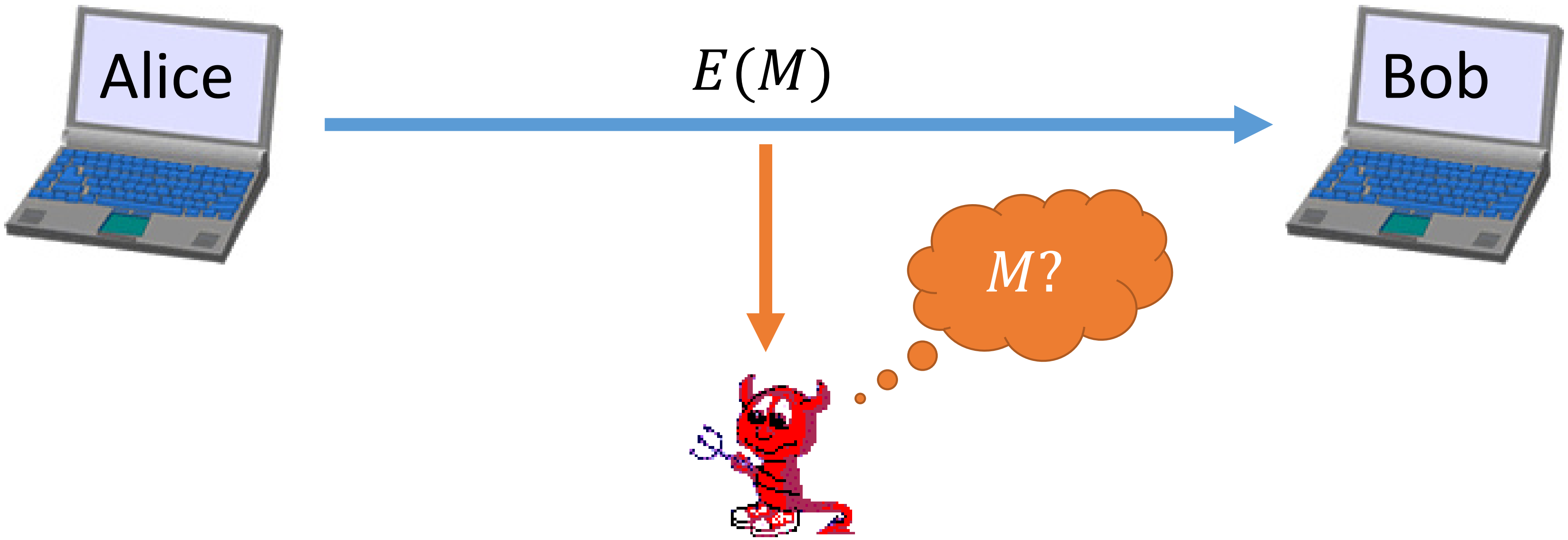
Поточные и Блочные шифры

Макаров Артём

МИФИ 2020

Историческая задача криптографической защиты информации

- Передача зашифрованного сообщения по открытому каналу
- При перехвате зашифрованного сообщения открытый текст должен остаться неизвестным для злоумышленника



Шифр Шеннона

- (3) Функция D обращает функцию E (**свойство корректности**):

$$\forall k, \forall m\ D\big(k, E(k,m)\big) = m.$$

Пусть K – **множество ключей**, M **– множество сообщений**, C **– множество шифртекстов**.

Тогда шифром Шеннона, определённым над (K, M, C) называют пару функций $\mathrm{E} = (E, D)$:

$$E: K \times M \to C,$$
$$D: K \times C \to M,$$

для которых выполняются свойства (1) – (3).

Пример: Одноразовый блокнот

Пусть $\mathrm{E} = (E, D)$ – **шифр Шеннона**, для которого $K = M = C = \{0,1\}^L$, где L – фиксированный параметр.

Для ключа $k \in K$ и сообщения $m \in M$ функция **зашифрования** определена как:

$$E(k, m) = k \oplus m.$$

Для ключа $k \in K$ и шифртекста $c \in C$ функция **расшифрования** определена как:

$$D(k, c) = k \oplus c.$$

$\oplus$ - побитное сложение по модулю 2 (XOR).

Корректноть: $D\big(k, E(k, m)\big) = D(k, k \oplus m) = k \oplus (k \oplus m) = (k \oplus k) \oplus m = 0^L \oplus m = m$.

Пример: Аддитивный одноразовый блокнот

Пусть $\mathrm{E} = (E, D)$ – **шифр Шеннона**, для которого $K = M = C = \{0, \dots, n-1\}^L$, где n – фиксированный параметр.

Для ключа $k \in K$ и сообщения $m \in M$ функция **зашифрования** определена как:

$$E(k, m) = (m + k) \mathrm{mod}\, n, \text{покоординатно}$$

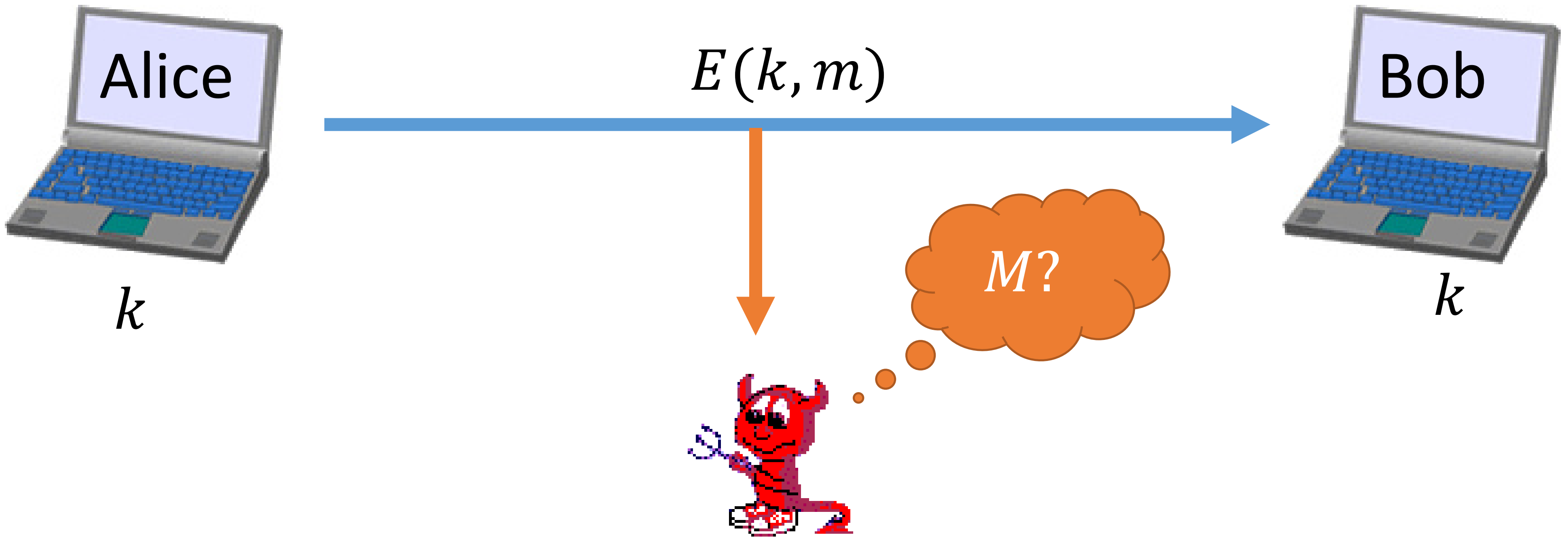
Для ключа $k \in K$ и шифртекста $c \in C$ функция **расшифрования** определена как:

$$D(k, c) = (c - k) \mathrm{mod}\, n, \text{покоординатно}$$

Корректноть: $D\big(k, E(k, m)\big) = D(k, m + k) = (m + k) - k = m$.

Цель шифра Шеннона

- Цель шифра Шеннона – обеспечение **секретности** передаваемых сообщений по открытому каналу
- Для обеспечения секретности необходим общий секретный ключ $k \in K$, неизвестный для злоумышленника



Одноразовый блокнот – абсолютно стойкий шифр

Теорема 1.2. Пусть $\mathrm{E} = (E, D)$ - одноразовый блокнот при $K = M = C = \{0,1\}^L$ для параметра L. Тогда E – абсолютно стойкий шифр.

Абсолютная стойкость – невозможны атаки, лучше чем атаки прямым перебором ключевого множества.

Сложность атаки - 2^L

Плохие новости

Теорема 1.7 (Шеннона). Пусть $\mathrm{E} = (E, D)$ шифр Шеннона на (K, M, C). Если E – абсолютно стойкий, то

- $|K| \geq |M|$
- $H(\boldsymbol{k}) \geq H(\boldsymbol{m}), \boldsymbol{k} \in_R K, \boldsymbol{m} \in_R M$

Простое объяснение – невозможно получить равномерно распределённую случайную величину длины m, используя детерминированный алгоритм над равномерно распределённой случайной величиной длины $n < m$.

Иными словами, для шифрования 1 Gb данных **любым** абсолютно стойким шифром потребуется ключ размера как минимум 1 Gb.

Идея одноразового блокнота

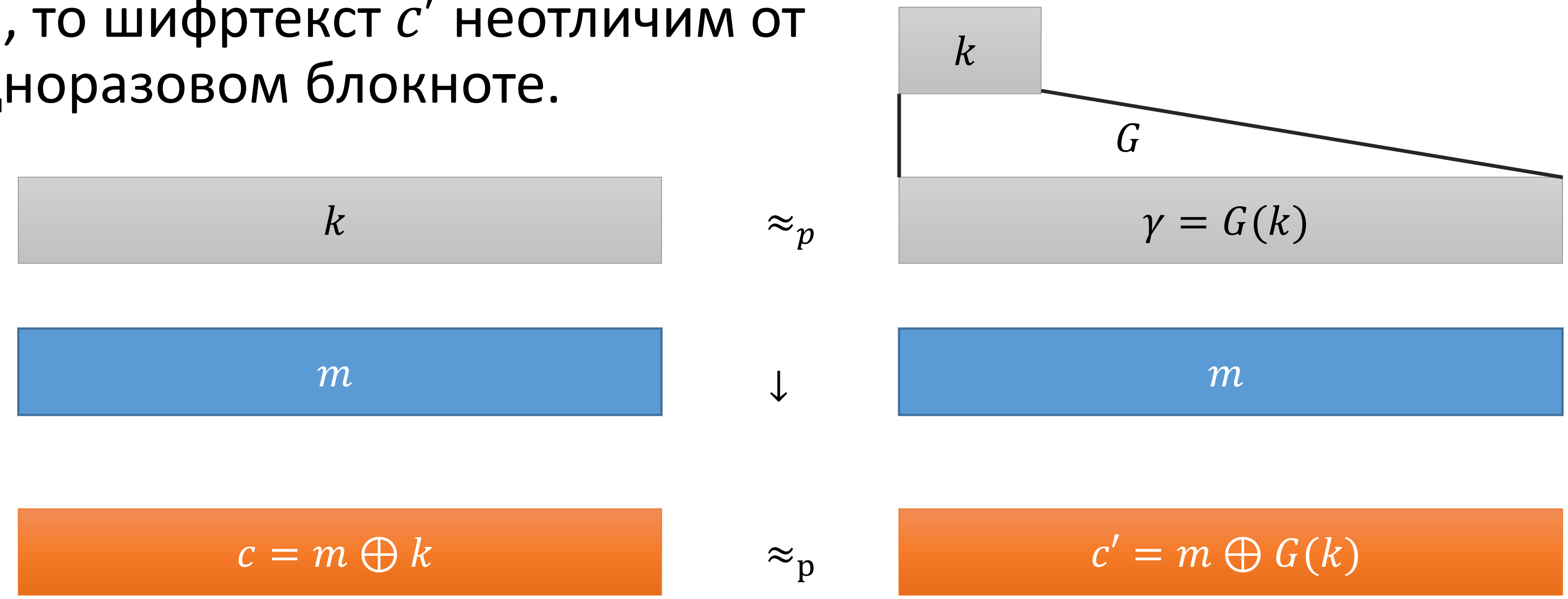
Одноразовый блокнот – сложение (побитное) случайного равновероятного вектора ключа с вектором открытого текста, для получения шифртекста.

Проблема (Теорема Шеннона) – длина (энтропия) ключа должна быть больше или равна длине сообщения.

Основная идея – заменить случайный длинный вектор ключа на «псевдослучайную» последовательность, называемую гаммой.

Идея одноразового блокнота

Заменяем использование случайного ключа k псевдослучайной последовательностью γ. Если последовательность «неотличима» от случайной равновероятной, то шифртекст c' неотличим от шифртекста в одноразовом блокноте.



Поточный шифр

Эффективно вычислимая функция $G: S \to R$ называется **псевдослучайным генератором** на (S, R) **PRG**.

Шифр $\mathrm{E} = (E, D)$ с параметрам (l, L) на (K, M, C): $K = \{0,1\}^l, M = C = \{0,1\}^L$, называется **поточным шифром**, если

$$E(k, m) = G(k) \oplus m,$$

где $G: \{0,1\}^l \to \{0,1\}^L$ - псевдослучайный генератор.

Аналогично можно ввести Поточный шифр по произвольному модулю.

Стойкость поточного шифра сводится к «качеству» псевдослучайной последовательности $\gamma = G(k)$

Блочный шифр

Блочный шифр – детерминированный шифр $\mathrm{E} = (E, D)$ определённый на (K, X): $E: K \times X \to X$.

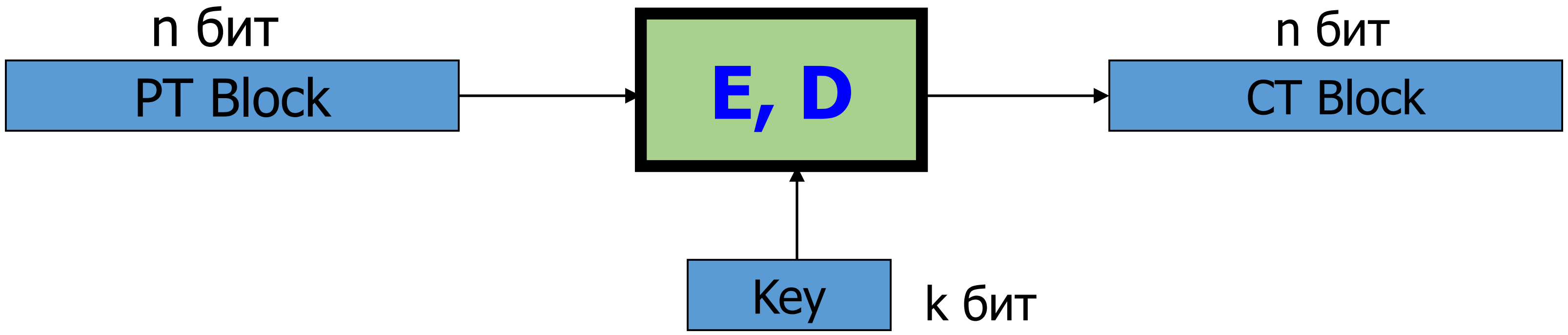
$x \in X$ – блок данных, X – множество блоков, K – множество ключей блочного шифра.

Для ключа $k \in K$ определим функцию $f_k: X \to X: f_k = E(k,*)$. $f_k^{-1}: X \to X: f_k^{-1} = D(k,*)$.

Из свойства корректности имеем f_k, f_k^{-1} - подстановки на множестве X, $f_k f_k^{-1} = e$, где e – тождественная подстановка на X.

Блочный шифр

- Блочные шифры является основным криптографическим примитивом для построения симметричных криптосистем.
- Могут быть использованы для как схем шифрования (в схемах шифрования), так и для обеспечения аутентичности (в кодах аутентичности сообщений.



PRP и PRF

Пусть функция $F: K \times X \to Y$ определена на (K, X, Y).

Тогда F – **псевдослучайная функция (PRF)**, если существует эффективный алгоритм, вычисляющий $F(k, m), k \in K, x \in X$.

PRF стойкая, если $k \in_R K, F(k, m) \approx_p r, r \in_R Y$

Пусть функция $E: K \times X \to X$ определена на (K, X).

Тогда E – **псевдослучайная подстановка (PRP)**, если

- Существует эффективный алгоритм вычисляющий $E(k, x). k \in K, x \in X$
- Функция $f_k = E(k,*)$ – подстановка.

PRP стойкая, если $k \in_R K, F(k, m) \approx_p r, r \in_R X$

Стойкий блочный шифр

- Предполагается, что стойкий блочный шифр задаёт стойкую PRP
- Иными словами при случайном ключе, мы ожидаем, что выход зашифрования произвольного блока блочным шифром будет неотличим от случайного блока, выбранного случайно равновероятно.

Использование блочных шифров

Пусть $\mathrm{E} = (E, D)$ – блочный шифр на (K, X).

Можем ли мы использовать блочный шифр для построения шифров для сообщений произвольной длины?

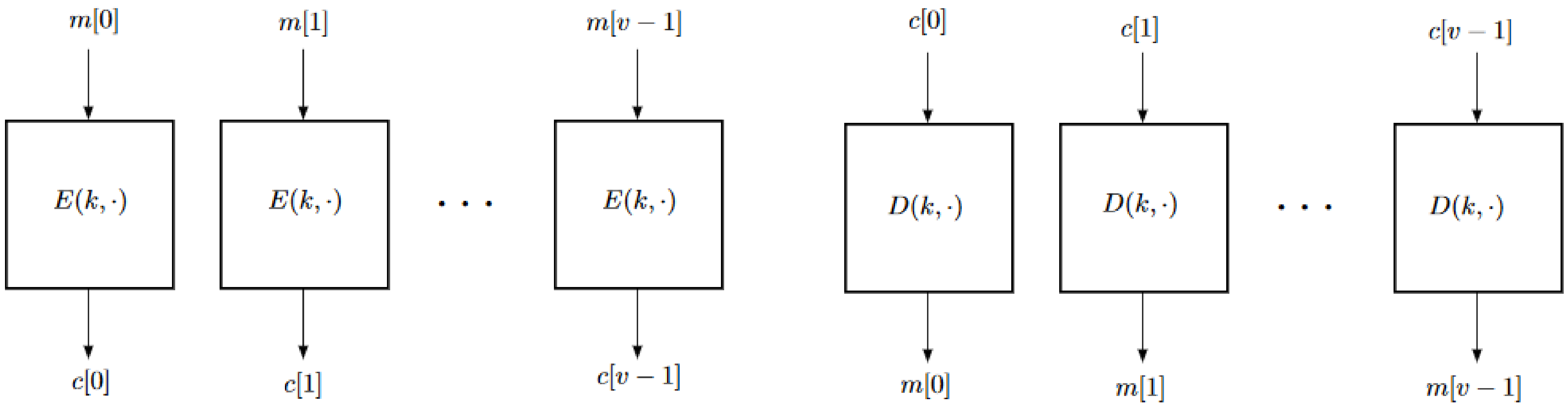
Сможем, будем использовать режимы шифрования блочных шифров, определяющие шифрование сообщений произвольной длины, на основе блочных шифров.

ECB

Пусть $\mathrm{E} = (E, D)$ – блочный шифр на (K, X). Для полиномиально ограниченной величины $l \geq 1$ определим шифр $\mathrm{E}' = (E', D')$ на $(K, X^{\leq l}, X^{\leq l})$ следующим образом:

- Для $k \in K, m \in X^{\leq l}, v = |m|$ определим
$$E'(k, m) = \big(E(k, m[0]), \dots, E(k, m[v-1])\big).$$
- Для $k \in K, c \in X^{\leq l}, v = |c|$ определим
$$D'(k, c) = \big(D(k, \mathrm{c}[0]), \dots, D(k, \mathrm{c}[v-1])\big).$$

ECB



Зашифрование

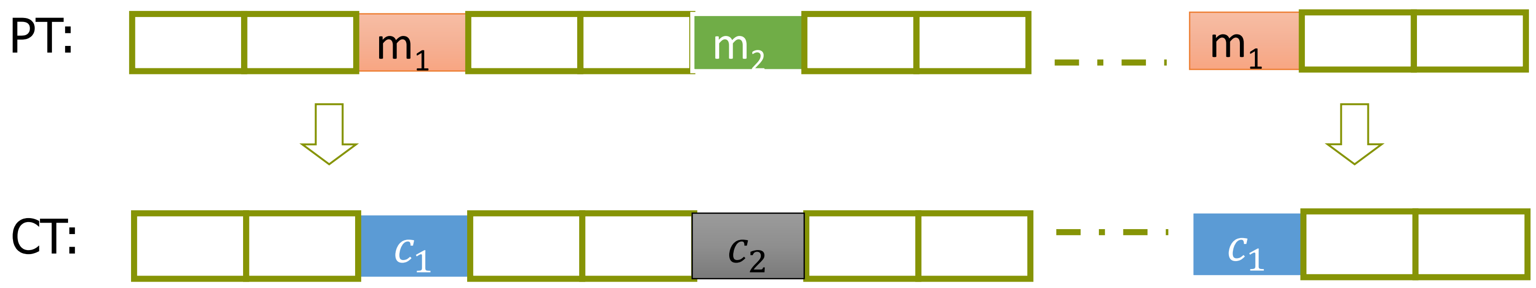
Расшифрование

Стойкость ECB

- Стойкий блочный шифр в режиме ECB –стойкий для
  - Сообщений, состоящих из уникальных, **попарно различных блоков** (например есть открытый текст – случайных ключ), не повторяющихся во время жизни ключа шифрования
  - Любых коротких, уникальных сообщений, длинной в один блок, не повторяющихся во время жизни ключа
- Что для произвольных сообщений произвольной длины?

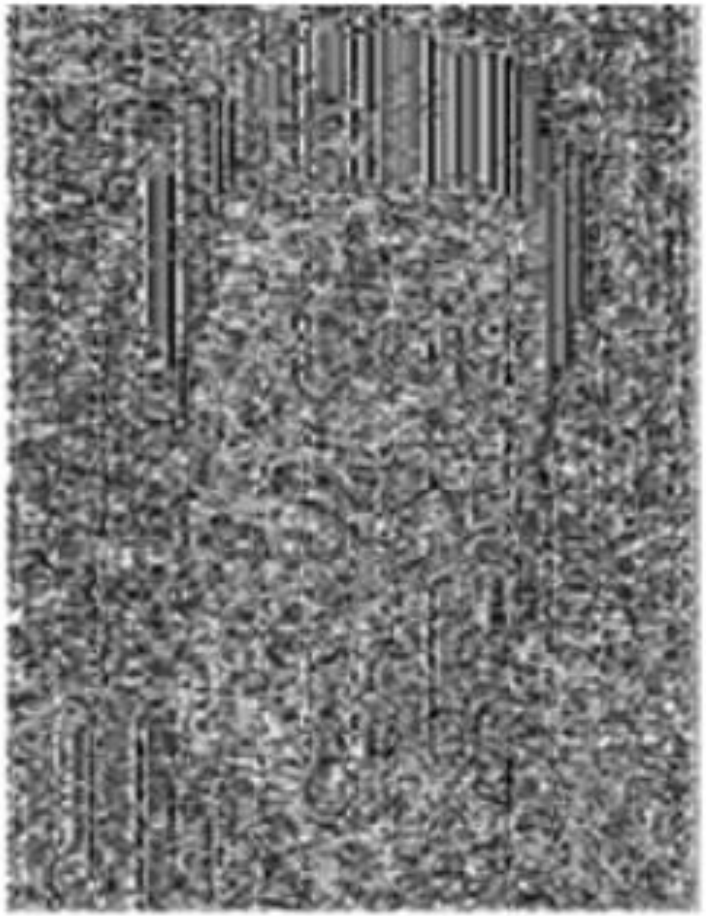
Стойкость ЕСВ

Зашифрование в режиме ЕСВ происходит детерминированно и поблочно, как следствие одинаковые блоки имеют одинаковый шифртекст.



Стойкость ECB

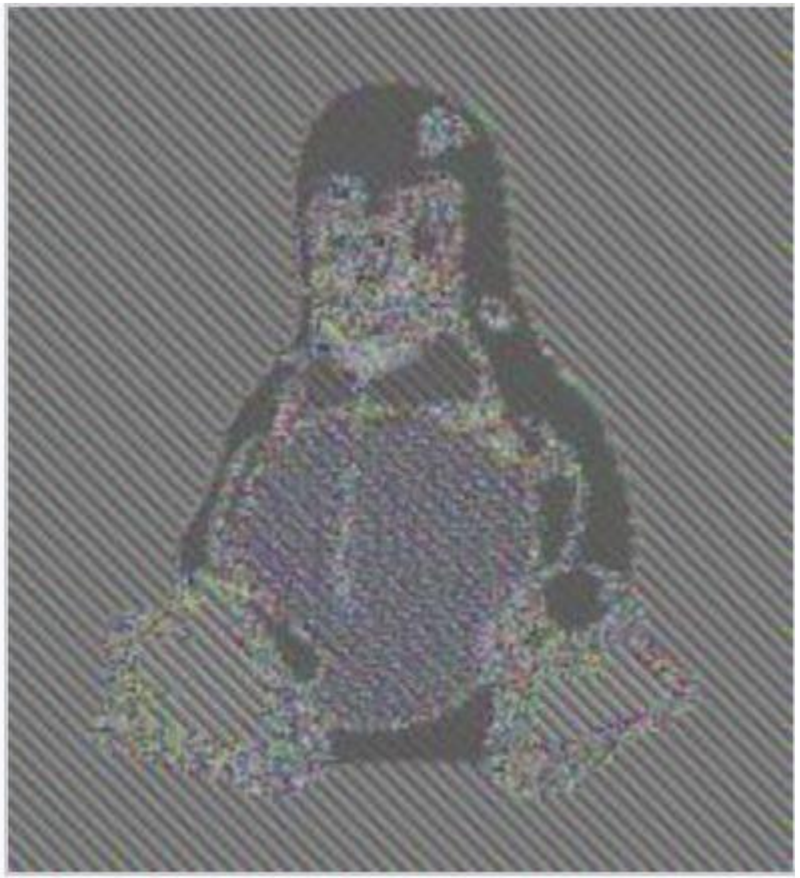
(a) plaintext



(b) plaintext encrypted in ECB mode using AES

Стойкость ECB

Original image



Encrypted using ECB mode

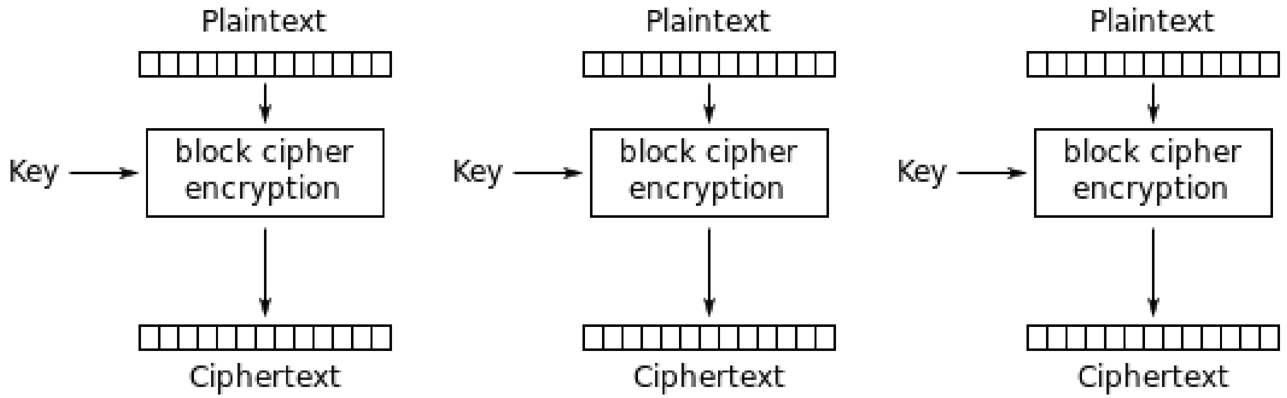
Вопросы для достижения дзена в режимах шифрования

На сколько битов, в каких блоках и каким образов влияет

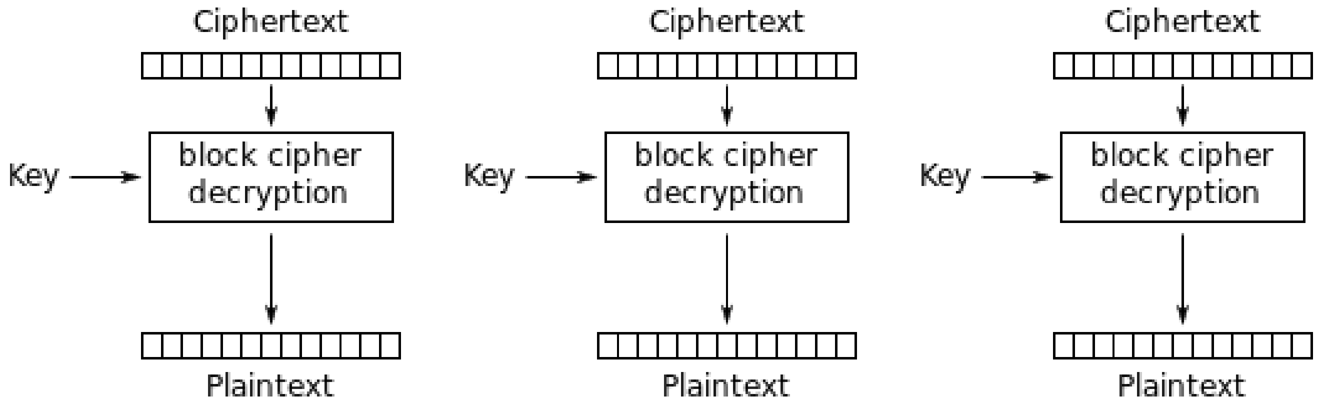
- Изменение одного бита открытого текста на шифртекст
- Изменение одного бита шифртекста на расшифрованный открытый текст

Можно ли контролируемо изменить определённый бит расшифрованного открытого текста, изменив биты шифртекста, как?

ECB

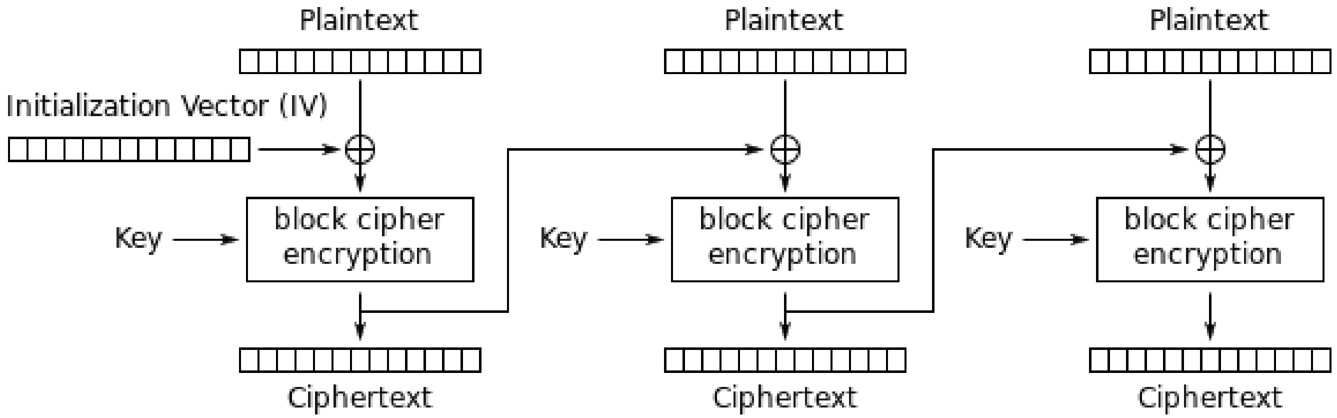


Electronic Codebook (ECB) mode encryption

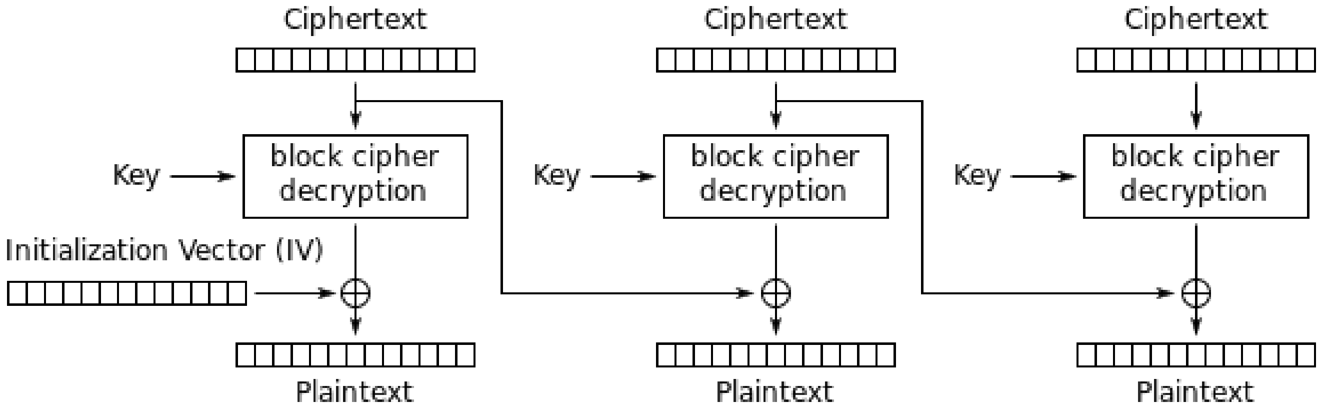


Electronic Codebook (ECB) mode decryption

CBC

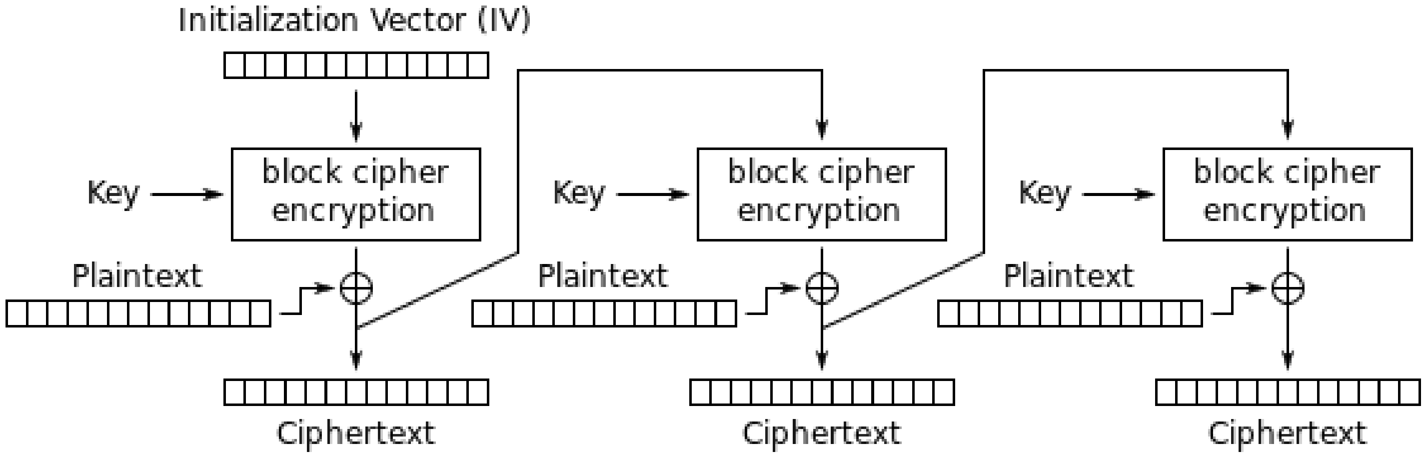


Cipher Block Chaining (CBC) mode encryption

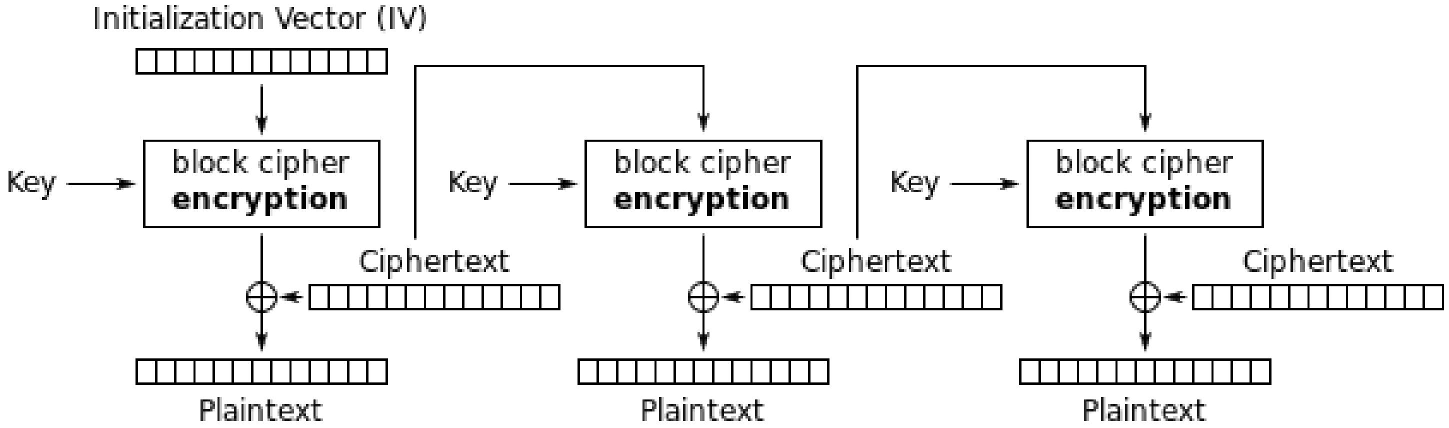


Cipher Block Chaining (CBC) mode decryption

CFB

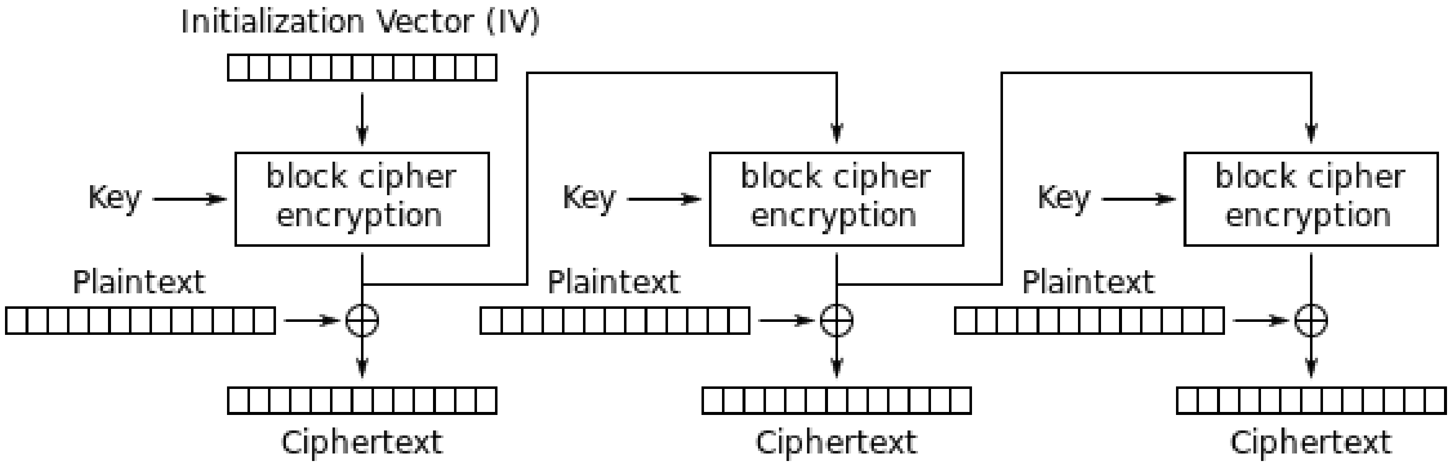


Cipher Feedback (CFB) mode encryption

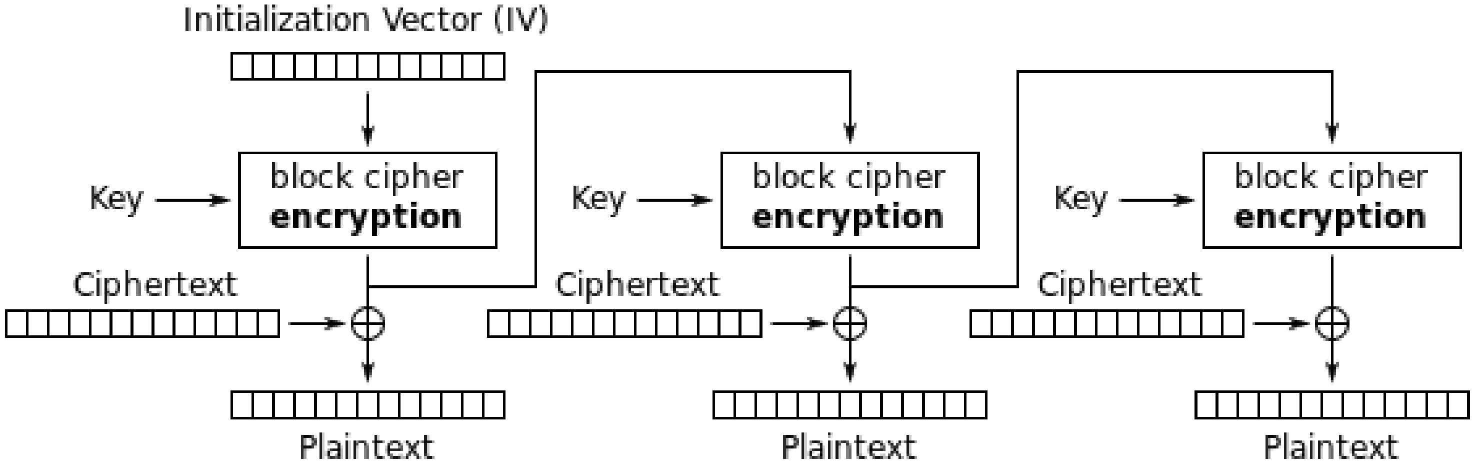


Cipher Feedback (CFB) mode decryption

OFB

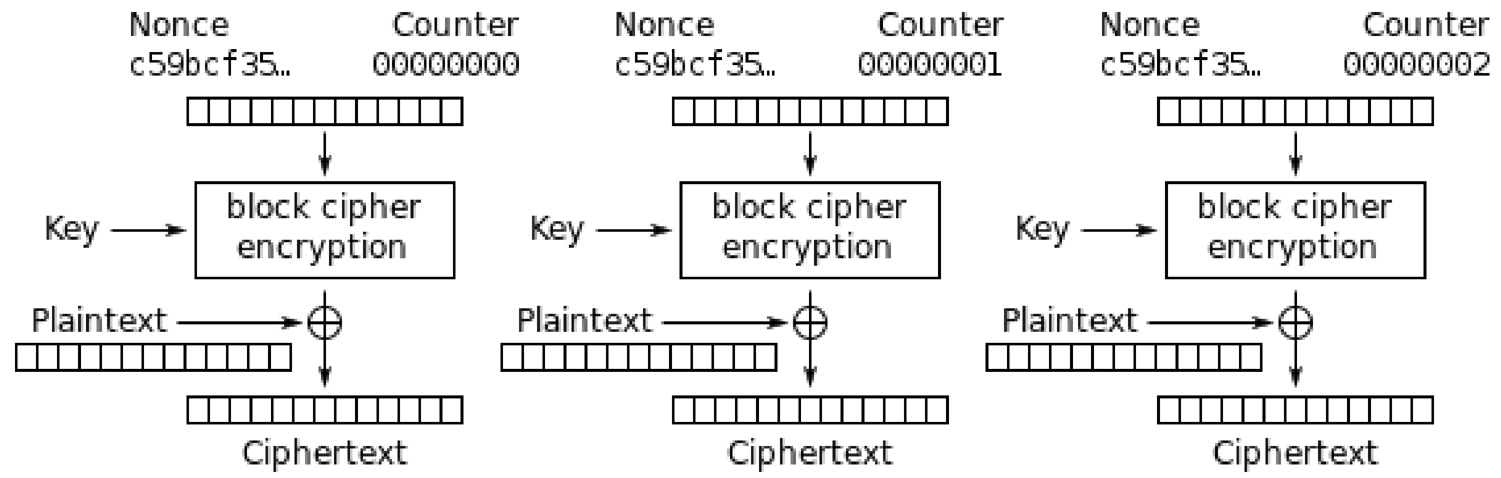


Output Feedback (OFB) mode encryption

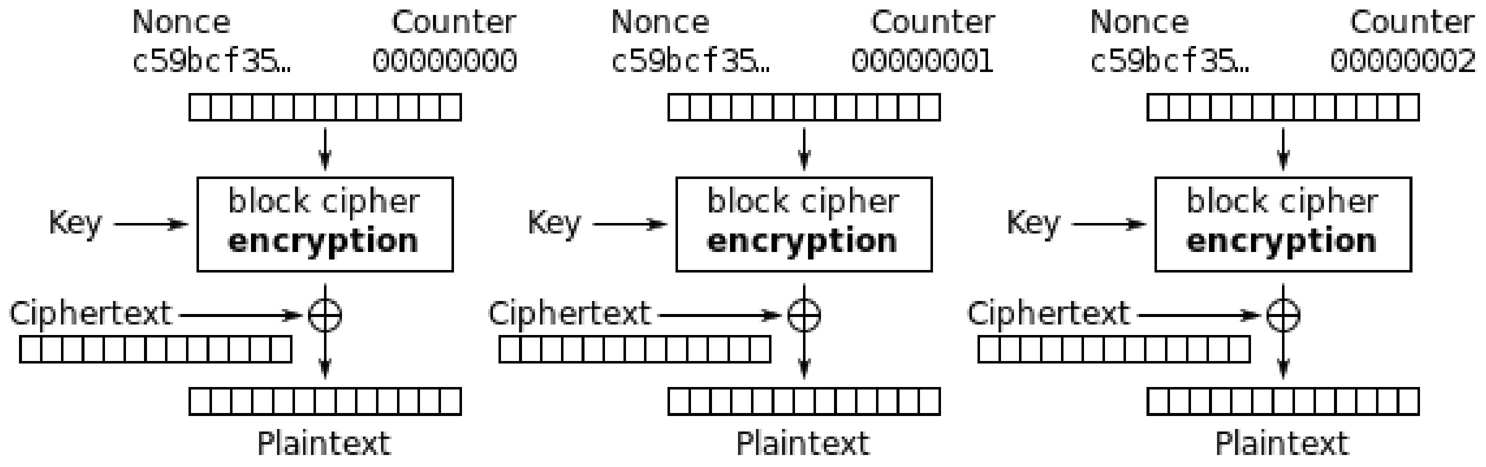


Output Feedback (OFB) mode decryption

CTR



Counter (CTR) mode encryption



Counter (CTR) mode decryption