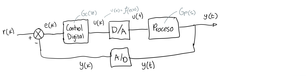
Ejercicio: no se le puede meter algo mas (como controlador de lazo cerrado) por eso mejor Simulink

Equivalente Discreto

Conversión que nos sirve para poder analizar todo el sistema de manera discreta.
Es una herramienta que nos permite analizar todo en unidades de $\mathcal{Z}$.

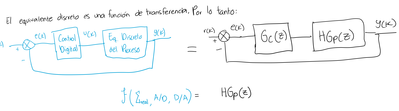


A sistema anterior lo reducimos. Conceptualmente:

Se comparará el Eq. Discreto como una versión discretizada del proceso.

$$f\left(\Sigma_{ZOH}, A/D, D/A\right) = HGp(z)$$

El equivalente discreto es una función de transferencia. Por lo tanto:



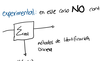
$$f\left(\Sigma_{ZOH}, A/D, D/A\right) = HGp(z)$$

Existen 2 formas de obtener el equivalente discreto del proceso:

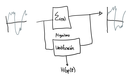
1) Forma analítica: Requeriremos la F.T. continua del proceso, es decir, $Gp(s)$.

$$HGp(z) = f\left(Gp(s), A/D, D/A\right)$$

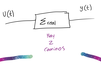
2) Forma experimental: en este caso **NO** contamos con un modelo del proceso continuo.



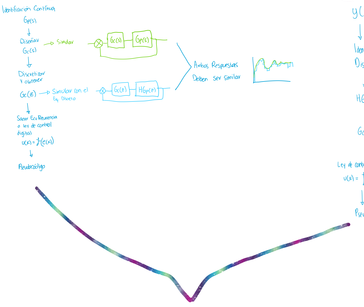
Identificación directa: su ventaja es que es un digitalizado, por lo que permite obtener datos reales.
Esto asumiría errores más comunes al poder utilizar sensores y no solo resistencias.



Equivalente Discreto del Proceso

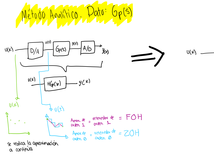


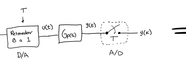
Veremos este



Equivalente Disueto del Proceso

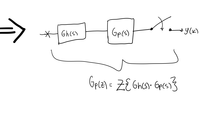
Método Analítico: Datos: Gp(s)





$$HGp(z) = f\left(Ret_{T=0+1}, Gp(s), T\right)$$

Ejemplo: $Gp(s) = \frac{10}{s+1}$; obtener el eq. discreto para varios retenedores utilizando un $T = 0.1$ seg



$$Gp(z) = \mathcal{Z}\left\{Gh(s) \cdot Gp(s)\right\}$$

Matlab:

```
>> s = tf('s');
>> Gp = 10/(s+1);
>> Hgpzero = c2d(Gp,0.1,'zoh') ; retenedor orden cero
>> Hgpfoh = c2d(Gp,0.1,'foh') ; retenedor orden 1.
>> Hgp(zero,foh)
```

* Notar, el comportamiento de manera similar.

Retenedor ZOH

$$u(t) = u_{ref}\left[1(t) - 1(t-T)\right] + u(T)\left[1(t-T) - 1(t-2T)\right] + \dots$$

$$u(t) = \sum_{k=0}^{\infty} u(kT)\left[1(t-kT) - 1(t-(k+1)T)\right]$$

$$Gh(s) = \frac{\mathcal{L}\{u(t)\}}{\mathcal{L}\{\delta(t)\}} \qquad u(s) = u_{ref}\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-Ts}\right] + u(T)\left[\frac{1}{s}e^{-Ts} - \frac{1}{s}e^{-2Ts}\right] + \dots$$

$$u(s) = \sum_{k=0}^{\infty} u(kT)\left[\frac{1}{s}e^{-kTs} - \frac{1}{s}e^{-(k+1)Ts}\right] = \left[1 - e^{-Ts}\right]\sum_{k=0}^{\infty} u(kT)e^{-kTs}$$

$$u(k) = \left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right]$$

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-Ts}$$

$$e^{-Ts}\left[\frac{1}{s} - \frac{1}{s}e^{-Ts}\right]$$

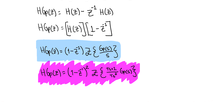
$$e^{-Ts}\left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right]$$

Al principio del Sensible sacamos que: $U^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} u(kT)e^{-kTs}$. Por lo tanto,

$$Gh(s) = \left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right]\cancel{\sum_{k=0}^{\infty} u(kT)e^{-kTs}} = \left[\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right]$$

Función de Transferencia de un ZOH.

Función de Transferencia de un FOH: $\left(\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right)\left(\frac{Ts+1}{T}\right)$



$$\left(\frac{1-e^{-Ts}}{s}\right)\left(\frac{Ts+1}{T}\right)$$

Finalmente,

$$HGp(z) = \mathcal{Z}\left\{Gh(s) \cdot Gp(s)\right\}$$

$$HGp(z) = \mathcal{Z}\left\{\frac{1-e^{-Ts}}{s} \cdot Gp(s)\right\}$$

$$HGp(z) = \mathcal{Z}\left\{retenedor, Gp(s), T\right\}$$

$$HGp(z) = \mathcal{Z}\left\{\frac{Gp(s)}{s} - \frac{Gp(s)}{s}e^{-Ts}\right\}$$

$$HGp(z) = \mathcal{Z}\left\{u(s) - u(s)e^{-Ts}\right\}$$

$$HGp(z) = \mathcal{Z}\left\{u(s)\right\} - \mathcal{Z}\left\{u(s)e^{-Ts}\right\}$$

$$HGp(z) = H(z) - z^{-1}H(z)$$

$$HGp(z) = \left[H(z)\right]\left[1 - z^{-1}\right]$$

$$HGp(z) = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{Gp(s)}{s}\right\}$$

$$HGp(z) = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{Gp(s)}{s}\right\}$$

Ejemplo: Obtener el eq. discreto del proceso usando un ZOH y un $T = 0.1$ seg.

$$Gp(s) = \frac{10}{s+1}$$

$$HGp(z) = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{Gp(s)}{s}\right\}$$

$$HGp(z) = (1-z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{10}{s(s+1)}\right\}$$ Aplicamos la formula 88

$$HGp(z) = \cancel{(1-z^{-1})}\left[\frac{(1-z^{-1})z^{-1}}{\cancel{(1-z^{-1})}(1-e^{-T}z^{-1})}(10)\right]$$

$$HGp(z) = \frac{0.95z^{-1}}{1 - 0.9048z^{-1}}$$

$$HGp(z) = \frac{0.95}{z - 0.9048}$$

Si lo graficamos en Matlab: