

## Seminari 2. Sistemes Dinàmics

### Integrabilitat, problema centre-focus, i bifurcació de Hopf

1. Estudieu l'estabilitat de l'origen del sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y, \\ \dot{y} &= x + ay + bx^2 + cx^3 + x^4,\end{aligned}$$

en funció dels paràmetres  $a, b, c$ . Què es pot dir de les òrbites periòdiques que neixen de l'origen? N'hi ha? Quantes?

2. Estudieu l'estabilitat de l'origen del sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -y + ax + x^2, \\ \dot{y} &= x + y^2 + bxy,\end{aligned}$$

en funció dels paràmetres  $a, b$ . Hi ha òrbites periòdiques que neixen de l'origen? Quantes?

3. Estudieu l'estabilitat de l'origen del sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= ax - y + xy + x^2, \\ \dot{y} &= x + bx^2 + cy^2,\end{aligned}$$

en funció dels paràmetres  $a, b$  i  $c$ . Hi ha alguna òrbita periòdica que neix de l'origen?

4. Discutiu l'estabilitat de l'origen del sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= ax - y - 9x^2 + 4xy + by^2, \\ \dot{y} &= x + ay + 2x^2 - 7xy - 2y^2,\end{aligned}$$

en funció dels paràmetres  $a, b$ . Hi ha cicles límit? Quants?

5. Estudieu l'estabilitat dels punts d'equilibri del sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -3x(28x^2 - 46xy + 56y^2 - x - 122y + 28), \\ \dot{y} &= y(126x^2 - 92xy + 42y^2 - 3x - 122y + 42).\end{aligned}$$

situats al primer quadrant.

6. Estudieu, segons els valors de  $\beta_2$ , l'estabilitat dels equilibris, quan  $\beta_1 \approx 0$ , del sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= \beta_1 + \beta_2 x + x^2 + xy.\end{aligned}$$

Si  $\beta_1 \neq 0$ , quan es pot garantir que tenim una bifurcació de Hopf?