

# Análisis Numérico

## Taller 4

Geraldine Gómez<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Ingeniería de Sistemas

2019

El ejercicio presentado a continuación fue tomado del taller de integración y derivación

1. Teniendo en cuenta que en la regla de los trapecios el error de truncamiento está dado por:

$$T = -\frac{h^2}{12}(b-a)f''(z), a \leq z \leq b$$

Estime el número mínimo de trapecios para aproximar la integral definida

$$\int_0^2 \text{sen}(x) dx$$

donde la respuesta tenga un error absoluto menor de 0.0001.

### ***Solución:***

Se requiere que el error de truncamiento cumpla la condición:

$$|T| < 0,0001$$

$$|-\frac{h^2}{12}(b-a)f''(z)| < 0,0001$$

Siendo  $z$  desconocido se debe usar el máximo valor de su segunda derivada para resolver el problema:

$$f''(z) = -\text{sen}(z), \quad 0 < z < 2$$

$$\begin{aligned} \max |f''(z)| &= 1 \\ \left| -\frac{h^2}{12}(2-0)(1) \right| &< 0,0001 \end{aligned}$$

De donde:

$$\begin{aligned} \left| -\frac{h^2}{12}(2) \right| &< 0,0001 \\ \left| -\frac{h^2}{6} \right| &< 0,0001 \\ h^2 &< (0,0001)(6) \\ h^2 &< 0,0006 \\ \sqrt{h^2} &< \sqrt{0,0006} \\ h &< 0,0245 \end{aligned}$$

donde h equivale a:

$$\begin{aligned} h &= \frac{b-a}{m} \\ \frac{2-0}{m} &< 0,0245 \end{aligned}$$

entonces:

$$\begin{aligned} m &> \frac{2}{0,0245} \\ m &> 81,63 \\ \mathbf{m} &= \mathbf{82 \text{ trapecios}} \end{aligned}$$

Según el procedimiento anterior para que la respuesta a la integral definida tenga un error absoluto menor de 0.0001 se necesitan de 82 trapecios aproximadamente.

Es así, como teniendo en cuenta la información anterior y resolviendo la integral definida a partir del siguiente algoritmo de la regla de los trapecios:

```

trapecios = function(a,b,m) {
h = (b - a)/m
s = 0
i = 0
while(i <= m) {
s = s + f((a+i*h))

i = i+1

```

```

»}
r = h/2*(f(a)+2*s+f(b))
r
}

```

»Se obtiene como resultado 1.43825, el cual se aproxima bastante al valor real de la integral que equivale a 1.41615.

»Es así como se infiere que el método de los trapecios es eficiente solamente si se establece un error que permita una aproximación cercana a la respuesta deseada o un número de trapecios congruentes a la función que eviten diferencias excesivas respecto a los valores reales de las integrales.