Hochschule RheinMain
Fachbereich Design Informatik Medien
Studiengang Angewandte und Wirtschaftsinformatik
Prof. Dr. Bernhard Geib

Automatentheorie und Formale Sprachen

Sommersemester 2022
(LV 4110)

6. Übungsblatt

In dieser Übung beschäftigen wir uns mit den Eigenschaften der Klasse der regulären und kontextfreien Sprachen. Dabei werden wir uns zunächst mit dem einfachen Pumping-Lemma sowie mit dem Konzept der Mehrdeutigkeit auseinandersetzen. Mit Hilfe von sogenannten Ableitungsbäumen lassen sich Ableitungen kontextfreier Grammatiken oftmals hilfreich veranschaulichen und die Mehrdeutigkeit ablesen. Gleichfalls betrachten wir Grammatiken nach der Chomsky-Hierarchie und beurteilen deren Chomsky-Typ. Abschließend werfen wir noch einen Blick auf das sogenannte Endlichkeitsproblem.

Aufgabe 6.1

Geben Sie zu folgenden Sprachen an, ob es sich um eine reguläre Sprache oder um keine reguläre Sprache handelt. Begründen Sie jeweils Ihr Ergebnis.

(1) $L_1 = \{ a^m b^n \mid m,n \geq 1 \}$

(2) $L_2 = \{ a^{2n} b^n \mid 1 \leq n \leq 10 \}$

(3) $L_3 = \{ a^m b^n \mid m \geq n \geq 1 \}$

Aufgabe 6.2

Gegeben sei die Grammatik G = (T, N, P, S), mit T = {a, b} und N = {S, A, B}. Geben Sie an, zu welchem Chomsky-Typ die durch die folgenden Produktionen gegebenen Grammatiken gehören und begründen Sie Ihr Ergebnis.

(1) $P = \{ S \rightarrow aSb \,;\, S \rightarrow aAb \,;\, A \rightarrow a \}$

(2) $P = \{ S \rightarrow bA \,;\, S \rightarrow aS \,;\, A \rightarrow b \}$

(3) $P = \{ S \rightarrow aAbb \mid abb \,;\, S \rightarrow Ab \,;\, A \rightarrow aAbB \mid abB \,;\, Bb \rightarrow bb \}$

Aufgabe 6.3

a) Geben Sie eine Grammatik G = (T, N, P, S) mit T = {0, 1} und N = {S, E} an, mit welcher sich die Sprache

$$L = \{ w \in \{0, 1\}^+ \mid |w|_1 \text{ ist durch 3 teilbar} \}$$

erzeugen lässt. L ist dabei die Sprache der Wörter über dem Alphabet {0, 1}, deren Anzahl „1“ ohne Rest durch 3 teilbar ist.

b) Erzeugen Sie mit Hilfe von G die Testwörter $w_1 = 111$, $w_2 = 0111111$ und $w_3 = 0$.

Aufgabe 6.4

Seien A ein endlicher Automat und L eine reguläre Sprache über Σ mit L = L(A). Zeigen Sie, dass das sogenannte Endlichkeitsproblem entscheidbar ist!

Folgende Hilfestellungen seien gegeben:

1. Ein Problem ist entscheidbar, wenn es einen Algorithmus zur Lösung des gestellten Problems gibt.
2. Beim Endlichkeitsproblem: $|L| < \infty$? gilt es die Frage zu beantworten, ob L = L(A) nur endlich viele Wörter enthält. Das ist genau dann der Fall, falls A nicht unendlich viele Wörter akzeptiert. Hieraus stellen sich dann aber folgende Teilfragen, die es in dieser Aufgabe zu beantworten gilt:

a) Wann akzeptiert ein endlicher Automat unendlich viele Wörter? Ist das überhaupt vorstellbar?

b) Können Sie die vorgenannte Frage ggf. mit Hilfe des Pumping Lemmas beantworten?

c) Wie sähe der zugehörige Algorithmus aus, mit dem sich das Endlichkeitsproblem entscheiden ließe?