

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2020/21)

Aufgabenblatt 5

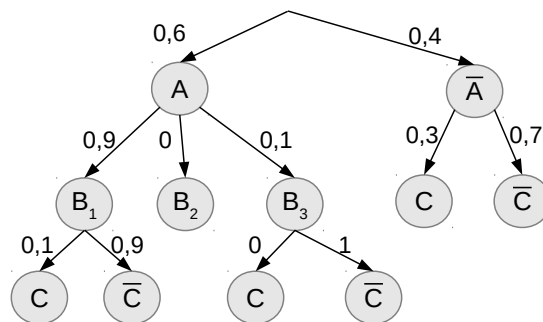
zu bearbeiten bis: 06.12.2020 (23:59 Uhr). Abgabe in StudIP-Ordner "Abgabe Blatt 05".

Aufgabe 5.1 (Kolmogorov)

Richtig oder falsch? Falls ja, begründen Sie. Falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel.

- $P(A \cup B|A) = 1$ (falls $P(A) > 0$).
- Aus $A \subsetneq B$ (\subsetneq bedeutet "echte Teilmenge von") folgt $P(A) < P(B)$.
- Aus $P(A) < P(B)$ folgt $P(A|C) < P(B|C)$ (falls $P(C) > 0$)?
- Sind A und B unabhängig, sind auch \bar{A} und B unabhängig.

Aufgabe 5.2 (Ereignisbäume)

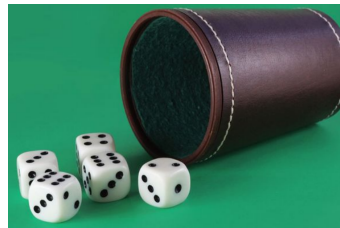


Gegeben diesen Ereignisbaum, berechnen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten. *Hinweis: Gemäß dem Satz der Totalen Wahrscheinlichkeit (siehe Slides in Stud.IP) können Sie das Ereignis C in disjunkte Fälle zerlegen, die den Blättern von C entsprechen.*

- $P(A, B_1, \bar{C})$
- $P(C)$
- $P(A \cup C)$
- $P(\bar{C}, B_3|A)$

Aufgabe 5.3 (Wahrscheinlichkeitsbäume)

- a) Bei einem Elfmeterschießen schießen nacheinander fünf Spieler einer Mannschaft. Wir definieren B_1, B_2, \dots, B_5 (der 1./2./.../5. Schütze trifft). Generell trifft jeder Schütze mit 80% Wahrscheinlichkeit. Hat der vorherige Schütze aber verschossen, wächst der Druck auf seinen Nachfolger, und die Wahrscheinlichkeit dass dieser verschießt ist gegenüber der generellen Trefferwahrscheinlichkeit um 10% erhöht. Berechnen Sie $P(B_1 \cap \bar{B}_2 \cap \bar{B}_3 \cap B_4 \cap B_5)$. Achten Sie auf eine saubere Notation des Rechenwegs. Notieren Sie die formalen Wahrscheinlichkeiten, nicht nur Zahlenwerte!.
- b) Geben Sie formal die im Text enthaltenen Wahrscheinlichkeiten an, und leiten Sie einen möglichst vollständigen Ereignisbaum her. Verwenden Sie die Ereignisse C (Patient hat COVID-19), A (Patient hat Atembeschwerden) und F (Patient hat Fieber).
“In einem Krankenhaus stellen sich Patienten mit Grippe-Symptomen vor, manche haben COVID-19. Unter den COVID-19-Fällen haben 80% Atembeschwerden, 70% Fieber und 30% beides. 40% aller vorstelligen Patienten haben COVID-19. Für die anderen gilt: 75% sind frei von Atembeschwerden, haben aber zu 60% Fieber.”
Anmerkung: Die Zahlen sind frei erfunden.
- c) Beim Kniffel hat man 3 Versuche um mit 5 Würfeln ein bestimmtes Ergebnis zu erzielen. Tom würfelt im ersten Versuch eine 2-3-4-6-6:



Sein Ziel ist eine Große Straße (1-2-3-4-5 oder 2-3-4-5-6). Bob denkt über zwei Strategien nach:

- (a) Er legt eine der Sechsen zurück in den Becher und versucht mit diesem einem Würfel in den verbleibenden zwei Versuchen die fehlende Fünf zu erzielen.
- (b) Er legt beide Sechsen zurück in den Becher. Weil er nun mit zwei Würfeln weiterwürfelt hätte er mehr Chancen auf die fehlende 5, und könnte diese entweder mit einer 1 oder einer 6 ergänzen.

Berechnen Sie für beide Strategien die Wahrscheinlichkeit die Große Straße zu erreichen. Verwenden Sie hierzu jeweils einen Entscheidungsbaum.