

## Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2021/22)

### Aufgabenblatt 7

zu bearbeiten bis: 12.12.2021, 23:59 Uhr

---

#### Aufgabe 7.1 (Diskrete Verteilungen)

Beantworten Sie die folgenden Fragen und wählen Sie hierzu jeweils eine angemessene diskrete Verteilung:

- Wir erhalten eine Kiste mit 200 gleichartigen Metallflügel, von denen 6 defekt sind. 20 der Flügel werden zufällig ausgewählt und in eine Flugzeugturbine eingebaut. Die Turbine fällt aus, wenn fünf oder mehr der eingebauten Flügel defekt sind. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das geschieht.
- Bob nimmt an einem Test mit 8 Fragen teil. Mit mindestens 6 richtig beantworteten Fragen hat man den Test bestanden. Bob hat nicht gelernt und wählt seine Antworten **zufällig**. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Bob den Test besteht, wenn es (i) ein Single-Choice-Test ist, d.h. für jede Frage ist bekanntermaßen eine der vier möglichen Lösungen korrekt, und (ii) ein Multiple-Choice-Test ist (d.h. bekanntermaßen ist eine unbekannte Kombination von \*zwei\* Antwortmöglichkeiten korrekt).
- In einer Stadt mit einer Million Einwohnern gibt es pro Jahr bekanntermaßen 10.000 Notarzteinsätze. Ein Notarzteinsatz dauert mit Vor- und Nachbearbeitung 2 Stunden. Wir gestalten den Notdienst für Wiesbaden (300.000 Einwohner). Wie viele Notärzte müssen mindestens parallel in Bereitschaft stehen, damit mit Wahrscheinlichkeit 99,9% immer ein Notarzt zur Verfügung steht?

*Hinweis: Man darf hier davon ausgehen, dass die Einsätze unabhängig von Tages- und Jahreszeit auftreten, und darf Schaltjahre ignorieren.*

#### Aufgabe 7.2 (Binomialverteilung: Rekursion)

Zeigen Sie, dass für eine binomialverteilte Zufallsvariable  $X$  mit  $p < 1$  gilt:

$$P(X = k+1) = P(X = k) \cdot \left( \frac{p}{1-p} \right) \cdot \left( \frac{n-k}{k+1} \right) \quad \text{für alle } k = 0, \dots, n-1$$

#### Aufgabe 7.3 (Binomial in Python)

Bearbeiten Sie das Notebook:

<https://www.kaggle.com/aulges/statwr-07-binomial>.

#### Aufgabe 7.4 (Exponentialverteilung)

Wir modellieren die Lebensdauer von Festplatten (in Monaten) mit der sogenannten Exponentialverteilung (mit Parameter  $\lambda > 0$ ):

$$f(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x} & \text{falls } x \geq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- a) Eine Festplatte sei bereits für eine Dauer  $c$  betrieben worden. Die Wahrscheinlichkeit, dass die Festplatte im nächsten Monat ausfällt, lautet  $P(X < c + 1 | X \geq c)$ . Berechnen Sie diese Wahrscheinlichkeit. Ist die Wahrscheinlichkeit abhängig von der bisherigen Lebensdauer  $c$ ?
- b) Wir schaffen einen Server an und verbauen drei Platten mit der erwarteten Lebensdauer  $1/\lambda = 24$  Monate. Berechnen Sie das Ereignis  $A =$  “Mindestens zwei der Platten fallen binnen eines Monats aus”. Die Platten seien unabhängig voneinander.