Hochschule RheinMain
Fachbereich Design Informatik Medien
Studiengang Angewandte und Wirtschaftsinformatik
Prof. Dr. Bernhard Geib

Automatentheorie und Formale Sprachen

Sommersemester 2022
(LV 4110)

1. Übungsblatt

Innerhalb der Theoretischen Informatik geht es oftmals um die Konstruktion eines passenden Modells zur Repräsentation einer grundlegenden Problemstellung. Sowohl bei der Modellbildung als auch bei der anschließenden Modellanalyse bzw. Modellverifikation bedient man sich in aller Regel formalen Konzepten und Methoden der Mathematik. Beispielsweise spielen bei den Untersuchungen hierarchischer Beziehungen von Sprachklassen mit den zugehörigen Automatentypen, Mengen, Funktionen, Relationen sowie Induktionsbeweise und Aussagenlogik eine wichtige Rolle. Ziel des vorliegenden Übungsblattes ist es daher, mithilfe einiger Übungsaufgaben die wichtigsten Begrifflichkeiten des Mathematikunterrichts aufzufrischen.

Aufgabe 1.1

Gegeben seien die Mengen $M_1 = \{a, b, c\}$ und $M_2 = \{b, d, e, f\}$. Geben Sie Vereinigung, Durchschnitt, Differenz und Kreuzprodukt von M_1 und M_2 an. Geben Sie ferner die Potenzmenge von M_1 an.

Aufgabe 1.2

Sei Σ ein Alphabet (d. h. eine endliche Menge von Zeichen) und $A, B, C \subseteq \Sigma^*$ beliebige Sprachen des Grundbereichs. Welche der folgenden Aussagen sind im Allgemeinen richtig, welche sind falsch. Begründen Sie jeweils ihre Antwort.

a) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \setminus B = \emptyset$

b) $A \cap \neg B = A \setminus B$

c) $(A^*B^*)^* = (A \cup B)^*$

d) $(A^+)^+ = A^+$

e) $(A \setminus (B \cap C)) = ((A \setminus B) \cup (A \setminus C))$

f) $\{\varepsilon\}A = \emptyset \cap A$

Aufgabe 1.3

a) Es bezeichne **N** die Menge der natürlichen Zahlen. Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für n $\in$ **N** gilt:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

b) Schreiben Sie ein rekursives Programm (in Pseudocode), das die Summe der Zahlen von 1 bis n berechnet.

Aufgabe 1.4

a) Was versteht man unter der Potenzmenge $\mathcal{P}$(M) einer Menge M? Wie viele Elemente weist eine Potenzmenge auf?

b) Wie lauten die Elemente der beiden Mengen $\{\varepsilon\}^*$ und $2^{\{\varepsilon\}}$?

c) Was versteht man unter einer abzählbar unendlichen Menge? Geben Sie hierfür drei Beispiel aus der Zahlentheorie an.

d) Sei Σ ein endliches Alphabet. Ist Σ^* dann auch endlich oder abzählbar unendlich oder überabzählbar? Begründen Sie Ihre Antwort!

e) Prüfen Sie nach, ob die binäre Relation **R** := $\{ (a, b) \in \mathrm{IN} \times \mathrm{IN} \mid b = a \vee b = a + 1 \}$ über den natürlichen Zahlen IN = { 1, 2, 3, ... } transitiv ist.