

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2020/21)

Aufgabenblatt 1

zu bearbeiten bis: 08.11.2020, 23:59 Uhr

Generelle Hinweise: Bearbeiten Sie die Übungsblätter möglichst in Zweierteams. Bearbeiten Sie die Aufgaben selbstständig (es erfolgen Plagiats-Checks). Die Übungsblätter enthalten zwei Aufgabentypen: (1) klassische Theorie-Aufgaben, (2) Python-Notebooks. Beide Aufgabentypen sind verpflichtend und klausurrelevant.

- Fassen Sie alle Theorie-Aufgaben eines Blatts in einer einzigen, max. 10 MB großen, PDF- oder JPEG-Datei zusammen. Name der Datei:

Vorname1_Nachname1-Vorname2_Nachname2.pdf

Zum Beispiel: Angela_Merkel-Lothar_Matthäus.pdf.

- Beinhaltet das Blatt ein Python-Notebook, so benennen Sie dieses analog:

Vorname1_Nachname1-Vorname2_Nachname2.ipynb

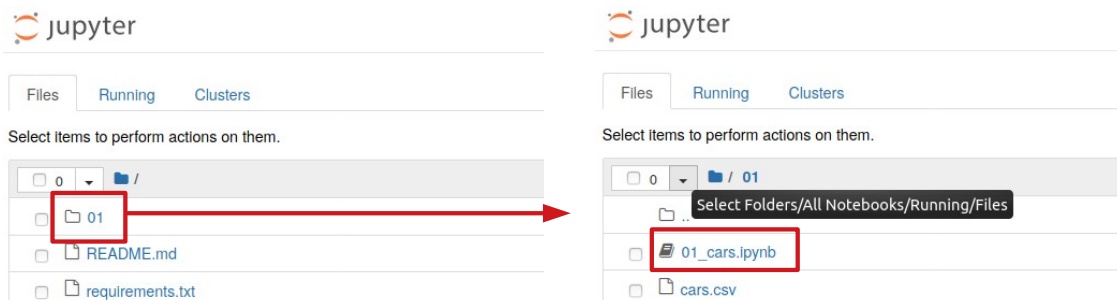
- Laden Sie Ihre Datei(en) bis Sonntag abend um 23:59 Uhr in den passenden Abgabe-Ordner ("Abgabe Blatt X") in Stud.IP hoch.

Entspricht Ihre Abgabe nicht diesem Format oder ist sie verspätet, wird sie als ungültig gewertet.

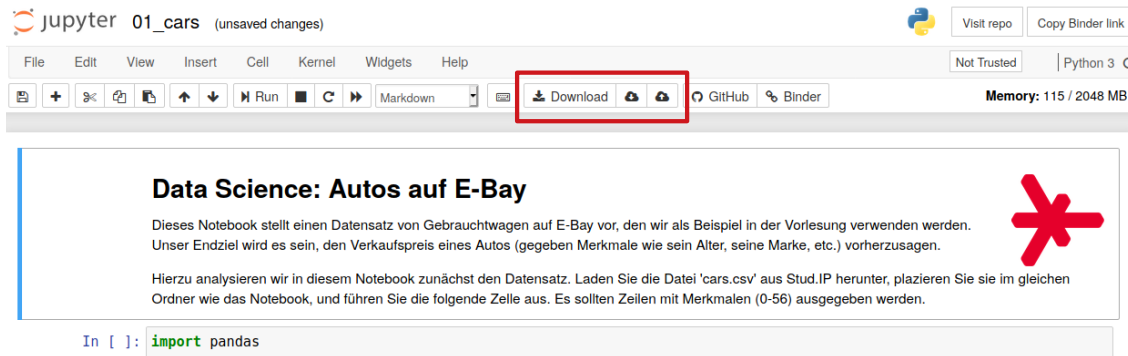
Python-Notebooks: Wir werden für manche Aufgaben in diesem Kurs **Python-Notebooks** verwenden. Sie können diese **im Browser bearbeiten**. Klicken Sie einfach auf diesen Link:

<https://mybinder.org/v2/gh/ulges/statistik20-notebooks.git/main>

Nach etwas Zeit öffnet sich ein File Browser. Klicken Sie sich zu Ihrem Notebook durch:



Das Notebook öffnen sich, und Sie können es nun im Browser bearbeiten. Hilfreich sind insbesondere die im folgenden Bild hervorgehobenen Tasten: Mit `Download` erhalten Sie eine lokale Version Ihrer Lösung, die Sie in Stud.IP abgeben können. Mit den anderen beiden Tasten können Sie im Browser Ihren aktuellen Stand abspeichern und (nach einem Browser-Neustart) neu laden.



Bearbeiten Sie nun das kurze Tutorial-Notebook 00_helloworld.ipynb.

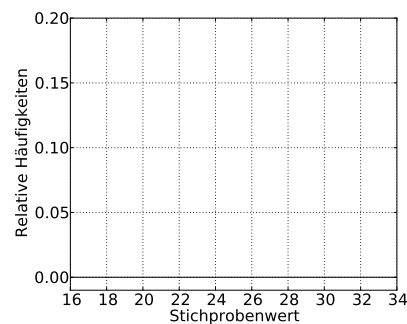
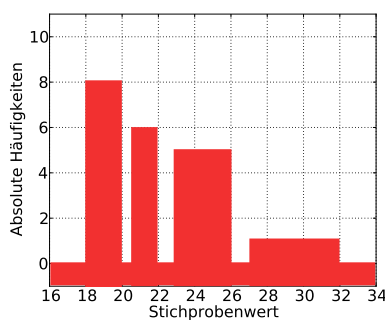
Hinweis: Falls Sie die Notebooks nicht im Browser bearbeiten möchten, finden Sie die Notebooks alternativ in Stud.IP unter Dateien > Notebooks. Sie können Sie mit der Software Jupyter Notebook bearbeiten. Installieren Sie sich hierzu Jupyter Notebooks für Python 3 auf Ihrem Rechner (siehe <https://jupyter.org/install>) und folgen Sie den weiteren Instruktionen.

Aufgabe 1.1 (Häufigkeiten, Histogramme, Kennwerte)

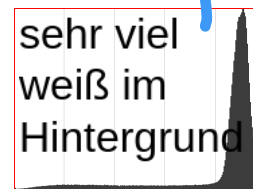
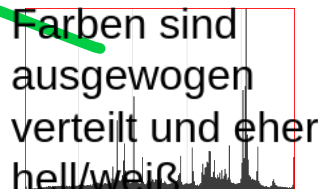
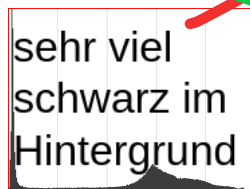
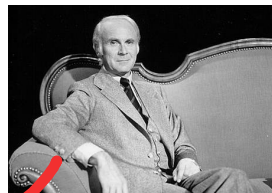
Gegeben ist die folgende Stichprobe:

24, 28, 18, 21, 21, 20, 19, 31, 20, 22, 20, 23, 24, 20, 18, 22, 20, 24, 25, 21, 21.

- Skizzieren Sie das Histogramm mit Zerlegung (17, 20, 22, 26, 32) **nicht-normiert**, mit **absoluten Häufigkeiten** (links).
- Skizzieren Sie das Histogramm mit Zerlegung (17, 20, 22, 26, 32) **normiert**, mit **relativen Häufigkeiten** (rechts).



- Gegeben sind die folgenden drei Bilder, sowie zugehörige Histogramme. Jedes Pixel besitzt eine Intensität zwischen 0 (schwarz) und 255 (weiß). Ordnen Sie jedem der Bilder das korrekte Histogramm zu und begründen Sie informell.



Aufgabe 1.2 (Mittelwert und Median)

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Ist eine Aussage wahr, führen Sie einen Beweis. Ist eine Aussage falsch, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- Der Mittelwert einer Stichprobe ist immer größer oder gleich dem Median der Stichprobe.
- Der Mittelwert ist immer kleiner oder gleich dem Maximum der Stichprobe.

a ist falsch

b ist richtig Beweise: unten

Aufgabe 1.3 (Verteilte Berechnungen)

Es sei eine univariate Stichprobe der Größe $3n$ (mit $n \in \mathbb{N}^+$) gegeben. Falls n sehr groß ist, ist es von Interesse die Berechnung des Mittelwertes \bar{x} auf verschiedene Rechner zu verteilen. Wir gehen von 3 Rechnern aus.

a) Alice schlägt folgende Strategie zur Berechnung des Mittelwerts \bar{x} vor:

- Teile die Stichprobe in 3 Teile:

$$\underbrace{x_1, \dots, x_n}_{\text{Teil 1}} \quad \underbrace{x_{n+1}, \dots, x_{2n}}_{\text{Teil 2}} \quad \underbrace{x_{2n+1}, \dots, x_{3n}}_{\text{Teil 3}}$$

- Berechne auf den 3 Rechnern parallel die Mittelwerte $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$ der einzelnen Teile.
- Berechne den Gesamt-Mittelwert als das Mittel dieser Werte: $\bar{x} = \frac{1}{3}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3)$.

Ist Alice' Rechnung korrekt? Falls ja: Zeigen Sie die Korrektheit. Falls nein: Geben Sie ein Gegenbeispiel.

b) Bob schlägt vor, für den Median dieselbe Rechnung durchzuführen, d.h. den Median der Gesamt-Stichprobe als den Median der Teil-Mediane zu berechnen. Ist Bobs Rechnung korrekt? Falls ja: zeigen Sie die Korrektheit. Falls nein: Geben Sie ein Gegenbeispiel.

1.2) a) $x = [0, 0, 0, 1, 1, 1, 1]$
Median $\tilde{x} = 1$; Mittelwert $\bar{x} = 0,5714$