1. LA RAZON AUREA Y EL PENTAGRAMA

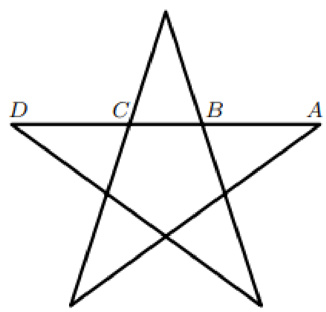

Figura 1. El pentagrama pitagorico.

Aunque suele usarse el teorema de Pitagoras para probar la existencia de magnitudes inconmensurables, parece ser que fue un pitagorico, **Hipaso de Metaponto**, quien en el siglo V a.C., al estudiar las propiedades geometricas del pentagrama (ver fig 1.), descubrio la existencia de los numeros irracionales. Para los pitagoricos el pentagrama era un simbolo de la "perfeccion matematica"del Universo y, paradojicamente, en el pentagrama se escondia la prueba de que los numeros racionales no eran suficientes, como los pitagoricos creian, para describirlo. Las razones de los segmentos $\overline{AD}, \overline{BD}, \overline{CD}$ y $\overline{BC}$ son todas ellas iguales a la *razon aurea.*

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Como dicho numero es irracional, los segmentos considerados son inconmensurables. El numero de $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ es uno de los mas famosos de las matematicas. Si en *Google* buscas razon aurea"te saldran mas de cien mil paginas. Eso en español, porque si buscas en ingles "golden section.ºbtendras casi cuatro millones de paginas. El poeta Rafael Alberti dedico un hermoso soneto a la razon aurea".

2. TEOREMA 1.4

Teorema 2.1. ***(Reglas para trabajar con desigualdades)***. *Sean x, y, z numeros reales.*

1. $x \leq y$ *e* $y \leq z$ *implica que* $x \leq z$.
2. $x \leq y$ *e* $y \leq x$ *implica que* $x = y$.
3. *Se verifica exactamente una de las tres relaciones:* $x < y$, $x = y$, *o* $y < x$.
4. $x < y$ *implica que* $x + z < y + z$.
5. $x < y$, $z > 0$ *implica que* $xz < yz$.
6. $x < y$, $z < 0$ *implica que* $xz > yz$.
7. $xy > 0$ *si, y solo si,* x *e* y *son los dos positivos o los dos son negativos. En consecuencua si* $x \neq 0$ *es* $x^2 > 0$ *y, en particular,* $1 > 0$.
8. $z > 0$ *implica que* $\frac{1}{z} > 0$.

9. *Supuesto que* x *e* y *son los dos positivos o los dos negativos, se verifica que* $x < y$ *implica que* $\frac{1}{y} < \frac{1}{x}$.

Todas las priedades son faciles de probar. Por ejemplo, para probar el punto 5., si $x < y$ *se tiene que* $y - x > 0$. *Si ahora es* $z > 0$, *tambien sera* $z(y - x) > 0$, *es decir,* $zy - zx > 0$ *o, sea,* $zx < zy$. *Lo unico que hemos usado aqui ha sido la definicion de los simbolos* " $<$ " *y* " $>$ " *y algunas de las propiedades* ***P1-P8***. *Un estupendo ejercicio para que compruebes tus habilidades es que demuestres todas las afirmaciones del teorema anterior.*