

Automatentheorie und Formale Sprachen

Sommersemester 2022

(LV 4110)

7. Übungsblatt

Allgemein ist das Wortproblem für einen Automatentyp die Frage, ob der Automat das Eingabewort w akzeptiert. Auch bei einer gegebenen Grammatik in Chomsky-Normalform läuft die Fragestellung darauf hinaus, ob das Eingabewort $w \in L(G)$ ist. Ziel dieser Übung ist es, den sogenannten CYK-Algorithmus (Cocke-Younger-Kasami) beim Wortproblem für Grammatiken anzuwenden.

Aufgabe 7.1

Gegeben sei die Grammatik $G = (N, T, P, S)$ mit den folgenden Regeln: $S \rightarrow AB$, $A \rightarrow CD \mid CF$, $B \rightarrow c \mid EB$, $C \rightarrow a$, $D \rightarrow b$, $E \rightarrow c$ und $F \rightarrow AD$.

- Um welchen Sprachentyp handelt es sich?
- Ist das Wort $w = a^3b^3c^2$ aus der Sprache $L(G)$ ableitbar? Wenn ja, führe man die Ableitung durch.
- Prüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus (Cocke, Younger, Kasami) nach, ob für das Wort $w \in L(G)$ gilt.

Aufgabe 7.2

Geben Sie eine kontextfreie Grammatik $G = (N, T, P, S)$ an, die die Sprache $L(G)$ mit

$$L(G) = \{a^i b^k a^j \mid k \leq i + j; i, j, k \in \mathbb{N}_0\}$$

erzeugt.

Aufgabe 7.3

Gegeben sei die Grammatik $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow AB \mid A, A \rightarrow aBb \mid ab, B \rightarrow bB \mid b\}, S)$

- Leiten Sie ein Wort der Länge 6 aus dem Startsymbol S ab.
- Geben Sie alle Wörter, die aus S abgeleitet werden können und höchstens 6 Zeichen lang sind, an.
- Wie lautet die von der Grammatik erzeugte Sprache $L(G)$?

- d) Welche der Produktionen sind vom Typ 3 (rechtslinear)? Welche sind vom Typ 2 (kontextfrei)? Welche sind kontextfrei und nicht rechtslinear?
- e) Von welchem Typ ist die Grammatik G ?

Beachten Sie dabei, dass für $i = 0, 1, 2$ gilt: Eine Grammatik ist vom Typ i , wenn alle Regeln vom Typ $k \geq i$ sind. (Für $i = 3$ heißt dies: Eine Grammatik ist vom Typ 3, wenn alle Regeln rechtslinear oder alle Regeln linkslinear sind.)

Aufgabe 7.4

Gegeben sei die Grammatik $G = (T, N, P, S)$ in Chomsky-Normalform mit $T = \{a, b, c, x\}$, $N = \{S, A, B, C, D, E, F, H\}$, dem Startsymbol S sowie den Produktionen:

$$P = \{ S \rightarrow A F \mid B E \mid x \mid H D ; A \rightarrow a ; B \rightarrow b ; C \rightarrow c ; D \rightarrow C S ; \\ E \rightarrow H B ; F \rightarrow H A ; H \rightarrow A F \mid B E \mid x \}$$

- a) Prüfen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob das Wort $w = axacbaxab$ aus dem Startsymbol S der Grammatik G abgeleitet werden kann. Begründen Sie das Ergebnis anhand einer Dreieckstabelle!
- b) Geben Sie alle Wörter w an, für die Sie direkt aus obiger Tabelle ablesen können, dass w aus S ableitbar ist.
- c) Wie viele Ableitungsschritte hat die Ableitung eines Wortes der Länge n , wenn die Grammatik in der Chomsky-Normalform (CN) vorliegt? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.