

Matemática Discreta

Assunto: MDC e Equações Diofantinas

1. Para cada par a, b de números inteiros abaixo, calcule o máximo divisor comum e determine TODOS os inteiros x, y de modo que $\text{mdc}(a, b) = ax + by$.
 - a. 14 e 35
 - b. -262 e 160
 - c. 6643 e -2873
 - d. -1769, -2872
2. Se a e b são inteiros, mostre que $\text{mdc}(a, b) = 1$ se e somente se existem inteiros x, y tais que $ax + by = 1$.
3. Se n é um inteiro maior que 1, mostre que
 - a. $\text{mdc}(n, n + 1) = 1$
 - b. $\text{mdc}(n, 2n + 1) = 1$
 - c. $\text{mdc}(2n + 1, 3n + 1) = 1$
4. Você tem duas taças para medidas. Uma tem capacidade para 21 mL e a outra com capacidade de 3 mL. Essas taças não apresentam qualquer indicação de capacidades parciais. Tudo que podemos medir são 21 ou 3 mL. É possível, apenas com elas, medir exatamente 1 mL? Descreva o caso geral: estabeleça e prove condições necessárias e suficientes sobre a e b para que seja possível medir exatamente 1 mL usando essas taças.
5. Determine todos os múltiplos positivos de 13 e 9 cuja soma seja 180.
6. Exprima 100 como soma de dois inteiros de modo que o primeiro seja divisível por 7 e o segundo seja divisível por 11.
7. Determine o menor inteiro positivo que tem como restos 16 e 27, quando dividido respectivamente por 39 e 56.
8. Suponhamos que você tenha que distribuir uma certa quantidade de vale transporte entre algumas pessoas, de modo que cada homem receba 12 vales e cada mulher receba 21 vales. Encontre todas as possíveis quantidades de homens e de mulheres que poderia receber estes vales, de maneira que a quantidade de vales gastos seja 300.
9. Determinar todos os múltiplo de 19 e um múltiplo de 17 cuja diferença seja 5.