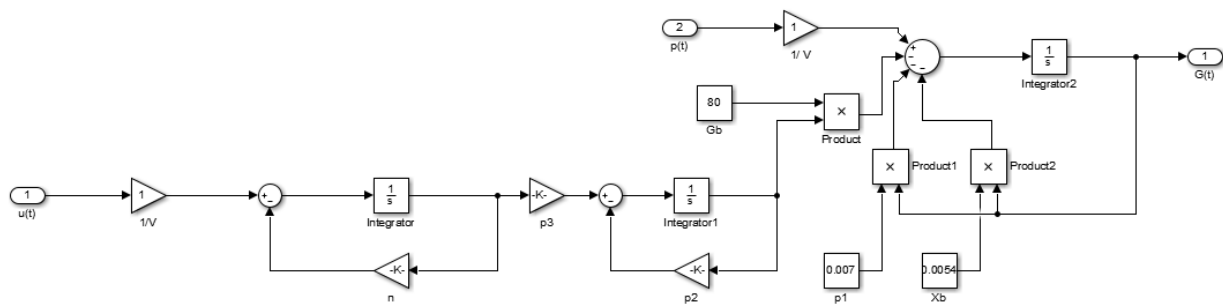


Fig 4.2 Schema simulink pentru implementarea modelului liniar

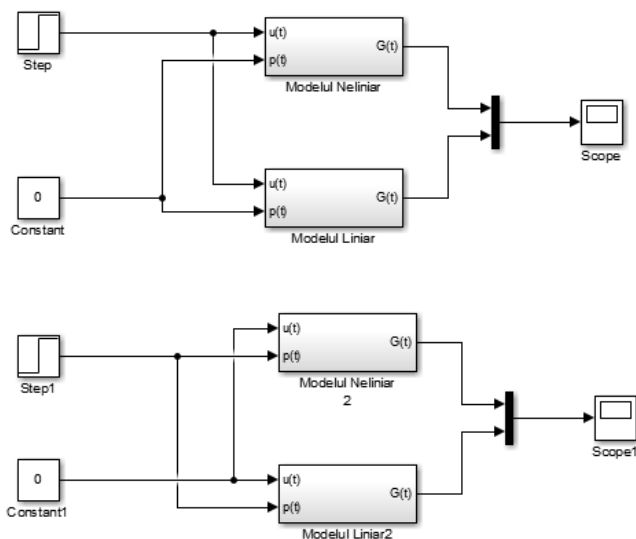


Fig 4.3 Schema simulink pentru compararea celor doua implementari

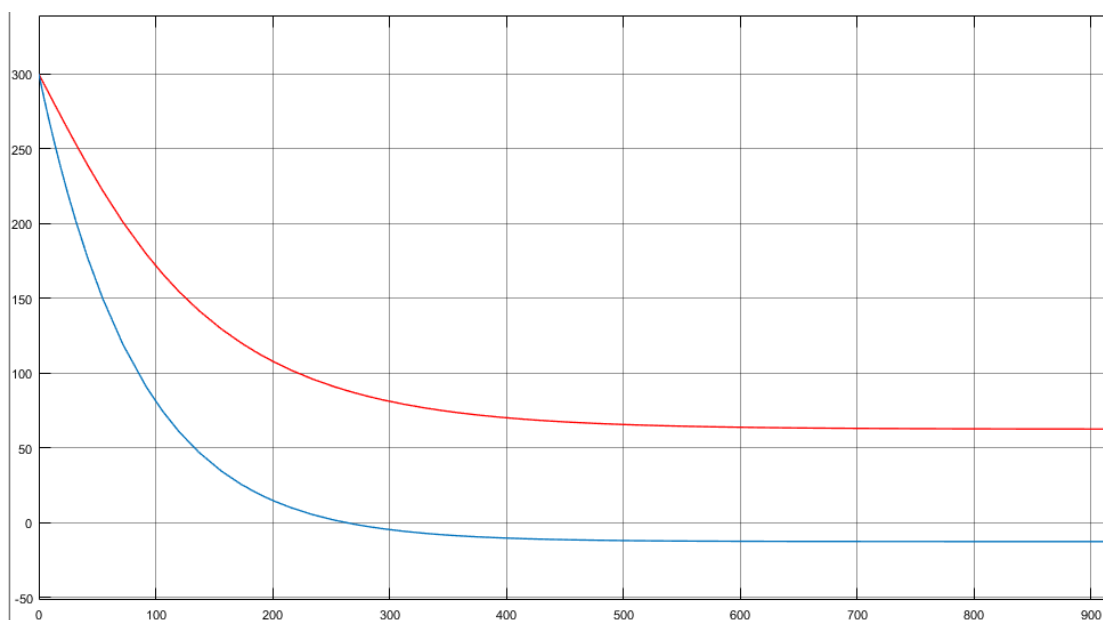


Fig 4.4 Simularea celor doua procese neliniar si liniar

--- Graficul modelului neliniar

--- Graficul modelului liniar

Concluzii

Pornind de la graficul celor doua procese, vom face o comparatie intre modelul neliniar respectiv cel liniar pentru a observa diferentele dintre simulari.

Am aplicat la intrările $u(t)$ ale ambelor modele o marime treapta unitară, iar pentru $p(t)$ valoare 0. Graficul pornește de la valoarea 300 a nivelului de insulină deoarece nu avem condiții inițiale nule.

Ambele procese se stabilizeaza la intervale aproximativ egale de timp și prezinta o evolutie asemanatoare, dar valorile la care se stabilizează sunt diferite.

5. Determinarea funcției de transfer a procesului

Voi aplica în continuare transformata Laplace pe fiecare ecuație a sistemului, pentru a determina funcția de transfer a procesului.

Pentru determinarea $G_1(s)$:

$$\frac{dG(t)}{dt} = -p_1 G(t) - G_b X(t) - X_b G(t) \quad | \mathcal{L}$$

$$\Rightarrow sG(s) = -G(s) - G_b X(s) - X_b G(s) + \frac{p(s)}{V}$$

Consider $p(s) = 0$

$$\Rightarrow G(s)(s + p_1 + X_b) = -G_b X(s) \Rightarrow \frac{G(s)}{X(s)} = \frac{-G_b}{s + p_1 + X_b}$$

Pentru determinarea $G_2(s)$:

$$\frac{dX(t)}{dt} = -p_2 X(t) + p_3 I(t)$$

$$\Rightarrow sX(s) = -p_2 X(s) + p_3 I(s)$$

$$\Rightarrow X(s)(s + p_2) = p_3 I(s) \Rightarrow \frac{X(s)}{I(s)} = \frac{p_3}{s + p_2}$$

Pentru determinarea $G_3(s)$:

$$\frac{dI(t)}{dt} = -nI(t) + \frac{u(t)}{V}$$

$$\Rightarrow sI(s) = -nI(s) + \frac{u(s)}{V}$$

$$\Rightarrow I(s)(s + n) = \frac{u(s)}{V} \Rightarrow \frac{I(s)}{u(s)} = \frac{\frac{1}{V}}{s+n}$$

După ce am simplificat cele 3 ecuații, se va determina funcția de transfer a procesului:

$$G_p(s) = G_1(s) * G_2(s) * G_3(s) = \frac{-G_b}{s + p_1 + X_b} * \frac{p_3}{s + p_2} * \frac{\frac{1}{V}}{s + n}$$

$$\Rightarrow G_p(s) = \frac{-\frac{G_b p_3}{V}}{(s + p_1 + X_b)(s + p_2)(s + n)}$$

La pasul următor va trebui prelucrată funcția de transfer a procesului înlocuind datele cunoscute și punând în evidență constantele de timp de la numitor:

$$G_p(s) = \frac{-\frac{G_b p_3}{V}}{p_2 n (p_1 + X_b) (\frac{1}{p_1 + X_b} s + 1) (\frac{1}{p_2} s + 1) (\frac{1}{n} s + 1)}$$

$$G_p(s) = \frac{-\frac{G_b p_3}{V p_2 n (p_1 + X_b)}}{(\frac{1}{p_1 + X_b} s + 1) (\frac{1}{p_2} s + 1) (\frac{1}{n} s + 1)}$$

$$G_p(s) = \frac{-0.1053}{(80.6452s + 1)(45.4545s + 1)(4.8077s + 1)}$$

$$G_p(s) = \frac{-0.1053}{3.6657 * 10^3 s^3 + 126,1 s^2 + s + 1}$$

Pentru obținerea unui regulator potrivit, vom aplica metoda Criteriului Modulului Varianta Kessler. Această metodă se poate aplica atunci când funcția de transfer nu conține zerouri la numărător și la numitor avem o constantă mică. Funcția procesului îndeplinește criteriile pentru aplicarea metodei, constanta de timp mică fiind $T_1 = 4.807$.

Astfel că, funcția de transfer optimă pentru metoda utilizată este de forma:

$$G_0^{CMVK}(s) = \frac{1}{2sT_\Sigma(sT_\Sigma + 1)}$$

Unde T_Σ reprezintă suma constantelor de timp mici. În cazul procesului nostru

$$T_\Sigma = 4.807 .$$

Funcția de transfer a regulatorului va fi:

$$G_R(s) = \frac{G_d^{CMVK}(s)}{G_p(s)} = \frac{1}{2sT_\Sigma(sT_\Sigma + 1)} * \frac{(\frac{1}{p_1 + X_b} s + 1)(\frac{1}{p_2} s + 1)(\frac{1}{n} s + 1)}{-\frac{G_b p_3}{V p_2 n (p_1 + X_b)}}$$

$$\Rightarrow G_R(s) = \frac{(\frac{1}{p_1 + X_b} s + 1)(\frac{1}{p_2} s + 1)}{2sT_\Sigma(-\frac{G_b p_3}{V p_2 n (p_1 + X_b)})}$$

Pentru a îndeplini condiția de realizabilitate fizică, regulatorului i se va adauga la numitor $sT_f + 1$ unde , T_f este constanta de timp de filtrare, $T_f = (0.1 \div 0.2)T_\Sigma$.

$$G_R(s) = \frac{(\frac{1}{p_1 + X_b} s + 1)(\frac{1}{p_2} s + 1)}{s(-\frac{2G_b p_3}{V p_2 n^2 (p_1 + X_b)})(sT_f + 1)} \Rightarrow G_R(s) = \frac{(\frac{1}{p_1 + X_b} s + 1)(\frac{1}{p_2} s + 1)}{s(-\frac{2G_b p_3}{V p_2 n^2})(\frac{1}{p_1 + X_b})(sT_f + 1)}$$

$$G_R(s) = \frac{\left(-\frac{Vp_2n^2}{2G_bp_3}\right)\left(\frac{1}{p_1 + X_b}s + 1\right)\left(\frac{1}{p_2}s + 1\right)}{\frac{1}{p_1 + X_b}s(sT_f + 1)} = \frac{K_R(T_is + 1)(T_ds + 1)}{T_is(sT_f + 1)}$$

$$G_R(s) = \frac{-79.6714(80.6452s + 1)(45.4545s + 1)}{80.6452s(0.4807s + 1)}$$

Se poate observa că funcția de transfer este corespunzătoare unui regulator PIDT1.

vând în vedere că indicatorii de calitate obținuți de un sistem proiectat cu această metodă vor fi: $e_{st} = 0$, $M_V = 4,3\%$, $T_s = 8T_\Sigma$, pentru a respecta parametri impuși de tema proiectului, funcția de transfer a regulatorului va suferi modificări. Voi recurge la modificarea factorului de amplificare K_r și a constantei de timp de integrare T_i .

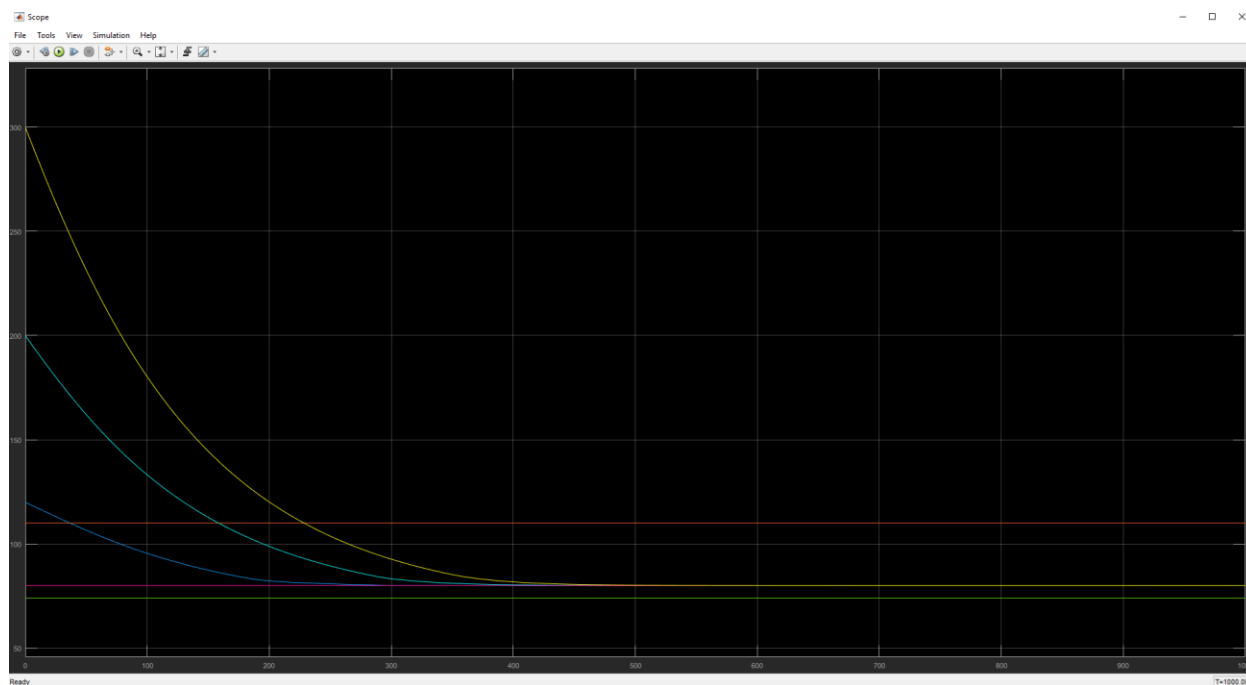


Fig 5.1 Simulare pentru regulatorul obținut din calcule cu limitarea mărimii de intrare

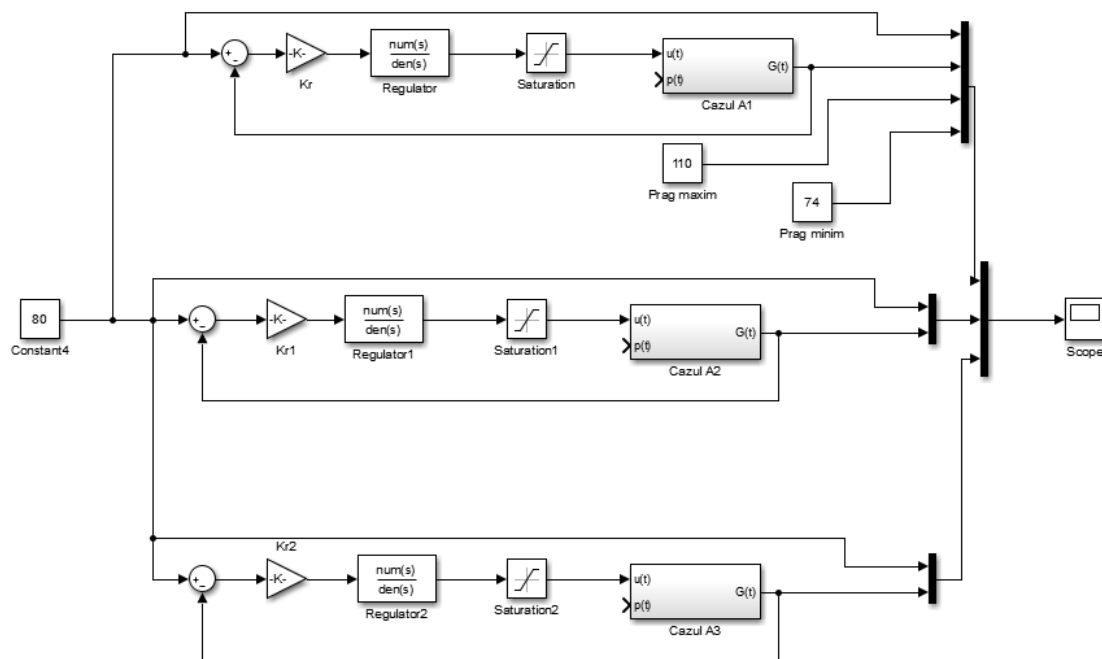


Fig 5.2 Schema simulink pentru scenariul A cu limitarea mărimii de intrarea

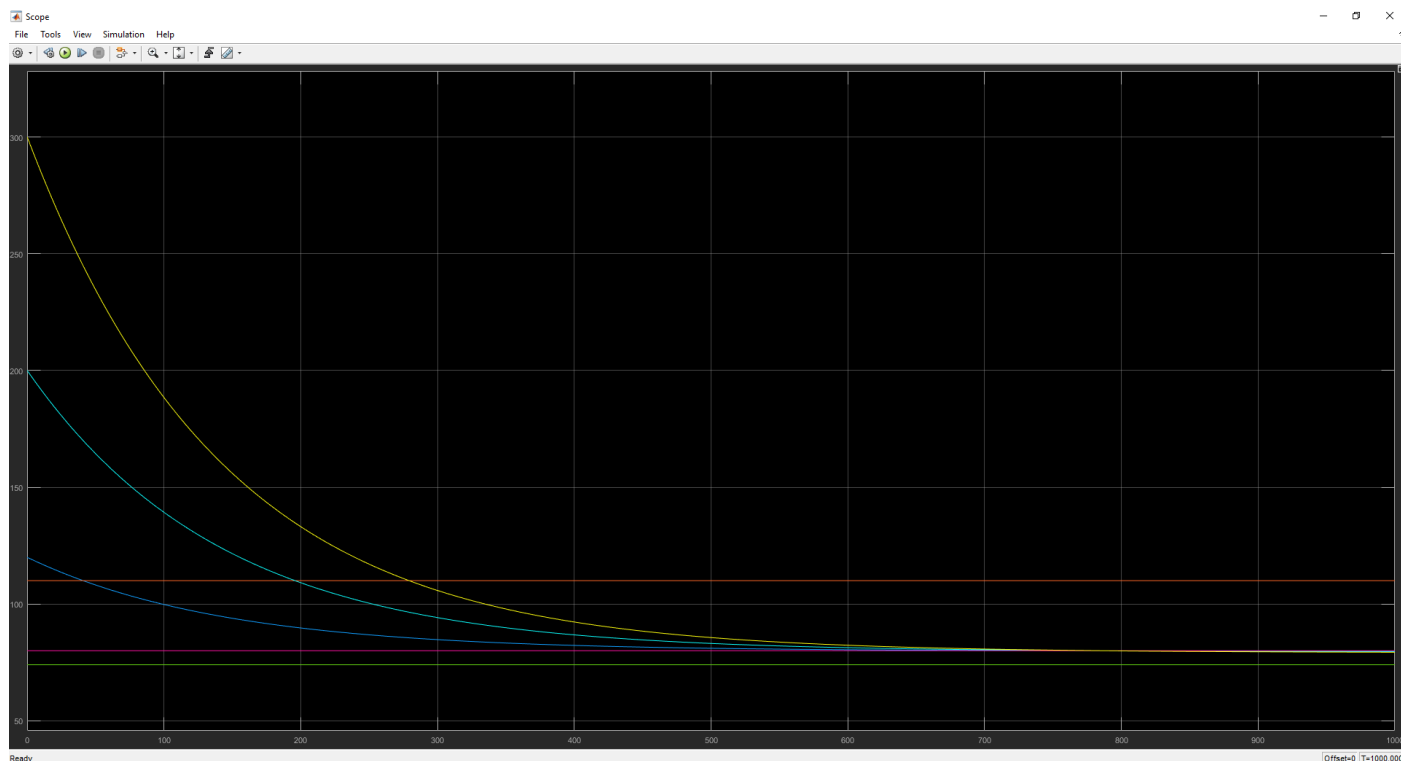


Fig 5.3 Simulare pentru regulatorul cu factor de amplificare ales $K_r = -0.0001$ fără limitator de intrare

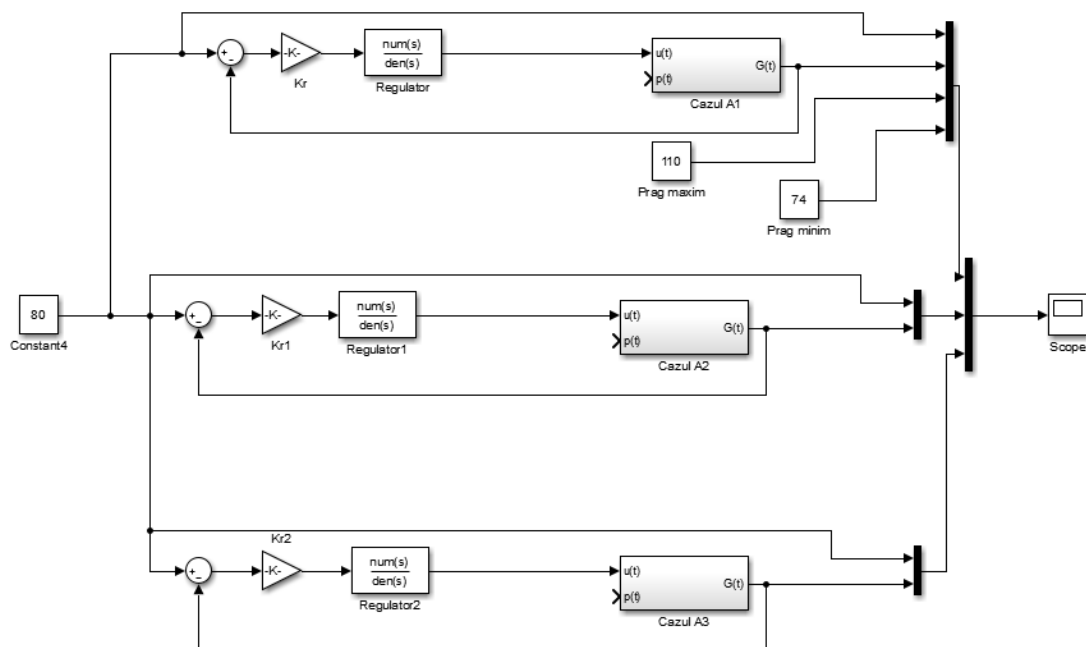


Fig 5.4 Schema simulink pentru scenariul A fără limitarea mărimii de intrare

Concluzii pentru scenariul A:

În faza inițială am construit schema simulink pentru regulatorul calculat, fără limitarea mărimii de intrare, valoarea glicemiei nu se stabilizează și avea un suprareglaj foarte mare, de aceea am ales să măresc factorul de amplificare K_r de la valoarea de $-79,67$ la $-0,0001$, astfel încât am reușit să stabilizez glicemia la pacientului la 80 mg/dL eliminând suprareglajul, dar intrând în banda de stabilizare de $74\text{-}110 \text{ mg/dL}$, undeva după 280 de minute. (fig. 4.5)

Tot pentru cazul A, am adăugat regulatorului calculat blocul de saturare pentru limitarea mărimii de intrare, astfel încât, glicemia a intrat în banda de stabilizare după 220 de minute, stabilindu-se la 80 mg/dL . (fig. 4.7)

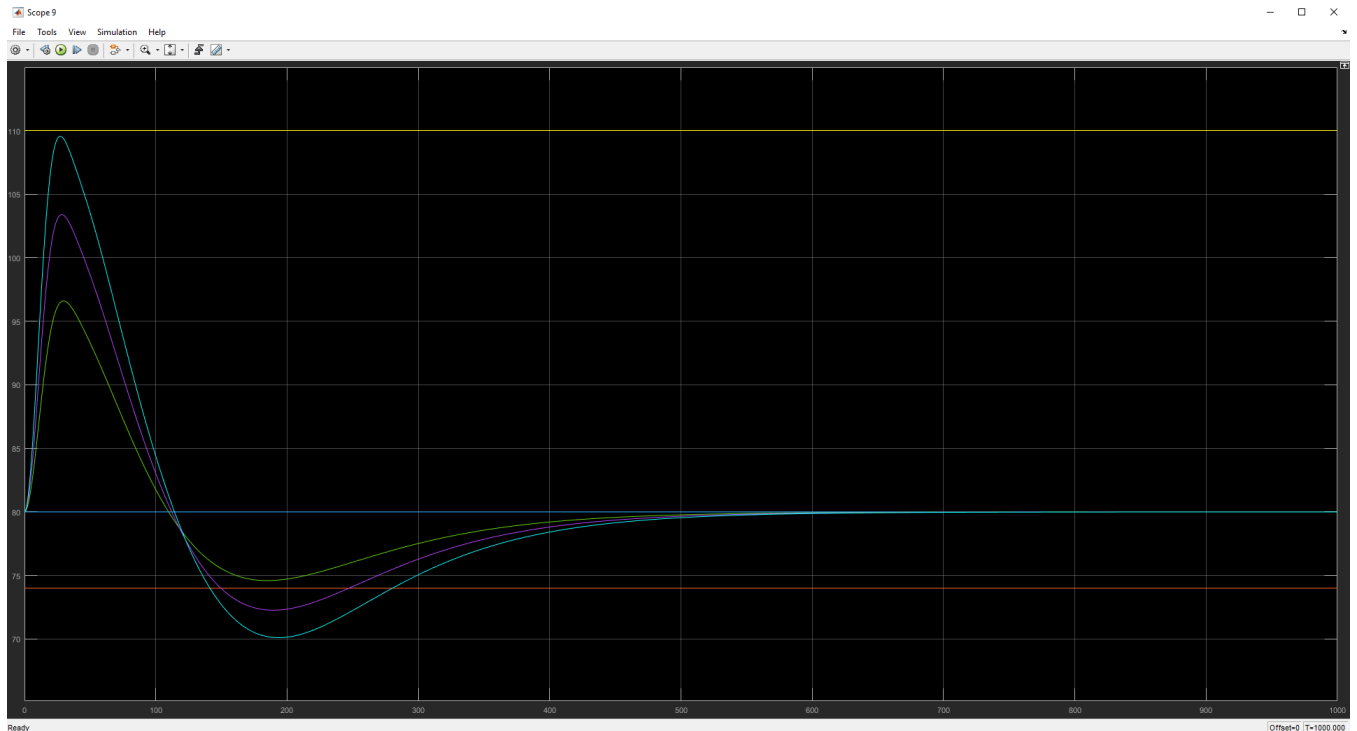


Fig 5.5 Simularea pentru scenariul B, cu regulator calculat fără limitarea mărimii de intrare

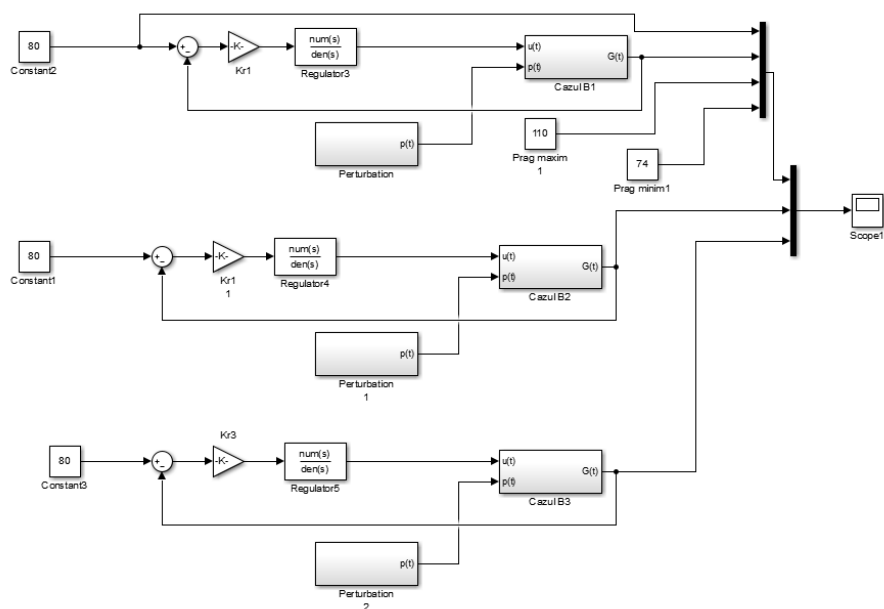


Fig 5.6 Schema Simulink pentru scenariul B, cu regulator calculat fără limitarea mărimii de intrare

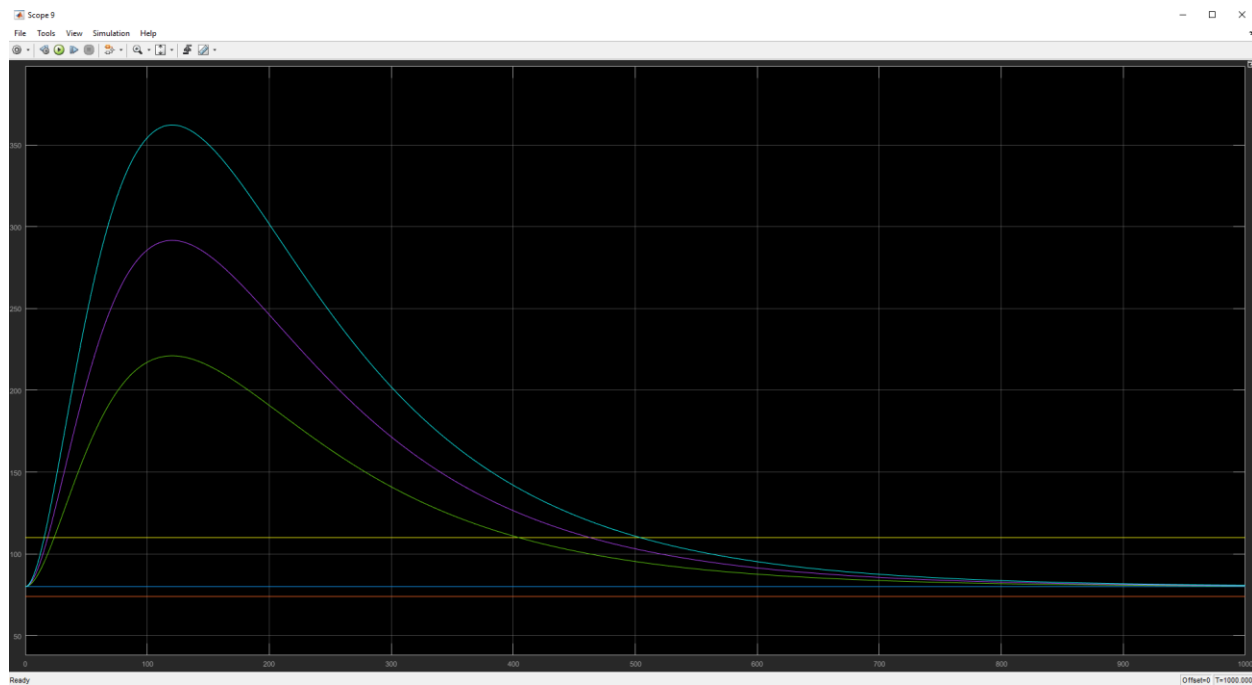


Fig 5.7 Simularea pentru scenariul B, cu regulator calculat cu limitarea mărimii de intrare

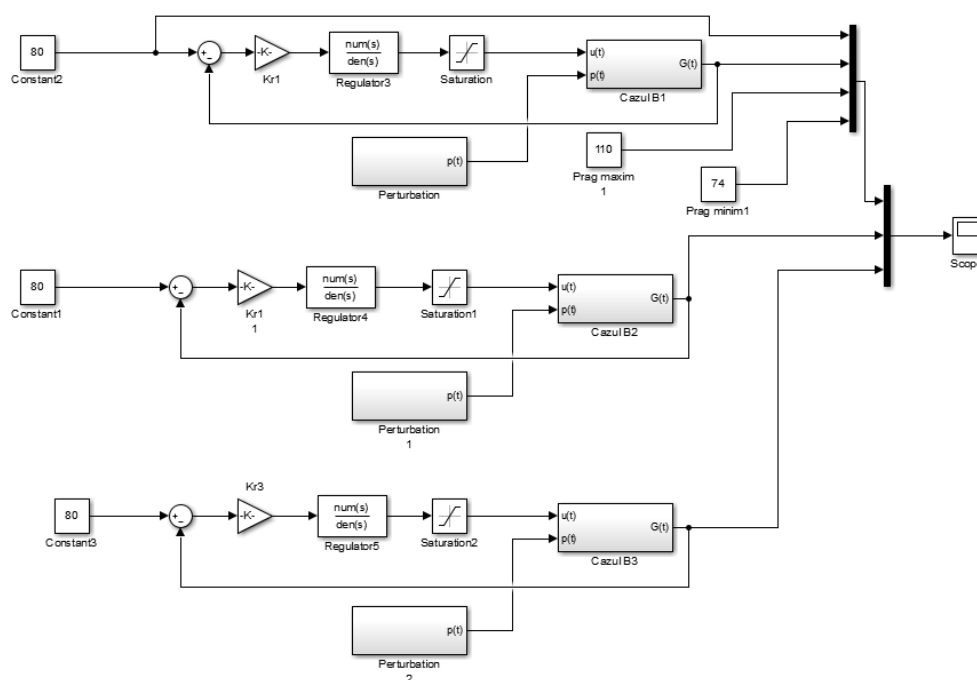


Fig 5.8 Schema Simulink pentru scenariul B, cu regulator calculat cu limitarea mărimii de intrare

Concluzii pentru scenariul B:

În primă fază, pentru regulator calculat fără limitarea mărimii de intrare, glicemia pacientului nu iese din banda de stabilizare superioară, însă apare un suprareglaj ce depășește limita inferioară a benzii de stabilitate, urcând apoi și stabilizându-se la valoarea de 80 mg/dL undeva după 500 de minute de la pornire. (fig. 4.9)

Tot pentru regulatorul calculat, adăugând limitarea mărimii de intrare, am reușit să elimin suprareglajul, dar crește semnificativ timpul de stabilizare a glicemiei, de data aceasta intrând în banda de stabilitate după 500 de minute și stabilizându-se după încă 300 de minute. (fig. 4.11)

Chiar dacă performanțele nu sunt promițătoare într-un caz real, nu am reușit să sporesc performanțele regulatorului crescând sau scăzând factorul de amplificare, cel calculat fiind optim pentru parametrii primiți.

6. Determinarea regulatorului de stare

Consideram funcția de transfer a unui proces de ordinul doi unde:

$G_P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$, este funcția de transfer a procesului, ω_n este pulsația naturală, ξ este factorul de amplificare.

Consideram $t_s = 150 \text{ min}$, și suprareglajul cât mai aproape de 0 $M_v = 0.0001\%$, și calculăm pulsația și factorul de amplificare pentru acești parametri.

Factorul de amplificare poate fi aflat din formula suprareglajului, logaritmând și ridicând la patrat, și se va obține expresia următoare:

$$M_v = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \xi = \frac{|\ln M_v|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 M_v}} = \frac{6,907}{\sqrt{9,86 + 47,70}} = \frac{6,907}{7,58} = 0,911$$

Iar pulsația ω_n poate fi aflată din formula timpului de stabilizare:

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{150 \cdot 0,911} = \frac{4}{136,65} = 0,029$$

Pentru a afla polii sistemului, înlocuim valorile obținute în expresia procesului de ordin doi:

$$G_P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \Rightarrow G_P(s) = \frac{0,841 \cdot 10^{-3}}{s^2 + 2 \cdot 0,911 \cdot 0,029 \cdot s + 0,841 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow$$

$$G_P(s) = \frac{0,841 \cdot 10^{-3}}{s^2 + 0,052s + 0,841 \cdot 10^{-3}}$$

$$p_{1,2} = -0,026 \pm 0,0128i$$

Pentru a îndeplini condiția de realizabilitate fizică trebuie adăugat un pol suplimentar, dar acesta nu trebuie să influențeze performanțele sistemului, deci trebuie să fie plasat de 5 ori mai departe decât partea reală a polilor complecși.

$$p_3 = 0,13$$

Funcția de transfer ordin trei devine:

$$G_P(s) = \frac{0,841 \cdot 10^{-3}}{s^3 + 0,065s^2 + 0,001517s + 1,093 \cdot 10^{-5}}$$

În continuare trebuie verificată controlabilitatea sistemului. Acest lucru este valid dacă $\det(P) \neq 0$, matricea $P = (B \ AB \ A^2B)$

```
%Determinare controlabilitate
A = [-(p1 + Xb) -Gb 0; 0 -p2 p3; 0 0 -n];
B = [0 0 1/V]';
C = [1 0 0];
P = [B A*B A^2*B]
det(P)
```

```
P =

    0         0   -0.0867
    0    0.0011  -0.0002
  0.0083  -0.0017   0.0004

ans =

  7.8241e-07
```

Utilizând Matlab determinatul matricei P a rezultat ca fiind $\det(P) = 7,8241 \cdot 10^{-7} \neq 0$, rezultând că sistemul este controlabil.

Polinomul caracteristic dorit este:

$$c(s) = s^3 + 0,065s^2 + 0,001517s + 1,093 \cdot 10^{-5}$$

Polinomul caracteristic al regulatorului de stare este dat de formula:

$$c(s) = \det[sI - A + BK]$$

$$sI - A + BK = \begin{pmatrix} s + p_1 + X_b & G_b & 0 \\ 0 & s + p_2 & -p_3 \\ 0 & 0 & s + n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_1}{V} & \frac{K_2}{V} & \frac{K_3}{V} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \det[sI - A + BK] = \begin{vmatrix} s + p_1 + X_b & G_b & 0 \\ 0 & s + p_2 & -p_3 \\ \frac{K_1}{V} & \frac{K_2}{V} & s + n + \frac{K_3}{V} \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 &= (s + p_1 + X_b) * (s + p_2) * \left(s + n + \frac{K_3}{V}\right) - p_3 * \frac{K_1}{V} * G_b + p_3 * \frac{K_2}{V} * (s + p_1 + X_b) = \\
 &= (s^2 + s * p_2 + s * p_1 + p_1 p_2 + s * X_b + p_2 * X_b) * \left(s + n + \frac{K_3}{V}\right) - p_3 * \frac{K_1}{V} * G_b + p_3 * \frac{K_2}{V} \\
 &\quad * (s + p_1 + X_b) = \\
 &= s^3 \left(n + \frac{K_3}{V}\right) + s^2 \left(p_1 + p_2 + X_b + n + \frac{K_3}{V}\right) + p_2 * s \left(p_1 + X_b + p_3 * \frac{K_2}{V}\right) \left(n + \frac{K_3}{V}\right) - \\
 &- p_3 * \frac{K_1}{V} * G_b + p_3 * \frac{K_2}{V} * (p_1 + X_b) = K_1(n + p_2 + p_1 + X_b) + \\
 &+ K_2 \frac{\left[p_2 \left(n + \frac{K_3}{V}\right) + (p_1 + X_b) \left(n + \frac{K_3}{V} + p_2\right)\right]}{(p_3 * \frac{1}{V}) + K_1} + \\
 &\quad + K_1 * \frac{\left[(p_1 + X_b) * \left(p_2 * \left(n + \frac{K_3}{V}\right) + p_3 * \frac{K_2}{V}\right)\right]}{-(p_3 * G_b * \frac{K_2}{V})}
 \end{aligned}$$

Folosind mediul Matlab am calculat vectorul K folosind urmatorul cod:

```

K3 = V*(- 0.065-(n+p2+p1+Xb))
K2 = (- 0.001517-(p2*(n+K3/V)+(p1+Xb)*(n+K3/V+p2)))/(p3*(1/V))
K1 = (- 1.093e-05-((p1+Xb)*(p2*(n+K3/V)+p3*K2/V)))/-(p3*Gb*(1/V))

```

Iar vectorul rezultat este:

$$K = [K_1 \ K_2 \ K_3]$$

$$K = [0,6730 \quad 0,0021 \quad -36,888]$$

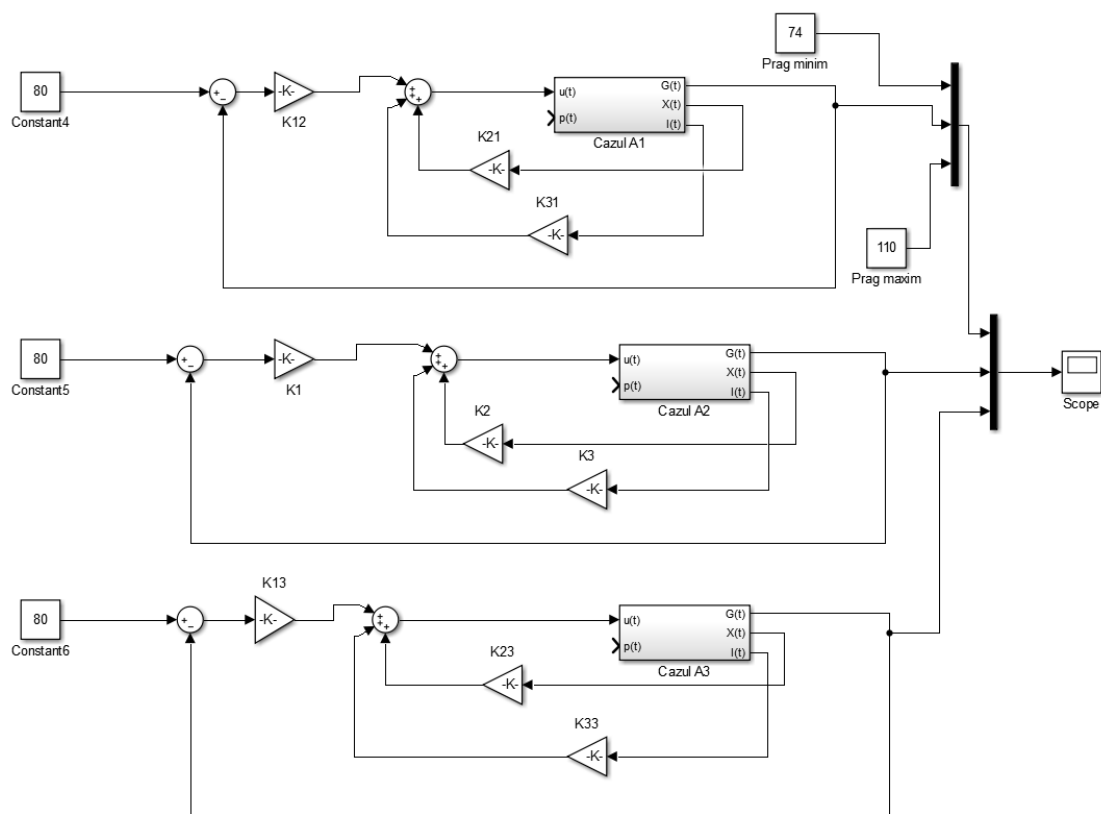


Fig 6.1 Schema Simulink pentru implementarea regulatorului de stare în cazul A

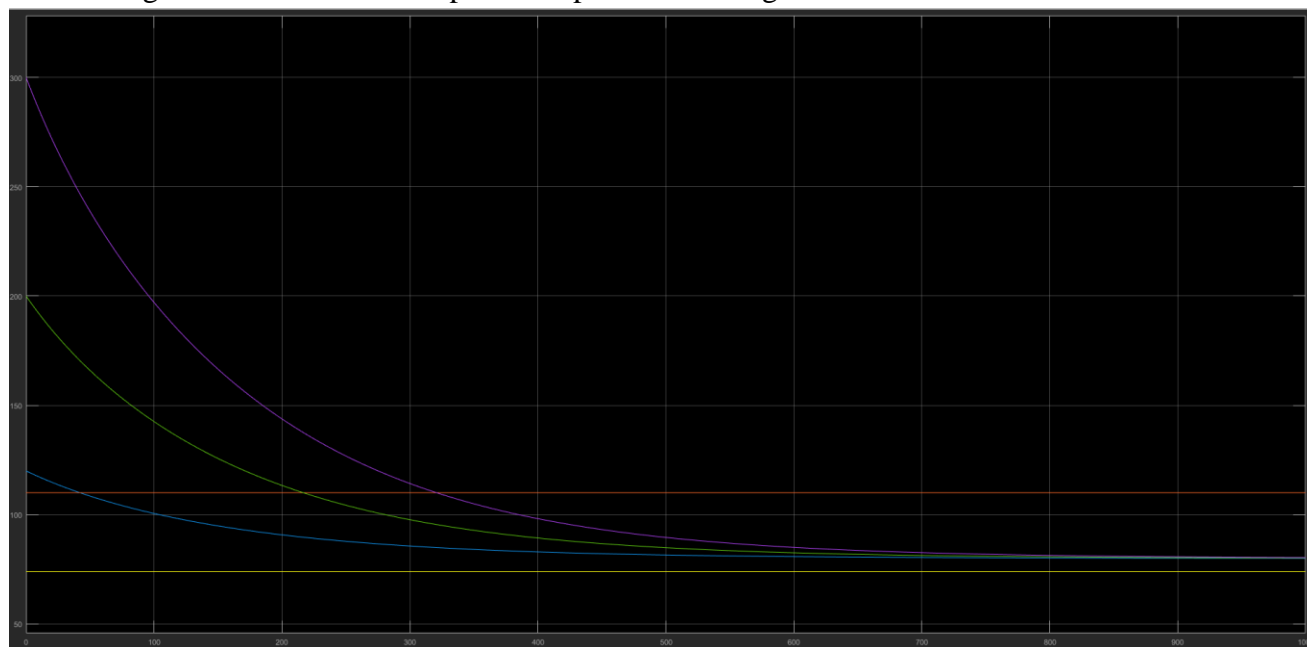


Fig 6.2 Simularea pentru regulatorul de stare in cazul A

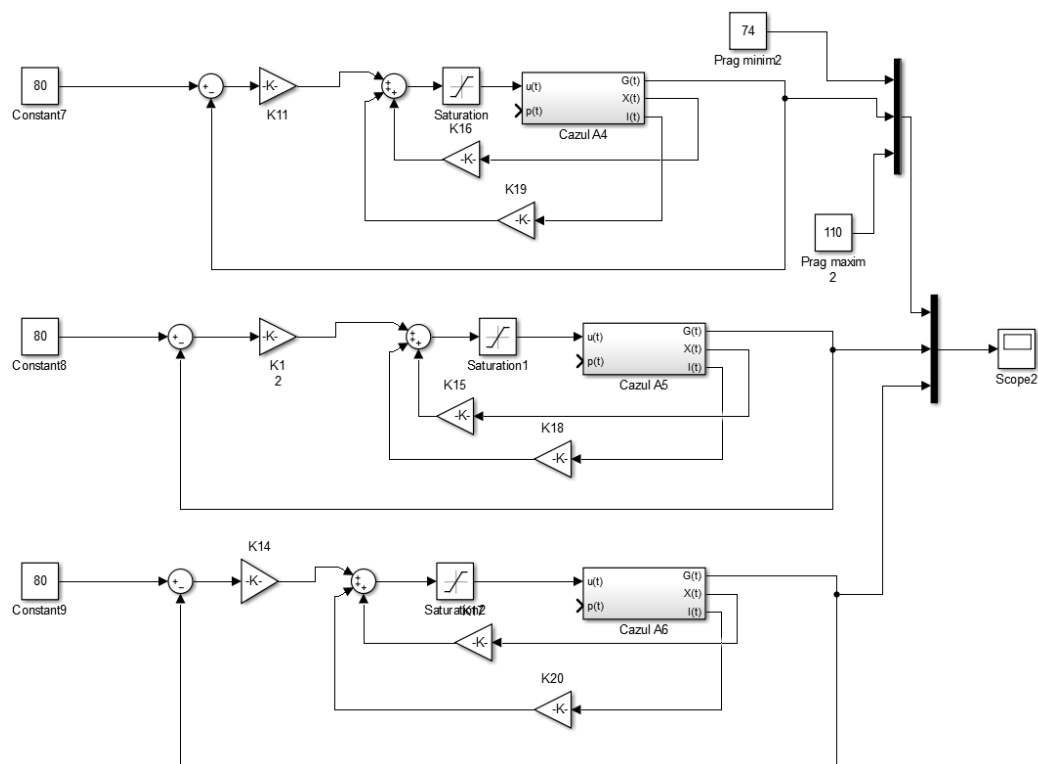


Fig 6.3 Schema Simulink pentru implementarea regulatorului de stare si bloc pentru limitarea marimii de intrare în cazul A

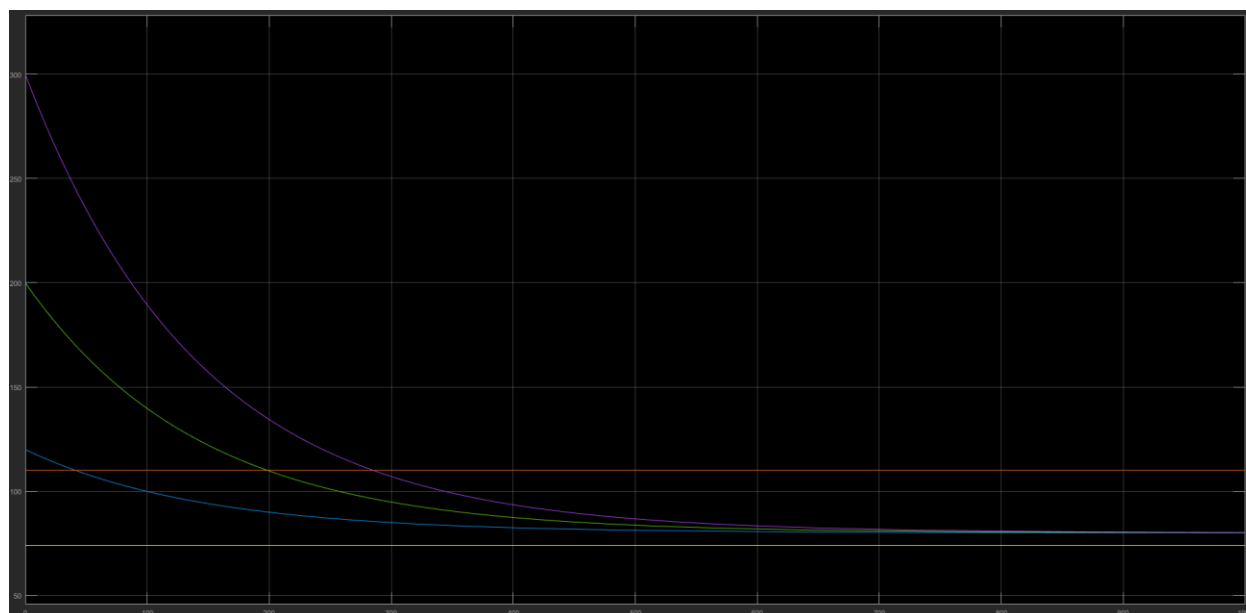


Fig 6.4 Simularea pentru regulatorul de stare în cazul A cu bloc pentru limitarea mărimii de intrare

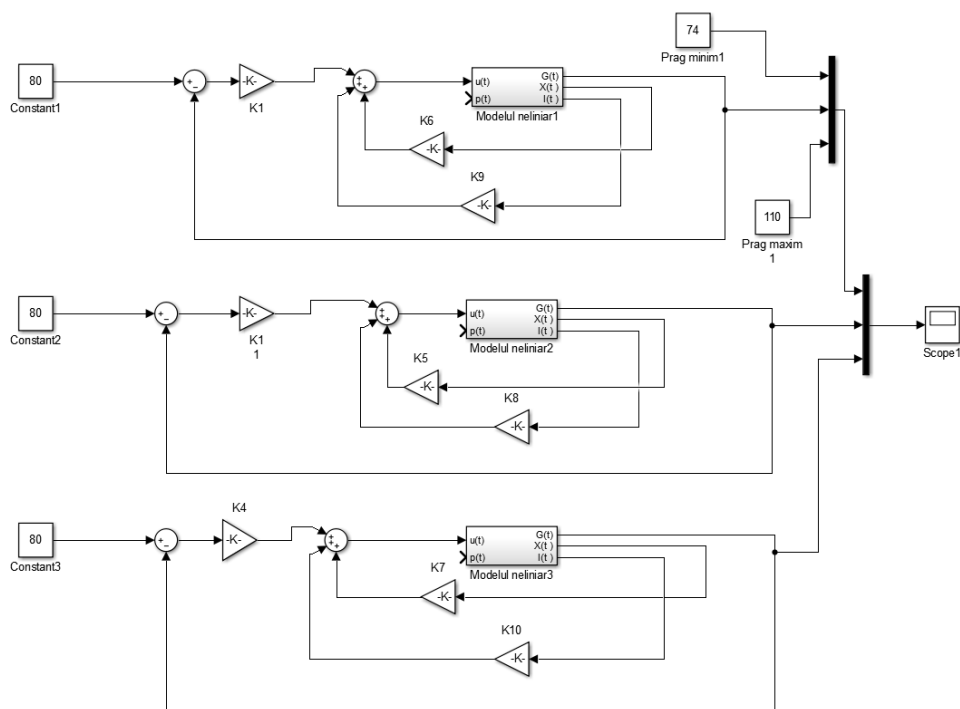


Fig 6.5 Schema Simulink pentru implementarea regulatorului de stare în cazul B

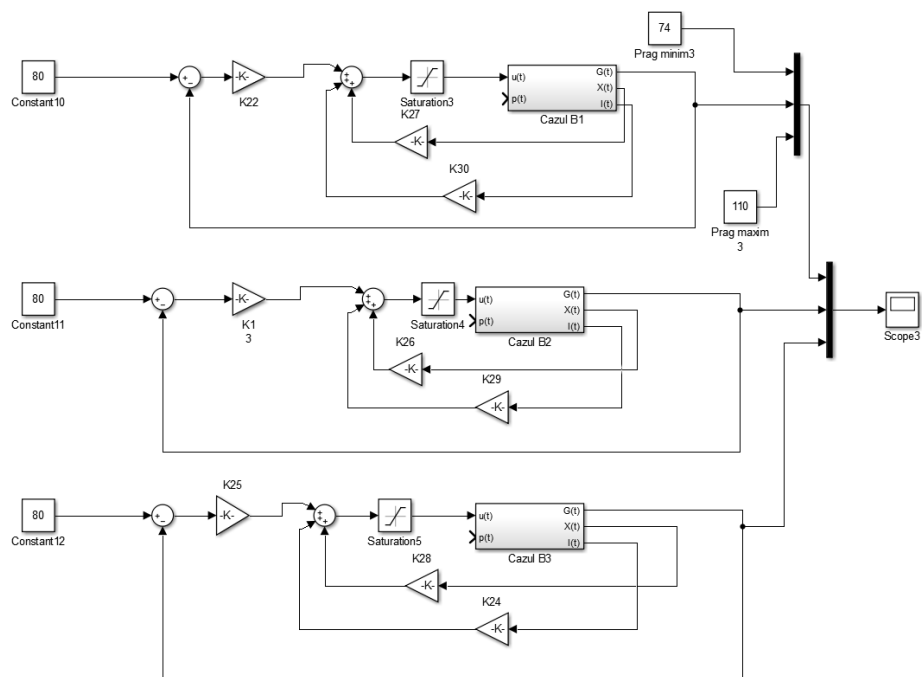


Fig 6.6 Schema Simulink pentru implementarea regulatorului de stare si bloc de limitarea mărimii de intrare în cazul B

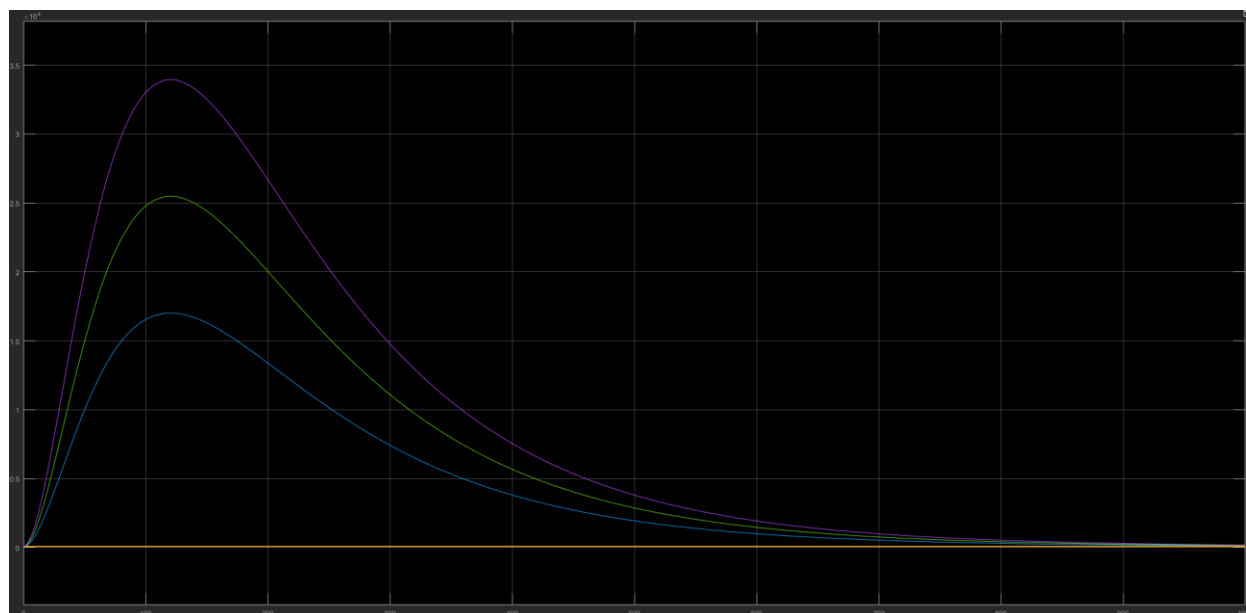


Fig 6.7 Simularea pentru regulatorul de stare cu bloc de limitare pentru cazul B

Concluzii

În cazul regulatorului de stare PID în scenariul A, performanțele sistemului sunt destul de asemănătoare atât în cazul în care am folosit bloc pentru limitarea mărimii de comandă cât și fără, conform graficelor sistemul în care s-a utilizat blocul saturation intră în banda impusă [74-110 mg/dL] mai rapid cu aproximativ 20 de minute.

Pentru scenariul A am obținut următoarele performanțe(fig 6.2 ; fig 6.4):

- Pentru $G_0 = 120\text{mg/dL}$, sistemul intră în banda impusă după aproximativ 50 de minute, acesta se stabilizează la valoare 80 după încă 300 de minute. Sistemul nu prezintă suprareglaj sau eroare staționară în acest caz.
- Pentru $G_0 = 200\text{mg/dL}$, sistemul intră în banda impusă după aproximativ 220 de minute, acesta se stabilizează la valoare 80 după încă 200 de minute. Sistemul nu prezintă suprareglaj sau eroare staționară în acest caz.
- Pentru $G_0 = 300\text{mg/dL}$, sistemul intră în banda impusă după aproximativ 320 de minute, acesta se stabilizează la valoare 80 după încă 200 de minute. Sistemul nu prezintă suprareglaj sau eroare staționară în acest caz.

Pentru scenariul B, am întâmpinat erori în simularea schemei Simulink fără limitarea mărimi de comandă, iar în cazul în care am folosit limitarea, perturbația cauzează

sistemului creșteri de insulină până la valori apropiate de 35000 mg/dL, ceea ce nu ar coincide deloc cu realitatea. (fig 6.7)

7. Determinarea estimatorului de stare

În cazul estimatorului, pornind tot de la ecuația sistemului de ordinul II, calculul estimatorului fiind asemanator cu cel al regulatorului de stare, diferența va fi constituita prin schimbarea timpului de stabilizare t_s , acesta va fi ales de 4-5 ori mai mic.

$$t_s = 30 \text{ min} = 1800s$$

$$G_P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$M_v = e^{\frac{-\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \Rightarrow \xi = \frac{|\ln M_v|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2 M_v}} = \frac{6,907}{\sqrt{9,86 + 47,70}} = \frac{6,907}{7,58} = 0,911$$

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{30 \cdot 0,911} = \frac{4}{27,33} = 0,1463$$

Asemănător ca în cazul regulatorului de stare, se scrie funcția sistemului și se scot cei doi poli.

$$G_P(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \Rightarrow G_P(s) = \frac{0,021}{s^2 + 2 \cdot 0,911 \cdot 0,1463 \cdot s + 0,021} \Rightarrow$$

$$G_P(s) = \frac{0,021}{s^2 + 0,2665s + 0,021}$$

$$p_{1,2} = -0,1332 \pm 0,0578i$$

Adaugăm polul suplimentar pentru a îndeplini condiția de realizabilitate fizică.

$$p_3 = 0.666$$

Astfel funcția de transfer devine:

$$G_P(s) = \frac{0,021}{s^3 + 0,93255s^2 + 0,1985s + 0,01399}$$

În continuare trebuie verificată observabilitatea sistemului. Acest lucru este valid dacă

$$\det(Q) = \begin{vmatrix} C \\ C * A \\ C * A^2 \end{vmatrix}$$

Utilizând mediul Matlab, rezultatul determinantului este:

$\det(Q) = 0,0573 \neq 0$, rezultă ca sistemul este observabil.

Polinomul caracteristic dorit este:

$$c(s) = s^3 + 0,93255s^2 + 0,1985s + 0,01399$$

Polinomul caracteristic al estimatorului de stare complet observabil este dat de formula:

$$c(s) = \det[s * I - A + K_e C]$$

$$K_e = [K_{e1} \ K_{e2} \ K_{e3}]^T$$

$$\det[sI - A + BK] = \begin{vmatrix} s + p_1 + X_b + K_{e1} & G_b & 0 \\ K_{e2} & s + p_2 & -p_3 \\ K_{e3} & 0 & s + n \end{vmatrix}$$

Folosind codul Matlab următor, am indentificat coeficienții K_{e1}, K_{e2}, K_{e3}

```
Ke1 = (- 0.9325 - (n+p2+p1+Xb))
Ke2 = (- 0.1985 - (n*p1+n*p2+n*Xb+n*Ke1+p1*p2+p2*Xb+p2*Ke1)) / (-Gb)
Ke3 = (- 0.01399 - (n*p1*p2+n*p2*Xb+n*p2*Ke1-n*Ke2*Gb)) / (-p3*Gb)
```

$$K_e = [1,1749 \quad -0,00803 \quad 30,7542]^T$$

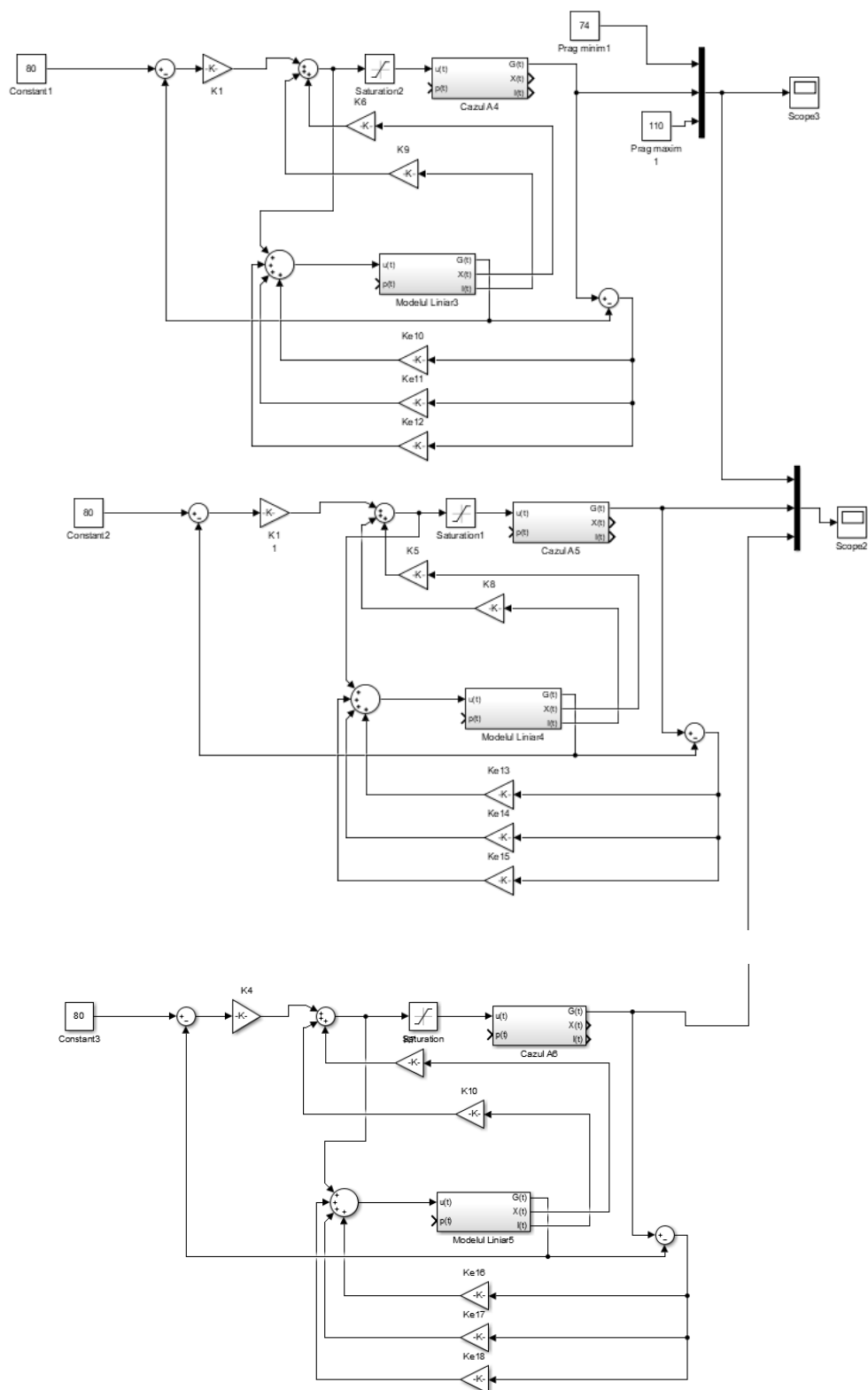


Fig 7.1 Schema simulink pentru cazul A cu estimator de stare si bloc saturation

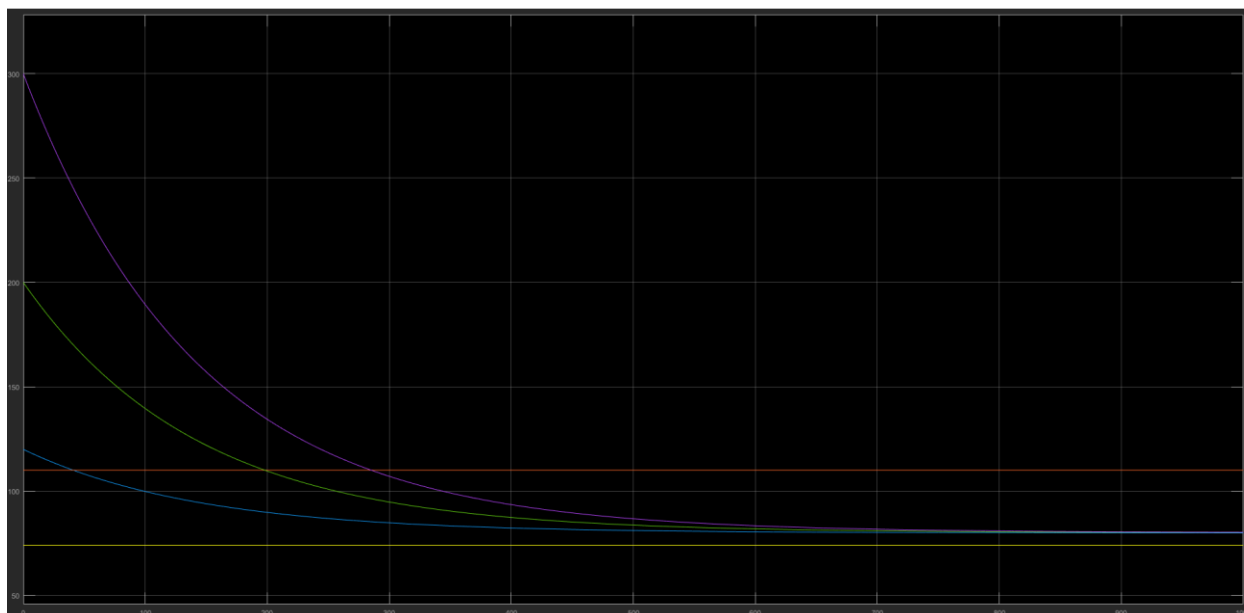


Fig 7.2 Simularea pentru cazul A cu estimator de stare si bloc de limitare a mărimii de intrare

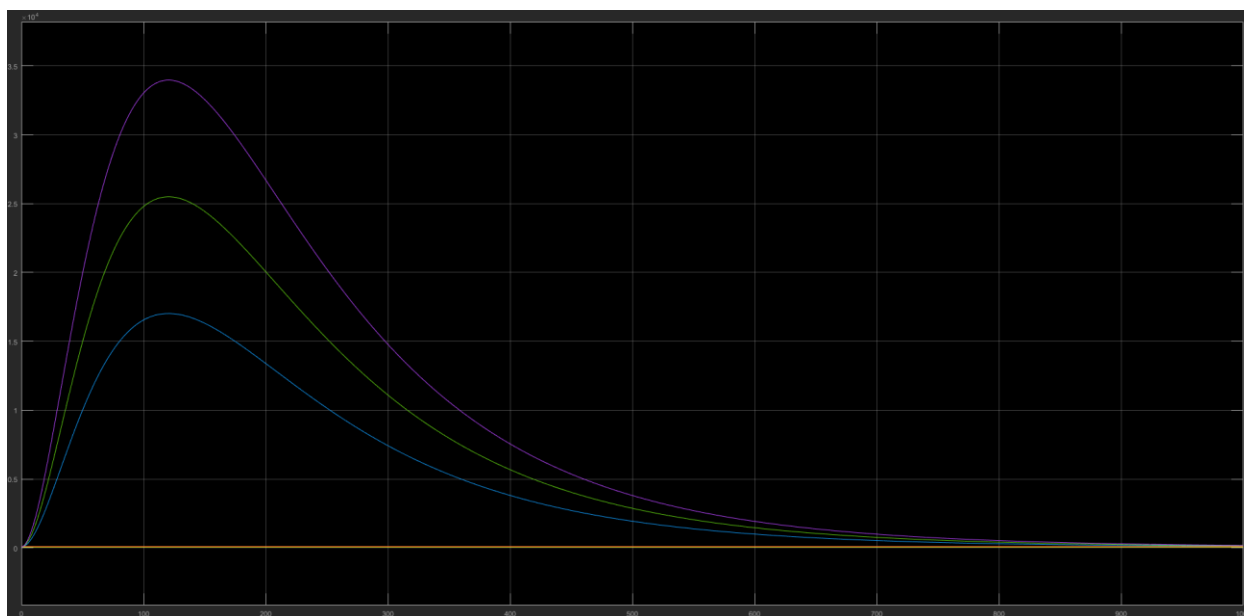


Fig 7.3 Schema Simulink pentru estimatorul de stare cu bloc de limitare a mărimii de intrare pentru cazul B

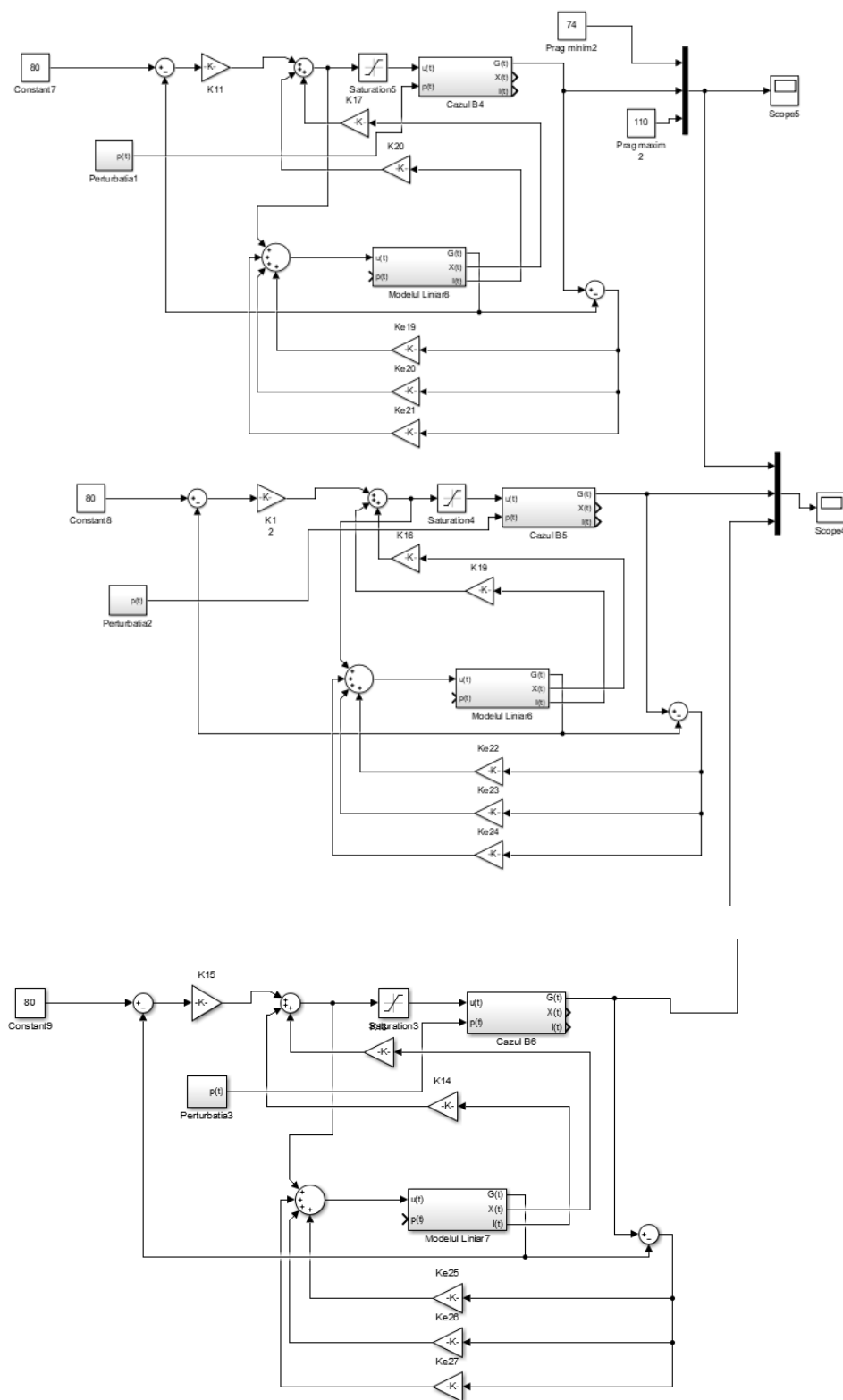


Fig 7.4 Schema Simulink pentru estimatorul de stare cu bloc de limitare a mărimii de intrare pentru cazul B

Concluzii

În cazul implementărilor cu estimatoare de stare, performanțele pentru scenariul A cu blocul de limitare a mărimii de comandă sunt asemănătoare cu implementările anterioare, în sensul că glicemia intră destul de rapid în banda impusă, timpul pentru stabilizare la valoarea de 80mg/dL se dublează până la atingerea acestei valori. (fig 7.2).

În scenariul B, în cazul estimatorului de stare ca și în cazul regulatorului, performanțele obținute nu simulează deloc realitatea, glicemia ajungând la valori de 35000 mg/DL, dar chiar de la aceste valori, sistemul de reglare reușește să se stabilizeze la valoarea 0 fără apariția suprareglajului sau a erorii staționare.

În concluzie, cele mai bune performanțe au fost întâlnite când s-a folosit regulatorul obținut din calcule, PIDT1 (fig 5.1), glicemia pacientului intrând în banda de stabilitate în primele 3 ore cel târziu, în cazul în care glicemia începe să scadă de la valoare de 300 mg/dL. Performanțe asemănătoare mai sunt întâlnite în cazul în care s-a folosit estimatorul de stare pentru scenariul A, diferența fiind timpul de stabilizare puțin mai îndelungat.

Bibliografie

- [1] [1]Suport curs-Ingineria reglării automate 2020-2021, Prof. Dr. Ing. Cristian Nicolae BOLDIȘOR
- [2] [2] <https://www.diabetesselfmanagement.com/>
- [3] Chen, J., Cao, K., Sun, Y., Xiao, Y., Su, X., *Continuous Drug Infusion for Diabetes Therapy: A Closed Loop Control System Design*, EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking, Vol. 2008, Art. ID 495185.
- [4] Cobelli, C., Toffolo, G., Ferrannini, E., *A model of glucose kinetics and their control by insulin, compartmental and noncompartmental approaches*, Mathematical Biosciences, Vol. 72 (2), Dec. 1984, p. 291–315.
- [5] Lunze, K., Singh, T., Walter, M., Brendel, M.D., Leonhardt, S., *Blood glucose control algorithms for type-1 diabetic patients: a methodological review*, Biomedical Signal Processing and Control, Vol. 8 (2), Mar. 2013, p. 107-119.
- [6] Cinar, A., *Automated Insulin Delivery Algorithms*, Diabetes Spectrum, Vol. 32 (3), Aug. 2019, p. 209-214 (<https://doi.org/10.2337/ds18-0100>).
- [7] <https://www.medtronicdiabetes.com/products/minimed-670g-insulin-pump-system>