Hochschule RheinMain
Fachbereich Design Informatik Medien
Studiengang Angewandte und Wirtschaftsinformatik
Prof. Dr. Bernhard Geib

Automatentheorie und Formale Sprachen

Sommersemester 2022
(LV 4110)

8. Übungsblatt

Ein Kellerautomat entsteht aus einem endlichen Automaten dadurch, dass man ihm einen Stack zuordnet, der sowohl beschrieben als auch gelesen werden kann. Von daher gesehen stellen Kellerautomaten eine gegenüber den zunächst behandelten endlichen Automaten mächtigere Automatenklasse dar. Es handelt sich bei der von Kellerautomaten akzeptierten Sprachen um die kontextfreien Sprachen, die bei der Behandlung der Syntaxanalyse eine große Bedeutung haben. Ziel dieser Übung ist es, den Aufbau, die Wirkungsweise und die Verwendung des Kellerautomaten einzuüben sowie deren Zusammenhang mit kontextfreien Grammatiken festzustellen. Abschließend benutzen wir das Pumping Lemma zum Nachweis, ob es sich bei der vorgegebenen Sprache um eine reguläre bzw. kontextfreie Sprache handelt oder nicht.

Aufgabe 8.1

Gegeben sei der deterministische Kellerautomat KA für die Sprache $L(KA) = \{ w \in \Sigma^* \mid w = a^n b^n ; n = 1, 2, ... \}$ mit $\Sigma = \{a, b\}$; $S = \{s_0, s_1\}$; $F = \{s_1\}$; $K = \{k_0, a\}$ sowie

$\delta(s_0, a, k_0) = (s_0, ak_0)$; $\delta(s_0, a, a) = (s_0, aa)$;
$\delta(s_0, b, a) = (s_1, \varepsilon)$; $\delta(s_1, b, a) = (s_1, \varepsilon)$.

a) Beschreiben Sie die Konfigurationsfolge des KA, wenn sich auf dem Eingabeband das Wort aaabb befindet.

b) Mit welchen Konfigurationen bleibt der KA stehen, wenn sich auf dem Eingabeband die Wörter aabbb, abab oder aabb befinden?

Aufgabe 8.2

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik G mit den Produktionen

$$S \to aSa \qquad S \to bSb \qquad \text{und} \qquad S \to c \text{ ,}$$

welche eine bestimmte Menge von Palindromen über {a, b, c} erzeugt.

a) Bestimmen Sie einen deterministischen Kellerautomaten KA, der diese Wortmenge akzeptiert.

b) Ist die Aufgabe auch lösbar, wenn die Regel $S \to c$ durch $S \to a$ ersetzt wird?

Aufgabe 8.3

Zeigen Sie ferner, dass die folgende Sprache L(G) nicht regulär ist:

$$L(G) = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid w = c^m a^n b^n \text{ mit } m \geq 1 \text{ und } n \geq 0\}$$

Aufgabe 8.4

Es sei $L(G) = \{w \mid w_{n,m} = a^n b^m$ für $n > 1$ und $m > 0\}$ eine kontextfreie Sprache der Grammatik G = (N, T, P, S) mit T = {a, b}, N = {S, A, B, C} sowie $(A \rightarrow a) \in P$ und $(B \rightarrow b) \in P$. Mit n = #N = 4 sei die Konstante k des Pumping Lemmas festgelegt auf $k := 2^{n-1} = 8$.

Wir betrachten nachstehend ein Wort w der Länge $|w| = 12 \geq k$.

a) Skizzieren Sie für w einen möglichen Ableitungsbaum, bei dem die Nicht-Terminals S, B und C jeweils genau einmal vorkommen. Wie viele Ableitungsebenen weist der Ableitungsbaum (mindestens) auf?

b) Wie lautet die vollständige Menge der Produktionen P?

c) Verifizieren Sie die Feststellung, dass als Folge von a) im Ableitungsbaum das Nicht-Terminal A mehrfach vorkommt.

Wir bezeichnen nunmehr die <u>letzte</u> Wiederholung von A mit K1 und die <u>vorletzte</u> mit K2 und setzen w = xuyvw mit $x, u, y, v, w \in T^*$.

Es werde vereinbarungsgemäß das Teilwort y aus K1 abgeleitet.

d) Verifizieren Sie die Folgerungen 1 bis 3 der Vorlesungsfolien Kap. IV, S. 40, 41 und 42, wonach gilt:

   1) $|uyv| \leq k$

   2) $uv \neq \varepsilon$

   3) $xu^i y v^i z \in L(G)$ für $i \geq 0$.