

Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung (WS 2021/22)

Aufgabenblatt 2

zu bearbeiten bis: 07.11.2021, 23:59 Uhr

Aufgabe 2.1 (Kovarianz)

Gegeben ist die bivariate Stichprobe:

$$(x_1, y_1), \dots, (x_5, y_5) = (0, 2), (5, 8), (3, 9), (-2, -1), (4, 2)$$

- Berechnen Sie die Kovarianzmatrix.
- Berechnen Sie die Korrelation zwischen den beiden Variablen x und y . Würden Sie die beiden Variablen als stark korreliert bezeichnen?
- Wie verändert sich die Kovarianzmatrix, wenn wir die Daten in x -Richtung strecken, d.h.

$$x'_i := 2 \cdot x_i \quad \text{für alle } i = 1, \dots, n$$

Begründen Sie Ihre Antwort formal.

Aufgabe 2.2 (Notebook)

Bearbeiten Sie das Notebook:

<https://www.kaggle.com/aulges/statwr-02-kovarianz-und-korrelation>

Aufgabe 2.3 (Kombinatorik I)

Ermitteln Sie die Anzahl der möglichen Kombinationen/Variationen/Permutationen. Bestimmen Sie jeweils zuerst n und ggfs. k/n_k , und geben Sie an ob es sich um eine ungeordnete/geordnete Stichprobe, sowie um Ziehen mit/ohne Wiederholung handelt.

- Alice, Bob, Trudy und Eve besuchen zusammen eine moderne Kunstperformance. Weil diese schlecht besucht ist, haben sie eine Reihe von 15 Sitzplätzen zur freien Verfügung. In wie vielen verschiedenen Kombinationen können sie sich hinsetzen?
- Bank-PINs bestehen aus vier Ziffern zwischen 0 und 9. In wievielen PINs kommt die Ziffer 3 mindestens einmal vor?
Hinweis: In wievielen PINs kommt die 3 nicht vor?
- In einer Buchstabensuppe schwimmen Buchstabennudeln von 26 Buchstaben. Von jedem Buchstaben seien ausreichend viele Nudeln vorhanden, außer dem A (dieses kommt nur $8 \times$ vor). Bob nimmt einen Teller Suppe und zählt darin 10 Buchstaben. Wieviele Kombinationen sind möglich?

- d) Im Morsealphabet sind die einzelnen Zeichen durch Sequenzen aus Punkten und Strichen dargestellt. Wieviele Morsebuchstaben der Länge 7 mit genau 2 Strichen sind möglich?
- e) Es sei N die maximale erlaubte Länge eines Morsezeichens. Wie groß müsste N sein, damit das Morse-Alphabet die 50.000 Buchstaben des chinesischen Alphabets abdecken kann?
Hinweis: Es sind natürlich auch kürzere Morsezeichen der Länge 1,2,... usw. erlaubt.

Aufgabe 2.4 (Kombinatorik II)

Es sei $\mathcal{M} := \{1, 2, \dots, 20\}$. Beantworten Sie die folgenden Fragen mit Hilfe der Kombinatorik.

- a) Wieviele Tripel kann man aus \mathcal{M} bilden, in denen nicht dreimal derselbe Wert vorkommt?
- b) Wieviele Teilmengen mit genau 4 Elementen kann man aus \mathcal{M} bilden?
- c) Wir stellen uns 20 Kugeln mit den Zahlen aus \mathcal{M} vor und übermalen bei allen Zahlen die erste Ziffer (so dass statt der 11 nun eine zweite 1 in der Urne ist, etc). Wieviele unterscheidbare Reihungen der 20 Kugeln sind möglich?
- d) (*knifflig*) Wieviele verschiedene ungerichtete Graphen mit \mathcal{M} als Knotenmenge kann man bilden, wenn kein Knoten mit sich selbst verbunden sein darf?
Hinweis: Hier sehen Sie die möglichen ungerichteten Graphen für 3 Knoten. Warum sind es genau 8 Stück?

