Análise de Sensibilidade utilizando Excel

Analisando Todas as Respostas do Excel

Modelo

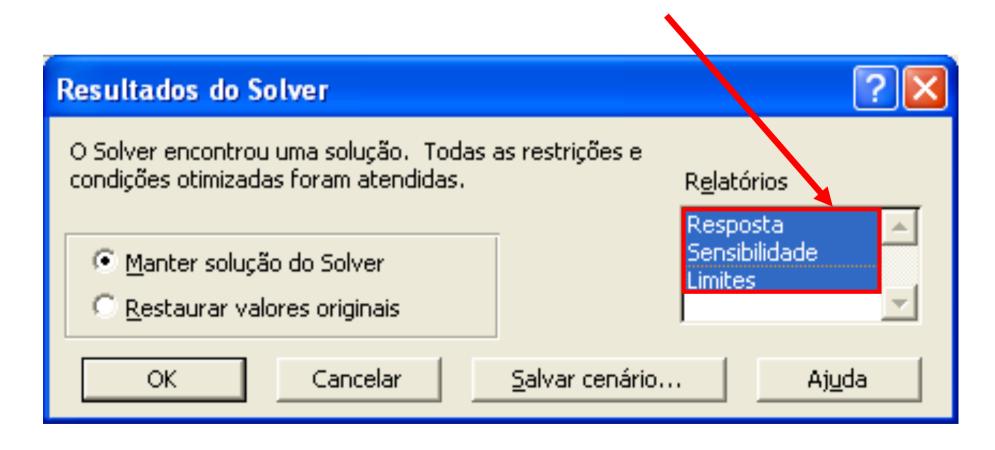
	Α	В	С	D	Е
1		X1	X2		
2	Coef.FObjetivo	40	30		
3	Variáveis	0	0		
4					
5	Função-Objetivo	0			
6					
7	Restrições			LHS	RHS
8	Restrição 1	0,4	0,5	0	20
9	Restrição 2	0	0,2	0	5
10	Restrição 3	0,6	0,3	0	21

Max
$$Z = 40x_1 + 30x_2$$

 $\frac{2}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \le 20$
 $\frac{1}{5}x_2 \le 5$
 $\frac{3}{5}x_1 + \frac{3}{10}x_2 \le 21$
 $x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$

Solicitando os Relatórios

Marcar os relatórios desejados



Excel

 Valor das variáveis na solução ótima

 Valor máximo da – função-objetivo

		А	В	С	D	Е
	1		X1	X2		
	2	Coef.FObjetivo	40	30		
	3	Variáveis	25	20		
	4					
	5	Função-Objetivo	1600			
	6					
H	7	Restrições			LHS	RHS
	8	Restrição 1	0,4	0,5	20	20
	9	Restrição 2	0	0,2	4	5
	10	Restrição 3	0,6	0,3	21	21

Relatório de Respostas

Agrupar => LHS=RHS
 Sem Agrupar =>
 LHS≠RHS, quando a
 variável de folga for
 básica e diferente de
 zero.

Célula de destino (Máx) Célula Nome Valor original Valor final Funcão-Obietivo X1 \$B\$5 1600 Células ajustáveis Célula Valor original Valor final Nome \$B\$3 25 Variáveis X1 20 \$C\$3 Variáveis X2 Ω

Variáveis de Folga

 Variáveis de Folga

| SD\$10 | Restrição 2 LHS |
| SD\$10 | Restrição 3 LHS |
| No. | Relatório de respost

Restrições Célula Valor da célula Fórmula Status Transigência Nome \$D\$8 Restrição 1 LHS 20 \$D\$8<=\$E\$8 Agrupar 0 4 \$D\$9<=\$E\$9 Sem agrupar 21 \$D\$10<=\$E\$10 0 Agrupar N Relatório de resposta 1 / Relatório de sensibilio

LHS = left hand side RHS = right hand side

Relatório de Respostas Observação Importante

- O Excel determina que a restrição tem status "Sem Agrupar" quando a variável de folga daquela restrição é básica. Geralmente, isto significa que existe folga e, portanto, LHS ≠ RHS.
- Entretanto, é possível acontecer da variável de folga ser básica e igual a zero. Neste caso, a restrição terá status Agrupar e LHS = RHS.

- O preço-sombra para o recurso i (y_i^*) mede o valor marginal deste recurso em relação ao lucro total;
- Isto é, a quantidade que o Lucro Total (Z) seria melhorado, caso a quantidade do recurso i (b_i) fosse aumentado de uma quantidade igual à unidade.

Análise Econômica do Excel

- As interpretações para o Preço-Sombra são as seguintes:
 - A quantidade pela qual a função-objetivo será modificada (valor nominal) dado um incremento de uma unidade na constante de uma restrição.
 - Quanto estaríamos dispostos a pagar por uma unidade adicional de um recurso.

Microsoft Excel 10.0 Relatório de sensibilidade

Planilha: [Pasta2]Plan1

Relatório criado: 7/2/2005 10:25:01

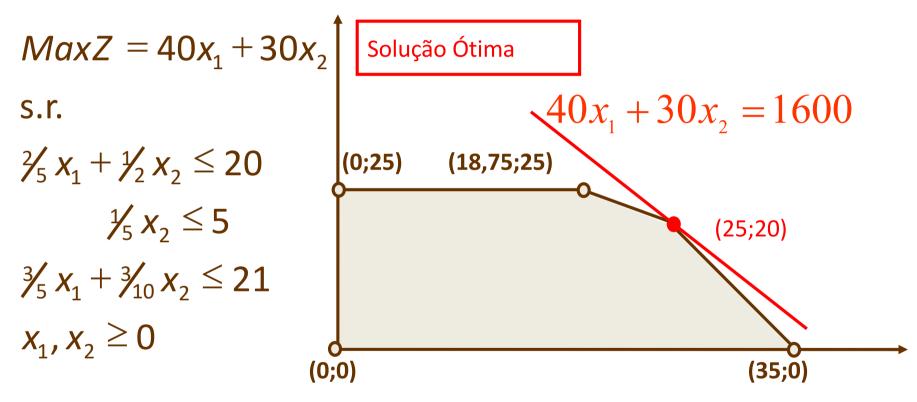
Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo		Permissível Acréscimo	
\$B\$3	Variáveis X1	25	0	40	20	16
\$C\$3	Variáveis X2	20	0	30	20	10

Restrições

		Final	Sombra	Restrição	Permissível	Permissível
Célula	Nome	Valor	Preço	Lateral R.H.	Acréscimo	Decréscimo
\$D\$8	Restrição 1 LHS	20	33,33333333	20	1,5	6
\$D\$9	Restrição 2 LHS	4	0	5	1E+30	1
\$D\$10	Restrição 3 LHS	21	44,4444444	21	9	2,25

Solução Gráfica



 Vamos medir o efeito de aumentar essa constante em 3 unidades, até 24?

Solução Gráfica

MaxZ =
$$40x_1 + 30x_2$$

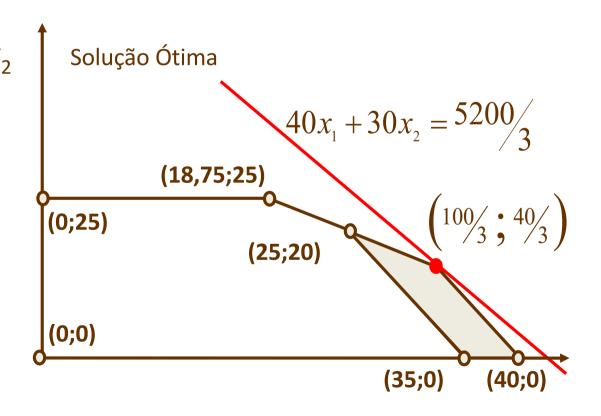
s.r.
 $\frac{2}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \le 20$
 $\frac{1}{5}x_2 \le 5$
 $\frac{3}{5}x_1 + \frac{3}{10}x_2 \le 21$
 $x_1, x_2 \ge 0$
MaxZ = $40x_1 + 30x_2$
s.r.
 $\frac{2}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \le 20$
 $\frac{1}{5}x_2 \le 5$
 $\frac{3}{5}x_1 + \frac{3}{10}x_2 \le 24$

Solução Gráfica

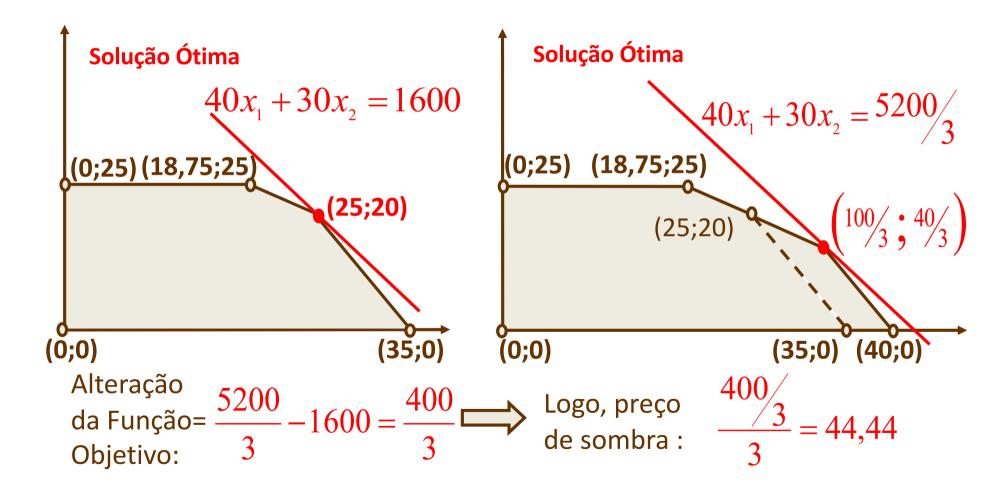
- O conjunto de soluções viáveis foi alterado
- A solução ótima também foi alterada

Max
$$Z = 40x_1 + 30x_2$$

s.r.
 $\frac{2}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \le 20$
 $\frac{1}{5}x_2 \le 5$
 $\frac{3}{5}x_1 + \frac{3}{10}x_2 \le 24$
 $x_1, x_2 \ge 0$



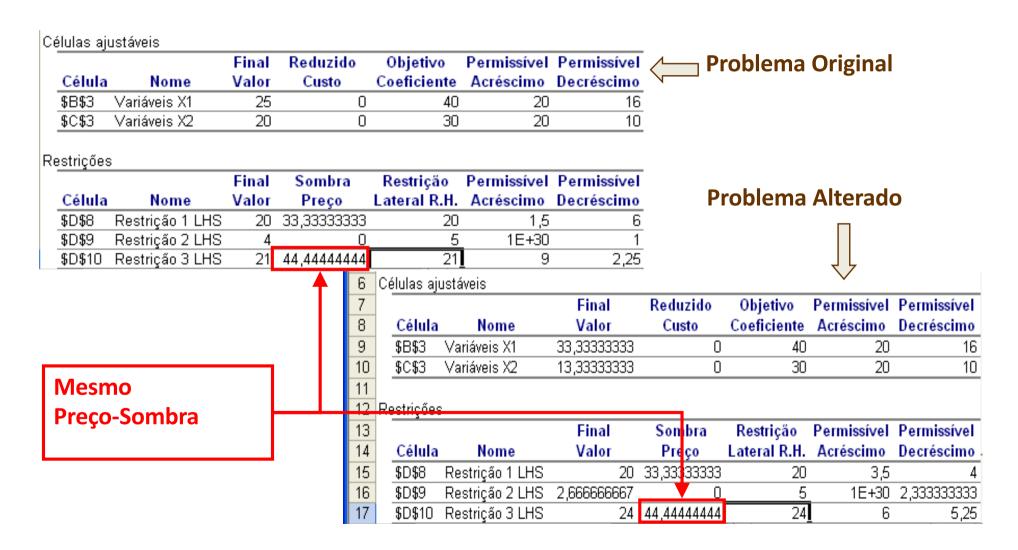
Limite



Preço Sombra: Limite no Excel

	Α	В	С	D	Е						
1		X1	X2					Probler	na Origi	nal	
2	Coef.F-Objetivo	40	30				4				
3	Variáveis	25	20								
4											
5	Z=	1600									
6								Problei	ma Alter	ado	
7	Restrições			LHS	RHS	S					
8	Restrição 1	0,4	0,5	20	20	l					
9	Restrição 2	0	0,2	4	5						
10	Restrição 3	0,6	0,3	21	21]		47		
							А	В	C	D	E
					1			X1	X2		
					2	Сс	oef.F-Objetivo	40	30		
					3	Va	ariáveis	33,33333	13,333333		
					4						
					5	Z=	•	1733,333			
					6						
					7	Rε	estrições			LHS	RHS
					8	Rε	estrição 1	0,4	0,5	20	20
					9	Rε	estrição 2	0	0,2	2,666667	5
					10	Rε	estrição 3	0,6	0,3	24	24

Preço Sombra: Limite no Excel



Limite

MaxZ =
$$40x_1 + 30x_2$$

s.r.

$$\frac{3}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 \le 20$$

$$\frac{1}{5}x_2 \le 5$$

$$\frac{3}{5}x_1 + \frac{3}{10}x_2 \le 21$$

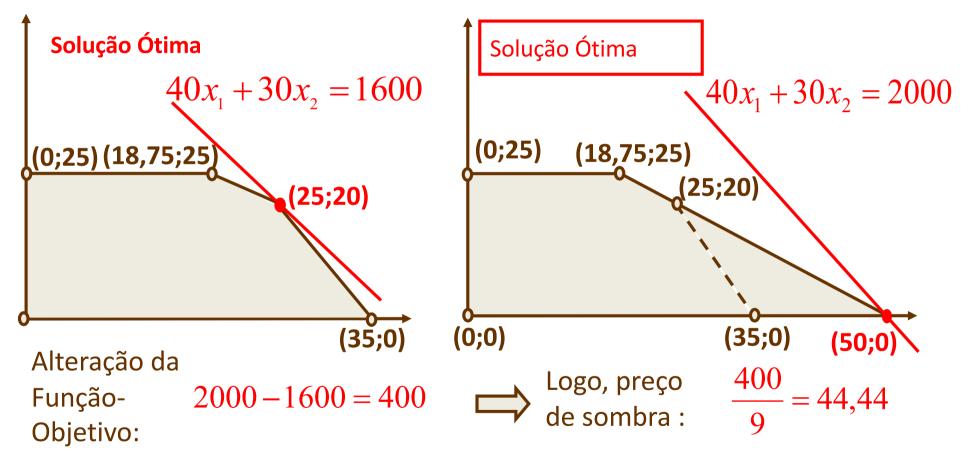
$$x_1, x_2 \ge 0$$
MaxZ = $40x_1 + 30x_2$

$$\frac{2}{5}x_1 + \frac{3}{2}x_2 \le 20$$

$$\frac{3}{5}x_1 + \frac{3}{10}x_2 \le 30$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

Preço de Sombra: Limite

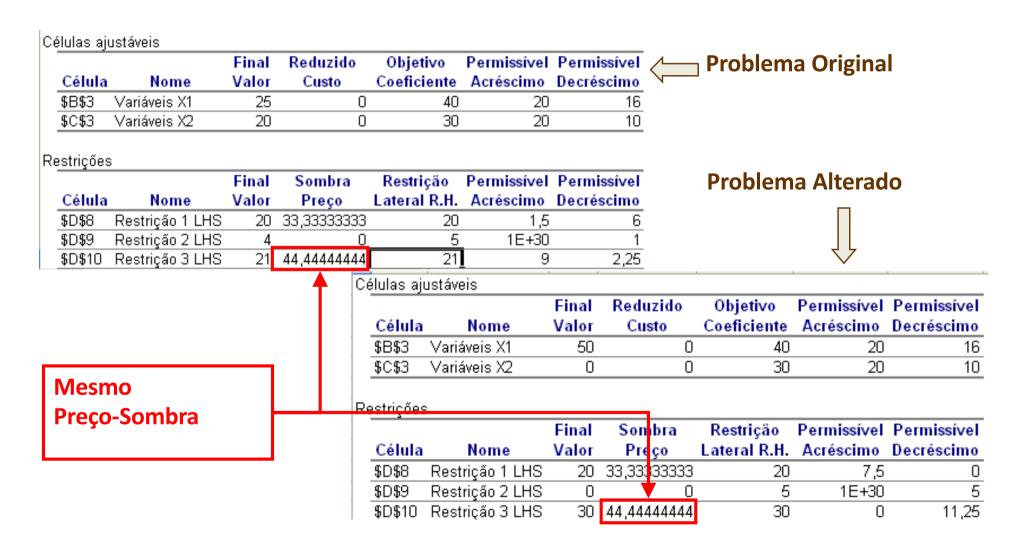


O valor do preço de sombra permaneceu constante

Preço Sombra: Limite no Excel

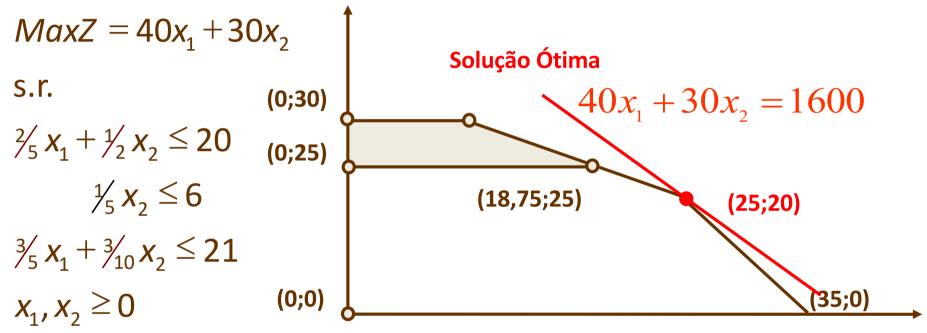
1		X1	X2					Probler	na Origi	nal	
2	Coef.F-Objetivo	40	30								
3	Variáveis	25	20								
4											
5	Z=	1600									
6								Probler	ma Alter	ado	
7	Restrições			LHS	RH:	3					
8	Restrição 1	0,4	0,5	20	20						
9	Restrição 2	0	0,2	4	5						
10	Restrição 3	0,6	0,3	21	21				77		
						А		В	С	D	Е
					1			X1	X2		
					2	Coef.F-Ob	jetivo	40	30		
					3	Variáveis		50	0		
					4						
					5	Z=		2000			
					6						
					7	Restriçõe	S			LHS	RHS
					8	Restrição		0,4	0,5	20	20
					9	Restrição	2	0	0,2	0	5
					10	Restrição	3	0,6	0,3	30	30

Preço Sombra: Limite no Excel



Solução Gráfica

Solução Gráfica



- O conjunto de soluções viáveis foi alterado
- Essa restrição não limitava à solução ótima inicial, que não foi alterada.
- Qual é o preço de sombra desta restrição? ZERO

Solução Gráfica

Microsoft Excel 10.0 Relatório de sensibilidade

Planilha: [Pasta2]Plan1

Relatório criado: 7/2/2005 10:25:01

Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo		Permissível Acréscimo	Permissível Decréscimo
\$B\$3	Variáveis X1	25	0	40	20	16
\$C\$3	Variáveis X2	20	0	30	20	10

Restrições

		Final	Sombra	Restrição	Permissível	Permissível
Célula	Nome	Valor	Preço	Lateral R.H.	Acréscimo	Decréscimo
\$D\$8	Restrição 1 LHS	20	33,33333333	20	1,5	6
\$D\$9	Restrição 2 LHS	4	0	5	1E+30	1
\$D\$10	Restrição 3 LHS	21	44,4444444	21	9	2,25

Custo Reduzido

- O custo reduzido de uma variável é:
 - o total que o seu coeficiente na função-objetivo deve melhorar para que ela deixe de ser zero na solução ótima;
 - quanto a função-objetivo irá piorar para cada unidade que a variável aumente a partir de zero;

• O custo reduzido só se aplica a variáveis que, na solução ótima, assumem o valor zero.

Análise Econômica do Excel

- Existem duas interpretações para o *Custo Reduzido*:
 - A quantidade que o coeficiente da função--objetivo de uma variável original deve ser modificada antes dessa variável se tornar básica.
 - A quantidade de penalização que será paga se quisermos tornar uma variável básica.

Microsoft Excel 10.0 Relatório de sensibilidade

Planilha: [Pasta2]Plan1

Relatório criado: 7/2/2005 10:25:01

Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor		•	Permissível Acréscimo	
\$B\$3	Variáveis X1	25	0	40	20	16
\$C\$3	Variáveis X2	20	0	30	20	10

Restrições

		Final	Sombra	Restrição	Permissível	Permissível
Célula	Nome	Valor	Preço	Lateral R.H.	Acréscimo	Decréscimo
\$D\$8	Restrição 1 LHS	20	33,33333333	20	1,5	6
\$D\$9	Restrição 2 LHS	4	0	5	1E+30	1
\$D\$10	Restrição 3 LHS	21	44,4444444	21	9	2,25

- A análise de sensibilidade serve também para amenizar a hipótese de certeza nos coeficientes e constantes.
- Em uma análise de sensibilidade queremos responder basicamente a duas perguntas:
 - Qual o efeito de uma mudança num coeficiente da função-objetivo?
 - Qual o efeito de uma mudança numa constante de uma restrição?

- Existem dois tipos básicos de análise de sensibilidade:
 - 1. Estabelece limites inferiores e superiores para todos os coeficientes da função-objetivo e constantes das restrições:
 - Excel;
 - Hipótese de uma alteração a cada momento;
 - 2. Verifica se uma ou mais mudanças em um problema alteram a sua solução ótima:
 - Mais complicado
 - Pode ser feito por meio da alteração do problema e sua nova resolução.

Excel

 Variações de incremento e decremento, aos quais cada coeficiente da Função-Objetivo, isoladamente, pode ter sem que a solução ótima (valores ótimos das variáveis) se altere. Microsoft Excel 10.0 Relatório de sensibilidade

Planilha: [Pasta2]Plan1

Relatório criado: 7/2/2005 10:25:01

Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor				Permissível Decréscimo
\$B\$3	Variáveis X1	25	0	40	20	16
\$C\$3	Variáveis X2	20	0	30	20	10

Restrições

		Final	Sombra	Restrição	Permissível	Permissível
Célula	Nome	Valor	Preço	Lateral R.H.	Acréscimo	Decréscimo
\$D\$8	Restrição 1 LHS	20	33,33333333	20	1,5	6
\$D\$9	Restrição 2 LHS	4	0	5	1E+30	1
\$D\$10	Restrição 3 LHS	21	44,4444444	21	9	2,25

Excel

 Variações de incremento e decremento, ao qual a constante de uma restrição, isoladamente, pode ter sem que o seu Preço-Sombra se altere. Microsoft Excel 10.0 Relatório de sensibilidade

Planilha: [Pasta2]Plan1

Relatório criado: 7/2/2005 10:25:01

Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor	Reduzido Custo		Permissível Acréscimo	
\$B\$3	Variáveis X1	25	0	40	20	16
\$C\$3	Variáveis X2	20	0	30	20	10

Restrições

		Final	Sombra	Restrição	Permissível	Permissível
Célula	Nome	Valor	Preço	Lateral R.H.	Acréscimo	Decréscimo
\$D\$8	Restrição 1 LHS	20	33,33333333	20	1,5	6
\$D\$9	Restrição 2 LHS	4	0	5	1E+30	1
\$D\$10	Restrição 3 LHS	21	44,4444444	21	9	2.25

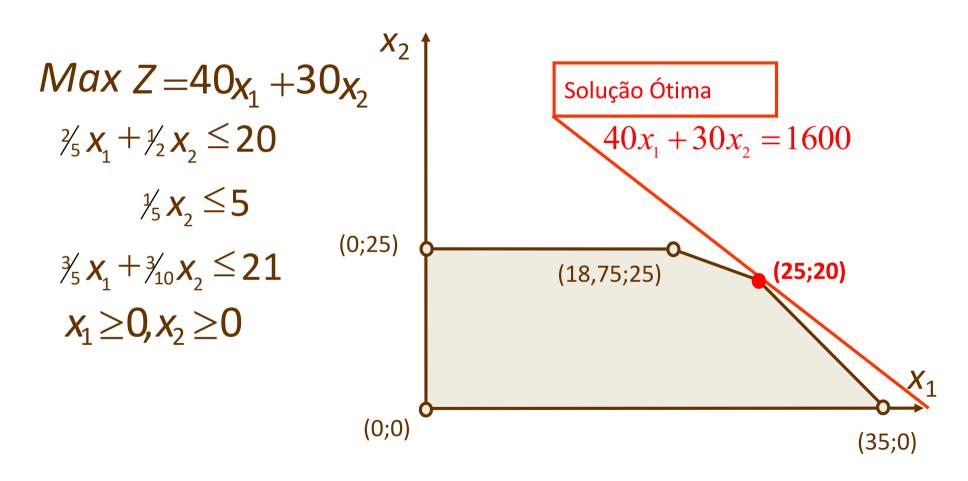
A Análise de Sensibilidade Através de Limites

• Vamos nos dedicar ao primeiro tipo de análise.

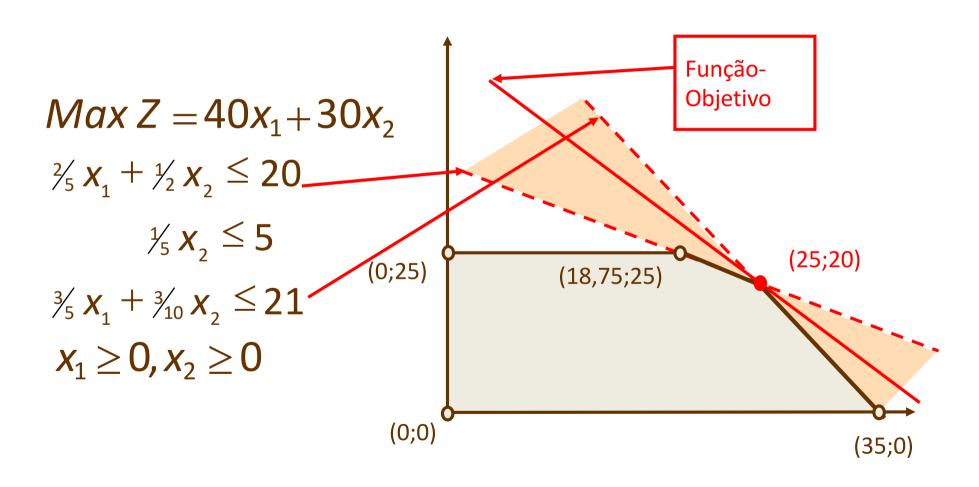
 A análise dos limites dos coeficientes da funçãoobjetivo e das constantes das restrições do problema.

 Vamos entender o processo da análise dos coeficientes da função-objetivo primeiro.

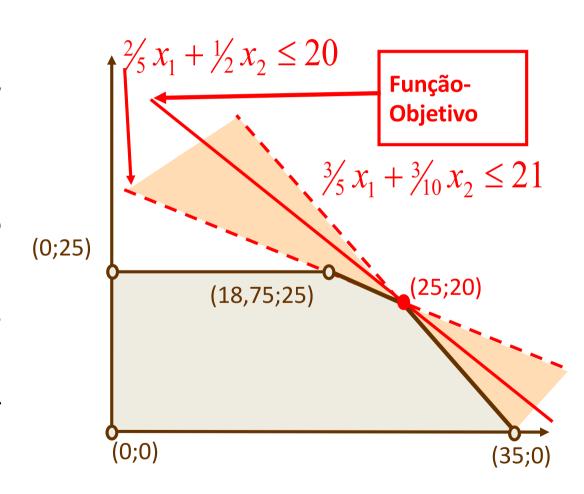
Solução Gráfica



Solução Gráfica



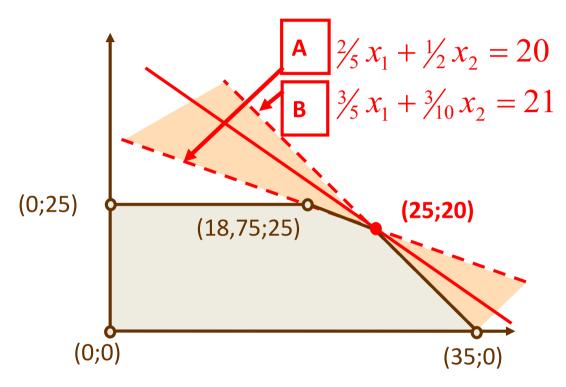
- As três retas pertencem a uma mesma família de retas, pois têm o ponto (25;20) em comum.
- Uma diferença entre elas é no coeficiente angular.
- A mudança de um coeficiente da função objetivo causará uma alteração no coeficiente angular da função-objetivo.



Análise dos Coeficientes da Função

Objetivo

 Portanto, enquanto o coeficiente angular da função-objetivo estiver entre os das retas limites a solução ótima não se alterará.



Declividade da Linha B da Função - Objetivo da Linha A

Declividade da reta B

$$\frac{3}{5}x_{1} + \frac{3}{10}x_{2} = 21$$

$$\frac{3}{10}x_{2} = 21 - \frac{3}{5}x_{1}$$

$$x_{2} = \frac{10}{3}(21 - \frac{3}{5}x_{1})$$

$$x_{2} = 70 - 2x_{1}$$

Declividade da reta A

$$\frac{2}{5}x_1 + \frac{1}{2}x_2 = 20$$

$$\frac{1}{2}x_2 = 20 - \frac{2}{5}x_1$$

$$x_2 = 40 - \frac{4}{5}x_1$$

$$x_2 = 40 - 0.8x_1$$

-2 ≤ Declividade da Função-Objetivo ≤ -0,8

A forma geral da função objetivo é dada por:

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2$$

 Que na Forma declividade-Interseção é dada por

$$x_2 = -\frac{c_1}{c_2} x_1 + \frac{z}{c_2}$$

 $Max\ Z = 40x_1 + 30x_2$

 Estudaremos uma variação por vez. Portanto, manteremos constante primeiramente c₂=30.
 Logo, podemos dizer que:

$$-2 \le -\frac{c_1}{c_2} \le -0.8 \text{ para } c_2 = 30 \text{ temos}$$

$$-2 \le -\frac{c_1}{30} \le -0.8 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{c_1}{30} \ge -2 \iff c_1 \le 60 \\ -\frac{c_1}{30} \le -0.8 \iff c_1 \ge 24 \end{cases}$$

$$24 \le c_1 \le 60$$

Análise dos Coeficientes da Função

 $Max Z = 40x_1 + 30x_2$

Objetivo

• Para estudarmos as variações possíveis de c_2 , manteremos c_1 =40. Logo, temos:

$$-2 \le -\frac{c_1}{c_2} \le -0.8$$
 para $c_1 = 40$ temos

$$-2 \le -\frac{40}{c_2} \le -0.8 \Rightarrow \begin{cases} -\frac{40}{c_2} \ge -2 & \Leftrightarrow c_2 \ge 20 \\ -\frac{40}{c_2} \le -0.8 & \Leftrightarrow c_2 \le 50 \end{cases}$$

$$20 \le c_2 \le 50$$

Análise dos Coeficientes da Função

 $Max Z = 40x_1 + 30x_2$

Objetivo

 Poderíamos então criar uma tabela resumindo os limites dos coeficientes das variáveis na função--objetivo:

	Mínimo	Atual	Máximo
X ₁	24	40	60
X ₂	20	30	50

• Mantendo esses limites, podemos garantir que a solução ótima (não degenerada) será a mesma!

A Análise do Excel

 $Max\ Z = 40x_1 + 30x_2$

 Esta resposta é idêntica à do Lindo, a menos de erros de aproximação.

Células ajustáveis

Célula	Nome	Final Valor		Objetivo Coeficiente		
\$B\$3	Variáveis X1	25	0	40	20	16
\$C\$3	Variáveis X2	20	0	30	20	10

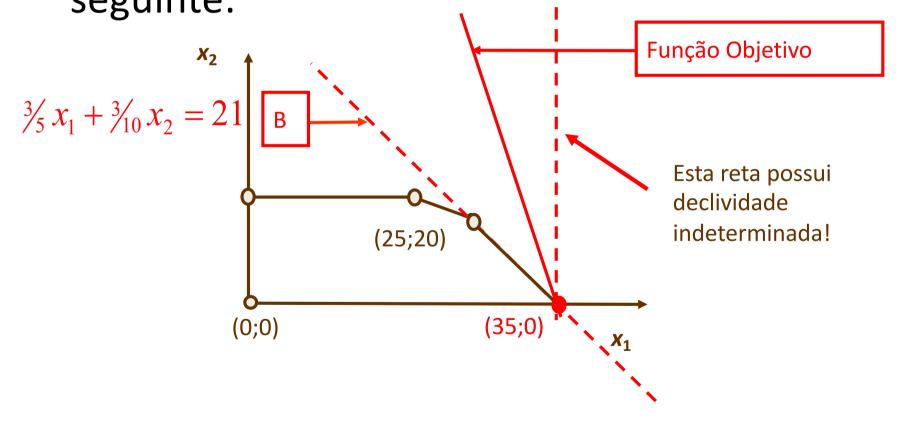
	Mínimo	Atual	Máximo
<i>X</i> ₁	24=40-16	40	60=40+20
<i>X</i> ₂	20=30-10	30	50=30+20

Caso Especial

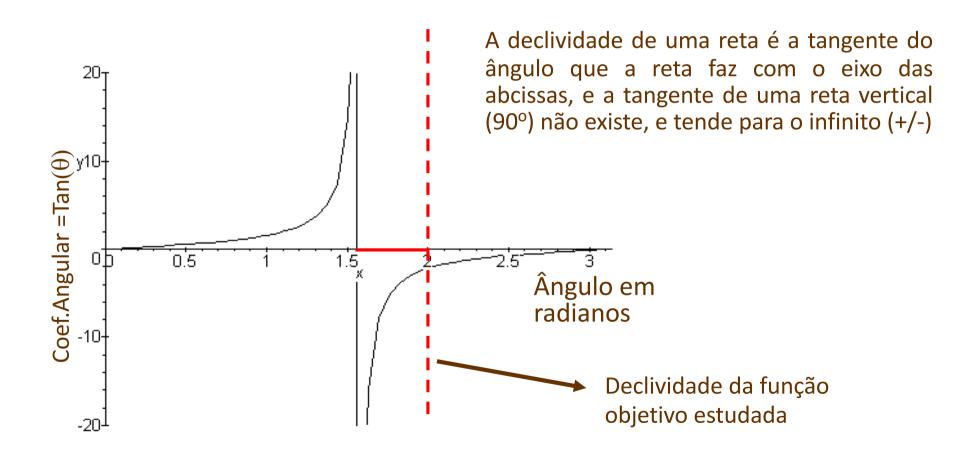
- Um caso especial de limite de crescimento acontece quando a rotação da função-objetivo em torno do extremo ótimo passa pela reta vertical;
- Isso significará que não existirá (será infinito) o limite superior ou inferior para a declividade;
- Observemos isso graficamente

Caso Especial

 Suponhamos que a situação ótima seja a seguinte:



Explicação Matemática

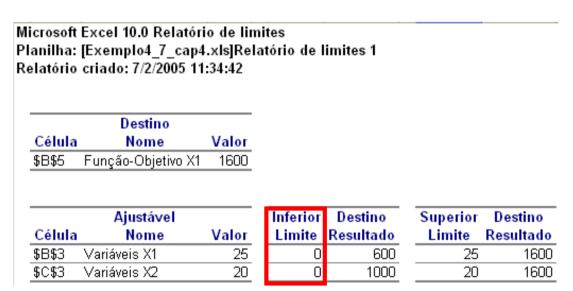


Constantes das Restrições

- As constantes das restrições também estão submetidas a limites;
- Esses limites dizem respeito aos Preços-Sombra, e não à solução ótima;
 - Veja que os Preços-Sombra equivalem à solução ótima do Dual, onde as constantes das restrições são os coeficientes da Função-objetivo;
- O estudo dos limites é feito de maneira similar.

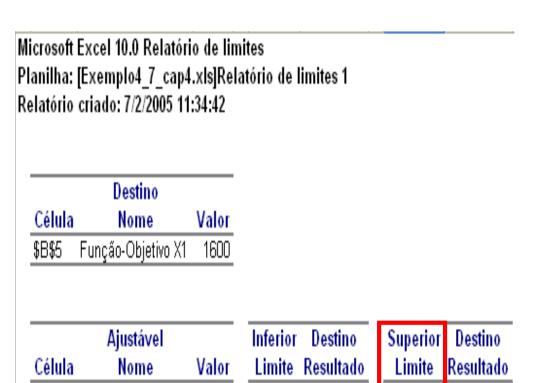
Relatório de Limites

 A coluna Inferior Limite indica o menor valor que variável cada pode assumir, considerando que todas as outras não se alterem, para que a solução continue viável. A coluna ao lado mostra o valor que a função--objetivo assume nessa solução.



Excel – *Limits Report*

A coluna Superior Limite indica o maior valor que cada variável pode assumir, considerando que todas as outras não se alterem, para que a solução continue viável. A coluna ao lado mostra o valor que a função--objetivo assume nessa solução.



600

1000

1600

1600

25

Variáveis X1

Variáveis X2

\$B\$3

\$C\$3