2016 ~ 2017学年第二学期《高等数学AII》试卷

2017 年 6月 28日

一	二	三	四	总　分

得　分

一、填空题(共 5 道小题,每小题 3 分,满分 15 分)

1. xOz 平面上的直线 $x = 1$ 绕 z 轴旋转一周所形成的旋转曲面方程为______________.

2. 曲线 $\begin{cases} x^2 + y + z = 6 \\ x^2 - x + z = 5 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影曲线方程为______________.

3. 方程$xy - yz + zx = \mathrm{e}^z$ 确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 在点 $(1, 1)$ 处的全微分为______________.

4. 设 D 是由曲线 $y = 1 - x^2$ 与 $y = x^2 - 1$ 所围成的区域, 则 $\iint\limits_D (x^3 + y^3 + xy)\mathrm{d}\sigma =$______________.

5.曲面 $z = x^2 + 2y^2$ 在点 $P_0(1, -1, 3)$ 处的切平面方程为______________.

得　分

一、单项选择题(共 5 道小题,每小题 3 分,满分 15 分)

1. 函数 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在点 $(0, 0)$ 处(　　).

(A) 沿任何方向的方向导数都不存在;　　(B) 不连续;

(C) $f'_x(0, 0)$ 与 $f'_y(0, 0)$ 相等;　　(D) 梯度不存在.

2. 下列反常积分收敛的是(　　).

(A) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{\ln x}{x}\mathrm{d}x$;　(B) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x}\mathrm{d}x$;　(C) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2}\mathrm{d}x$;　(D) $\displaystyle\int_2^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}\mathrm{d}x$.

3. 方程 $\dfrac{x^2}{2} - \dfrac{y^2}{4} = z$ 所表示的曲面为(　　).

(A) 椭球面; (B) 双曲抛物面; (C) 柱面; (D) 旋转抛物面.

4. 若 $z=f(x,y)$ 在点 $P_0(x_0,y_0)$ 处的两个偏导数都存在,则(　　).

(A) $f(x,y)$ 在 P_0 的某个邻域内有界;

(B) $f(x,y)$ 在 P_0 的某个邻域内连续;

(C) $f(x,y_0)$ 在点 x_0 处连续;

(D) $f(x,y)$ 在 P_0 处连续.

5. 设空间区域 $\Omega=\{(x,y,z)|0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 1-x, 0\leqslant z\leqslant x+y\}, f(x,y,z)$ 为连续函数, 则三重积分 $\iiint\limits_{\Omega} f(x,y,z)\mathrm{d}V=($　　$)$.

(A) $\int_0^1 \mathrm{d}y\int_0^y \mathrm{d}z\int_0^{1-y} f(x,y,z)\mathrm{d}x+\int_0^1 \mathrm{d}y\int_y^1 \mathrm{d}z\int_{z-y}^{1-y} f(x,y,z)\mathrm{d}x$;

(B) $\int_0^1 \mathrm{d}z\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\theta\int_{\frac{1}{\cos\theta+\sin\theta}}^{\frac{z}{\cos\theta+\sin\theta}} f(r\cos\theta, r\sin\theta, z)r\mathrm{d}r$;

(C) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\theta\int_0^{\sin\theta+\cos\theta} \mathrm{d}r\int_0^{r\sin\theta+r\cos\theta} f(r\cos\theta, r\sin\theta, z)r\mathrm{d}z$;

(D) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\theta\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \mathrm{d}\varphi\int_0^{\frac{1}{\sin\varphi\cos\theta+\sin\varphi\sin\theta}} f(r\sin\varphi\cos\theta, r\sin\varphi\sin\theta, r\cos\varphi)r^2\sin\varphi\mathrm{d}r$.

得　分

三、按要求解答下列各题(共 4 道小题,每小题 10 分,满分 40 分)

1. 求由曲线 $y=x^2$ 与 $y=2x+3$ 围成的平面图形的面积.

2. 求过直线 $L_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{0}=\dfrac{z+2}{-2}$, 且平行于直线 $L_2:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-2}$ 的平面 π 的方程.

3. 设 f 为 $\mathrm{C}^{(2)}$ 类函数, 且 $u=f(x+y+z,x^2+y^2+z^2)$, 求 $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}$.

4. 求函数 $u=x-2y+2z$ 在约束条件 $x^2+y^2+z^2=1$ 下的极值.

得　分

四、解答题(共 4 道小题,前 3 题每小题 8 分,满分 30 分)

1.计算二重积分 $\iint\limits_{D}|x^2+y^2-1|\mathrm{d}\sigma$, 其中平面区域 $D=\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 1,0\leqslant y\leqslant x\}$.

2. 已知空间区域 $\varOmega=\left\{(x,y,z)\left|\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}\leqslant 1\right.\right\}$，利用重积分求 $\varOmega$ 的体积.

3. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\sqrt{x^4+y^4}, & x^2+y^2\neq 0,\\ 0, & x^2+y^2=0.\end{cases}$

(1) 求其在点 $P_0(0,0)$ 处的偏导数;

(2) 判别其在点 $P_0(0,0)$ 处的可微性.

4. 已知三重积分 $\displaystyle\iiint\limits_{\Omega} \frac{1}{x^2+y^2}\mathrm{d}V$, 其中空间区域 $\Omega=\{(x,y,z)|1\leqslant x\leqslant 2, 0\leqslant y\leqslant x, 0\leqslant z\leqslant y\}$.

(1) 在柱坐标下计算三重积分;

(2) 在球坐标下计算三重积分.