

## Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2021/22)

### Aufgabenblatt 6

zu bearbeiten bis: 05.12.2021, 23:59 Uhr

---

#### Aufgabe 6.1 (Bernoulli)

Es wird eine Münze mit  $P('Kopf') = p$  gewürfelt, und

$$X = \begin{cases} 1 & \text{falls die Münze 'Kopf' zeigt} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Leiten Sie die Formeln für Erwartungswert und Varianz von  $X$  in Abhängigkeit von  $p$  her. Für welchen Wert von  $p$  ist die Varianz am größten?

#### Aufgabe 6.2 (Vampire vs Werwölfe)

Im Spiel "Jäger der Nacht" kämpfen Vampire gegen Werwölfe. Man fügt dem Gegner Schadenspunkte zu, indem man:

- einen vierseitigen Würfel würfelt (der verursachte Schaden entspricht der Augenzahl  $W_4$ ), oder
- einen vierseitigen ( $W_4$ ) und einen sechsseitigen Würfel ( $W_6$ ) würfelt (der Schaden entspricht dem Abstand  $|W_6 - W_4|$ ).



Berechnen Sie den erwarteten Schaden für beide Angriffsvarianten. Welche ist die bessere?

#### Aufgabe 6.3 (Quantile)

Gegeben die folgende Dichte, bestimmen Sie das zugehörige 30% Quantil:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x + \frac{1}{8} & \text{falls } x \in [-1, 3] \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

#### Aufgabe 6.4 (Portfoliotheorie)

Wir können in zwei verschiedene Aktien investieren. Deren Gewinne modellieren wir als Zufallsvariablen  $X_1, X_2$ . Es gilt  $E(X_1) = 5$ ,  $E(X_2) = 10$ ,  $Var(X_1) = 1$ ,  $Var(X_2) = 10$ . Wir stellen einen Fond aus einem Anteil  $\alpha \in [0, 1]$  von  $X_1$ -Aktien und einem Anteil  $(1 - \alpha)$  von  $X_2$ -Aktien zusammen. Der **Gewinn des Fonds** lautet:  $X := \alpha \cdot X_1 + (1 - \alpha) \cdot X_2$ .

- Bestimmen Sie das bestmögliche  $\alpha$ , wenn das Ziel eine Maximierung von  $E(X)$  ist. *Hinweis: Berechnen Sie zunächst  $E(X)$  mit den Rechenregeln für Zufallsvariablen.*
- Bestimmen Sie das bestmögliche  $\alpha$ , wenn das Ziel eine **Risikominimierung**, d.h. eine Minimierung der Varianz ist. *Hinweis: Berechnen Sie zunächst  $Var(X)$  mit den Rechenregeln für Zufallsvariablen (Sie können dabei annehmen, dass die beiden Aktien unabhängig sind).*