

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais Curso de Ciência da Computação Algoritmos em Grafos Prof. João Caram - Semestre 2/2017 Exercícios de revisão não pontuados

Obs: diversos destes exercícios constam no material de aula.

1) Dada a seguinte lista de disciplinas e dias de aula:

AEDs I: segunda e quarta
Grafos: quarta e sexta
Arquitetura II: terça e sexta
PAA: segunda e sexta

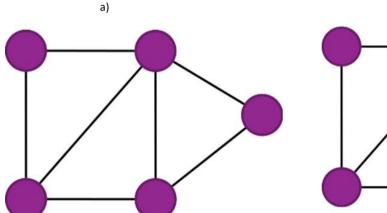
Sistemas Operacionais: quarta e sexta

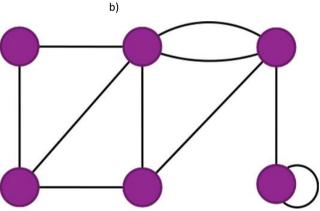
Modele um grafo no qual as disciplinas são os vértices e as arestas são atribuídas a disciplinas que têm pelo menos uma aula em dias coincidentes.

- 2) Considerando a tabela de disciplinas e pré-requisitos ao lado, modele um grafo no qual os vértices são as disciplinas e as arestas representam os pré-requisitos de cada uma.
- 3) Demonstre o teorema "A soma dos graus de todos os vértices de um grafo G é duas vezes o número de arestas de G".
- 4) Demonstre o teorema "O número de vértices de grau ímpar em um grafo é par".

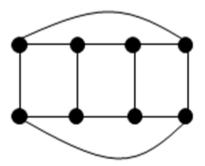
| Disciplina              | Pré-requisitos                    |
|-------------------------|-----------------------------------|
| AEDs I                  |                                   |
| AEDs II                 | AEDs I                            |
| Matemática Discreta     |                                   |
| Arquitetura I           | Introdução à Computação           |
| Arquitetura II          | Arquitetura I                     |
| Sistemas Operacionais   | Arquitetura II                    |
| Grafos                  | AEDs II                           |
| Iniciação à Pesquisa    | Introdução à Computação e AEDs II |
| Introdução à Computação |                                   |
| Compiladores            | AEDs II e Teoria de Linguagens    |
| Teoria de Linguagens    | Matemática Discreta               |

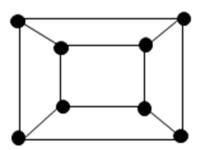
5) Dados os grafos abaixo, responda, justificando cada resposta: Eles são regulares? Eles são completos? Eles são eulerianos?



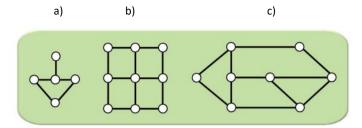


6) Estes grafos são isomorfos? Se sim, demonstre. Se não, justifique.





7) Os grafos abaixo são bipartidos? Justifique.



8) No grafo a seguir, informe se acontece um caminho aberto, caminho fechado, caminho simples, circuito ou apenas uma sequência de arestas:

b,b

e,d,c,b

a,d,c,d,e

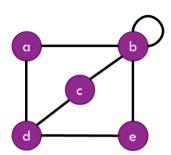
d,c,b,e,d

b,c,d,a,b,e,d,c,b

b,c,d,e,b,b

a,d,e,b,e

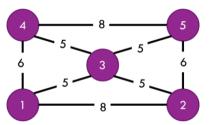
d,c,b



9) Observe o grafo ao lado e responda:

Ele é euleriano? Justifique. Se sim, mostre nele um caminho euleriano. Se não, sem remover arestas e sem criar arestas paralelas, modifique-o para que se torne euleriano com o menor número de modificações possíveis e mostre o caminho no novo grafo.

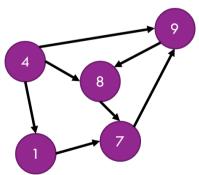
10) No grafo ao lado, execute, sempre a partir do vértice 1, a busca em largura, a busca em profundidade e o algoritmo de Dijkstra, mostrando os resultados.



11) Execute os algoritmos de Floyd-Warshall e de detecção de ciclos no grafo G ao lado. Em caso de múltiplas opções de avanço do algoritmo, siga sempre para

o primeiro vértice considerando a ordem alfabética.

12) Execute os algoritmos de Kahn e DFS modificado para indicar a ordem topológica do grafo G abaixo:



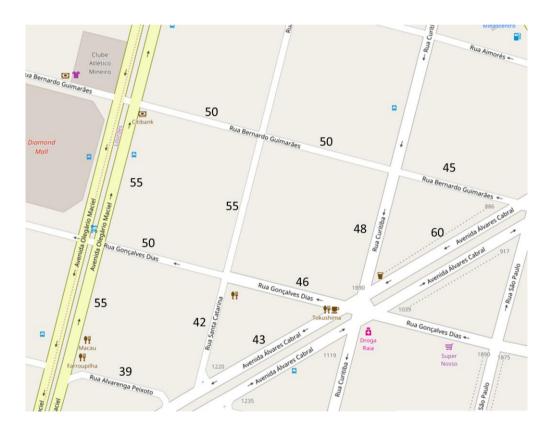
В

- 13) Analise as seguintes afirmativas acerca de grafos, suas teorias, representações e aplicações. Classifique-as como verdadeiras ou faltas, provando, refutando ou argumentando em favor de sua resposta.
- A) O grafo K<sub>6</sub> é euleriano.
- B) Um grafo bipartido nunca pode ser hamiltoniano.

- C) Considerando-se a implementação de um grafo denso, direcionado e ponderado, se o número de vértices ao quadrado tem valor próximo ao número de arcos, o uso de uma matriz de adjacência apresenta vantagens em relação ao uso de uma lista de adjacência.
- D) Se um grafo simples que represente os usuários de uma rede social tem a soma dos graus de cada vértice igual a 16, então o número de relações de amizade entre os usuários é 8.
- 14) Mark acabou de se mudar para Barcelona para estudar e ainda está descobrindo qual seria a maneira mais rápida de sair da sua casa, pegar o metrô e chegar à faculdade. Sua casa fica na Rambla del Raval e ele tem diversas maneiras de ir até a estação de metrô da Plaça Catalunya, de onde sai a linha para a faculdade. Ele pode:
  - Andar de casa à Plaça Catalunya (15 min) e pegar o metrô para a faculdade.
  - Andar de casa ao Liceu (7 min) e
    - o De lá, andar até a Plaça Catalunya (10 min) ou
    - o Pegar uma linha de metrô até a Plaça (4 min) e lá trocar para a linha da faculdade.

Sabendo que o metrô da Plaça Catalunya até a faculdade demora 25 minutos e que a troca entre linhas de metrô demora 5 minutos, qual seria o trajeto mais rápido que Mark pode fazer, e quanto tempo gastaria para chegar à faculdade? Lembre-se de resolver o problema utilizando grafos e seus algoritmos, ou a questão não será considerada.

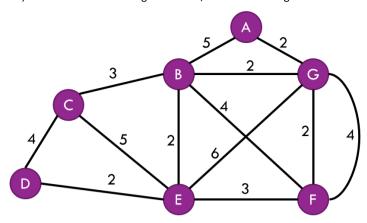
15) A Prefeitura de Belo Horizonte, visando a mobilidade urbana, pretende implantar pontos de retiradas de bicicletas públicas em diversas esquinas vistas no trecho de mapa abaixo, em um local muito conhecido e movimentado da cidade. A questão é que tais pontos necessitam de redes de energia elétrica e de comunicação próprias para seu funcionamento. Assim, os quarteirões que abrangem os pontos de interesse da prefeitura foram medidos conforme os valores no mapa. Sabendo que ambas as redes têm o custo de instalação diretamente proporcional à metragem dos cabos utilizados, responda



- a) Modele este problema utilizando grafos. Estabeleça quem são os vértices, as arestas, e como os grafos ajudariam a resolver este problema.
- b) Resolva o problema usado a solução proposta em (a) e diga à prefeitura como instalar as redes minimizando os gastos de verba pública.
- c) Caso haja a previsão de sobrecarga da rede elétrica e seja necessário implementá-la dividida em duas sub redes, o que você recomendaria à prefeitura?
- 16) Um conjunto de 6 lotes murados como mostrado na figura ficou alagado após dias de chuva. Quantos muros devem ser removidos para que toda a água seja liberada?



17) Encontre uma AGM no grafo abaixo, utilizando um algoritmo estudado em aula.



18) Supondo que o grafo da questão 17 represente bairros de uma cidade e as distâncias entre eles, indique qual caminho um representante comercial que mora no bairro D deveria fazer para visitar todos os bairros demonstrando seus produtos e voltando para dormir em casa, com o menor gasto de combustível possível.