Ejercicios de Grimaldi

October 2018

1 Capitulo 7

Relaciones: La segunda vuelta.
1.- Si A = 1, 2, 3, 4 sea R = (1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 3), (3, 4), (4, 4) una relación sobre A. Encuentre dos relaciones F, f sobre A tales que F f pero R * F = (1, 1), (1, 2), (1, 4)
Respuesta:
a) (x,z) E R1 ó (R2 U R3) ¡-¿ para y E B, (x,y) E R1,(y,z) E R2 U R3 ¡-¿ para y E b,((x,y)E R1, (y,z) E R2) o ((x,y) E R1,(y,z) E R3) -¿ (x,y) E R1 o R2 ó (x,z) E R1 o R3 ¡-¿ (x,z) E (R1 o R2)U(R1 o R3), asi que R1 o(R2 o R3) c (R1 o R2)U(R1 O R3). para la inclusion contraria, (x,y)E(R1 o R2)U(R1o R3) -¿(x,z) E R1 o R2 ó (x,z)E R1 o R3. b) la respuesta es similar a (a). A=B=C=[1,2,3] con R1=([1,2],[1,1]), R2=(2,3), R3=(1,3) entonces R1 o (R2 o R3)= R1 o 0=0, pero (R1 o R2)o(R1 o R3)= [1,3]

2.- Cuantas matrices (0, 1) de 6 x 6 cumplen que A=a?
Respuesta: Aquí las palomas son los enteros 2 + 1 entre 0 y 2, inclusivo, y los casilleros son las 2 relaciones en A

3.- Si E =

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

¿Cuantas matrices (0,1) F satisfacen E ¡= F?
Respuesta: Dejando a S = (1,1),(1,2),(1,4) y T (2,1),(2,2),(1,4) 4.- Sea A un conjunto tal que $|A|$ = n y sea $\Re$ una relacion de equivalencia sobre A tal que $|\Re|$ = r ¿Por qué r-n siempre es par?
Respuesta:
Cuenta los elementos en $\Re$ de la forma (a,b), a$\neq$ b. Como $\Re$ es simétrica, r-n es par
5.- Una relacion $\Re$ sobre un conjunto A es irreflexiva si para todo a $\in$ A, (a,a) no pertenece a $\Re$.
a) De un ejemplo de una relacion $\Re$ sobre Z tal que $\Re$ sea irreflexiva y transitiva pero no simétrica.
Respuesta: a) x$\Re$y si y solo si x $\prec$ y

6.- Para A= [1, 2, 3, 4], sean R y F las relaciones sobre A definidas como R= (1,2), (1,3), (2,4), (4,4) y f= (1,1), (1,2), (1,3), (2,3), (2,4). Determine R*F, F*R, R^2, R^3, F^2 y F^3

Respuesta:

R o S= (1,6),(1,4); S o R = (1,2),(1,3),(1,4),(2,4); $R^2 = R^3 = [(1,4),(2,4),(4,4)]; S^2 = S^3 = [(1,1),(1,2),(1,3),(1,4)]$

7.- Si R es una relación reflexiva sobre un conjunto A, demuestre que R2 también es reflexiva sobre A.

Respuesta: $xEAreflexiva.->(x,x)ER.(x,x)ER,(x,x)ER->(x,x)ERoR = R^2$

8.- Proporcione la demostración de la inclusión del teorema 7.1

Respuesta: $(a,b)E(R1oR2)oR3- > (a,c)ER1oR2,(c,d)ER3dealgúncEC- > (a,b)ER1,(b,c)ER2,(c,d)ER3dealgunbEB,cEC->(a,b)ER1,(b,d)ER2oR3-> (a,d)ER1o(R2oR3),y(R1oR2)oR3R1o(R2oR3)$

9.- Para los conjuntos A, B y C, consideremos las relaciones R1 A x B, R2 B x C y R3 B x C. Demuestre que:

(a) R1 * (R2 U R3) = (R1 * R2) U (R1 * R3)

(b) R1 * (R2 R3) (R1 * R2) (R1 * R3).

Respuesta: a) R1 o (R2 U R3) = R1 o (w, 4),(w, 5), (x, 6), (y, 4), (y, 5), (y, 6)= (1,4), (1,5),(3,4),(3,5),(2,6),(1,6)

(R1 o R2) U (R1 o R3) = (1,5),(3,5),(2,6),(1,4),(1,6) U(1,6),(1,5),(3,4),(3,5)=(1,4),(1,5),(1,6),(2,6),(3,4),(3,5)

b) R1 o (R2 n R3)= R1 o (w,5)= (1,5)m(3,5)

(R1 o R2) n (R1 o R3)=(1,5),(3,5),(2,6),1,4),(1,6) n (1,4),(1,5),(3,4),(3,5)=(1,4),(1,5),(3,5)

10.- Para una relación R sobre un conjunto A, defina R0 = a, a)—a A. Si —A— = n, demuestre que existen s, t N, con 0 s t 2, tales que R = R.

R1 o (R2 n R3)= R2 o m,3),(m,4)=(1,3),(1,4) (R1 o R2) n (R1 o R3)= (1,3),(1,4) n (1,3),(1,4) n (1,3),(1,4) = (1,3),(1,4)