Hochschule RheinMain
Fachbereich Design Informatik Medien
Studiengang Angewandte Informatik
Prof. Dr. Bernhard Geib

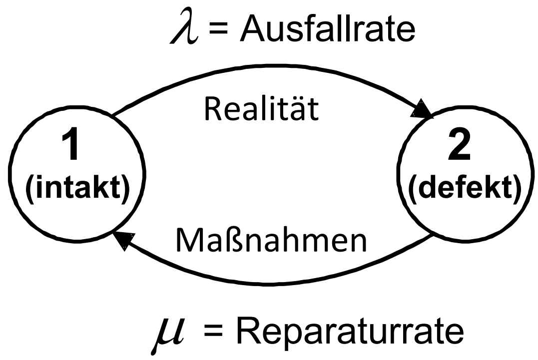
Fehlertolerante Systeme

Sommersemester 2021
(LV 7201)

6. Übungsblatt

Aufgabe 6.1

Wir betrachten das folgende Fehlermodell eines reparierbaren Systems mit den beiden Systemzuständen 1 und 2.



a) Wie lautet unter Berücksichtigung der Normierungsbedingung $P_1(t) + P_2(t) = 1$ die allgemeine Lösung der das Fehlermodell beschreibenden Differentialgleichung, die da lautet:

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda \cdot P_1(t) + \mu \cdot P_2(t)$$

wenn $\mu \neq 0$, $\lambda \neq 0$ und $P_1(t = 0) = V_0$ sind?

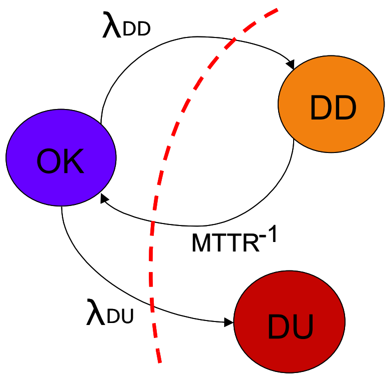
b) Skizzieren Sie für $V_0 = 1$ den Verlauf ihrer erzielten Lösung $P_1(t)$ über der Zeit t in einem Diagramm.

c) Was versteht man in diesem Zusammenhang unter dem Begriff Stationarität?

d) Welche stationäre Lösung ergibt sich für die betrachtete Differentialgleichung?

Aufgabe 6.2

Ein „Single Controller-System“ werde durch folgendes Markov-Modell beschrieben.



Dabei bezeichnen die Zustände

OK: den fehlerfreien Zustand des Systems,

DD: einen gefährlichen, entdeckbaren Fehlerzustand und

DU: einen gefährlichen, nicht entdeckbaren Fehlerzustand.

Die Übergangsraten λ_{DD} und λ_{DU} sowie die mittlere Reparaturzeit MTTR seien:

$\lambda_{DD} = 2 \cdot 10^{-3}$ sec^{-3}, $\lambda_{DU} = 5 \cdot 10^{-3}$ sec^{-3} und MTTR = $1 \cdot 10^{3}$ sec.

a) Wie lauten für das System im stationären Zustand die Markov-Gleichungen?

b) Welcher Wert ergibt sich für die Systemverfügbarkeit V_{Sta} im stationären Zustand?

c) Skizzieren Sie den Verlauf der Systemverfügbarkeit $V_S(t)$, wenn $V_S(t = 0) = 0{,}95$ beträgt!

Aufgabe 6.3

Es sei P(t) die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in einem Netzwerk mit N identischen Komponenten im Zeitintervall [0, t] maximal n Komponenten ausfallen:

$$P(t) = \sum_{i=1}^{n} \frac{(N\lambda t)^i}{i!} e^{-N\lambda t}$$

wobei λ die Ausfallrate einer Netzwerkkomponente bezeichnet.

Es werde nun ein Netzwerk mit N > 1 Komponenten sowie der Untersuchungsdauer $t = t_u$ betrachtet.

a) Welche Wahrscheinlichkeit P_0 ergibt sich für das Auftreten von keinem Ausfall im Zeitintervall 0 ... t_u?

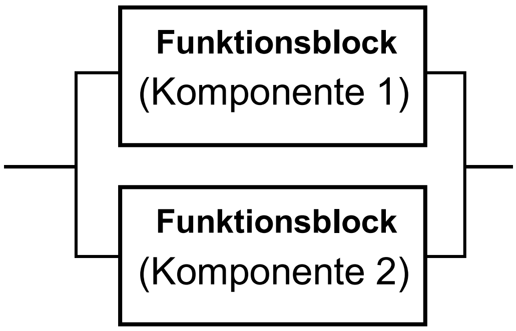
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P_0 in einem Netzwerk mit 513 Komponenten für das Auftreten von keinem Ausfall, wenn die Ausfallrate $\lambda = 10^{-6}$ h^{-1} und die Untersuchungsdauer $t_u = 100$ h beträgt?

c) Ermitteln Sie aus obigem Resultat die Wahrscheinlichkeit P_1 für den Ausfall von mindestens einer Netzwerkkomponente im Zeitintervall 0 ... t_u?

d) Von welcher maximalen Netzwerkgröße N ist auszugehen, so dass mit 95 %iger Sicherheit mindestens eine Netzwerkkomponente ausfällt, wenn die Ausfallrate $\lambda = 10^{-6}\ h^{-1}$ und die Untersuchungsdauer t_u = 100 h beträgt?

Aufgabe 6.4

Ein System bestehe aus der Parallelschaltung von zwei redundanten Funktionsblöcken (Komponente 1 und 2) gemäß nachstehendem ZBD.



Die beiden Komponenten mögen eine konstante Ausfallrate λ_1 bzw. λ_2 haben. Hieraus folgt, dass bei den beiden Komponenten auch eine exponentialverteilte Ausfallwahrscheinlichkeit $F_i(t) = 1 - e^{-\lambda_i \cdot t}$ (i = 1 bzw. 2) vorliegt.

a) Berechnen Sie die mittlere ausfallfreie Arbeitszeit T_M der Gesamtanordnung (Parallelschaltung) in Abhängigkeit von λ_1 und λ_2.

b) Es sei $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$. Wievielmal größer ist die Arbeitszeit T_M der Gesamtanordnung im Vergleich zur mittleren Lebensdauer einer Einzelkomponente?