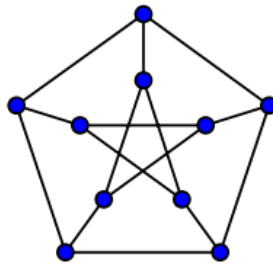


**LISTA DE EXERCÍCIOS**  
**TEORIA DOS GRAFOS**

1. O que podemos dizer sobre grafos  $G$  com:
  - a)  $X'(G) = 1$
  - b)  $X'(G) = 2$
2. Diga se as seguintes afirmativas são verdadeiras ou falsas e justifique:
  - a) Se  $G$  contém um vértice de grau  $r$ , então  $X'(G) \geq r$ .
  - b) Se  $X'(G) \geq r$ , então  $G$  contém um vértice de grau  $r$ .
3. Uma universidade está preparando o vestibular para os seus  $n$  cursos. Para cada curso, os candidatos deverão realizar algumas provas específicas. Exemplo:
  - Computação: matemática, física
  - Nutrição: química, biologia
  - Arquitetura: física, matemática, história
  - Medicina: química, biologia

Como definir os horários das provas de modo a minimizar o número de dias de provas e de forma que os candidatos de cada curso façam no máximo uma prova por dia? Modele este problema utilizando grafos e proponha uma solução para ele.

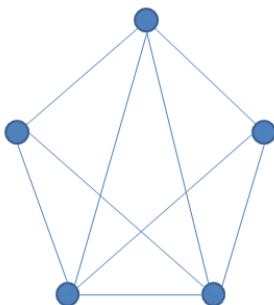
4. Seja  $P$  o grafo de Petersen, mostrado na figura abaixo:



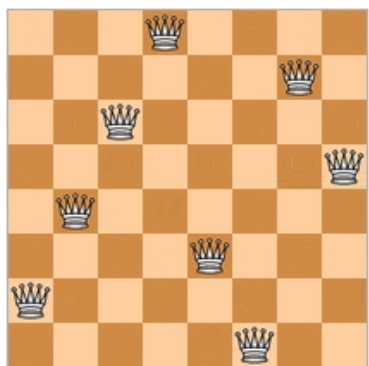
- a) Mostre uma coloração de vértices mínima de  $P$ .
- b) Mostre uma coloração de arestas mínima de  $P$ .

5. Seja  $k_{3,n}$  o grafo bipartido completo com 3 vértices em uma partição e  $n$  vértices na outra.
- Para quais valores de  $n$  o grafo  $k_{3,n}$  é planar?
  - Calcule o índice cromático do  $k_{3,n}$ .

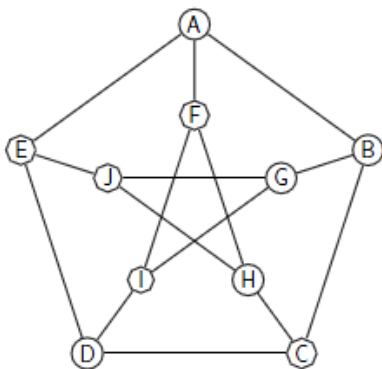
6. Dado o grafo  $G$  abaixo:



- $G$  é planar?
  - Quantas faces tem  $G$ ?
  - Qual é o dual do grafo  $G$ ?
7. Prove que a seguinte afirmativa é verdadeira ou mostre um exemplo que a torne falsa. “Em qualquer grafo  $G$  o conjunto dominante mínimo é sempre menor ou igual ao conjunto independente máximo”.
8. Um subconjunto de vértices,  $C$ , de um grafo simples,  $G$ , é um clique se existir uma aresta entre todos os pares de vértices distintos em  $C$ , ou seja, todo par de vértices de um clique é adjacente. O que representa em  $\overline{G}$  um conjunto de vértices que é um clique em  $G$ ? Qual é o nome dado a esse conjunto?
9. No xadrez a rainha pode se mover em forma horizontal, vertical ou pela diagonal em qualquer sentido. Em um tabuleiro de xadrez (8 linhas e 8 colunas), pretende-se colocar 8 rainhas de forma que nenhuma rainha ataque a nenhuma outra. Modele esse problema utilizando teoria dos grafos e proponha uma solução para ele.



10. Uma empresa de segurança foi contratada para vigiar um conjunto de ruas de um bairro. A direção da empresa decidiu que a vigia será feita por meio de guaritas posicionadas nos cruzamentos, de modo que cada guarita guarda as ruas que chegam até seu cruzamento (apenas seu primeiro quarteirão). A empresa deseja saber o número mínimo de guaritas que devem ser colocadas para que todas as ruas do bairro sejam protegidas. Modele este problema utilizando Teoria dos Grafos e proponha uma solução para ele.
11. Florianópolis é uma cidade que possui 42 praias. Para garantir a segurança dos veranistas o Corpo de Bombeiros sugeriu ao Governo do Estado o estabelecimento de bases de operação de busca, salvamento e atendimentos emergenciais. Contudo, dada a escassez de recursos, o Governo do Estado não julga viável implementar estas bases em todas as praias. Desta forma, ele solicitou um estudo ao Corpo de Bombeiros visando definir um conjunto de praias candidatas, considerando que uma vez implantada uma base numa das praias esta base pode atender a todas as praias vizinhas que estejam a menos de 5 km dela via estrada. Como se poderia identificar este conjunto de praias candidatas? Modele este problema utilizando Teoria dos Grafos e proponha uma solução para ele.
12. Seja  $P$  o grafo de Petersen, mostrado na figura a seguir:



- Mostre um conjunto dominante mínimo de  $P$ .
  - Mostre um conjunto independente máximo de  $P$ .
  - Mostre uma cobertura mínima de arestas de  $P$ .
  - Mostre uma cobertura mínima de vértices de  $P$ .
  - Mostre um casamento máximo em  $P$ .
13. Encontre o fluxo máximo na rede abaixo, executando os passos do algoritmo de Ford e Fulkerson.

