

# Analyse d'essais de délaminage

Février – Juin 2019

## 1 Introduction

### 1.1 Contexte

Ce projet a pour objectif de vous faire appréhender certains concepts de modélisation par éléments finis autour d'un thème d'actualité à l'Onera et dans l'industrie aéronautique : la tolérance aux dommages des structures composites. La tolérance aux dommages peut être définie comme la capacité d'une structure à résister à la rupture en présence de défauts (fissures ou autres dommages). En phase de certification aéronautique, il faut démontrer que la structure résistera toute sa vie si le défaut est non-détectable. Dans le cas de défauts détectables, il faut prouver que la structure résiste pendant au moins la durée de l'intervalle inter-inspection.

L'industrie aéronautique utilise de plus en plus les matériaux composites dans la conception de ses appareils et en particulier pour les pièces structurantes (figure 1). La masse est un critère essentiel d'optimisation des aéronefs et les matériaux composites sont de bons candidats de ce point de vue car ils possèdent des rigidités spécifiques supérieures aux matériaux métalliques. Les composites utilisés sont de plusieurs natures mais les matériaux qui nous intéressent ici sont les stratifiés de plis unidirectionnels (UD) à fibres de carbone et à matrice epoxy et en particulier le T700GC/M21<sup>1</sup>.

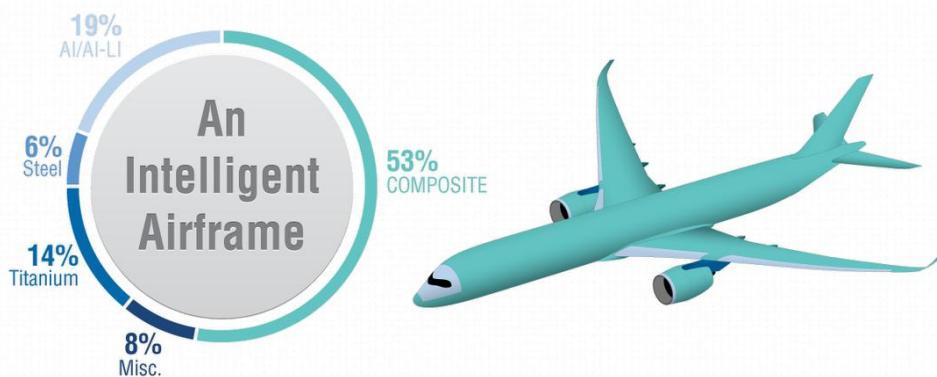


FIGURE 1 – Utilisation des matériaux composites dans la conception de l'A350 [source : Airbus].

Les modes de dégradation des structures en composites stratifiés sont également très différents des matériaux métalliques. Un des modes de dégradation les plus dangereux est probablement le délaminage (décollement de deux plis) comme illustré sur la figure 2. Ils peuvent être causés par des impacts (même à très faibles énergies), par des contraintes résiduelles ou apparaître dans les zones à fortes concentrations de contraintes (au voisinage de trous par exemple). En phase de certification, les industriels doivent réaliser des quantités très importantes d'essais afin de

1. T700GC désigne la fibre et M21 désigne la matrice.



FIGURE 2 – Délaminage sur une éprouvette causé par un défaut de fabrication.

valider leurs conceptions. Ces essais ne sont pas forcément des essais sur de véritables pièces, il s'agit souvent d'essais sur des éprouvettes (on parle aussi de coupons). L'objectif dans ce cas est de valider les stratifications, les matériaux, la sensibilité aux concentrations de contraintes (essais de plaques trouées). Ces campagnes d'essais peuvent être extrêmement onéreuses. L'intérêt de la simulation numériques pour simuler ces essais sur des pièces de géométries simples est de pouvoir diminuer leur nombre en fournissant des moyens d'extrapolations ou d'optimiser la campagne expérimentale en permettant de prévoir quels seront les essais les plus pertinents. Cette démarche s'appelle le *virtual testing*. Il s'agit de mettre en œuvre des modèles complexes sur des pièces de géométrie simples. On se situe en bas de la pyramide représentée sur la figure 3.

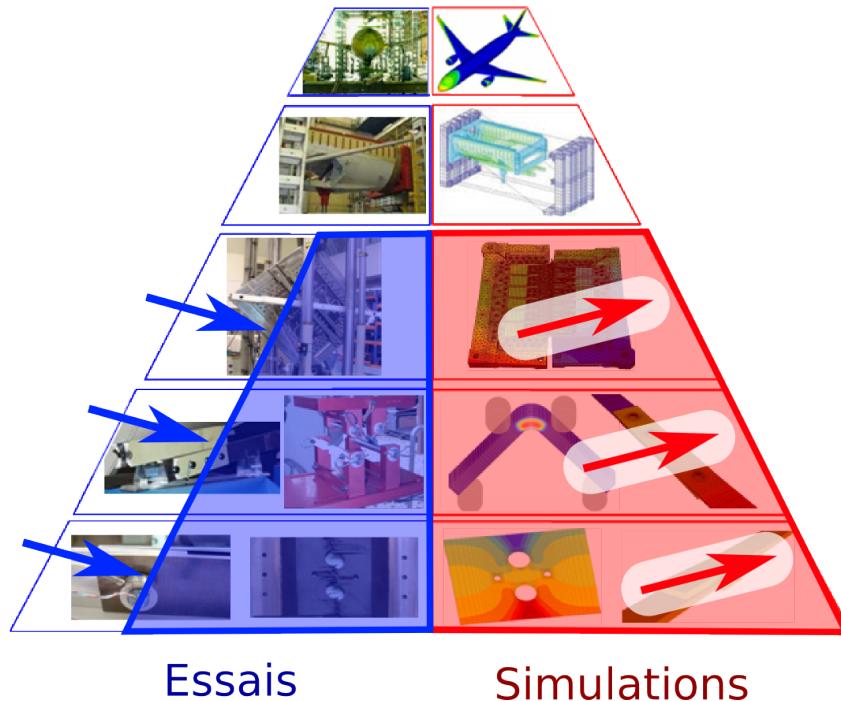


FIGURE 3 – Pyramide des essais. La simulation ne remplacera jamais les campagnes d'essais. En revanche, on envisage de développer l'usage du calcul afin de diminuer le coût de ces campagnes très onéreuses.

La communauté scientifique s'intéresse de près à la modélisation du délamינage. La *mécanique élastique linéaire de la rupture* (MELR) est un cadre théorique qui peut être adopté pour traiter ce problème. Un des paramètres les plus importants de la MELR est sans doute le taux de restitution de l'énergie critique qui est souvent considéré comme un paramètre matériau. Il est directement lié à ce qu'on appelle la ténacité qui caractérise la résistance à la rupture du matériau. Dans le cas du délamינage, la ténacité de l'interface entre deux plis est donc une caractéristique qu'il faut pouvoir mesurer. Ces mesures sont très délicates et de nombreux types d'essais peuvent être réalisés. Le travail proposé dans ce projet consiste précisément à analyser ces essais à l'aide de diverses méthodes et en particulier de l'analyse par éléments finis. Les données expérimentales fournies dans ce document proviennent principalement du travail de thèse de P. Prombut [1].

## 1.2 Organisation du travail

Les objectifs de ce travail sont de comprendre les essais qui ont été fait et de fournir un modèle numérique permettant de les analyser. En plus de la lecture de l'article, le travail proposé ici est séparé en deux parties distinctes. Tout d'abord des analyses de compréhension vous sont proposées. Il s'agit essentiellement de manipuler de manière analytique le critère de Griffith et les bases de la mécanique linéaire de la rupture.

Dans une seconde partie, il vous sera demandé de mettre en place des modèles par éléments finis de certains essais et de les analyser à la lumière de ce que vous aurez compris dans la première partie.

## Première partie

# Analyses de compréhension

## 2 La mécanique élastique linéaire de la rupture

### 2.1 Hypothèses

La mécanique de la rupture suppose l'existence d'un défaut initial (la fissure). Elle ne permet pas de prédire l'apparition d'une fissure dans un milieu sain. Elle a pour but de prédire si une fissure se propage ou pas, et le cas échéant, dans quelle direction et à quelle vitesse. On distingue trois modes cinématiques élémentaires en mécanique de la rupture (voir figure 4) :

**mode I** le mode d'ouverture

**mode II** le mode de cisaillement dans le plan

**mode III** le mode de cisaillement hors plan

Dans ce travail, on fait l'hypothèse d'une rupture *fragile*, c'est à dire que les non-linéarités matériau (la plasticité ou l'endommagement typiquement) sont confinées dans une petite zone au voisinage du front de fissure et que les énergies de dissipation mises en jeu sont négligeables devant l'énergie dissipée par le processus de création de la fissure. Ainsi, seul le processus de fissuration dissipe de l'énergie de manière significative. Le comportement macroscopique de la structure reste alors de type *linéaire matériau*. On parle alors de mécanique élastique linéaire de la rupture (MELR).

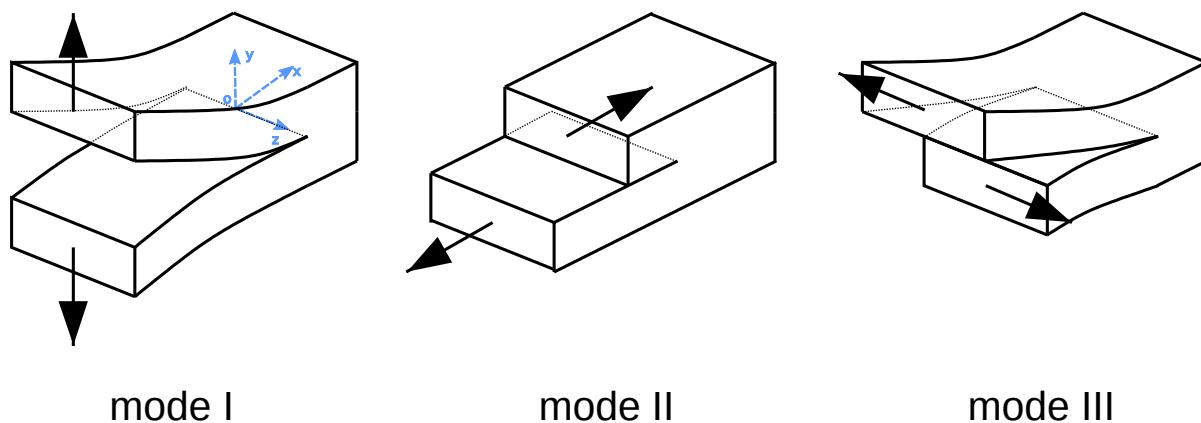


FIGURE 4 – Les trois modes de rupture.

### 2.2 Propagation de fissure : pourquoi pas un critère en contrainte ?

Les contraintes sont souvent les quantités mécaniques que l'on cherche à calculer pour dimensionner les structures. Lorsque que l'on veut s'assurer de ne pas plastifier un acier par exemple, on cherche à ne pas dépasser une limite élastique. Cette limite est formulée sous la forme d'un critère en contrainte comme le critère de Von Mises. On peut alors se demander si un tel critère peut également permettre de prévoir la propagation d'une fissure. On calculerait la contrainte maximale qui apparaît en pointe de fissure et on la comparerait à un critère matériau.

Pour savoir dans quelle mesure c'est possible, intéressons nous au problème présenté sur la figure 5. Il s'agit d'une structure dans laquelle une fissure de longueur  $2a$  est présente et chargée en traction (contrainte  $\sigma_\infty$ ) de manière homogène au loin de la fissure.

Quand la fissure est très petite ( $a \ll h$  et  $a \ll w$ ), Muskhelishvili a donné la solution analytique de ce problème élastique :

$$\text{pour } x \geq a : \quad \sigma_{yy}(y=0) = \frac{\sigma_\infty}{\sqrt{1 - \left(\frac{a}{x}\right)^2}} \quad (1)$$

$$\text{pour } 0 < x < a : \quad u_y(y=0) = \frac{4\sigma_\infty a}{E} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$$

Que pouvez vous conclure de la pertinence d'un critère en contrainte ?

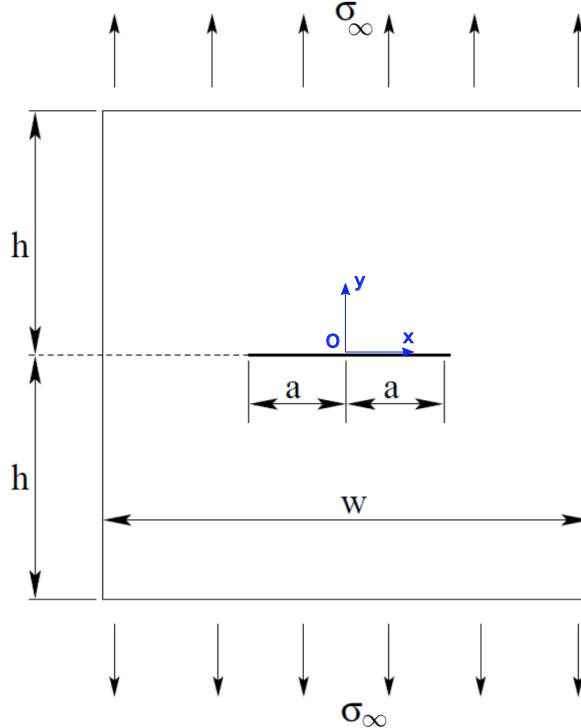


FIGURE 5 – Fissure dans un milieu plan.

### 2.3 Alors peut-être un critère en énergie ?

A. A. Griffith a émis l'hypothèse dans les années 30 que si un critère en contrainte n'est pas applicable, un critère en énergie le serait peut-être plus. Son idée est de dire que pour créer une fissure de surface  $A$ , il faut dissiper une énergie  $2\gamma A$  où  $\gamma$  serait une propriété du matériau homogène à une énergie par unité de surface. La présence d'un facteur 2 tient au fait que deux surfaces sont créées lors de la création d'une fissure, mais c'est un convention.

Pour comprendre comment un tel critère pourrait fonctionner, intéressons nous au cas simple d'une éprouvette DCB (voir annexe A.1) dont le chargement est piloté en déplacement (on impose  $\delta = u_d$ ). Pour modéliser cette éprouvette avec une longueur de fissure  $a$ , on va utiliser un modèle de poutre tel que représenté sur la figure 6. On considère donc, conformément à la figure 8, un bras d'épaisseur  $h$  et de profondeur  $b$ . Du fait de la symétrie de l'essai, il est en effet suffisant de ne modéliser que la moitié de l'éprouvette. On considère de plus que l'élasticité est caractérisée par le module d'Young  $E_f$  (voir table 1)

On considère deux états de l'éprouvette qui se différencient par la longueur de fissure  $a_2 > a_1$  mais qui sont chargées de même manière en imposant le même déplacement  $\delta = u_d$ . En avançant,

la fissure a dissipé de l'énergie, selon Griffith elle devrait avoir dissipé  $E_{\text{fiss}} = 2\gamma(a_2 - a_1)b$ . Comme on est resté à déplacement imposé constant ( $u = u_d$ ), le chargement n'a pas travaillé (aucune énergie n'a été apportée au système depuis l'extérieur). L'énergie consommée pour faire propager la fissure n'a donc ici qu'une seule source possible : l'énergie élastique (potentielle) stockée dans la structure dans l'état 1. Il va donc s'agir de calculer cette différence d'énergie entre les deux états (on parle d'énergie restituée pour la création éventuelle d'une fissure).

Il vous est demandé dans un premier temps de calculer  $k(a)$ , la raideur apparente de l'éprouvette<sup>2</sup> définie comme  $k(a) = P/\delta$ . Montrer que :

$$k(a) = \frac{P}{\delta} = \frac{3EI}{2a^3} \quad (2)$$

Comme pour un ressort, l'énergie potentielle s'exprime comme ceci :

$$W_{\text{elas}} = \frac{1}{2}k\delta^2 \quad (3)$$

En déduire l'expression de l'énergie potentielle  $W_{\text{elas}}(a)$  de l'éprouvette.

On rappelle que :

$$M_f = -EI \frac{\partial^2 u_y}{\partial x}$$

où  $u_y$  est la flèche de la poutre et que pour une section rectangulaire :

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

Attention, conformément à la figure 8, un bras a une épaisseur  $h$  et l'éprouvette a une épaisseur  $2h$  sur les zones non fissurées.

## Application numérique

On considère que  $h = 2\text{mm}$ ,  $E = 130\text{GPa}$ ,  $b = 20\text{mm}$  et que  $2\gamma = 100\text{J.m}^{-2}$ . Vous prendrez garde ici à rammener tout ceci dans un système d'unité homogène, par exemple homogène à des  $N$  et des  $\text{mm}$ .

On charge l'éprouvette à  $\delta = 2\text{mm}$ . Calculer la différence d'énergie entre deux états où la fissure a une longueur respectivement de  $50\text{mm}$  et  $60\text{mm}$ . La chute d'énergie potentielle entre les deux états a-t-elle été suffisante pour réellement faire propager la fissure ?

Même question avec un chargement à  $\delta = 2.5\text{mm}$ .

L'analyse de Griffith exposée plus loin consiste à analyser les problèmes d'évolution infinitésimale de fissure. Cela revient à faire tendre  $(a_2 - a_1)$  vers 0.

## 2.4 Taux de restitution de l'énergie et critère de Griffith.

L'expérience “de pensée” précédente a été formalisée par Griffith en réalisant un bilan d'énergie rigoureux et en considérant une avancée de fissure infinitésimale. Il a ainsi abouti à la notion très importante de *taux de restitution de l'énergie*.

En se basant sur l'hypothèse de mécanique linéaire élastique de la rupture (MELR)<sup>3</sup>, la seule énergie dissipée dans le processus de fissuration est donc l'énergie nécessaire à la décohésion de

2. Attention, l'éprouvette a deux bras. Par analogie à des ressorts, ils sont montés en “série”.

3. Les dissipations plastiques ou d'endommagement sont très confinées et donc limitées

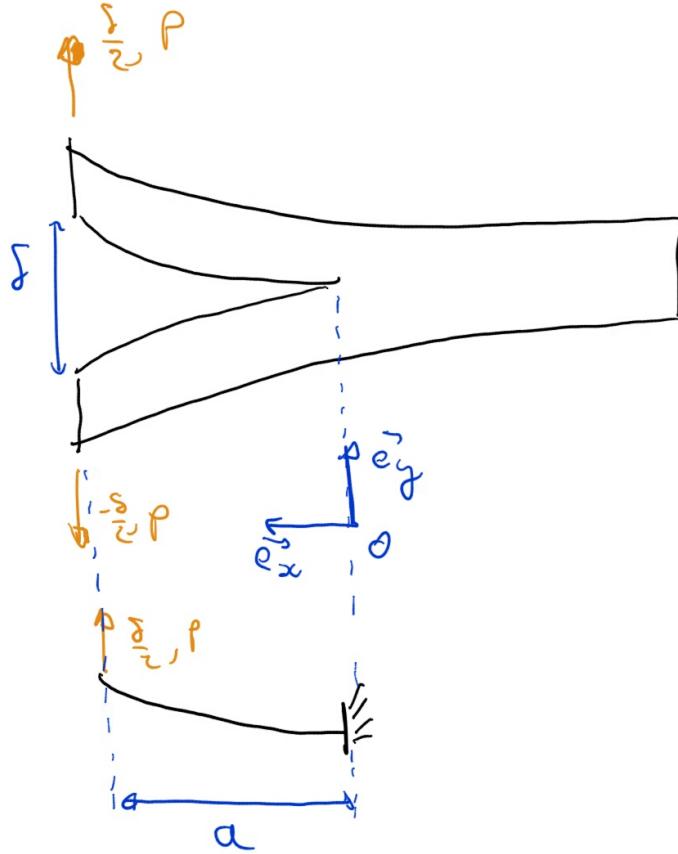


FIGURE 6 – Schématisation de l'éprouvette DCB et modèle poutre équivalent d'un bras.

la matière et à la création de deux surfaces. En considérant une évolution infinitésimale de l'aire de la fissure  $dA$ , on peut écrire que l'énergie dissipée  $dW_{diss}$  vaut :

$$dW_{diss} = 2\gamma dA \quad (4)$$

$\gamma$  a déjà été défini dans la section précédente : c'est l'énergie nécessaire pour fissurer une aire unitaire dans le matériau. En rupture fragile  $\gamma$  est souvent considéré comme une caractéristique du matériau.

L'application du premier principe de la thermodynamique conduit à l'expression suivante :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial K}{\partial t} = P_{\text{ext}} + Q - 2\gamma dA \quad (5)$$

où  $E$  est l'énergie interne à la structure (de volume  $\Omega$ ),  $K$  est son énergie cinétique,  $P_{\text{ext}}$  est la puissance des efforts extérieurs et  $Q$  est la chaleur reçue. De plus, la variation d'énergie interne s'écrit aussi :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = Q + \frac{\partial W_{\text{élas}}}{\partial t} \quad (6)$$

où  $W_{\text{élas}}$  est l'énergie élastique. Par ailleurs, la puissance des efforts extérieurs s'écrit :

$$P_{\text{ext}} = \int_{\partial\Omega} \vec{F}_d \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dS + \int_{\Omega} \vec{f}_d \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\Omega \quad (7)$$

où  $\vec{F}_d$  représente les forces surfaciques appliquées sur  $\partial\Omega$  (bord du volume  $\Omega$ ) et  $\vec{f}_d$  les forces volumiques s'exerçant sur  $\Omega$ . Du premier principe de la thermodynamique, on tire alors :

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \int_{\partial\Omega} \vec{F}_d \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} dS + \int_{\Omega} \vec{f}_d \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} d\Omega - \frac{\partial W_{\text{élas}}}{\partial t} - 2\gamma dA \quad (8)$$

La théorie de Griffith est une théorie à un seul paramètre scalaire : l'aire fissurée  $A$ . La dérivée temporelle de l'énergie cinétique peut donc s'écrire en fonction de la variation d'aire de la fissure et du temps de manière découpée en considérant que  $\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial A} \frac{\partial A}{\partial t}$ . Cela conduit alors à :

$$\frac{\partial K}{\partial t} = \left( \underbrace{\int_{\partial\Omega} \vec{F}_d \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial A} dS + \int_{\Omega} \vec{f}_d \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial A} d\Omega - \frac{\partial W_{\text{élas}}}{\partial A}}_G - 2\gamma \right) \frac{\partial A}{\partial t} \quad (9)$$

La stabilité du processus est dictée par le signe de la variation de l'énergie cinétique. Comme  $A$  est la seule variable du bilan énergétique, si  $K$  s'accroît, le processus est instable et la fissure se propage. Par ailleurs, le processus de fissuration est irréversible et le scalaire  $\frac{\partial A}{\partial t}$  est nécessairement positif. On introduit alors la quantité  $G$  :

$$G = \int_{\partial\Omega} \vec{F}_d \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial A} dS + \int_{\Omega} \vec{f}_d \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial A} d\Omega - \frac{\partial W_{\text{élas}}}{\partial A} \quad (10)$$

$$G = \frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial A} \Big|_F - \frac{\partial W_{\text{élas}}}{\partial A} \quad (11)$$

Où  $W_{\text{ext}}$  est le travail des efforts extérieurs. De cette quantité, appelée le taux de restitution de l'énergie, dépend la stabilité du système. On identifie en effet les trois cas suivants dans le cadre de la fissuration fragile :

- $G < 2\gamma$  : pas de propagation
- $G = 2\gamma$  : propagation quasi-statique de la fissure
- $G > 2\gamma$  : propagation dynamique de la fissure

Il est très courant de poser  $G_c = 2\gamma$ ,  $G_c$  est appelé le taux de restitution de l'énergie **critique**.

La théorie de Griffith permet de déterminer si une fissure se propage à partir d'un critère portant sur une quantité scalaire, le taux de restitution de l'énergie, qui ne dépend que de l'aire de la fissure. Physiquement,  $G$  correspond au taux d'énergie que la structure peut fournir au processus dissipatif de fissuration. Ce taux d'énergie comprend une part due à la variation d'énergie potentielle (c'est ce que nous avons vu dans la partie 2.3<sup>4</sup>) et une part liée à l'apport d'énergie du travail des efforts extérieurs (voir la figure 7).

La théorie de Griffith constitue à elle seule un critère de propagation. Du fait que ce soit un critère scalaire, sa connaissance n'est donc pas toujours suffisante pour traiter tous les problèmes de mécanique de la rupture. On peut citer en particulier :

1. le cas où le trajet de fissuration n'est pas connu.  $G$  ne permet pas à lui seul de déterminer le trajet de propagation. En général une analyse locale du champ de contraintes au voisinage du front de fissure est alors nécessaire.
2. le cas où le trajet est connu mais où la forme du front ne l'est pas. La question de savoir si le front avance plus vite à tel endroit plutôt qu'à tel autre nécessite également une analyse locale.

De plus, la MELR ne permet pas de prévoir l'apparition (position et forme) d'une fissure. On part toujours, dans les analyses expérimentales, analytiques ou numérique d'une structure déjà fissurée.

---

4. Remarquer en effet que  $\frac{\partial W_{\text{élas}}}{\partial A} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta W_{\text{élas}}}{\Delta A}$ .

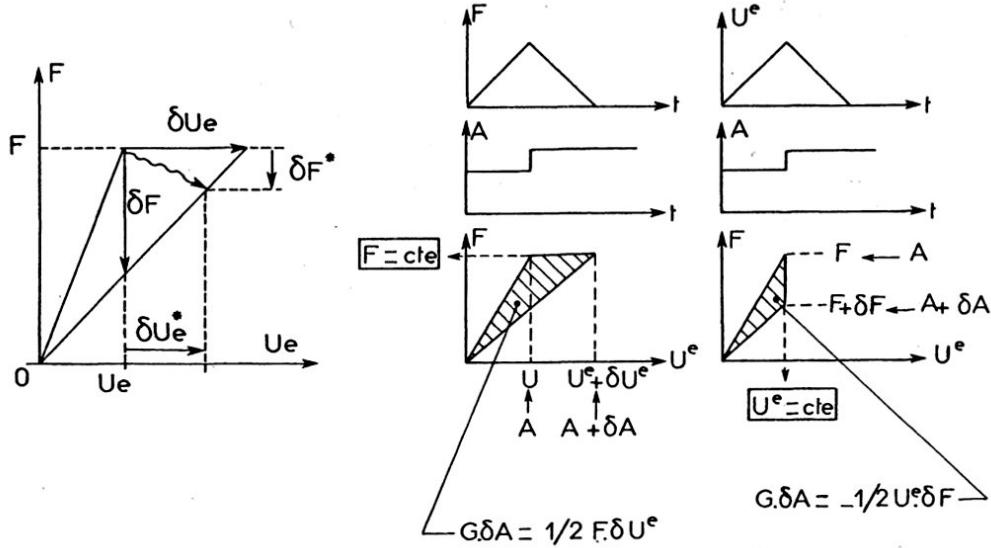


FIGURE 7 – Accroissement de fissure à force imposée ou à déplacement imposé. L'aire hachurée correspond à  $G\delta A$  [2].

## 2.5 Calcul du taux de restitution de l'énergie sur l'éprouvette DCB.

Revenons à l'éprouvette DCB de la section 2.3. En reprenant l'expression de la raideur (2), montrer que :

$$\frac{\partial k}{\partial a} = -\frac{3}{a}k \quad (12)$$

### 2.5.1 Évolution à déplacement imposé.

On considère que l'évolution se fait à déplacement imposé. Ainsi, la variation de travail des efforts extérieurs est nulle (premier monôme de l'expression de  $G$  dans (11)). En reprenant les expressions (2), (3), (12) et (11), montrer que l'on obtient :

$$G(a) = \frac{3}{2ab} P \delta = \frac{9EI}{4ba^4} \delta^2 \quad (13)$$

On supposant que la propagation de la fissure se fasse effectivement à  $G = G_c$  constant et en éliminant le paramètre  $a$  de l'équation (13), établir que la relation force – déplacement pendant la propagation s'écrit :

$$P_c = \left( \left( \frac{2}{3} \right)^{1/2} b^{3/4} (EI)^{1/4} G_c^{3/4} \right) \delta_c^{-1/2} \quad (14)$$

### Application numérique

Pour les mêmes données géométriques et matériau que dans la section 2.3, tracer dans un graphe unique l'évolution de  $G$  en fonction de  $a$  pour les chargement imposés :  $\delta = 0.5\text{mm}$ ,  $\delta = 1\text{mm}$ ,  $\delta = 2\text{mm}$ ,  $\delta = 3\text{mm}$  et  $\delta = 4\text{mm}$  sur l'intervalle  $a \in [10\text{mm}, 100\text{mm}]$ . Reporter également  $G_c = 2\gamma = 100\text{J.m}^{-2}$

Tracer, pour  $a \in [10\text{mm}, 100\text{mm}]$ , la réponse force–déplacement. Noter qu'il y a deux phases : — une phase de mise en charge élastique pendant laquelle la fissure ne propage pas (car  $G < G_c$ )

— une phase de propagation pendant laquelle  $G = G_c$ .

### 2.5.2 Évolution à force imposée.

On considère que l'évolution se fait maintenant à effort imposé. Ainsi, la variation de travail des efforts extérieurs n'est plus nulle (premier monôme de l'expression de  $G$  dans (11)). En reprenant les expressions (10), (11), on remarque que

$$\frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial A} \Big|_F = P(a) \frac{\partial \delta}{\partial a} \quad (15)$$

Montrer alors que :

$$\frac{\partial W_{\text{ext}}}{\partial A} \Big|_F = P^2 \frac{3}{2abk} \quad (16)$$

En déduire que :

$$G(a) = \frac{3P^2}{bEI} a^2 \quad (17)$$

### Application numérique

Pour les mêmes données géométriques et matériaux que dans la section 2.3, tracer dans un graphe unique l'évolution de  $G$  en fonction de  $a$  pour les chargement imposés :  $\delta = 0.5\text{mm}$ ,  $\delta = 1\text{mm}$ ,  $\delta = 2\text{mm}$ ,  $\delta = 3\text{mm}$  et  $\delta = 3\text{mm}$  sur l'intervalle  $a \in [10\text{mm}, 100\text{mm}]$ . Reporter également  $G_c = 2\gamma = 100\text{J.m}^{-2}$ . Que conclure de la stabilité de la fissure lors de l'augmentation du chargement ?

## Deuxième partie

# Analyse du délaminage de composites stratifiés.

Dans le cas du délaminage des composites stratifiés, le trajet de fissuration est en général connu : il se situe à l'interface entre deux plis. Il peut cependant arriver que le délaminage “saute” un pli. Dans les essais dont les résultats seront fournis [1], aucun saut n'a été constaté. On fera par ailleurs l'hypothèse que le front conserve sa forme. Cela permettra de traiter le problème avec le critère de Griffith (critère scalaire).

La théorie de Griffith consiste à dire que  $G$  est une quantité qui ne dépend que de la géométrie (géométrie de l'éprouvette, géométrie de la fissure) et du chargement. On fait l'hypothèse par ailleurs que  $G_c$  est un paramètre matériau. En comparant ces deux quantités comme proposé plus haut, on peut déterminer si la fissure se propage ou pas. Par ailleurs, dire que  $G_c$  est une propriété du matériau ne signifie pas qu'il est constant. Dans le cas du délaminage, il est par exemple avéré qu'il dépend :

1. de la mixité de mode
2. de la vitesse de sollicitation
3. de la direction des plis adjacents à l'interface ( $0^\circ/0^\circ$ ,  $0^\circ/45^\circ$ , etc). Cette sensibilité a d'ailleurs fait l'objet de la thèse de P. Prombut [1].
4. ...

Dans le travail proposé on s'interessera en particulier au point 1 en négligeant le mode III. On se restreindra par ailleurs à l'analyse du délaminage entre deux plis de même direction ( $0^\circ/0^\circ$ ).

Dans sa thèse, P. Prombut a mis en place et réalisé de nombreux essais standardisés de délaminage. Il a également mis en œuvre de nombreuses méthodes d'analyse de ces essais. Dans ce projet, nous nous intéressons en particulier à trois types d'essais :

- les essais DCB (Double Cantilever Beam)
- les essais MMF (Mixed Mode Flexure)
- les essais MMB (Mixed Mode Bending)

## 3 Objectifs

Les objectifs sont les suivants :

- Sur l'essai DCB, il faudra comparer les résultats obtenus à partir d'analyses expérimentales, analytiques et numériques (par éléments finis)
- Sur les essais plus complexes, une séparation des modes de rupture sera effectuée à partir d'une analyse par éléments finis.
- À partir des résultats obtenus après analyse d'un certain nombre d'essais, un critère de rupture en mode mixte sera identifié
- Un calcul de prédiction sera réalisé à partir du modèle identifié.

## Consignes

Tout au long de ces analyses, n'hésitez pas à tester différentes solutions de modélisation, à effectuer une analyse de convergence. Soyez curieux et osez sortir des sentiers battus. Dans la présentation finale des résultats, il faudra prendre garde à préciser les hypothèses de calcul :

- hypothèses géométriques : géométrie de la pièce, unités

- hypothèses de comportement : description, modèle, paramètres
- hypothèses de cas de charge : conditions limites et symétries
- hypothèses de discrétisation : type d'éléments, taille caractéristique, méthode de maillage, nombre de noeuds , nombre d'éléments, nombre de degrés de liberté (ddl), discrétisation temporelle, etc.

Dans le cas où vous employez différentes techniques de modélisation qui donnent des résultats similaires (ou pas), pensez à préciser leurs avantages et inconvénients.

## 4 Travail demandé

### 4.1 Analyse des essais

Trois types d'essais sont présentés dans l'annexe A. Ils ont pour particularité de solliciter la fissure dans un mode différent : mode I pur ou mode mixte. Il vous est demandé de proposer un modèle par éléments finis afin d'analyser chacun d'eux afin de tracer les courbe de résistance ( $G_c$  en fonction de la longueur de fissure).

Les éléments nécessaires à la modélisation des éprouvettes sont présentés en annexe C. Les résultats d'essais en terme de force-déplacement et longueur de fissure sont donnés en annexe D. Ces résultats vous permettront de déterminer  $G_c$

#### Incertitudes liées à la mesure de la position de la pointe de fissure

La pointe de fissure est très difficile à localiser expérimentalement, on pourra tâcher de déterminer quelle est la sensibilité du calcul de  $G_c$  à une erreur de mesure de la longueur de fissure.

Quelques trucs :

- Dans le module *visualization (results)*, dans la branche *History Output*, un certain nombre de quantités énergétiques calculées en cours de calcul sont disponibles et en particulier l'énergie potentielle : *strain energy*. Pour avoir accès à une valeur numérique exploitable plutôt qu'à l'affichage du graphe, un 'clique-droit' et un 'save as' permettent de retrouver les données plus bas dans l'arbre dans *XYdata*. Un 'clique-droit' sur cette sauvegarde et un 'clique' sur *edit* permet d'avoir accès à la valeur numérique.
- Pour connaître la distance entre deux noeuds ou deux points, l'icône *Query Information* et l'option *distance* peuvent être très utiles

Lier rigidement un ensemble de noeuds à un point de contrôle dans Abaqus

1. Dans le menu *tools* de l'environnement *Part*, cliquer sur *Reference Point* et suivre les instructions
2. Dans le module *Interaction*, créer une contrainte de type *Rigid Body* entre un groupe de noeuds et le point de référence
3. Vous pouvez ensuite appliquer des forces ou des moments sur le point de référence ou encore piloter son déplacement et sa rotation

### 4.2 Détermination d'un critère de propagation

À partir des analyses précédentes, pouvez vous dire que  $G_c$  est une constante matériau ? Que pouvez vous dire de sa dépendance à la mixité de mode ? Peut-on proposer un critère adéquat ?

### 4.3 Calcul par modèle de zone cohésive

Vous avez maintenant caractérisé et identifié un critère de propagation. Il est maintenant demandé de l'utiliser dans une démarche inverse : réaliser un calcul prédictif.

Un cas test vous sera ultérieurement proposé. Le critère de propagation associé à une modélisation à l'aide d'éléments de Zone Cohésive (cadre théorique qui sera expliqué le moment venu) sera utilisé.

# Annexes

## A Essais classiques de caractérisation du délaminage

Cette annexe présente trois types d'essais normalisés destinés à identifier le taux de restitution de l'énergie des interfaces de composites stratifiés. Ils ont la particularité de solliciter la fissure dans un mode différent : mode I pur ou mode mixte.

### A.1 L'essai DCB

Les figures 8 et 9 représentent l'essai DCB (Double Cantilever Beam). Ce mode sollicite le mode I uniquement. Le délaminage initial est créé par un défaut artificiel, généralement un insert non-adhésif (du Téflon par exemple). L'insert est placé entre les plis médians du stratifié lors du drapage. Les dispositifs d'introduction de charge, par charnières ou par blocs, sont fixés à l'extrémité de l'éprouvette. La norme conseille de mesurer le taux de restitution d'énergie critique à partir de l'insert. Cependant, pour éviter toute perturbation, un pré-craquage de l'éprouvette est réalisé et on n'exploite les mesures qu'après une certaine propagation de la fissure (souvent 5mm dans ce projet).

### A.2 L'essai MMF

Les figures 10 et 11 représentent les essais MMF (Mixed Mode Flexure). Le chargement est modifié afin d'imposer une flexion sur une seule lèvre de la partie délamинée de l'éprouvette (figure 10). Dans cette configuration, l'éprouvette subit à la fois un chargement de mode I et un chargement de mode II.

La propagation est théoriquement stable quand le rapport entre la longueur de fissure et la longueur de l'éprouvette ( $a/L$ ) est supérieur à 0,41. Toutefois, une instabilité est souvent constatée pour une propagation à partir de l'insert. Un pré-craquage est donc conseillé pour cet essai.

### A.3 L'essai MMB

Les figures 12 et 13 représentent l'essai MMB (Mixed Mode Bending). Le test MMB a été proposé pour le mode mixte I+II. Il est en quelques sorte une combinaison de l'essai DCB et l'essai ENF. Les charnières ou les blocs de charge sont fixés à l'extrémité de l'éprouvette ayant le délaminage initial. Les deux autres points de contact sont de type rouleau. Son principe consiste à appliquer un effort sur le levier de chargement afin d'obtenir simultanément un chargement en mode I et en mode II. La variation du rapport modal est obtenue par le changement de la position de l'effort (la distance  $c$ ).

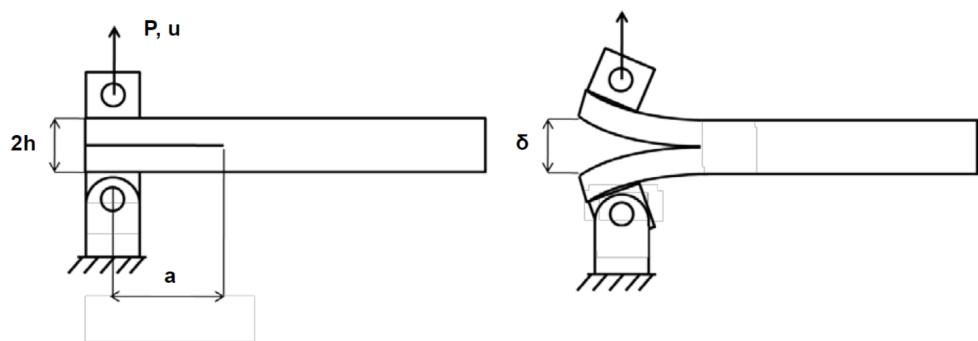


FIGURE 8 – Schéma de l'essai DCB [3]

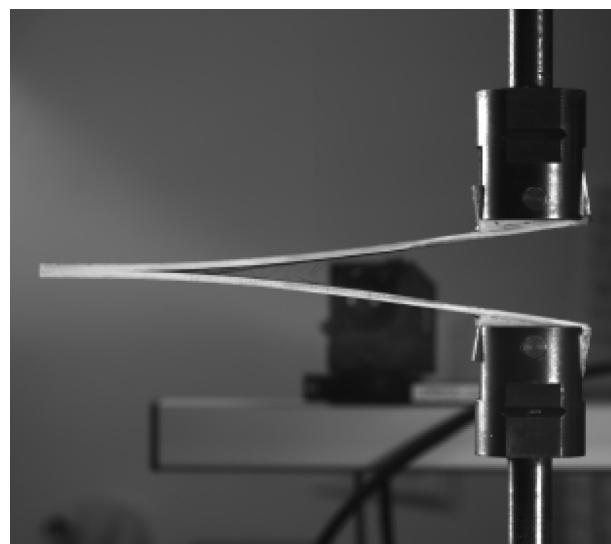


FIGURE 9 – Photo d'un essai DCB [4]

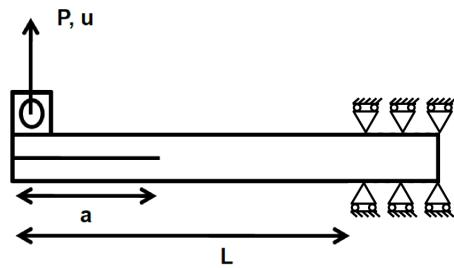


FIGURE 10 – Schéma de l'essai MMF [1]



FIGURE 11 – Photo d'un essai MMF [1]

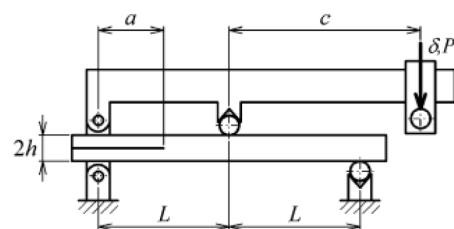


FIGURE 12 – Schéma de l'essai MMB [3]

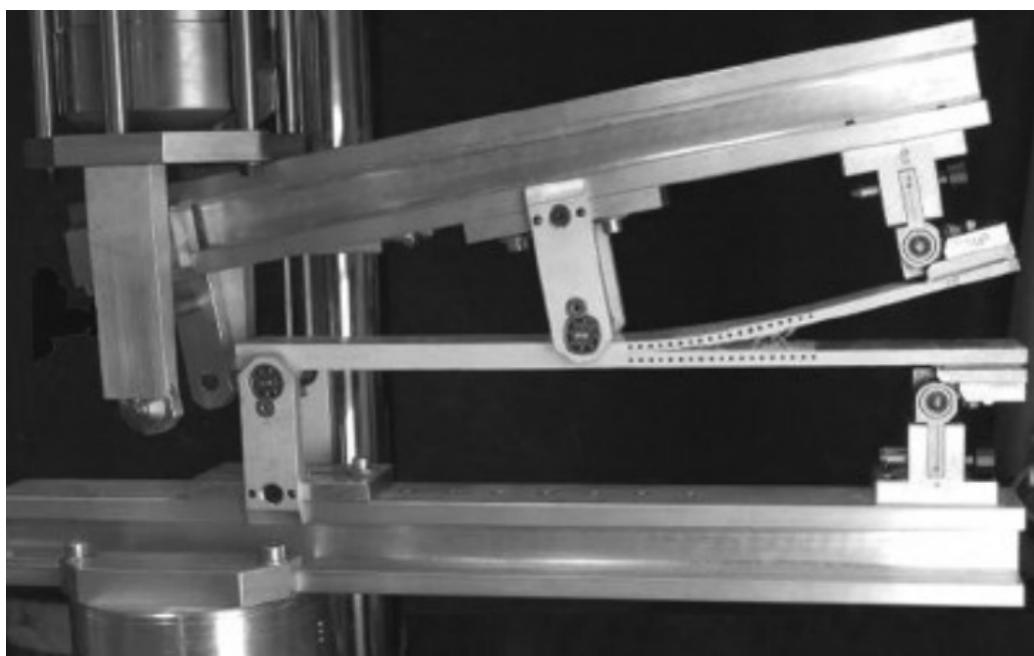


FIGURE 13 – Photo d'un essai MMB

## B Propriétés d'un pli de T700GC/M21

Le T700GC/M21 se présente avant l'élaboration sous la forme de rouleau de pré-imprégnés. Il s'agit d'un film de fibres de carbone orientées dans une seule direction<sup>5</sup> et noyé dans la résine non polymérisé<sup>6</sup>. Le procédé consiste à les empiler, souvent dans un moule en faisant varier les orientations. Elles sont ensuite compactées puis l'ensemble est placé en autoclave à 180°C environ afin de polymériser la résine. L'épaisseur d'un pli est d'environ 0.26mm.

### B.1 Élasticité

Rappelons qu'un pli de T700GC/M21 est, dans son domaine d'élasticité, isotrope transverse. Cela signifie qu'il possède une axe de symétrie (correspondant à la direction des fibres). En théorie seuls cinq paramètres élastiques sont suffisants pour décrire un tel matériau, en pratique, Abaqus en demande plus (les paramètres sont donc redondants). Dans le cas où l'axe de symétrie est dans la direction 1, la loi de Hooke se formule de la manière suivante (les indices  $f$  et  $m$  correspondent respectivement aux sens fibre et matrice) :

$$\left\{ \begin{array}{c} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ 2\varepsilon_{23} \\ 2\varepsilon_{31} \\ 2\varepsilon_{12} \end{array} \right\} = \left( \begin{array}{cccccc} \frac{1}{E_f} & -\nu_{fm}/E_f & -\nu_{fm}/E_f & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{fm}/E_f & \frac{1}{E_m} & -\nu_{mm}/E_f & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{fm}/E_f & -\nu_{mm}/E_f & \frac{1}{E_m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu_{mm})}{E_m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{fm}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{fm}} \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{c} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{12} \end{array} \right\} \quad (18)$$

Cette expression s'exprime de manière plus concise sous forme tensorielle par :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \underline{\underline{\underline{C}}} \underline{\underline{\sigma}} \quad (19)$$

où  $\underline{\underline{\underline{C}}}$  est le tenseur de Hooke (ordre 4) et  $\underline{\underline{\varepsilon}}$  et  $\underline{\underline{\sigma}}$  sont les tenseurs d'ordre 2 des déformations et des contraintes. Les propriétés élastiques homogénéisées d'un pli UD de T700GC/M21 sont résumées dans le tableau 1. Sur les six paramètres donnés dans la table 1, on peut vérifier que  $G_{mm} = E_m/(2(1 + \nu_{mm}))$ .

$E_f$	$E_m$	$\nu_{fm}$	$\nu_{mm}$	$G_{fm}$	$G_{mm}$
130.0 GPa	7.7 GPa	0.33	0.4	4750 MPa	2750 MPa

TABLE 1 – Coefficient d'élasticité du T700GC/M21

## C Géométries des éprouvettes

Le plan de découpe des éprouvettes est présenté sur la figure 14. Un insert en téflon placé dans le moule permet de générer le défaut initial.

Le chargement est appliqué sur les éprouvettes par l'intermédiaires d'axe en liaison pivot glissant avec des blocs collés sur les lames (voir figure 15). Les dimensions de ces blocs sont  $t' = 5mm$  et  $L' = 5mm$ .

5. On parle de pli unidirectionnel (UD).

6. l'epoxy est un un thermo-durcissable

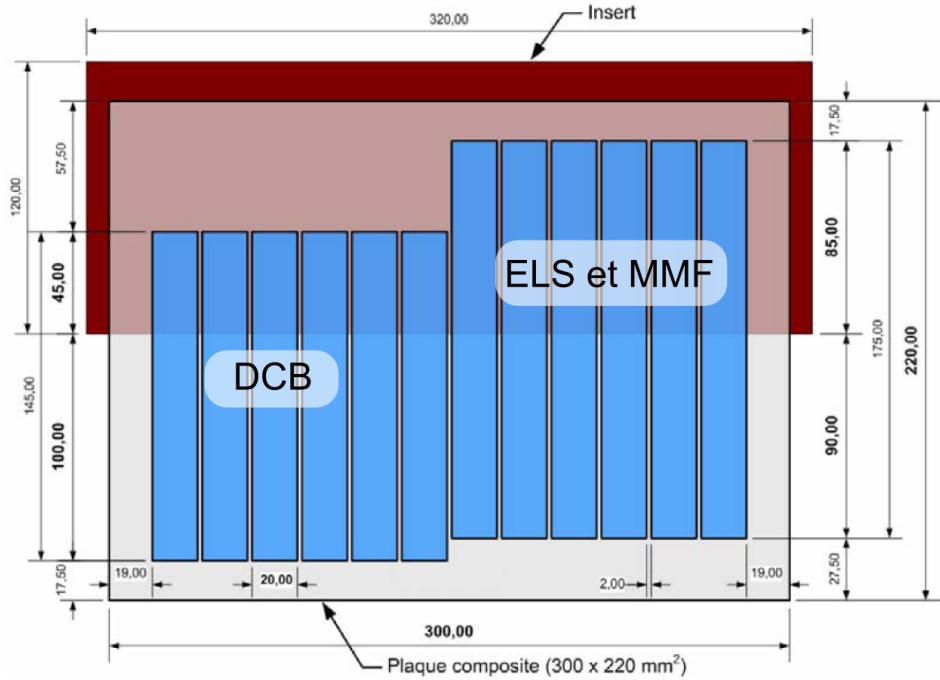


FIGURE 14 – plan de découpe des éprouvettes [1].

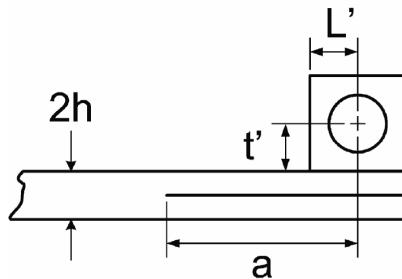


FIGURE 15 – Bloc d'application du chargement [1].

Les éprouvettes sont d'épaisseurs variables car elles n'ont pas toutes le même nombre de plis. En revanche, on considérera l'épaisseur de chaque pli constante et égale à 0.26 mm :

$$e = 0.26 \text{ mm}$$

Le tableau 2 résume la désignation des différents essais ainsi que le rapport longueur de fissure initiale/longueur utile ( $a_0/L$ ). On rappelle que toutes les éprouvette sont constituées de plis à  $0^\circ$ .

Désignation	type d'essai	nombre de plis	$a_0/L$ (mm/mm)	Longueur du bras de levier $c$ pour les essais MMB (mm)
DCBU12a	DCB	12	40/140	
MMFU18b	MMF	18	80/140	
MMBU18i75b	MMF	18	25/100	75.43
MMBU18i50b	MMF	18	25/100	41.36
MMBU18i25b	MMF	18	25/100	29.10

TABLE 2 – Désignation et caractéristiques des éprouvettes

## D Résultats d'essais

Pour chaque type d'essai, un certain nombre d'éprouvettes ont été sollicitées. P. Prombut a rapporté les résultats d'essais dans les tableaux 3, 4, 5, 6 et 7. Ces tableaux reportent également la dispersion observée expérimentalement sur les différents essais de même type.

a (mm)	Déplacements			Efforts		
	$\delta_{\text{moy}}$ (mm)	$\sigma_\delta$ (mm)	$\sigma_\delta/\delta_{\text{moy}} (\%)$	$P_{\text{moy}}$ (N)	$\sigma_P$ (N)	$\sigma_P/\delta_P (\%)$
45	5,8	0,4	6,2	51,2	1,0	1,9
46	6,2	0,2	3,5	51,5	0,9	1,8
47	6,5	0,2	3,3	51,2	0,8	1,6
48	6,8	0,3	4,6	50,9	1,0	1,9
49	7,0	0,4	5,1	50,5	1,4	2,9
50	7,4	0,3	3,9	49,6	1,4	2,8
51	7,8	0,2	2,4	49,6	1,6	3,2
52	8,2	0,2	2,4	49,5	2,2	4,4
53	8,6	0,2	2,2	49,1	1,6	3,3
54	8,8	0,2	2,6	48,8	1,4	2,3
55	9,4	0,4	4,0	47,6	1,9	4,1
59	10,5	0,3	2,6	46,7	2,6	5,7
60	11,2	0,4	3,7	46,3	2,3	5,0
64	12,6	0,3	2,4	45,8	2,6	5,6
65	13,3	0,6	4,2	45,1	2,3	5,1
69	14,6	0,4	2,8	43,5	2,0	4,6
70	15,3	0,7	4,3	42,3	2,2	5,2
74	16,5	0,5	2,7	40,7	2,2	5,3
75	16,9	0,5	3,0	39,2	1,1	2,9
79	18,9	0,7	3,8	38,2	1,6	4,1
80	19,2	0,4	2,3	37,8	1,1	2,9
84	21,4	0,7	3,0	37,2	1,8	4,8
89	24,3	1,4	5,8	34,8	2,2	6,3

TABLE 3 – Résultats des essais DCBU12a.

a (mm)	Déplacements			Efforts		
	$\delta_{\text{moy}}$ (mm)	$\sigma_\delta$ (mm)	$\sigma_\delta/\delta_{\text{moy}} (\%)$	$P_{\text{moy}}$ (N)	$\sigma_P$ (N)	$\sigma_P/\delta_P (\%)$
80	13,0	0,2	1,7	100,8	0,9	0,9
81	13,5	0,0	0,3	101,3	0,1	0,1
82	13,9	0,0	0,1	102,7	0,1	0,1
84	14,1	0,6	4,0	103,1	3,0	2,9
85	14,6	0,5	3,7	105,2	3,0	2,9
86	15,3	0,7	4,7	108,0	4,1	3,8
87	15,5	1,2	7,6	108,8	7,3	6,7
89	15,9	0,6	3,6	108,7	2,6	2,4
90	16,3	0,5	3,3	109,5	2,1	1,9
91	17,0	0,4	2,3	111,1	2,6	2,4
92	17,4	0,8	4,8	111,3	5,2	4,6
93	17,5	0,9	5,0	111,3	5,3	4,8
94	17,9	0,8	4,2	111,8	4,6	4,1
95	18,4	0,7	3,6	111,6	3,8	3,4
99	19,5	0,8	4,0	112,8	4,7	4,1
100	19,9	0,6	3,1	113,2	3,2	2,8
104	21,1	0,8	3,6	111,6	4,4	3,9
105	21,6	0,7	3,2	111,6	3,8	3,4
109	22,3	0,6	2,8	106,5	2,0	1,9
110	22,5	0,4	1,8	106,1	1,4	1,3
114	24,1	0,4	1,7	105,4	2,3	2,2
115	24,4	0,6	2,6	104,1	3,9	3,7
117	25,8	0,0	0,0	107,7	0,0	0,0

TABLE 4 – Résultats des essais MMFU18b.

a (mm)	Déplacements			Efforts		
	$\delta_{\text{moy}}$ (mm)	$\sigma_\delta$ (mm)	$\sigma_\delta/\delta_{\text{moy}} (\%)$	$P_{\text{moy}}$ (N)	$\sigma_P$ (N)	$\sigma_P/\delta_P (\%)$
25	2,7	0,0	0,8	151,2	7,8	5,2
28	2,9	0,1	2,5	144,2	3,8	2,6
29	3,0	0,1	2,8	143,0	4,0	2,8
30	3,1	0,1	2,6	140,8	4,8	3,4
31	3,3	0,1	4,3	139,6	4,7	3,4
32	3,4	0,1	3,0	138,2	5,6	4,1
33	3,5	0,0	0,1	139,4	11,3	8,1
34	3,6	0,0	1,3	137,4	8,1	5,9
35	3,8	0,1	3,5	135,8	8,2	6,0
36	3,8	0,2	4,7	133,9	6,9	5,2
38	4,0	0,2	5,5	132,7	16,9	12,8
39	4,2	0,2	4,6	130,9	9,7	7,4
40	4,4	0,2	5,2	130,3	9,7	7,4
41	4,6	0,2	4,9	127,9	9,0	7,0
42	4,7	0,2	3,9	125,5	9,1	7,2
45	5,1	0,0	0,0	118,3	0,0	0,0

TABLE 5 – Résultats des essais MMBU18i75b.

a (mm)	Déplacements			Efforts		
	$\delta_{\text{moy}}$ (mm)	$\sigma_\delta$ (mm)	$\sigma_\delta/\delta_{\text{moy}} (\%)$	$P_{\text{moy}}$ (N)	$\sigma_P$ (N)	$\sigma_P/\delta_P (\%)$
35	2,8	0,0	0,0	285,3	0,0	0,0
37	2,9	0,0	0,9	274,2	21,4	7,8
39	3,0	0,1	2,1	263,0	19,2	7,3
40	3,2	0,0	0,5	255,0	14,5	5,7
42	3,3	0,0	1,1	247,1	13,7	5,5
44	3,5	0,1	1,6	241,2	11,9	4,9
45	3,6	0,1	2,1	236,6	12,8	5,4

TABLE 6 – Résultats des essais MMBU18i50b.

a (mm)	Déplacements			Efforts		
	$\delta_{\text{moy}}$ (mm)	$\sigma_\delta$ (mm)	$\sigma_\delta/\delta_{\text{moy}} (\%)$	$P_{\text{moy}}$ (N)	$\sigma_P$ (N)	$\sigma_P/\delta_P (\%)$
35	2,9	0,2	5,6	501,8	55,3	11,0
36	2,9	0,0	0,1	456,1	4,7	1,0
40	3,0	0,1	2,8	441,9	49,0	11,1
42	3,2	0,1	2,1	428,9	45,0	10,5
45	3,3	0,1	1,7	406,1	33,9	8,3

TABLE 7 – Résultats des essais MMBU18i25b.

## E Méthode VCCT

La méthode VCCT est basée sur l'hypothèse que l'énergie libérée lorsqu'une fissure se propage d'une distance  $\Delta A$  est identique à l'énergie nécessaire pour refermer la fissure, sous un même effort externe. La figure 16 montre le principe de calcul du G en 2D avec des éléments quadrangulaires (8 noeuds) [5]. Les noeuds  $l$ ,  $l^*$  et  $m$ ,  $m^*$  servent à mesurer les déplacements relatifs dans le repère  $XZ$ . Les efforts de réaction sont mesurés aux noeuds  $i$  et  $j$ .

On peut définir une partition de G selon les trois modes :

$$G = G_I + G_{II} + G_{III}$$

ainsi que des paramètres de mixités de mode :

$$\alpha_I = \frac{G_I}{G} \quad (20)$$

$$\alpha_{II} = \frac{G_{II}}{G} \quad (21)$$

$$\alpha_{III} = \frac{G_{III}}{G} \quad (22)$$

On négliera dans l'analyse des essais le mode  $III$  qui n'est que très peu sollicité. En pratique ce mode est très difficile à identifier et on fait en général la simplification suivante dans les calculs :

$$G_{III} = G_{II}$$

Quand une fissure est avancée d'une distance  $\Delta a$ , on peut alors calculer  $G_I$  et  $G_{II}$  de la manière suivante :

$$G_I = \frac{1}{2\Delta a} (Z_i(w_l - w_{l^*} + Z_j(w_m - w_{m^*})) \quad (23)$$

$$G_{II} = \frac{1}{2\Delta a} (X_i(u_l - u_{l^*} + X_j(u_m - u_{m^*})) \quad (24)$$

avec

$X$  : Effort de réaction (linéaire) selon l'axe X

$Z$  : Effort de réaction (linéaire) selon l'axe Z

$u$  : Déplacement selon l'axe X

$w$  : Déplacement selon l'axe Z

On peut procéder de manière similaire avec des éléments linéaires (figure 16). Cette répartition en mode  $I$  et en mode  $II$  est liée à ce modèle. En fonction des théories, d'autres définitions de la mixité de mode existent et donnent des résultats qui peuvent différer.

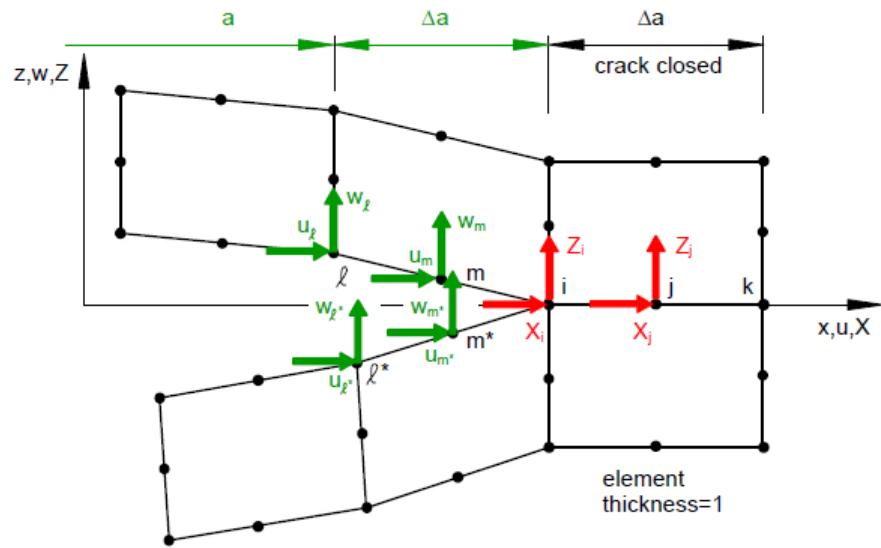


FIGURE 16 – Méthode VCCT pour une élément plan à 8 noeuds [5]

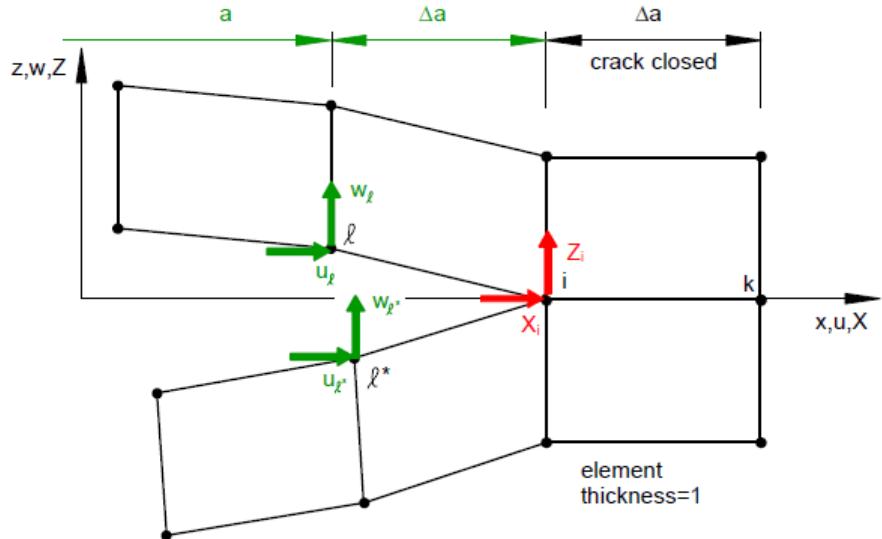


FIGURE 17 – Méthode VCCT pour une élément plan à 4 noeuds [5]

## Références

- [1] P. Prombut *Caractérisation de la propagation de délaminaage des stratifiés composites multidirectionnels* Université Paul Sabatier, Toulouse, 2007
- [2] J. Lemaître, J.-L. Chaboche, A. Benallal, R. Desmorat *Mécanique des matériaux solides* 3ème édition Dunod, 2009
- [3] T. Vandellos *Développement d'une stratégie de modélisation du délaminaage dans les structures composites stratifiées* Thèse de l'université de Bordeaux, 2011
- [4] M. Hautier *Analyse des réparations des matériaux composites : mise en œuvre d'un procédé pas infiltration et étude du comportement mécanique* Onera / Université toulouse III Paul sabatier, 2010
- [5] R. Krueger *The virtual crack closure technique : history, approach and applications* DTIC Document, 2002