

Homework 3

刘家骥 PB20071417

1,

解:

矛盾方程组改写成矩阵形式, 就是:

$$A \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 14 \\ 7.5 \\ 4.5 \end{pmatrix}$$

其中, $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 6 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$

在最小二乘法原理下, 方程两边左乘 A^T , 得到的新方程有唯一解, 即

$$\begin{pmatrix} 12 & 8 \\ 8 & 42 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 45 \\ 88 \end{pmatrix}$$

得到:

$$x_1 = \frac{125}{44}, \quad x_2 = \frac{15}{11}$$

2,

解:

为了简化运算, 我不妨将自变量和因变量设为是

$$u = x - 2010, v = y - 134000$$

并记 $v = a_0 + a_1 u + a_2 u^2$

然后得到矛盾方程组:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 91 \\ 735 \\ 1404 \\ 2072 \\ 2782 \end{pmatrix}$$

仿照第 1 题的做法, 求得

$$a_0 = -\frac{2}{7}, a_1 = \frac{57293}{70}, a_2 = -\frac{513}{14}$$

即

$$a_0 = -0.286, a_1 = 818.471, a_2 = -36.643$$

得

$$y = -0.286 + 818.471(x - 2010) - 36.643(x - 2010)^2 + 134000$$

代入 $x = 2015$, 得到 $y(2015) \approx 137176.0$

3,

解:

先对待求公式两边取对数, 得到:

$$\ln y = \ln a + bx$$

得到矛盾方程组:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0.50 \\ 1 & -0.20 \\ 1 & 0.10 \\ 1 & 0.25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ln a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.1823 \\ 0.2231 \\ 0.9163 \\ 1.4469 \end{pmatrix}$$

仿照第 1 题的做法，求得：

$$\begin{cases} \ln a = 0.6649 \\ b = 1.6649 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1.9443 \\ b = 1.6649 \end{cases}$$

即

$$y = 1.9443e^{1.6649}$$