



PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Instituto de Ciências Exatas e de Informática

Trabalho de Projetos e Análise de Algoritmos - Algoritmos Genéticos Aplicados ao Problema de Roteamento de Veículos*

Geovane Fonseca de Sousa Santos¹

Isabelle Hirle Alves Langkammer²

* Artigo apresentado ao Instituto de Ciências Exatas e Informática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais como pré-requisito para obtenção do título de Bacharel em Ciência da Computação.

¹ Aluno, , Ciência da Computação, Brasil, , geovane.fonseca@sga.pucminas.br.

² Aluno, , Ciência da Computação, Brasil, , isabelle.langkammer@sga.pucminas.br.

Sumário

Lista de Figuras	2
1 Resumo	3
2 Introdução	3
3 Complexidade	4
4 Heurísticas	5
4.1 Heurística de Clark e Wright	5
4.2 Heurística de Mole e Jameson	6
4.3 Algoritmo Genético	7
Referências	8

Lista de Figuras

1 Exemplo: Problema Roteamento de Veículos	3
2 Exemplo: Solução do PRV - Parte 1	4
3 Exemplo: Solução do PRV - Parte 2	5
4 Algoritmo de Clark e Wright	6
5 Algoritmo de Mole e Jameson	6
6 Algoritmo Genético	7

1 RESUMO

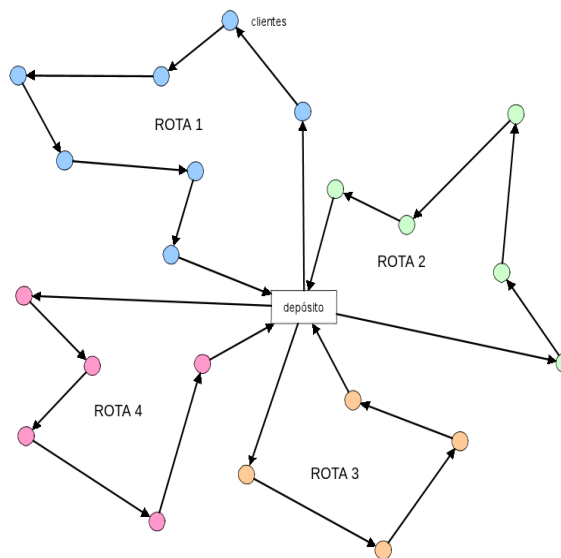
O objetivo deste trabalho é apresentar um problema que tenha sido provado como NP-Completo, discutindo seus principais detalhes, como a complexidade, o porquê ele é NP-Completo e se existe uma Herística que encontre uma solução para o problema em um tempo menor.

2 INTRODUÇÃO

Um problema NP-Completo é pertencente a classe de problemas NP (Não Polinomiais) e por isso são problemas intratáveis, ou seja, não tem uma solução em tempo polinomial $O(n^2)$. Existem vários exemplos que podem ser agrupados em *decidíveis*, *otimização* e *pesquisa*.

O problema de rotacionamento de veículos consiste na definição das melhores rotas para atender um conjunto de locais utilizando uma frota de veículos que partem de uma ou mais origens. Caso o problema seja utilizado para atender demandas entre os locais visitados, haverá uma restrição da capacidade do veículo e do somatório de todas as demandas em que o veículo irá visitar.

Figura 1 – Exemplo: Problema Roteamento de Veículos



Fonte: VRP esquema

Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_de_roteamento_de_veiculos](https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_de_roteamento_de_veiculos;)>;.

Acesso em junho. 2018.

A medida que o número de locais onde a rota irá passar, ou o número de veículos na frota, ou a quantidade de origens aumenta, a quantidade de combinações para resolver o problema irá aumentar de forma exponencial para encontrar uma solução.

A representação mais comum do problema é através da utilização de grafos. Dessa

forma, é usado um grafo ponderado, onde cada vértice representará os locais em que a rota passará, as arestas representarão os seus caminhos e os pesos o custo. A resolução natural do problema é verificando todas as combinações de rotas dos pontos dados e verificando qual é a menor possível. Como já foi dito, essa resolução é parte da classe dos problemas combinatórios que são superpolinomiais e por isso é inviável sua utilização em situações cotidianas.

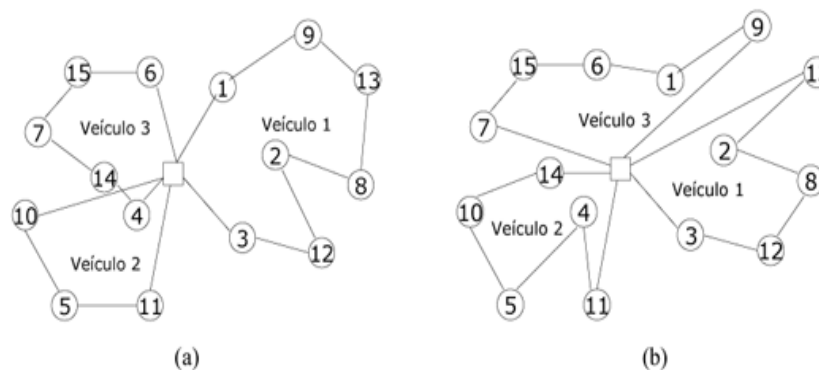
3 COMPLEXIDADE

Na classe de problemas de otimização combinatória, temos uma *função objetivo* juntamente com um *conjunto de restrições*, e esses se relacionam através de *variáveis de decisão*, que por sua vez, são delimitadas pelas restrições impostas a elas. Como resultado, é obtido um conjunto discreto (finito ou infinito) de soluções para o problema. Os tipos de problemas dessa classe podem ser de minimização ou de maximização da função objetivo. Assim sendo, a resposta para o problema de otimização, ou seja, o ótimo global, será o menor ou maior valor possível para a função objetivo para o qual o valor atribuído às variáveis de decisão não viole nenhuma restrição.

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é considerado um problema NP-Completo, assim como a maioria dos problemas de otimização combinatória como, por exemplo, o problema do Caixeiro Viajante. Sua solução é encontrar o menor (minimizar) conjunto de caminhos para a frota de veículos (função objetivo), sendo que nenhum veículo passe por uma rota onde o somatório de suas demandas não ultrapasse a capacidade do veículo (restrição).

A partir da necessidade de verificar todas as combinações possíveis para definir a melhor delas, pode-se concluir duas coisas. A primeira conclusão é que a complexidade do problema é **exponencial** $O(n!)$, devido a sua natureza combinatória. Já a segunda conclusão é sobre a técnica de Projeto para resolver o problema que é **força bruta**, pois é necessário avaliar todas as possibilidades.

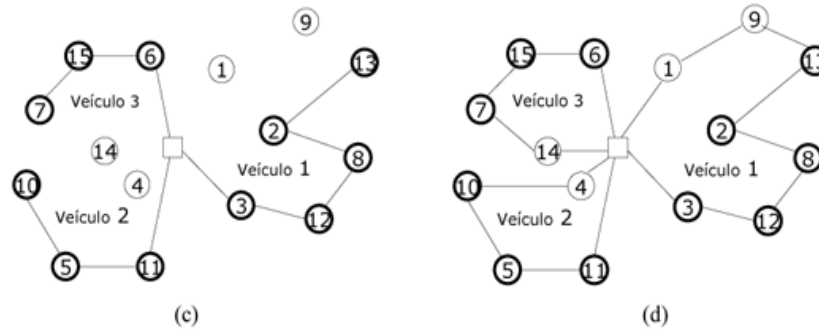
Figura 2 – Exemplo: Solução do PRV - Parte 1



Fonte: VRP esquema

Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_de_roteamento_de_veiculos](https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_de_roteamento_de_veiculos;)>;
Acesso em junho. 2018.

Figura 3 – Exemplo: Solução do PRV - Parte 2



Fonte: VRP esquema

Disponível em: <[https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_de_roteamento_de_veiculos](https://pt.wikipedia.org/wiki/Problema_de_roteamento_de_veiculos;)>.

Acesso em junho. 2018.

(a) Solução 1; (b) Solução 2; (c) Locais em comum em 1 e 2; (d) Solução resultante.

4 HEURÍSTICAS

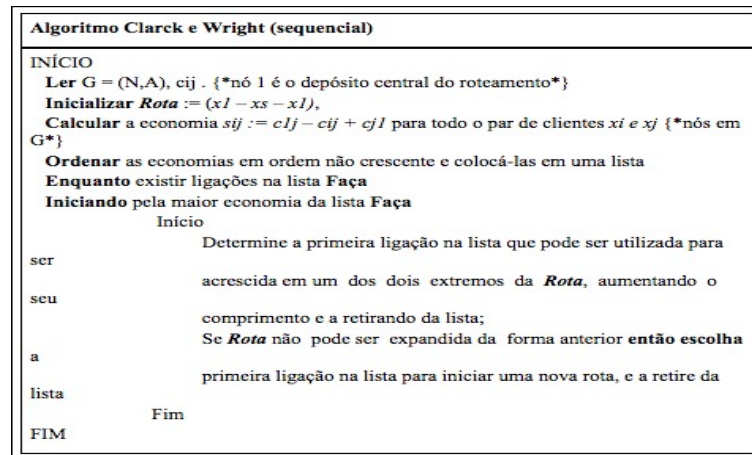
Algoritmos aproximados são amplamente usados pois possuem solução sub ótima, ou seja perto da melhor solução, e execução em tempo polinomial. Para o problema do PRV, foram usadas as heurísticas de Clark e Wright, de Mole e Jameson e o algoritmo genético que trazem conceitos dos algoritmos aproximados para encontrar a solução sub ótima.

4.1 Heurística de Clark e Wright

A Heurística de Clark e Wright surgiu em 1964 e foi um dos primeiros algoritmos propostos para solucionar o problema de roteamento de veículos. A complexidade do Algoritmo é $O(n^2)$, a heurística é útil para frotas homogêneas, já em rotas heterôgeneas não é obtido um bom resultado pois não considera os custos fixos associados a variabilidade das distâncias percorridas.

O algoritmo usa um grafo ponderado para representar os n clientes e uma matriz de adjacência para ler os possíveis caminhos e o depósito. São criadas $n-1$ rotas, cada uma ligando um cliente ao depósito. Depois são calculadas as economias para todas as combinações de 2×2 de nó. A fórmula usada é: $s_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij}$, onde s_{ij} é a economia e d_{0i} e d_{0j} representa a distância entre o depósito e os clientes e d_{ij} a distância entre os clientes. As economias são armazenadas em uma tabela por ordem decrescente de custos e a solução consiste no custo local mínimo. O problema da heurística é combinar só os nós que estão no extremo, deixando os nós internos fora do cálculo da economia. A seguir o funcionamento do algoritmo :

Figura 4 – Algoritmo de Clark e Wright



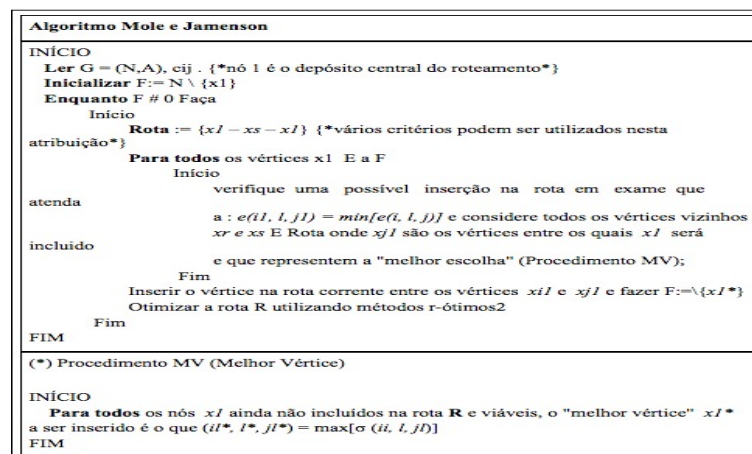
Disponível em: <<http://www.revistaespacios.com/a15v36n13/15361303.html>>; Acesso em junho. 2018.

4.2 Heurística de Mole e Jameson

A Heurística de Mole e Jameson tenta resolver o problema da solução de Clark e Wright, que é usar os nós internos para calcular a economia das rotas. E por ser um modelo aperfeiçoado, apresenta diversas vantagens em relação a heurística de Clark e Wright, mas a complexidade computacional é uma desvantagem.

O algoritmo usa um grafo que é lido a partir de uma matriz de adjacências e de uma lista com nós livres que estão fora da rota. São usados dois critérios para a inserção do nó na rota, o de proximidade e o de economia. O critério de proximidade usa a fórmula $e(i, l, j) = c_{il} + c_{lj} - \mu c_{ij}$ para inserir o nó mais próximo da rota atual, onde c representa o custo entre os nós. E o critério de economia usa a fórmula $\sigma(i, l, j) = \lambda c_{0l} - e(i, l, j)$, onde c_{0l} representa a distância entre o depósito e nó 1. A seguir o funcionamento do algoritmo :

Figura 5 – Algoritmo de Mole e Jameson



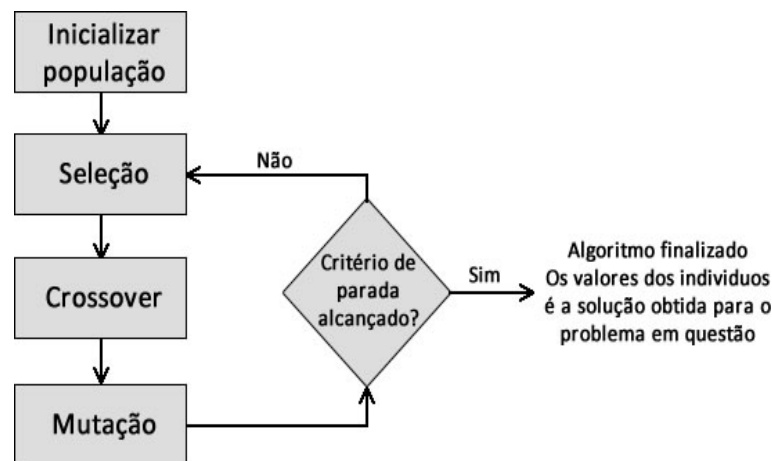
Disponível em: <<http://www.revistaespacios.com/a15v36n13/15361303.html>>; Acesso em junho. 2018.

4.3 Algoritmo Genético

O algoritmo Genético é um muito usado para achar soluções aproximadas de busca e otimização. O algoritmo é uma classe particular dos algoritmos evolutivos que se baseiam em evolução, recombinação, hereditariedade e etc. O algoritmo inicia com um conjunto de soluções e a cada geração, a adaptação de cada solução na população é avaliada, de acordo com essa avaliação alguns dos indivíduos são selecionados para o próxima geração e re combinados para formar uma nova população.

Em comparação com as outras heurísticas, o algoritmo genético foi mais lento mas teve os melhores resultados para grafos com menos de 200 vértices. Mas em relação a solução ótima, o algoritmo é mais rápido. A seguir um fluxograma do funcionamento do algoritmo:

Figura 6 – Algoritmo Genético



Disponível em:

<<http://www.computacaointeligente.com.br/algoritmos/o-algoritmo-genetico-ga/>>; Acesso em junho. 2018.

Referências

HEINEN, Milton Roberto; OSÓRIO, Fernando Santos. Algoritmos genéticos aplicados ao problema de roteamento de veículos. **HÍFEN**, v. 30, n. 58, 2006.