

[illegible]

Matrikelnummer: _____

Aufgabe 1 (2+4+7 = 13 Punkte)

```
# Eingabe
# a: ein Array von Zahlen
# n: die Länge des Arrays
1   s = 0;
2   for (int i=0; i<n; i+=1) {
3       s += a[i];
4   }
5   avg = s/n;
6   s = 0;
7   for (int i=0; i<n; i+=1) {
8       if (a[i]<= a[0]) {
9           s += 2 * avg;
10      } else {
11          s += 2 * a[i];
12      }
13  }
14  return s;
```

- a) Der obige Algorithmus wird auf einem Array a der Länge $n \geq 1$ ausgeführt. Terminiert der Algorithmus für alle möglichen Eingabe-Arrays? Ist der Algorithmus deterministisch? Begründen Sie jeweils kurz.
- b) Berechnen Sie nachvollziehbar die genaue Anzahl der Feldzugriffe in Abhängigkeit von n , und zwar für den Best Case und den Worst Case. Geben Sie abschließend auch noch für beide Fälle die zugehörige Aufwandsklasse in O-Notation an.

- c) Füllen Sie die folgende Tabelle aus: Tragen Sie in die leeren Felder jeweils eine Funktion a_n oder b_n ein, so dass die Bedingungen in den drei rechten Spalten erfüllt sind. Sollte keine solche Funktion existieren, tragen Sie einen Strich ein.

Hinweis: Es ist keine Herleitung erforderlich.

a_n	b_n	$a_n \in O(b_n)$	$b_n \in \Theta(a_n)$	$a_n \in \Omega(b_n)$
$2 \cdot n^2 + 100$		ja	ja	nein
$3n^3 + 4$		ja	nein	nein
$\log(n)$		nein	nein	ja
	$\frac{n^3+3}{n+5}$	ja	ja	ja
	$\log(n) \cdot 2^n$	nein	nein	nein
$n^4 + 4^n$		ja	nein	nein
$n^2 \cdot 2^n$		ja	nein	nein
$n^3 - n^2$		ja	nein	ja
$n \cdot \log(n) - n$		nein	nein	ja

Matrikelnummer: _____

Aufgabe 2 (3+3+3+3+3 = 15 Punkte)

Sind die folgenden Behauptungen korrekt? Kreuzen Sie an. Geben Sie (falls ja) eine knappe Begründung oder (falls nein) ein Gegenbeispiel an.

- a) Gilt $a_n \in O(b_n)$, gilt auch $a_n \in \Theta(b_n)$. ☐ gilt ☐ gilt nicht

Begründung/Gegenbeispiel:

-
- b) In einem Red-Black-Tree ist die Anzahl der roten Kanten von der Wurzel zu allen Blättern gleich. ☐ gilt ☐ gilt nicht

Begründung/Gegenbeispiel:

-
- c) Bei gleicher Tabellengröße und Eingabedaten benötigt Hashing mit Verkettung immer mindestens so viel Speicher wie Hashing mit Sondierung. ☐ gilt ☐ gilt nicht

Begründung/Gegenbeispiel:

-
- d) Das Entfernen der Wurzel eines Suchbaums mit n Elementen hat immer den Aufwand $O(1)$. ☐ gilt ☐ gilt nicht

Begründung/Gegenbeispiel:

-
- e) Das Quicksort-Verfahren besitzt für alle Arrays der Länge n einen Aufwand von $O(n \cdot \log(n))$. ☐ gilt ☐ gilt nicht

Begründung/Gegenbeispiel:

Matrikelnummer: _____

Aufgabe 3 (6+3+6 = 15 Punkte)

- a) Sortieren Sie das folgende Array aufsteigend mit **RadixExchangeSort**. Führen Sie die Vertauschungen gemäß dem Schema aus der Veranstaltung durch. Überführen Sie die Zahlen hierzu zunächst in **Binärdarstellung (4 Bit)**. Behandeln Sie in **jeder Zeile** eine Binärziffer (ein Bit).

2	9	6	11	3	1
---	---	---	----	---	---

Binärdarstellung:

--	--	--	--	--	--

1. Bit

--	--	--	--	--	--

2. Bit

--	--	--	--	--	--

3. Bit

--	--	--	--	--	--

4. Bit

--	--	--	--	--	--

Endergebnis:

--	--	--	--	--	--

Matrikelnummer: _____

Die folgende Abbildung zeigt den Zustand einer externen Sortierung mittels N-Wege-Mischen. Die initiale Blockgröße betrug 2, es wurde bisher ein Mischvorgang durchgeführt.

d1																	
d2																	
d3	4	6	8	9	1	2	2	7	2	8							
d4	1	3	3	5	4	5	6	6									

- b) Handelt es sich um 2-Wege-Mischen, 3-Wege-Mischen, oder 4-Wege-Mischen? Begründen Sie knapp.

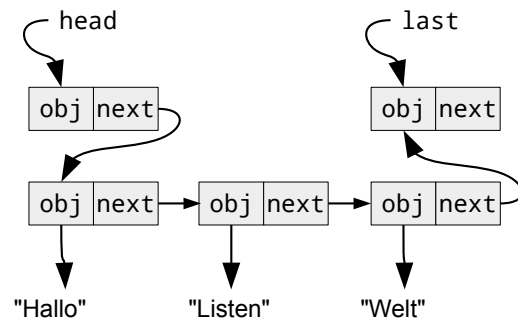
- c) Führen Sie (ausgehend von der Abbildung oben) die Sortierung bis zum Ende durch. Skizzieren Sie den Zustand der Dateien nach jedem Mischvorgang.

[illegible][illegible][illegible]

Matrikelnummer: _____

Aufgabe 4 (12+4 = 16 Punkte)

```
class LinkedList<T> {  
    private Node head;  
    private Node last;  
  
    private class Node {  
        T obj;  
        Node next;  
    }  
  
    ...  
}
```



Verkettete Listen bestehen aus Knoten (Nodes) und besitzen für Anfang und Ende separate Knoten `head` und `last`. Jeder Knoten referenziert seinen Nachfolger (`next`).

- a) Implementieren Sie eine Methode `isLongerThan(LinkedList<T> other)`, die eine Liste mit einer anderen Liste `other` vergleicht und genau dann `true` zurückliefert, wenn die Liste `this` mehr Knoten enthält als `other`. Vermeiden Sie es wenn möglich, die Länge beider Listen zu berechnen.

```
boolean isLongerThan(LinkedList<T> other) {
```

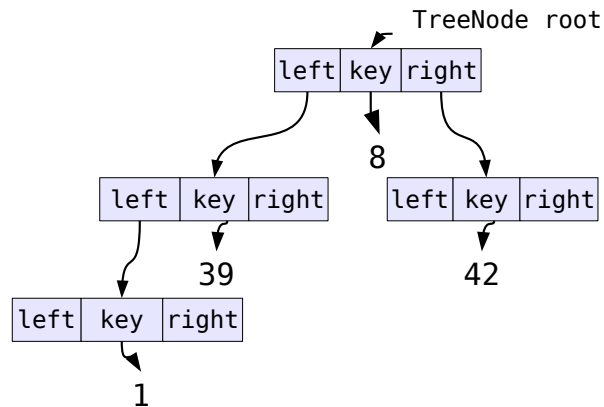
```
}
```

- b) Geben Sie die Aufwandsklasse Ihrer Methode `isLongerThan()` in Abhängigkeit der Listenlängen n_1 (`this`) und n_2 (`other`) an. Begründen Sie Ihre Antwort.

Matrikelnummer: _____

Aufgabe 5 (9+9 = 18 Punkte)

```
class TreeNode {  
    int key;  
    TreeNode left;  
    TreeNode right;  
  
    int maxKey();  
    ...  
}
```



Binäre Bäume seien Knoten (Nodes) mit `int`-Schlüsseln und Referenzen auf ein linkes und rechtes Kind (siehe oben).

- a) Schreiben Sie eine rekursive Funktion `maxKey()`, die beim Aufruf auf einem Wurzelknoten (z.B. `root.maxKey()`) den größten `key` des gesamten Baums (incl. `root`) zurückliefert.

Hinweis: `maxKey()` soll für beliebige binäre Bäume funktionieren, nicht nur für Suchbäume!

```
int maxKey() {
```

```
}
```

- b) Fügen Sie zur Klasse Node eine rekursive Funktion `IsSearchTree()` hinzu, die prüft, ob ein Baum ein Suchbaum ist. Genau dann soll `true` zurückgeliefert werden.

Hinweis: Sie können die Funktion `maxKey()` aus Aufgabe (a) verwenden. Sie können auch eine analoge Funktion `minKey()` verwenden, die den minimalen Schlüssel zurückliefert. Sie müssen `minKey()` nicht implementieren.

```
boolean isSearchTree() {
```

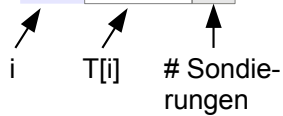
```
}
```

Aufgabe 6 (9+5 = 14 Punkte)

- a) Gegeben eine Hash-Tabelle T ($N = 9$), führen Sie ein Hashing mit quadratischer Sondierung durch. Fügen Sie nacheinander die Zahlen 11, 2, 21, 38, 3 und 29 ein. Notieren Sie nach jedem Einfügen den Status der Hash-Tabelle (siehe unten) sowie die Anzahl der benötigten Sondierungen.

Füge 11 ein.

0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		



 i $T[i]$ # Sondierungen

Füge 2 ein.

0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Füge 21 ein.

0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Füge 38 ein.

0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Füge 3 ein.

0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Füge 29 ein.

0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

- b) Ist diese Aussage wahr: "Hashing mit quadratischer Sondierung benötigt niemals mehr Sondierungen als Hashing mit linearer Sondierung"? Falls ja, begründen Sie. Falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel.

Matrikelnummer: _____

Aufgabe 7 (4+5 = 9 Punkte)

Gegeben sei ein **Array** **a** aus n natürlichen Zahlen. Gesucht ist ein Algorithmus, der die **größte Primzahl** zurückgibt, die sich durch **Summierung von Zahlen des Arrays** bilden lässt (jede Zahl des Arrays darf hierbei maximal einmal vorkommen).

Beispiel: Für dieses Array...

3	9	6	2	4
---	---	---	---	---

... lautet die Lösung $9 + 6 + 4 = 19$ (Primzahl!). Es lässt sich keine größere Primzahl bilden (z.B. ist $9 + 6 + 4 + 2 = 21 = 3 \cdot 7$ nicht prim).

- a) Alice schlägt den folgenden Pseudo-Code zur Lösung des Problems vor (`istPrim()` prüft ob eine gegebene Zahl eine Primzahl ist). Welchem **Algorithmenmuster** entspricht Alice' Pseudo-Code? Geben Sie eine knappe Begründung.

```
1  summe = 0
2  for pos = 0, ..., n-1:
3      if istPrim(summe + a[pos]):
4          summe = summe + a[pos]
5  return summe
```

- b) Ist Alice' Algorithmus korrekt? Begründen Sie.

Matrikelnummer: _____