第二章 数字系统

- 理解数字系统的概念
- 分清非位置化和位置化数字系统
- 描述十进制、二进制、八进制、十六进制系统
- 十进制、二进制、八进制、十六进制之间相互转换

2.1 数字系统

- 数字系统：
  - 数码系统
  - 如何使用独特的符号来表示一个数字
  - 同一个数字，在不同的数字系统中的表示方法不同
- 分类
  - 位置化系统
    - 十进制、二进制、八进制、十六进制系统
  - 非位置化系统
    - 罗马数字，了解即可

2.1 位置化数字系统

特点：

- 数字中符号所占据的位置决定了其表示的值
- N= ±(RK-1…R2R1R0.R-1R-2…R-m)

=±RK-1xbk-1… +R1xb1+R0xb0+R-1xb-1+R-2 xb-1 …+R-m xb-m

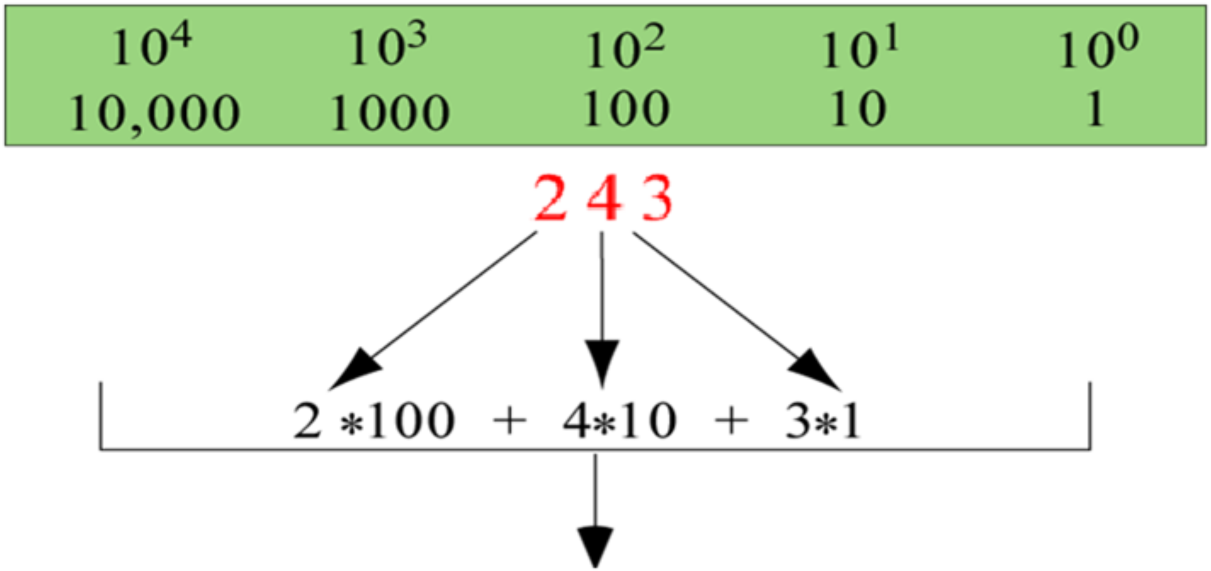
- R是符号集中的符号
- b 是基数（底）

$$N = \sum_{i=-m}^{k-1} Ri\ bi$$

数的表示：

- i为权权值
- **整数部分权值为正，小数部分权值为负**

例：十进制系统



243=2×102+4 × 101+3 × 100

10 是基数（底）

位置是其权值

2，3，4 是十进制系统中的符号

二进制系统

2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1

Binary Positions

1 1 1 1 0 0 1 1

$$1*128 + 1*64 + 1*32 + 1*16 + 0*8 + 0*4 + 1*2 + 1*1$$

(11110011)2=1×27+1 ×26+1 × 25 + 1×24+1 ×21+1 × 20

4种位置化数字系统

系统	英文表示	底	符号集	示例
二进制	**B** （Binary）	2	0,1	110B
八进制	**Q** （Ooctal）	8	0,1,2,3,4,5,6,7	110Q
十进制	**D** （Decimal）	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9	110D
十六进制	**H** （Hexadecimal）	16	0,1,2,3,4,5,6,7, 8,9, A, B,C,D,E,F	110H

4种位置化数字系统

十进制(D)	二进制(B)	八进制(O)	十六进制(H)
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	a
11	1011	13	b
12	1100	14	c
13	1101	15	d
14	1110	16	e
15	1111	17	f

数符

基数10　基数2　基数8　基数16

进制转换: B—> D

例1：将二进制数0101101转换为十进制数

二进制数	0	1	0	1	1	0	1
权 值	64	32	16	8	4	2	1
计算结果	0 +	32 +	0 +	8 +	4 +	0 +	1
十进制数	45						

进制转换: B—> D

例2：将二进制数10011 转换为十进制数

二进数制	1	0	0	1	1
权　　值	16	8	4	2	1

-------- ---------------------------

16 + 0 + 0 + 2 + 1

十进制　19

结果：10011B =19

进制转换: B—> D

例3：把二进制数 1001.101 转换成十进制数.

解:

1001 . 101B

$$=1\times23+0\times22+0\times21+1\times20$$

$$+\underline{1\times2-1\ +0\times2-2+1\times2-3}$$

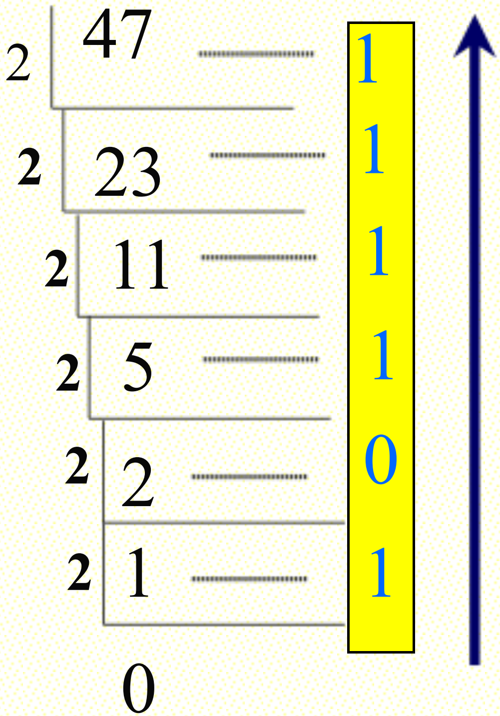
$$=8+1+0.5+0.125$$

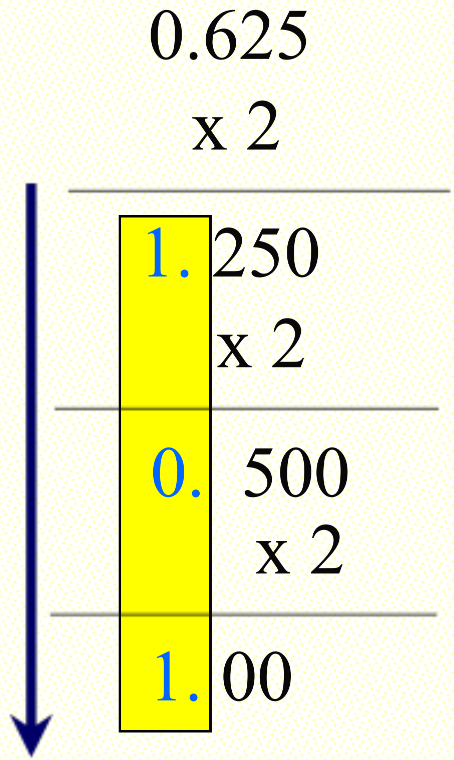
$$=9.625D$$

进制转换：D—>B, Q, H

- 分别转换
  - **整数部分**：整数部分除以底,直至余数小于底
  - **小数部分**：小数部分乘以底,直至达到精度,
- 以D—>B为例讲解
  - D—>Q, D—>H原理相同
- 例： 将47.625转换为二进制数

进制转换：D—>B





Result: 47D=101111B

Result: 0.625D=0.101B

结果： 47.625=101111.101B

十进制数小数转换二进制

十进制数转换成二进制数到小数部分乘到什么程度结束?

理论上都是要乘到没有小数为止。 但是由于计算精度的限制，或者粗略计算时，满足所要求的精度就可以了。

$$
\begin{array}{r}
0.313 \\
\times\ 2 \\
\hline
0.626 \\
\times\ 2 \\
\hline
1.252 \\
\times\ 2 \\
\hline
0.504 \\
\times\ 2 \\
\hline
1.008 \\
\times\ 2 \\
\hline
0.016
\end{array}
$$

0.313D=0.0101B

进制转换：D—>B的整数转换

原理：

	27	26	25	24		23	22	21	20
	128	64	32	16		8	4	2	1

- 例：将35转换为二进制数

解： 35=32 + 2+1

35=100011B

进制转换: B, Q, H —> D

- 数的转换: 按位展开求和.
- 整数部分权为正, 小数部分权为负

$$N = \sum_{i=-m}^{k-1} Ri\ bi$$

- 例： 110.110B， 110.110Q， 110.110H 转换为十进数
- 解：

110.110B=1x22+1X21+0x20+1x2-1+1X2-2+0x2-3=6.75

110.110Q=1x82+1X81+0x80+1x8-1+1X8-2+0x8-3=72.14

实际演练

1. 100D=? B
2. 62＝? B
3. 0.354D=? B
4. 试计算：168.375D=? B
5. 技巧:

(1111 1111)B=? D

(1111 1101)B= ? D

(1001 0001)B= ? D

进制转换： B<—>H

二进制	十六进制	二进制	十六进制
0000	**0**	**1000**	**8**
0001	**1**	**1001**	**9**
0010	**2**	**1010**	**A**
0011	**3**	**1011**	**B**
0100	**4**	**1100**	**C**
0101	**5**	**1101**	**D**
0110	**6**	**1110**	**E**
0111	**7**	**1111**	**F**

1 1 1 1	1 1 0 0	1 1 1 0	0 1 0 0
F	C	E	4

Hexadecimal

进制转换： B<—>H

例1： 将二进制数1100 1110 0010 转换为十六进制.

解:

$$\underbrace{1100}_{C}\ \underbrace{1110}_{E}\ \underbrace{0010}_{2}B = CE2H.$$

进制转换：B<—>H 整数转换

例2：将二进制数 0011100010 转换为十六进制.

解：

从右向左，每4位一组，不够4位时，左边补0

$\underline{00\,00\ 1110}\quad \underline{0010}\,B = 0E2H$

0　　E　　2

进制转换：B<—>H 整数转换

例3：将十六进制 24CH转换为二进制数.

解:

将每一位十六进制数按顺序转换为相应的二进制数即可。

$$2 \quad 4 \quad C\ H = 0010\ 0100\ 1100B$$

$$= 10\ 0100\ 1100B$$

进制转换：B<—>H 实数转换

例1：将二进制 11000011.10101转换为十六进制数.

解：

1100 0011. 1010 1000

C 3. A 8

1100 0011. 1010 1B=C3.A8H

补0原则：补0后不改变原数值的大小

整数部分：从右向左，4位一组，不够4位时左边补0

小数部分：从左向右，4位一组，不够4位时右边补0

进制转换：B<—>H 实数转换

例2：将十六进制 **8B.C4H** 转换为二进制数

解：

8	B	.	C	4
1000	1011	.	1100	0100

8B.C4H ＝ 10001011.110001B

实练

熟记:

- (FF)H=? D=?B
- (FFFF)H=? D= ?B

练习:

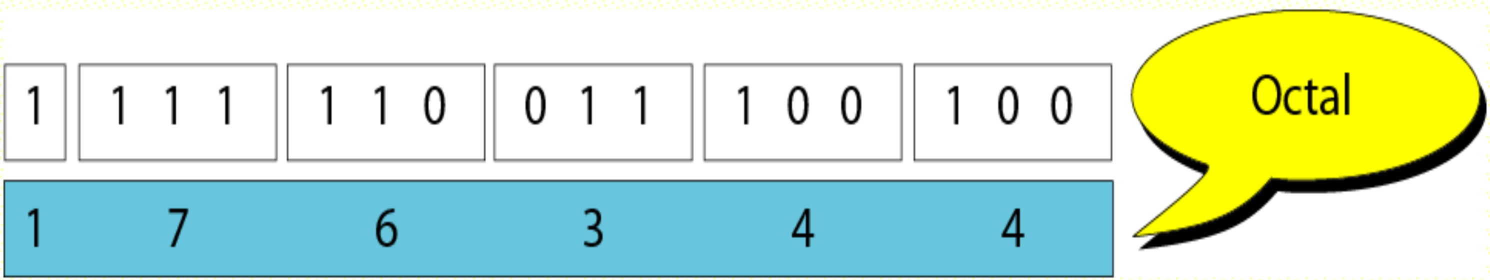
B09H = ? B

85C.EB2H =? B

101101100.010101B=?H

进制转换：B<——>Q

二进制	八进制	二进制	八进制
000	0	100	4
001	1	101	5
010	2	110	6
011	3	111	7



进制转换：B<——>Q 整数转换

例1：将二进制 1 0111 0010转换为八进制数

Solution

从右向左，每3位一组，不够3位时，左边补0

$$\underline{101}\quad\underline{110}\quad\underline{010}\,B = 562Q$$

5　　6　　2

进制转换：B<——>Q 整数转换

例2： 将八进制 24Q转换为进二制数

解：

每位8进制数，按顺序写出其二进制数即可

2 4 Q= 010 100 B =10100B

进制转换：B<—>Q 实数转换

例1：将二进制11110100.1110111 转换为八进制数

解:

补0原则：补0后不改变原数值的大小

以小数点为界，整数部分左边补0，小数部分右边补0

011	110	100	.	111	011	1 00
3	6	4	.	7	3	4

11110100.1110111B= 364.734Q

进制转换：B<——>Q 实数转换

例2：将八进制351.65Q转换为二进制数

解：

3	**5**	**1.**	**6**	**5**
011	**101**	**001.**	**110**	**101**

351.65Q＝ 11 101 001.110 101B

实 练

1. 312 = ? H= ? B= ? Q

   =138H =100111000B

   =470Q

2. C3H= ? Q = ? D

   =303Q =195

3. A5C.EB2H= ? Q

   =5134.7262Q

4. 163.65Q= ? H = ? D

   =73.D4H =115.83

   1323.44Q=2D3.9H

5. 011010011.1001B=? Q= ?H