



8. Übungsblatt

Beispielaufgaben. Versuchen Sie, die folgenden Aufgaben möglichst selbstständig zu lösen. Helfen Sie sich gegenseitig im StudIP-Forum Ihrer Übungsgruppe. Diese Beispielaufgaben werden am **17. bzw. 18.06.2020** in den Übungsgruppen besprochen. Zu ausgewählten Aufgaben werden Lösungsvideos auf Amigo hochgeladen.

A Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an. Es sei A eine quadratische Matrix mit $\det(A) \neq 0$. Dann gilt:

- ☐ Die Matrix A ist invertierbar.
- ☐ Das lineare Gleichungssystem $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ ist eindeutig lösbar.
- ☐ Das homogene LGS $A \cdot \vec{x} = \vec{0}$ hat nur die triviale Lösung.
- ☐ Die Spalten von A sind linear unabhängig.
- ☐ Die durch A definierte lineare Abbildung ist umkehrbar.

B Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix durch Entwicklung nach einer geeigneten Zeile oder Spalte:

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hausaufgaben. Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben möglichst selbstständig. Helfen Sie sich gegenseitig im StudIP-Forum Ihrer Übungsgruppe. Abgabe der HA:

- Schreiben Sie die Lösungen aller drei Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große pdf-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf“ (z. B. „Max_Mustermann_08.pdf“).
- Laden Sie diese Datei bis zum **23.06.2020, 22:00 Uhr** in den Ordner „Abgaben der Übungsblätter“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.

In den ersten beiden Hausaufgabe sollen Sie mit Hilfe von *GeoGebra* untersuchen, wie man durch Matrizen lineare geometrische Abbildungen darstellen kann. Zunächst erhalten Sie einige vorbereitende Hinweise zu *GeoGebra*.

Matrizen in GeoGebra: Eine Matrix kann in *GeoGebra* als Liste von Listen, welche die Zeilen der Matrix enthalten, eingegeben werden. Diese Listen werden in geschweifte Klammern geschrieben.

Beispiel: Die Eingabe von $\{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9\}\}$ erzeugt eine 3×3 -Matrix.

Operationen für Matrizen: Für geeignete Matrizen Matrix1 und Matrix2 gilt:

- Matrix1 + Matrix2: addiert die Matrizen, Matrix1 – Matrix2: subtrahiert sie.
- Matrix1 * Zahl: multipliziert jedes Element der Matrix mit der Zahl.
- Matrix1 * Matrix2: multipliziert die Matrizen.

Beispiel: $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}, \{5, 6\}\} * \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}$ erzeugt die Matrix $\{\{9, 12, 15\}, \{19, 26, 33\}, \{29, 40, 51\}\}$.

- Invertiere[Matrix]: invertiert die Matrix.

Spezialfall „Matrix mal Vektor“: Vektoren müssen in *GeoGebra* nicht als 2x1- bzw. 3x1-Matrizen eingegeben werden. Sie können mit runden Klammern (wie Punkte) eingegeben werden.

- Matrix * Punkt (oder Vektor): Multipliziert die Matrix mit dem Punkt (Vektor) und liefert einen Punkt als Ergebnis.

Beispiel: $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}\} * (3, 4)$ liefert den Punkt (11, 25).

- MatrixAnwenden[Matrix, Objekt]: Bildet ein Objekt (z. B. ein Vieleck oder ein Bild) mit Hilfe der Matrix ab.

- 1** Setzen Sie einen frei beweglichen Punkt P auf die Zeichenfläche.
Definieren Sie die Matrix M wie in der Tabelle auf der nächsten Seite angegeben.

Definieren Sie den Bildpunkt als $P' = M * P$.

Bewegen Sie P und beobachten Sie P'.

Durch welche geometrische Abbildung ergibt sich P' aus P?

Wie lauten die Abbildungsgleichungen?

Füllen Sie die Tabelle auf der nächsten Seite aus. [9 P]

- 2** Untersuchen Sie die geometrische Wirkung der folgenden Abbildungsmatrizen A und B, sowie ihres Produkts $C = A \cdot B$. [3 P]

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 3** Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix durch Entwicklung nach einer geeigneten Zeile oder Spalte. [3 P]

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 7 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$



Matrix	Geometrische Abbildung	Abbildungs- gleichungen Wie ergeben sich die Koordinaten von P' aus denen von P? $x' = \dots x + \dots y$ $y' = \dots x + \dots y$
$M1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$		
$M2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$		
$M3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$		
$M4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0.5 & 1 \end{pmatrix}$		
$M5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$		
$M6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$		
$M7 = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$		
$M8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (erfordert 3D-Ansicht)		
$M9 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (erfordert 3D-Ansicht)		