a)

zu zeigen: $\underbrace{(n+1000)}_{f} \in \underbrace{O(n^2)}_{g}$ $\quad f \in O(g)$

$\exists c, n_0: n + 1000 \leq c \cdot n^2$ für alle $n \geq n_0$

$c = 5$, $n_0 = 1000$

IA:

$1000 + 1000 \leq 5 \cdot (1000)^2$ Aussage stimmt

IV:

Für n gelte: $n + 1000 \leq 5n^2$

IS:

$n \to n+1$

zu zeigen: $(n+1) + 1000 \leq 5(n+1)^2$ $\quad 5(n+1)^2 = 5n^2 + 10n + 5$

$$
\begin{aligned}
(n+1) + 1000 &= (n + 1000) + 1 \\
&\leq 5(n)^2 + 1 \\
&\leq 5n^2 + n \\
&\leq 5n^2 + 10n + 5
\end{aligned}
$$

Beweis da: $5n^2 + n \leq 5n^2 + 10n + 5$ gilt

b) zu zeigen: $\underbrace{n^3}_{f} \notin \underbrace{O(n^2+n+4)}_{g}$

$$\frac{f}{g} = \frac{n^3}{n^2+n+4} \qquad \lim_{n\to\infty}\left(\frac{f}{g}\right) = \frac{n^3}{n^2+\cancel{n}+\cancel{4}} = \underbrace{n = \infty \text{ da } (n\to\infty)}_{\text{daraus folgt } f_n \notin O(g_n)}$$

c) zu zeigen: $\underbrace{n^2}_{f} \in \underbrace{O(e^n)}_{g}$

$$\frac{f}{g} = \frac{n^2}{e^n} \xrightarrow{n\to\infty} \frac{\infty}{0} = 0$$