PESQUISA OPERACIONAL

2

Caderno de Exercícios para Pesquisa Operacional

Exercícios utilizando Programação Linear

Prof. (Msc.) Dorirley Rodrigo Alves, *Mestre em Engenharia Elétrica (2010) e graduação em Sistemas de Informação (2006), ambos pela PUC-MG. Desenvolve pesquisa sobre Processamento Digital de Imagens por meio de técnicas de segmentação. Tem experiência na área de Pesquisa Operacional, atuando principalmente nos temas: escalonamento de mão-de-obra e de tarefas, planejamento de produção, corte de materiais e empacotamento. (Editor)*;

1 Problemas de Mix de Produção com duas variáveis

1.1 O problema da fábrica de Mármores

Uma empresa que trabalha com mármores e granitos fabrica soleiras e peitoris. Ela repassa para os revendedores tendo um lucro de R$7,00 por soleira e R$8,50 por peitoril. Cada soleira tem 0,6m^2 de área e cada peitoril tem área de 0,8m^2 . A empresa dispõe de 16m^2 de granito diariamente para fazer as peças e tem 5 funcionários que trabalham 6 horas por dia. Na confecção de uma soleira gastam-se 24 minutos e na confecção do peitoril, 20. Sabendo que toda a produção é absorvida pelo mercado, construa o modelo matemático de produção diária que maximiza o lucro da empresa.

1.2 O problema da Fábrica de Camisas

Uma companhia produz dois tipos de camisas: manga longa e manga curta. Na companhia, o único ponto crítico é a mão-de-obra disponível. A camisa de manga longa consome 50% a mais de mão-de-obra do que a de manga curta. Sabe-se também que se toda a produção fosse concentrada na disponibilização de camisas de manga curta a companhia poderia entregar 400 camisas de manga curta por dia. O mercado limita a produção diária de camisas em 150 mangas longas e 300 mangas curtas. O lucro bruto por camisa de manga longa é de R$ 5,00 e por camisa de manga curta R$ 3,50. Formular o problema de modo a permitir a determinação das quantidades de camisas a produzir a otimizar o custo.

1.3 O Problema da Granja

A Granja Cocoricó quer misturar dois tipos de alimentos para criar um tipo especial de ração para as suas galinhas poedeiras. A primeira característica a ser atingida com a nova ração é o menor preço possível por unidade de peso. Cada um dos alimentos contém os nutrientes necessários à ração final (aqui chamados de nutrientes X, Y e Z), porém em proporções variáveis. Cada 100g do Alimento 1, por exemplo, possuem 10g do nutriente X, 40g do nutriente Y e 50g do nutriente Z. O Alimento 2, por sua vez, para cada 100g, possui 20g do nutriente X, 60g do nutriente Y e 20g do nutriente Z. Cada 100g do Alimento 1 custam, para a Granja Cocoricó, R$ 0,60 e cada 100g do Alimento 2 custam R$ 0,80. Sabe-se que a ração final deve conter, no mínimo, 2g do nutriente X, 64g do nutriente Y e 34g do nutriente Z. É preciso obedecer a essa composição, minimizando ao mesmo tempo o custo por peso da nova ração.

2 Problemas de Mix de Produção com mais de duas variáveis

2.1 O Problema da Fábrica de Brinquedos

Uma fábrica de brinquedos vai produzir três novos tipos de jogos para crianças: Plim, Plam e Plum. Esses brinquedos são montados a partir de peças de encaixes fabricados por outra empresa, nos modelos A, B e C. Na montagem do modelo Plim, são utilizadas duas peças do modelo A e três peças do modelo C; na montagem do modelo Plam são utilizadas quatro peças do modelo B e três peças do modelo C e na montagem do modelo Plum, duas peças de modelo A, duas peças do modelo B e quatro peças do modelo C. Na montagem do modelo Plim gastam-se três minutos, do modelo Plam três minutos e meio e do modelo Plum cinco minutos.

A empresa dispõe, diariamente, de 3.000 peças do modelo A, 5.400 peças do modelo B e 8.100 do modelo C. No departamento de montagem existem 16 funcionários que trabalham seis horas por dia. A fábrica comercializa, diretamente, esses jogos em sua loja aos preços de R$4,80, R$5,10 e R$6,00 os modelos Plim, Plam e Plum, respectivamente. Construa o modelo para esse problema de programação linear.

2.2 O Problema da Fábrica de Panelas

Uma determinada fábrica produz panelas de metal médias e grandes a partir de elementos circulares de diâmetros de 0,25 e 0,40 metros, respectivamente. A primeira operação para obter as panelas é um corte desses elementos circulares sobre chapas de dimensão de 1,40 x 0,50 metros. Os elementos planos circulares são transformados em panelas em uma segunda operação de estamparia. Para o corte existem quatro tipos de matrizes conforme mostra a figura 2.1 abaixo.

A fábrica deseja uma produção diária mínima de 500 panelas médias (obtidas do elemento circular de diâmetro 0,25) e 350 grandes (obtidas do elemento circular de diâmetro 0,40). Os custos em reais por chapa pelo uso de cada matriz de corte são respectivamente: 1, 2, 3 e 2. Elaborar o modelo de PL que planeje a produção de modo a minimizar o custo com o uso de chapas.

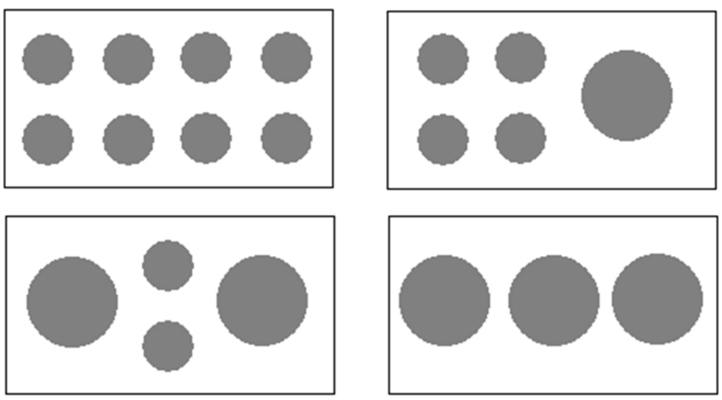

Figura 2.1 Cortes das chapas

2.3 O Problema da Fábrica de Plásticos

Uma empresa fabrica malas, bolsas, pastas e sacolas de plástico. Ela compra sua matéria prima em rolos com uma certa largura e corta em tiras adequadas a cada tipo de objeto produzido. Sabendo-se que existem três tamanhos para cada item as possibilidades de cortes estão resumidas na tabela 02.

Em um determinado dia os pedidos para a fabricação são (pequeno, médio, grande); Malas: 10, 20, 13; Bolsas: 5, 2, 6; Pastas: 4, 3, 12 e Sacolas: 5, 5, 3. Formular o problema de programação matemática para:

(1) Minimizar as perdas
(2) Minimizar o volume não vendido das peças somado com as perdas;
(3) Minimizar o estoque não vendido.

Quantidade de Itens dentro de cada Método de Corte										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Malas	P	2	1	0	1	0	0	0	0	1
	M	1	2	1	1	0	0	0	3	0
	G	1	0	0	0	0	2	2	0	0
Bolsas	P	2	1	0	2	0	0	0	0	1
	M	3	0	1	4	1	2	0	3	0
	G	0	0	1	1	0	2	2	0	0
Pastas	P	6	4	2	1	0	0	0	0	1
	M	1	1	1	1	0	2	0	4	1
	G	0	2	1	1	2	2	3	0	1
Sacolas	P	0	2	0	1	2	0	0	0	1
	M	0	0	2	1	2	0	0	2	1
	G	0	1	1	0	2	0	3	0	1
Perdas		3	5	5	2	4	7	1	3	8

Tabela 2.1 Possibilidades de cortes dos produtos plásticos

2.4 Fábrica de Componentes eletrônicos

A Manufatura Peça Mil produz um pequeno componente para um produto industrial e o distribui a cinco atacadistas a um preço fixo de entrega de R$2,50 por unidade. Previsões de vendas indicam que as entregas mensais serão 2700 unidades ao Atacadista 1; 2700 unidades ao Atacadista 2; 9000 unidades ao Atacadista 3; 4500 unidades ao Atacadista 4; e 3600 unidades ao Atacadista 5. As capacidades de produção mensal são 4500 na Fábrica 1; 9000 na Fornece 2; e 11250 na Fábrica 3. os custos diretos de produzir cada unidade são R$2,00 na Fábrica 1, R$1,00 na Fábrica 2 e R$1,80 na Fábrica 3. Os custos de transporte de embarcar uma unidade de uma Fábrica a um atacadista são dados abaixo.

	Atac - 01	Atac - 02	Atac - 03	Atac - 04	Atac - 05
Fábrica 01	R$0,05	R$0,07	R$0,11	R$0,15	R$0,16
Fábrica 02	R$0,08	R$0,06	R$0,10	R$0,12	R$0,15
Fábrica 03	R$0,10	R$0,09	R$0,09	R$0,10	R$0,16

Tabela 2.2 Distribuição dos componentes

Formule um modelo de programação linear para indicar as quantidades ótimas de produção em cada Fábrica e para mostrar quantos componentes cada Fábrica fornece a cada atacadista.

2.5 O Problema dos Cortes de Madeira

Uma fábrica de móveis tem pranchas de 4,00 m x 1,00 m de comprimento e largura, respectivamente, para fabricação de seus móveis. No presente, necessita cortar 150 peças de 1,00 m x 1,00m, 300 peças de 1,20 m x 1,00 m e 450 peças de 1,50 m x 1,00 m. As opções dos cortes estão apresentadas na figura 2.2. Como poderá ser feito esse corte de forma que se tenha o mínimo de perda em madeira? Apresente o modelo para este caso.

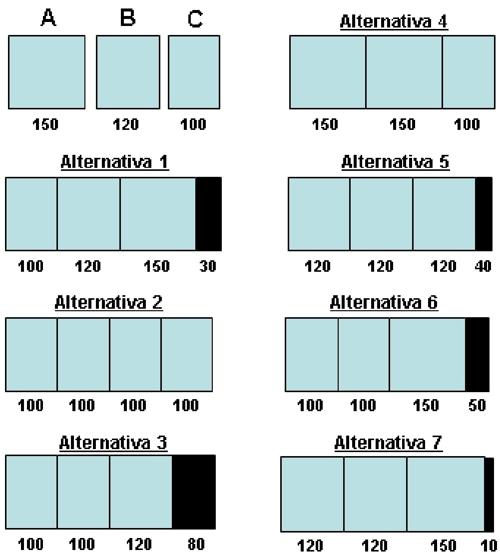

Figura 2.2 Cortes das madeiras

3 Exercícios de Modelos de Redes

3.1 Problemas de Transportes - Transporte Frigorífico

Dois frigoríficos situados no município de Pará de Minas e Mateus Leme distribuem, diariamente, carnes e embutidos para os municípios de Betim, Belo Horizonte e Contagem. O frigorífico de Pará de Minas, dispõe diariamente de 7.500 quilos de carga e o de Mateus Leme, 3.600. Os municípios de Betim, Belo Horizonte e Contagem necessitam, diariamente, de 2.600, 5.000 e 3.500 quilos. Os custos de transporte, em unidades monetárias por quilo transportado, dos frigoríficos para os municípios, estão na tabela abaixo.

	Betim	Bhte	Contagem
Pará de Minas	3	2	4
Mateus Leme	1	2	3

Tabela 3.3 Tabela custo de trasportes

Deseja-se saber como podem ser planejados os transportes diários desses frigoríficos para os municípios para que o custo seja minimo.

3.2 Problema de Transporte - Distribuição de materiais de construção

A Telhasul, rede de varejo de materiais de construção e bricolagem, tipicamente faz entregas de materiais que os clientes não carregam em seus carros, como por exemplo areia, cal e cimento. A empresa, que possui 3 lojas, precisa fazer a entrega de sacos de cimento para 8 clientes. Além das demandas dos clientes, a tabela 3.4 oferece os custos de transporte entre cada uma das lojas e cada um dos clientes.

	Destino (Clientes)							
Origem	1	2	3	4	5	6	7	8
Loja A	3,08	8,55	6,98	0,48	7,91	6,04	7,77	9,43
Loja B	2,90	9,87	4,28	1,24	0,39	6,60	6,94	0,26
Loja C	8,60	0,51	7,15	3,07	4,87	9,94	3,46	9,24
Demanda	12	34	56	50	60	200	140	4

Tabela 3.4 Tabela Entregas Telhasul

As lojas possuem as seguintes disponibilidades em termos de números de sacos de cimento: 300, 400 e 800 para as lojas 1, 2 e 3, respectivamente. Crie um modelo no computador e resolva o problema da Telhasul.

3.3 Problemas de Transportes - Vulcão Mayon

Devido à entrada em atividade do vulcão Mayon, nas Filipinas, foi necessário evacuar as populações de três aldeias (A1, A2, A3) situadas próximo do vulcão, para quatro cidades vizinhas (C1, C2, C3). As distâncias, em Km, entre as aldeias e as cidades (pelo itinerário principal) são as seguintes de acordo com a tabela 3.5 Cada uma das cidades deve receber 2.000 habitantes. A aldeia 1 tem 1.800 habitantes para evacuar, a aldeia 2 2.200 habitantes e a aldeia 3 possui 2.000.

Distância em Km	C1	C2	C3
A1	30	20	15
A2	20	20	10
A3	25	15	20

Tabela 3.5 Distâncias entre as cidades

(1) Obtenha o esquema ótimo de distribuição.

(2) O itinerário principal da aldeia 1 para a cidade 3 fica obstruído pela lava do vulcão. Determine a distância máxima de um itinerário secundário entre esta aldeia e a cidade 3 de modo a manter a solução determinada em a.

3.4 Problemas de Transportes - Refinaria de Petróleo I

Três refinarias com capacidade diárias de 6, 5 e 8 milhões de galões, respectivamente, abastecem três áreas de distribuição cujas demandas diárias são 4, 8 e 7 milhões de galões, respectivamente. A gasolina é transportada para as três áreas de distribuição por meio de uma rede de tubulações. O custo de transporte é de 10 centavos por 1.000 galões por quilômetro de tubulação. A tabela 3.6 dá as distâncias entre as refinarias e as áreas de distribuição. A Refinaria 1 não está conectada à área de distribuição 3. Determine a programação ótima de expedição na rede e apresente seu respectivo custo.

	Área de Distribuição		
Refinarias	1	2	3
1	120	180	–
2	300	100	80
3	200	250	120

Tabela 3.6 Distâncias entre as refinarias e as áreas de distribuição

3.5 Problemas de Transportes - Refinaria de Petróleo II

No problema anterior, suponha que a capacidade da refinaria 3 seja apenas 6 milhões de galões e que a área de distribuição 1 deva receber toda a sua demanda. Ademais, quaisquer falta nas áreas 2 e 3 sofrerão uma multa de 5 centavos por galão. Determine a programação ótima de expedição e o seu referido custo.

3.6 Problemas de Transporte com Transbordo - Distribuição de produtos

A distribuidora de produtos Raízes Brasileiras Ltda. está avaliando a distribuição de seus produtos. Atualmente a empresa coleta 900 toneladas de produtos em Aracaju e 1800 em Belém, e os distribui para Brasília, Belo Horizonte, Campo Grande e Porto Alegre. As demandas das localidades em toneladas anuais de produtos e as distâncias entre as localidades são oferecidas nas tabelas 3.7 e 3.8:

Demandas (toneladas)			
Brasília	Belo Horizote	Campo Grande	Porto Alegre
100	1200	400	800

Tabela 3.7 Demandas das localidades em toneladas anuais de produtos

	Distância origem-demanda [Km]			
Origem	Brasília	Belo Horizote	Campo Grande	Porto Alegre
Aracajú	1.692	1.579	2.909	3.289
Belém	2.084	2.797	3.151	3.902
Brasília	10.000	713	1.337	2.098

Tabela 3.8 Distâncias entre as localidades

Seu cliente de Brasília é um revendedor, e, de acordo com contratos, a Raízes Brasileiras utiliza a infra-estrutura de Brasília como um ponto de transbordo e estoque intermediário. O revendedor quer refazer o contrato, de modo que 50% da distribuição da Raízes fora de Brasília seja feita por ele (o produto deve ser encaminhado para lá fisicamente). Avalie o custo total de transporte em ambos os casos. O custo de transporte é de R$0,4/ton-km. Caso a Raízes aceite o contrato, quanto ela pode esperar de aumento nos custos de distribuição? (Dica: Considere que o custo de transporte é proporcional às distâncias.)

3.7 Problema de Atribuição - Comissão de Trabalho

Quatro indivíduos vão integrar uma comissão de trabalho. A comissão está dividida em quatro áreas funcionais (A, B, C, D) e cada indivíduo terá de ocupar obrigatoriamente uma das áreas, sendo que, em cada área, apenas será atribuído um indivíduo. No sentido de constituir a equipe, foi solicitado a cada indivíduo a avaliação de cada uma dessas áreas, de acordo com as suas preferências, e numa escala de 0-5. Os resultados obtidos constam na tabela 3.9 abaixo:

Indivíduo	A	B	C	D
1	1	2	3	4
2	3	3	2	4
3	4	4	3	3
4	3	1	4	2

Tabela 3.9 Avaliação por preferências

(1) Caso o segundo indivíduo não possa assumir a área C, a solução ótima altera-se? Se sim, determine a nova solução.

(2) Responda à questão anterior, mas considerando que se trata de um problema de minimização.

3.8 Problemas de Atribuição - A escolha da melhor compra de passagens

Um executivo de negócios deve fazer as quatro viagens de ida e volta apresentada na lista da tabela abaixo entre a matriz de sua empresa em Belo Horizonte e uma filial em São Paulo. O preço de uma passagem de ida e volta partindo de BH é de R$ 400,00. Há um desconto de 25% se as datas de chegada e de retorno de um bilhete abranger um final de semana (sábado e domingo). Se a estada em São Paulo demorar mais do que 21 dias, o desconto aumenta para 30%. Uma passagem só de ida (ou só de volta) entre BH e São Paulo (em qualquer direção) custa R$ 250,00. A tabela 3.10 apresenta om cronograma das viagens. Como o executivo deve efetuar a compra das passagens?

Data de partida de BH	Data de retorno à BH
Segunda, 3 de junho	Sexta, 7 de junho
Segunda, 10 de junho	Quarta, 12 de junho
Segunda, 17 de junho	Sexta, 21 de junho
Terça, 25 de junho	Sexta, 28 de junho

Tabela 3.10 Cronograma das viagens

3.9 Problemas de Atribuição - Operações padronizadas de Robôs I

Uma empresa tem disponível nos fornecedores quatro tipos de robôs que fazem uma sequência de operações padronizadas. Um estudo feito em colaboração com os fornecedores revelou lucros anuais gerados pela instalação de um robô em cada uma das três unidades produtoras da empresa após descontados os custos de instalação, manutenção e depreciação dos equipamentos (em milhões de Reais). A empresa deseja adquirir um tipo de robô para cada instalação produtora, de modo a maximizar o lucro total no ano devido a essa operação. As informações adicionais a este problema encontram-se na tabela 3.11

Departamento	Unidades produtoras		
Robôs	U1	U2	U3
R1	6	10	5
R2	5	8	7
R3	8	10	8
R4	7	9	9

Tabela 3.11 Custos dos robôs por unidades produtoras

3.10 Problemas de Atribuição - Operações padronizadas de Robôs II

Suponha no problema anterior que o robô R3 não sirva a U1. Qual seria então a solução do problema?

3.11 Problemas de Atribuição - Problema das identificações dos locais de Trabalho

A Figura 3.1 dá o layout esquemático de uma oficina cujas centrais de trabalho existentes são designadas pelos quadrados 1, 2, 3 e 4. Quatro novas centrais de trabalho, I, II, III e IV, devem ser adicionadas à oficina nos locais designados pelos círculos a, b, c e d. Formule o problema e resolva objetivando designar as novas centrais aos locais propostos de modo a minimizar o tráfego total de manipulação de materiais entre as centrais existentes e as propostas. A Tabela 3.12 resume a freqüência das viagens entre as novas centrais e as antigas. O equipamento de manipulação de materiais percorre os corredores retangulares que se cruzam nos locais das centrais de trabalho. Por exemplo, a distância de deslocamento em uma só direção (em metros) entre a central de trabalho 1 e o local b é 30 + 20 = 50m.

3.12 Problemas de Atribuição - O Problema da Evacuação de Emergência

Uma determinada região está sendo ameaçada pela ruptura de uma barragem e deve ser evacuada em no máximo 10 horas. São no total 8 000 Homens, 7 900 Mulheres e 1 850 crianças à transportar. Cada pessoa poderá levar até 10 quilos de bagagem pessoal. Toda a

		Novas centrais de trabalho			
		I	II	III	IV
	1	10	2	4	3
Centrais de	2	7	1	9	5
trabalho existentes	3	0	8	6	2
	4	11	4	0	7

Tabela 3.12 Frequência das viagens

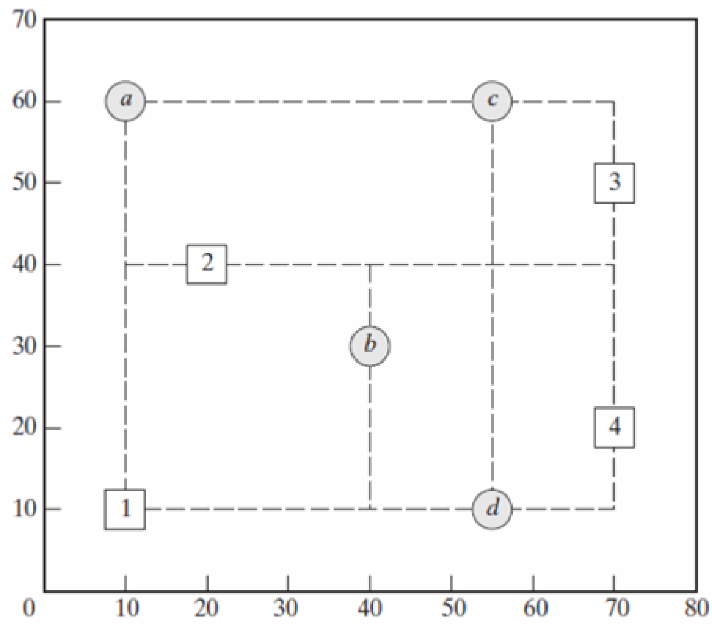

Figura 3.1 Centrais de Trabalho

região foi isolada e só circulam veículos autorizados para que se evitem acidentes e engarrafamentos. Para efetuar a evacuação estão disponíveis os seguintes meios:

	Veículo de 6 Ton do Exército	Veículo de $\frac{1}{4}$ Ton do Exército	Helicóptero	Ônibus	Micro-ônibus	Veículo de Passeio
Quantidade de Unidades Disponíveis	10	20	15	10	5	60
Capacidade de Transporte	20 pessoas	5 pessoas	10 pessoas	30 pessoas	15 pessoas	5 pessoas
Capacidade para Bagagem	1 Ton	20 Kgs	50 Kgs	1 Ton	500 Kgs	100 Kgs
Custo por Viagem	10 u.m.	4 u.m.	75 u.m.	5 u.m.	3 u.m.	2 u.m.
Tempo de Viagem	1 hora	45 min.	10 min.	45 min.	30 min.	30 min.

Tabela 3.13 Resumo dos dados operacionais

Para minimizar o pânico as crianças deverão viajar acompanhadas por suas mães. Existem 10 famílias com 5 filhos, 25 com 4 filhos, 150 com três, 450 com dois, 350 com um. Os carros de passeio só poderão fazer uma viagem, ficando, por segurança, retidos fora da área de perigo. Formular o programa de evacuação que minimize os custos finais da operação.

3.13 Problema de Atribuição - Escolha de Auditores I

A Big Consulting, uma das maiores empresas de auditoria atuando no Brasil e com mais de 1500 auditores, frenquentemente encontra problemas para alocar seus auditores aos seus projetos. O tipo de projeto de que eles particiapm requer apenas um auditor, além do sócio responsável para cada projeto. A empresa possui um sistema interno de avaliação de seus auditores, de modo que para cada projeto há um determinado escore para cada um dos auditores. No escore são contemplados experiência na indústria, rapídez e confiabilidade na realização do trabalho e potencial de promoção do auditor, dentre outras características. O escore de cada consultor disponível para alocação aos projetos em um dado dia é oferecido na tabela 3.14.

Projeto	Escores			
	Auditor 1	Auditor 2	Auditor 3	Auditor 4
1	11	4	3	9
2	3	7	2	3
3	4	9	6	5
4	5	4	7	7

Tabela 3.14 Escore dos Auditores

3.14 Problema de Atribuição - Escolha de Auditores II

Ainda com relação ao exercício anterior, considere agora que os auditores 1 e 2 podem fazer não só um projeto, mas sim dois ao mesmo tempo. A resposta em termos de escore total vai melhorar ou piorar? Explique. Resolva o novo problema.

3.15 Problemas de Atribuição - Escolha de licitantes

Uma das práticas recentes de desvio de verbas públicas tem sido o superfaturamento de atividades relacionadas à limpeza e conservação do patrimônio público. Diferentemente das obras, limpeza é de difícil auditoria, e, mais importante do que isso, a investigação tem dificuldades de avaliar o serviço realizado meses atrás (as obras, por outro lado, podem ser reavaliadas décadas depois de terem sido concluídas). Para melhorar a situação, a prefeitura da cidade de São Paulo elaborou uma licitação relativa à atividades de limpeza. A licitação subdividiu o município em vários bairros e, para aumentar a transparência e diminuir a corrupção, estabeleceu que cada licitante pode ganhar a licitação de no máximo dois bairros. Por outro lado, os licitantes podem fazer suas propostas para quantos bairros desejarem. A tabela 3.15 apresenta uma amostra dos bairros e licitantes. Os campos em branco indicam que os licitantes não apresentaram proposta para o bairro porque acharam que o pagamento máximo era menor do que valia a região.

Para a amostra, defina qual licitante deve ficar com qual bairro de modo que o custo da prefeitura seja mÍnimo. Esse é um dos problemas típicos que pessoas mais desavisadas acreditam ter solução trivial. Para essas pessoas, a solução seria simplesmente oferecer cada região para o licitante que pediu menos. Avalie essa solução e compare-a com a solução ótima encontrada com o uso da programação linear.

Proposta	Licitante				
[R$ milhões]	1	2	3	4	5
Lapa	12	11	13	13	13
Santo Amaro	21	20	24	23	22
Butantã	10	9		12	11
Itaquera	5	4		5	6
Centro	14	13	16		

Tabela 3.15 Ofertas licitantes

3.16 Problemas de Atribuição - Escolha de licitantes para otimizar propina

Apesar do esforço para melhoria do processo, as empresas licitantes fizeram um conluio com os avaliadores da licitação para que eles ficassem com 10% do valor total a ser faturado pelas empresas. Para tanto, os avaliadores iriam eliminar um dos licitantes pela identificação de uma omissão em um dos documentos necessários ao processo. A escolha do eliminado recairia sobre o licitante cuja retirada geraria o maior incremento adicional para todos (tanto para os outros licitantes remanescentes como para os ganhadores da propina). Quem deve ser o licitante eliminado, e qual será o valor da propina?

3.17 Problemas de Atribuição - Plano de horários de aulas

Quem já tentou alocar professores a horários de aulas, procurando atender às preferências de cada professor e outras restrições associadas ao problema, tem uma noção da dificuldade. Na grande maioria das instituições de ensino (universidades, escolas de ensino básico e fundamental), o problema é resolvido manualmente. Na solução manual, a parte difícil é criar uma solução viável. Felizmente, a programação matemática pode ser usada para ajudar a resolver problemas desse tipo. Considere que o Departamento de Administração da Universidade Federal de Minas Gerais precise alocar 6 professores a 7 disciplinas. Cada professor ministra um curso, exceto o professor RQ, que ministra 2 cursos. A tabela 3.16 apresenta as disciplinas, os professores aptos a ministrá-las, as salas onde as disciplinas são ministradas, o perfil da disciplina e o número de aulas semanais.

	Disciplina	Professor	Sala	Perfil	Aulas Semanais
1	Finanças	EC	Lab.	Quanti.	2
2	Pesquisa Operacional	SB	Teo.	Quanti.	1
3	Prob. e Estatísitica	FB	Teo.	Quanti.	3
4	Operações	PC	Teo.	Quali.	2
5	Estratégia	GT	Teo.	Quali.	3
6	Recursos Humanos	RQ	Lab.	Quali.	3
7	Direito	RQ	Teo.	Quali.	2

Tabela 3.16 Alocação de Professores

Como os cursos são em período integral, o plano deve contemplar tanto o período da manhã como o da tarde de todos os dias da semana. A administração da escola solicitou que os professores dessem pesos aos horários: quando há grande interesse em se ministrar cursos em um determinado horário, o professor dá peso 1; caso o interesse seja pequeno, o peso é 2, e caso seja indesejável ministrar aulas no horário, o peso é 3. A tabela a seguir resume os pesos de cada um dos professores em cada um dos horários.

Considere que a variável de decisão seja $x_{ij} = 0$, que representa a disciplina i no horário j. Se $x_{ij} = 1$, a disciplina i vai ser ministrada no horário j, e se $x_{ij} = 0$, não vai. A função-objetivo deve minimizar o peso total, ou seja, para $p_{i,j}$ o peso atribuído à disciplina i no horário j, a função-objetivo será $z = \sum_{i=1}^{7}\sum_{j=1}^{10} p_{ij}x_{ij}$. Observe que a tabela de pesos oferece pesos relacionados aos professores e não às disciplinas. Os índices 1 a 10 são seqüenciais conforme a tabela, ou seja, o valor 3, por exemplo, é equivalente à terça-feira de manhã. As restrições que devem ser atendidas são as seguintes de acordo com a tabela 3.17:

	Segunda		Terça		Quarta		Quinta		Sexta	
Professor	M	T	M	T	M	T	M	T	M	T
1	1	2	2	3	2	3	2	1	1	1
2	1	1	1	1	3	1	1	1	3	2
3	3	2	1	2	3	2	1	2	1	1
4	1	1	3	1	1	1	3	2	1	1
5	1	1	1	3	1	3	1	3	1	1
6	1	1	3	3	2	2	1	1	2	2

Tabela 3.17 Restrições das alocações

- Perfil: as disciplinas de mesmo perfil não devem ser ministradas consecutivamente. Das três disciplinas Quanti, no máximo uma pode ser ministrada por período. Isso pode ser representado matematicamente por $x_{1j} + x_{2j} + x_{3j} \leq 1$ para $j = 1, 2 \ldots, 10$. Observe que x_{1j} representa as aulas de finanças, x_{2j} de pesquisa operacional e x_{3j} as aulas de probabilidade e estatística ministradas no período j
- Aulas na semana: o número de aulas alocadas deve atender ao número de aulas semanais de acordo com a ementa do curso;
- Salas de aulas teóricas (Teo.): em cada período de aulas teóricas (que usam a sala Teo.), o número de aulas ministradas não pode exceder o número de salas Teo. disponíveis, que é 4;
- Salas de aula de laboratório: só pode haver uma aula de laboratório ministrada por vez porque só há um laboratório disponível;
- O professor RQ não pode ministrar duas disciplinas ao mesmo tempo.

Encontre o plano de aulas que minimize os pesos totais e que atenda às restrições. (Dica: O problema possui 70 variáveis e 57 restrições.)

3.18 Problemas de Rota Mínima - Busca do menor trecho de viagem I

Vamos considerar um exemplo em que viajamos de Curupuru no estado de Maranhão a Teresina, capital do Piauí. A figura 3.2 apresenta a rede de trajetos que estamos considerando possíveis. Os números sobre arcos representam as distâncias em quilômetros e os números nos nós representam as cidades que também estão descritas na rede. Qual é a rota mínima entre as cidades de Curupuru e Teresina?

3.19 Problemas de Rota Mínima - Busca do menor trecho de viagem II

Considere novamente o problema da viagem entre Cururupu e Teresina. Além dos trechos definidos no texto, dois outros trechos foram adicionados: o de Monção para Rosário, com 69 Km, e o de Itapecuru Mirim para Bacabal, com 68 km, conforme indicado na figura 3.3 a seguir. Pede-se: (a) Qual é a rota que minimiza a distância entre Cururupu e Teresina com a nova configuração? (b) Considere que a rota Monção-Rosário precise ser percorrida. Qual é a rota mínima para esse caso?

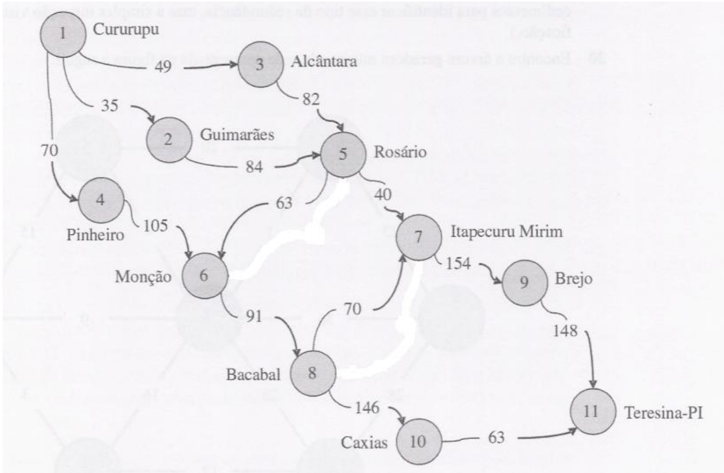

Figura 3.2 Rede de trajetos possíveis entre Curupuru e Teresina

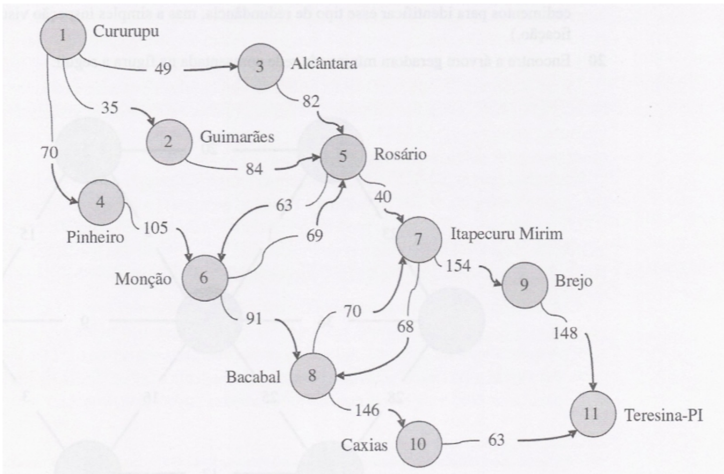

Figura 3.3 Rede de trajetos possíveis entre Curupuru e Teresina

3.20 Problemas de Fluxo Máximo - Distribuição em óleoduto

Na malha dutoviária da região de São Paulo e Rio de Janeiro encontram-se várias refinarias de petróleo. Replan é refinria de Paulínia, enquanto os outros pontos existentes são terminais onde se armazenam combustíveis e derivados de petróleo. As características dos dutos entre os terminais e a refinaria são apresentados na tabela 3.18.

Origem	Destino	Diâmetro por duto [pol]	Capacidade máxima [m^3 /mês]
1 - Barueri	6 - Utinga	14	171.000
4 - Guarulhos	3 - Guararema	22	550.000
3 - Guararema	2 - Campos Elíseos	16	306.000
6 - Utinga	4 - Guarulhos	22	477.000
5 - Paulínia	3 - Guararema	18	367.000
5 - Paulínia	1 - Barueri	16	233.000

Tabela 3.18 Características da malha dutoviária da região de São Paulo e Rio de Janeiro

O interesse do problema é definir qual deve ser o fluxo em cada duto/aresta de modo que o envio da gasolina de 5 (Paulínia) para 2 (Campos Elíseos) seja máximo.

3.21 Problemas de Fluxo Máximo - Construção do Aqua Shopping

Uma parte do AquaShopping vai ser construída imitando uma plataforma de exploração subaquática: duas grandes cúupulas ligadas por um grande corredor. Para que a circulação de pessoas no centro comercial decorra de uma forma fluida, é necessário que este corredor não restrinja o fluxo máximo que pode atravessar a seção subaquática do centro comercial. A figura abaixo representa-se esquematicamente a planta desta parte do AquaShopping.

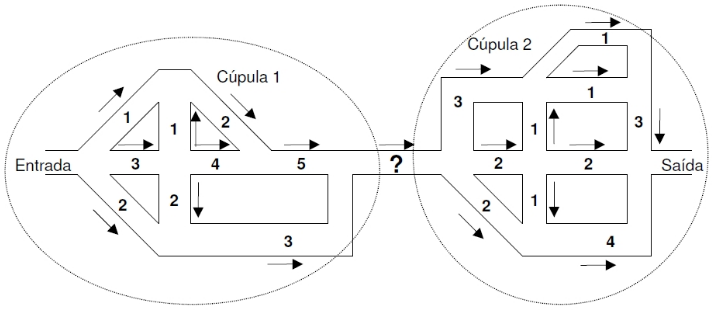

Figura 3.4 Planta de Circulação do Shopping

Em cada corredor estão indicada a capacidade (em dezenas de pessoas por minuto) de circulação nesse corredor. O corredor de ligação entre as duas cúpulas estão ainda por dimensionar, dado o seu elevado custo, crescente com o aumento de capacidade que se lhe queira atribuir. Note que por questões de segurança e fluidez de circulação os corredores funcionam como caminhos de sentido único (ver setas na figura). Resolvendo este problema como de fluxo máximo indique qual deve ser a capacidade do corredor de ligação de forma a que o fluxo que atravessa as cúpulas seja máximo e o custo do corredor de ligação o menor possível.

3.22 Problemas de Fluxo Máximo - Sistema de segurança

A United Chemical Company é um pequeno produtor de pesticida. Sua planta possui um tanque de matéria-prima que comporta 100 mil litros de uma substância química de alta toxicidade. Normalmente o tanque é preenchido com 80 a 90 mil litros de matéria-prima, que ao longo do dia é misturada com outras substâncias em diversos processos para formar os vários tipos de pesticidas produzidos pela empresa. A figura 3.5 a seguir apresenta a rede de dutos da planta da empresa. Os números dos arcos representam as capacidades dos dutos em milhares de litros por minuto. Os arcos não-direcionados (sem setas) indicam que o fluxo pode ser em ambos os sentidos. O fluxo em ambos os sentidos é formulado como se houvesse dois fluxos distintos, um para um sentido e outro para o outro sentido.

Os nós 1 e 7 representam tanques de armazenamento e os outros nós representam outros estágios de processo e produção. O nó 7 é um tanque de descarregamento em que sobras de processo e detritos são armazenados provisoriamente para uma eliminação posterior de acordo com as normas vigentes. Durante os processos normais de produção, os fluxos têm uma baixa velocidade e não se aproximam das capacidades máximas dos dutos. Por outro lado, para atender ao Plano de Emergências da empresa, a divisão de segurança do trabalho deve ter um procedimento para migrar completamente o conteúdo do tanque de matéria-prima para o tanque de segurança caso ocorra alguma emergência. Num evento emergencial, a divisão de segurança deseja que o tanque 1 seja esvaziado o mais rapidamente

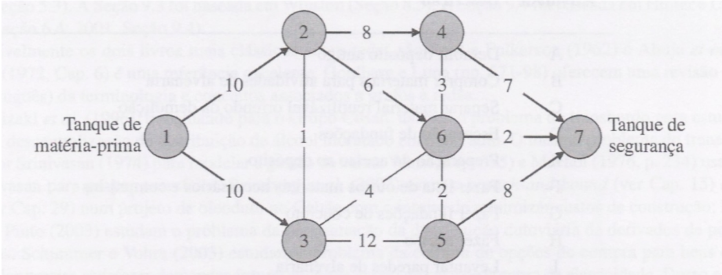

Figura 3.5 Redes de dutos

possível, e para isso válvulas podem ser acionadas pela rede de modo que a matéria-prima flua do tanque 1 para o tanque 7.

Precisamos saber quais válvulas precisam estar abertas e fechadas de modo que o fluxo seja máximo entre os tanques 1 e 7. Além disso, precisamos saber qual o menor tempo possível para que a matéria-prima seja migrada do tanque 1 para o tanque 7.

3.23 Problemas de caminho crítico - Projeto de reconstrução I

Considere a reconstrução de um depósito que será feito pela Desmonte S.A. As atividades associadas são apresentadas na tabela 3.19:

Atividade	Descrição	Predecessores	Duração (dias)
A	Demolir depósito antigo	-	2
B	Comprar materiais para atividades de alvenaria	-	1
C	Separar material reutilizável oriundo da demolição	A	1
D	Escavação de fundações	A	2
E	Preparação do acesso ao depósito	A	1
F	Fazer lista de outros materiais necessários e comprá-los	C	1
G	Fazer fundações de concreto	B, D	2
H	Fazer acesso	E	1
I	Levantar paredes de alvenaria	B, G	8
J	Nivelar chão e fazer o contrapiso	F, G	2
K	Instalar fiação e sistema elétrico	F, I	1
L	Acabar paredes	K, M, N	5
M	Fazer telhado	F,I	1
N	Acabar piso de concreto	J	5
O	Montar calhas e tubulações de escoamento	F, M	1
P	Limpar	H,L,O	1

Tabela 3.19 Restrições das alocações

Pede-se: (a) crie a rede associada ao projeto de reconstrução. (b) Qual o menor tempo para realizaçãc projeto? Qual o caminho crítico?

3.24 Problemas de caminho crítico - Projeto de reconstrução II

A pessoa responsável pelo plano de atividades da Desmonte S.A. (exercício anterior) cometeu dois pequenos erros. Ela introduziu duas relações de precedência imediata redundantes. Embora não cause problemas mais sérios na modelagem e solução, isso é uma falha conceitual e acontece nos planos de atividades mal feitos. Quais são as duas relações de precedência que não deveriam ter sido colocadas no plano? (Dica: Existem procedimentos para identificar esse tipo de redundância, mas a simples inspeção visual da rede permite a identificação.)

3.25 Projeto: otimização conjunta de produção e transporte

A Gás Leve, uma das empresas líderes do setor de gases industriais, está avaliando onde ela deve produzir seus gases e que unidade produtora deve atender qual cliente. A tabela 3.20 apresenta as demandas mensais de seus clientes (em milhares de m^3) para os 4 tipos de gases produzidos atualmente.

	Demanda do Cliente						
[Km^3/mês]	1	2	3	4	5	6	7
Gás H	12	20	25	15	16	24	69
Gás X	34	85	26	21	10	5	8
Gás Y	56	120	96	26	3	6	5
Gás Z	45	16	13	1	2	3	3

Tabela 3.20 Produção Gás Leve

A Gás Leve possui atualmente 3 unidades produtoras denominadas planta A, B e C, respectivamente. Como o cliente 2 requer a certificação da ISO-9000 para o gás Z e só a planta A possui tal certificação, ela deve atender necessariamente a essa demanda. A produção dos gases é feita por meio de três processos. Cada um dos processos possui limitação de capacidade, e a produção desse processos usa uma determinada quantidade de cada um dos processos, conforme a tabela 3.21:

Planta	Processo	Gás [horas/Km^3]				Capacidade disponível (horas)
		H	X	Y	Z	
	1	4	3	1	9	600
A	2	10	4	9	7	2500
	3	1	14	4	8	2100
	1	2	6	3	3	450
B	2	5	10	4	6	900
	3	9	3	7	8	1900
	1	6	3	4	4	2220
C	2	10	7	10	6	2300
	3	1	6	8	9	1400

Tabela 3.21 Processos Gás Leve

Qualquer uma das plantas pode enviar qualquer um dos gases para qualquer um dos clientes. Os custos de transporte dos gases são equivalentes, pois estamos considerando que não haja diferenciação de caminhões por tipo de produto. Entretanto, cada par origem-destino tem um custo de transporte associado, conforme tabela 3.22:

Custo de Transporte	Cliente						
[R$/$m^3$]	1	2	3	4	5	6	7
Planta A	0,30	0,85	0,69	0,04	0,79	0,77	0,94
Planta B	0,29	0,98	0,42	0,12	0,03	0,69	0,02
Planta C	0,86	0,05	0,71	0,30	0,48	0,34	0,92

Tabela 3.22 Custos Gás Leve

Por ter características distintas, a produção em cada uma das plantas possui uma margem de produção diferente, conforme tabela 3.23:

Margem	Gases			
[R\$/m^3]	H	X	Y	Z
Planta A	1,20	3,30	2,10	2,70
Planta B	1,15	3,40	2,00	2,70
Planta C	1,30	3,50	1,90	2,70

Tabela 3.23 Margem Gás Leve

Como a frota de caminhões tem grande mobilidade, não há restrições de capacidade de transporte porque a capacidade pode ser facilmente migrada entre as plantas. O plano de produção e de distribuição deve considerar: (1) cada uma das plantas e processos deve atender às restrições de capacidade; (2) as produções devem ser maiores ou iguais aos envios e (3) os envios dos produtos devem ser iguais às demandas.

Crie um plano de produção e distribuição que estabeleça as quantidades produzidas e enviadas de cada um dos tipos de gases, em cada uma das plantas, atendendo às restrições descritas. O objetivo é maximizar a margem que é definida como a margem bruta total menos o custo de transporte total.

3.26 Construir nova planta e expandir capacidade - continuação do exercício anterior

Na verdade a planta C não existe e a Gás Leve está avaliando se ela deve ser construída. Opcionalmente a empresa pode aumentar a capacidades das plantas B e C em 70%, de modo que em termos de capacidade ambas as opções são equivalentes e atendem às demandas dos clientes. A expansão também já contempla a certificação das plantas para atendimento do cliente que requer a certificação ISO-9000. O investimento financeiro em ambas as opções, expansão e planta nova, é o mesmo. Avalie ambas as opções de investimento em termos de: (a) custo de transporte, (b) margem de produção e (c) margem líquida. Qual é a melhor alternativa de investimento, levando em consideração os fatores mencionados?