Homework 6

**刘家骥** PB20071417

1, 解:  
(a)

方程组, 其中 



将矩阵*A*拆成



则原方程组可以表示成:, 即:



迭代形式写成分量形式即是：



(b)求迭代矩阵, 由以上, 可知迭代矩阵就是, 即



(c)讨论收敛性, 可以先看系数矩阵*A*, 但是*A*既不是严格列占优也不是严格行占优, 因此在这里只能用定义来讨论: 计算*G*的谱半径.

这里根据谱半径的定义, 先求矩阵*G*的特征值*λ*, , 可得



解得, 可以发现

因此这里的Jacobi迭代收敛.

2, 解:

1. 先仿照Jacobi迭代的形式写, 将系数阵*A*拆成



方程组可以化为, 再把已算出的在迭代中, 用

代替, 即, 这个就是Gauss-Seidel迭代, 写成分量形式就是:



对于松弛(SOR)迭代, 设松弛因子为, 则其分量形式可以写成:



1. 这里, Gauss-Seidel迭代的可以改写成, 因此分裂矩阵



迭代矩阵



1. 讨论迭代收敛性, 先看*A*是否能够判断,由于 并不满足行或者列占优, 而另一种方法是判断*A*是否是实对称正定矩阵, 正定不好判断, 因此还是利用定义, 计算.计算出*G*的特征值为:



因此, Gauss-Seidel迭代收敛.

3, 解:

1. 迭代公式为: 

由已知, 这种迭代方法比较类似于SOR迭代, 应该可以通过控制的大小来控制收敛速度, 但二者又有不同.

迭代公式可以化为:,因此迭代矩阵就是

*G* **

1. 现在要求使原迭代收敛的

直接利用定义: ,

可以得到*G*的两个特征值 因此有



（c）由于迭代收敛的速度是由大小唯一决定的, 因此只要知道最小时的取值即可.

而, 可以得到当时, 就是所求, 此时.

即时,收敛速度最快.