Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Steffen Reith

2. Übungsblatt

1. Sei $\mathcal{P}(A) =_{\text{def}} \{B \mid B \subseteq A\}$ die Potenzmenge von A. Ist z.B. $A = \{2,3,5,7\}$, so ist $\mathcal{P}(A) = \{\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2,3\}, \{2,5\}, \{2,7\}, \{3,5\}, \{3,7\}, \{5,7\}, \{2,3,5\}, \{2,3,7\}, \{2,5,7\}, \{3,5,7\}, \{2,3,5,7\}\}$.

   Sei nun A eine beliebige Menge mit n Elementen. Zeigen Sie, dass dann 2^n Elemente in $\mathcal{P}(A)$ enthalten sind. Können Sie *mehrere (also mindestens zwei) verschiedene* Beweise für diese Tatsache finden?

2. Sei das L-System $G = (\{\mathtt{F}, -, +\}, -\mathtt{F}, \{\mathtt{F} \rightarrow \mathtt{F} + \mathtt{F} - \mathtt{F} - \mathtt{F} + \mathtt{F}\})$ gegeben. Bestimmen Sie die Wörter, die sich ergeben, wenn man zwei Ableitungschritte durchführt. Welche graphische Repräsentation dieser Strings ergibt sich mit der Turtle-Interpretation für $\delta = 90°$?

3. Gegeben sei ein Alphabet Σ. Eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ heißt *entscheidbar*, falls ein Algorithmus existiert, der für jede Eingabe stoppt und der für jedes $w \in \Sigma^*$ feststellt, ob entweder $w \in L$ oder $w \notin L$ gilt.

   Entwerfen Sie Algorithmen (in Pseudocode), die zeigen, dass die Sprachen L_1, **PRIM** und **COMPOSITE** entscheidbar sind:

   i) $\Sigma = \{a, b\}$ und $L_1 =_{\text{def}} \{v \in \Sigma^* \mid v = ww^R\}$, wobei $w^R =_{\text{def}} w_n w_{n-1} \dots w_2 w_1$ für $w = w_1 w_2 \dots w_{n-1} w_n$ (d.h. w^R ist das Spiegelbild von w).

   ii) $\Sigma = \{0, 1\}$, $\mathbf{PRIM} =_{\text{def}} \{p \mid p \text{ ist Primzahl}\}$ und $\mathbf{COMPOSITE} = \overline{\mathbf{PRIM}}$.

Besprechung in den Übungen am 26. April 2023.