

1.- Determine si cada una de las sentencias es una declaración

- a. En 2003 George W. Bush fue el presidente de E
- b. $x+3$ es un entero positivo
- c. 15 es un número par
- d. ¿Qué hora es?

R. a,c,d son declaraciones

3.- Dado que p es falso, el valor de verdad para p es 1 y el de q es 0. en consecuencia, los valores de verdad para los enunciados de los componentes dados son

- a) 0
- b) 0
- c) 1
- d) 0

2.- Sean p,q,r las proposiciones para un triángulo abc particular; p: el triángulo abc es isósceles; q: el triángulo abc es equilátero; r: el triángulo abc es equiángulo. traduzca las siguientes frases a español

- e. $q \rightarrow p$
- f. $p \wedge q$
- g. $p \rightarrow q$
- h. $r \rightarrow p$
- i. $q \leftrightarrow r$

R.

- a) si el triángulo abc es equilátero, entonces es isósceles
- b) si el triángulo ABC no es isósceles, entonces no es equilátero
- c) Triángulo ABC es equilátero si y sólo si es equiangular
- d) el triángulo ABC es isósceles pero no es equilátero
- e) si el triángulo ABC es equiangular, entonces es isósceles

4.- sea $p(x)$ la proposición abierta de " $x^2=2x$ " donde el universo comprende todos enteros. determine si cada una de las proposiciones son verdaderas o falsas

- p(0) b) p(1) c) p(2) d) p(-2)

a) 0=0, verdadero

b) $1=2$, falso

c) $4=4$, verdadero

d) $4=-4$, falso

5.- De una demostración directa de lo siguiente: para todos los enteros k y l , si k , l son pares

entonces $k+l$ es par dado que k , l son iguales podemos escribir $k = 2c$ y $l = 2d$

$$\text{suma } k + l = 2c + 2d = 2(c + d)$$

$$k = 2c \quad 2d = 2(2cd)$$

$$2c(2d) = 2(2cd)$$

$2cd$ un entero, k es par

6.-) Demostrar que, para cualquier par de enteros x e y , el producto xy es par si y sólo si x es par o y es par.

Si x es par o y es par, entonces el producto xy es par

7.- Si a y b son números racionales, entonces $a+b$ es un número racional.

Si $a = w/x$ y $b = y/z$ donde q y $s \neq 0$ y w, x, y, z son enteros

$p/q + r/s = ps + qr / qs$ entonces el numerador y denominador son números enteros

Por lo tanto a y b son racionales

8.- Para todo entero n , si n^2 es par, entonces n es par.

Sea n un entero impar, entonces $n = 2x + 1$, donde x es un entero.

Ahora, $n^2 = 2(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$ donde $n^2 = 4x^2 + 4x + 1 = 2(2x^2 + 2x) + 1$ así $2x^2 + 2x$ es un número entero, por lo tanto n^2 es impar

9.- demuestre que para todo entero n , n^2 es par si y sólo si n es par

Se puede expresar como $n=2x$ donde entero x

$2(2m^2)$ es par y como $2(2m^2) = n^2$, llegamos a que n^2 es par.

10.- Demostrar que 2 es irracional.

Supongamos que 2 es racional, por lo que $2 = m/n$ donde m y n son números enteros, con $n \neq 0$.

Podemos suponer que la fracción m/n es una fracción reducida (irreducible), es decir, que m y n no tienen factores en común.

$2 = m/n \rightarrow 2n = m^2/n^2 \rightarrow 2n^2 = m^2$, m^2 es par $\rightarrow m^2$ es par

así, $m = 2p$, $p \in \mathbb{Z}$, $m^2 = 4p^2$

Sustituyendo este resultado en la ecuación tenemos:

$2n^2 = 4p^2 \rightarrow n^2$ es par $\rightarrow n$ es par

11.- si n es un entero impar, entonces $n+1$ es par

$n = 2a+1$ para los enteros.

Si $n+1 = (2a+1)+1 = 2a+2 = 2(a+1)$; $a+1$ es entero, entonces $n+1$ es par

12.- sean m y n 2 enteros positivos, demuestre que si m, n son cuadrados perfectos, entonces el producto mn es también un cuadrado perfecto

Escribimos $m = a^2$ y $n = b^2$, donde a y b son enteros positivos.

$mn = a^2 \cdot b^2 = (aa)(bb) = ((aa)b)b = ((ab)a)b = (ab)^2$

Entonces mn es un cuadro perfecto.

13.- demuestre, o demuestre que es falso: existen enteros positivos m, n son cuadrados perfectos, entonces $m+n$ es un cuadrado perfecto

No tomando un ejemplo simple, $m = 2^2$ y $n = 3^2$ entonces $m+n = 4+9 = 13$ y 13 no es un cuadrado perfecto

14.- Niegue y simplifique:

j. $\exists x[p(x) \vee q(x)]$

$\forall x[\neg p(x) \wedge \neg q(x)]$

15.- Niegue y simplifique

k. $\forall x[p(x) \rightarrow q(x)]$

$\exists x[\neg p(x) \vee q(x)]$

16.- Niegue y simplifique

$$I. \quad \forall(x)[p(x) \wedge \neg q(x)]$$

$$\exists x[p(x) \wedge \neg q(x)]$$

17.- Demostrar que 3 números consecutivos son pares

Sea $a+b+c$ números consecutivos pares enteros

$(2x)+(3x)+(4x)$ siendo x un numero entero entonces son pares

18.- sea $p(x)$, $q(x)$ las siguientes proposiciones abiertas:

$p(x)$: $x \leq 3$ $q(x)$: $x+1$ es impar

$$a) P(3) \vee (Q(3) \vee \sim R(3)) \rightarrow 3 \leq 3$$

Es verdadera dado que 3 es igual o idéntico que 3, si evaluamos en $3+1=4$, comprobamos que la proposición es falsa puesto que 4 no es un número primo, tanto que $3 > 0$ es verdadero, pero como se pide la negación, esto automáticamente se convierte en falso.

19.- si el universo consta de todos los enteros x . ¿cuáles son los valores de verdad de las siguientes proposiciones?

m. $p(1)$

n. $q(1)$

$$b) \sim P(3) \wedge (Q(3) \vee \sim R(3)) \rightarrow 3 \leq 3$$

Esta preposición si es verdadera dado que $3=3$, pero la negación nos dice que $3+1=4$, por lo que es falsa, pues 4 no es un numero primo, $3 > 0$ es verdadero dado que 3 es mayor que 0, pero el paréntesis dice que (falso \vee verdadero= a verdadero.

20.- Demostrar que n siendo número par, tal que $n+1$ sea impar

Sea $n=2x$ donde x es un número entero

Entonces $n+1=(2x)+1$ y $(n+1)\%2 \neq 0$ entonces $n+1$ no es impar