

保密★启用前

2018-2019 学年第二学期期末考试

《微 积 分 A II》

考生注意事项

1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生教学号和考生姓名；在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生教学号，并涂写考生教学号信息点。
2. 选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题册上答题无效。
3. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
4. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生教学号								
考生姓名								

一、 选择题：1~6 小题，每小题 3 分，共 18 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效。

1. 设 $f(1,1) = -1$ 为函数 $f(x,y) = ax^3 + by^3 + cxy$ 的极值，则 a, b, c 分别等于 ()。

(A) 1, 1, -1; (B) -1, -1, 3; (C) -1, -1, -3; (D) 1, 1, -3.

2. 函数 $z = f(x,y)$ 在点 (x_0, y_0) 偏导数存在，是该函数在点 (x_0, y_0) 可微的 ()。

(A) 必要且非充分条件; (B) 充分但非必要条件;
(C) 充分必要条件; (D) 既非充分，也非必要条件.

3. 设 $I_1 = \iint_{D_1} (x^2 + y^2) d\sigma$ ，其中 D_1 是矩形闭区域： $-1 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 2$ ，又 $I_2 = \iint_{D_2} (x^2 + y^2) d\sigma$ ，其中 D_2 是矩形闭区域： $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$ ，利用二重积分的几何意义说明 I_1 与 I_2 之间的关系 ()。

(A) $I_1 = 3I_2$; (B) $I_1 = 2I_2$; (C) $I_1 = I_2$; (D) $I_1 = 4I_2$.

4. 下列反常积分收敛的是 ()。

(A) $\int_0^{+\infty} \cos x dx$; (B) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(2x+1)^{\frac{3}{2}}} dx$; (C) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$; (D) $\int_0^2 \frac{1}{(x-1)^2} dx$.

5. 设 Ω 由 $z = x^2 + y^2$ 与 $x^2 + y^2 + z^2 = 2 (z \geq 0)$ 围成，则三重积分 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dV$ 化为柱面坐标系下三次积分为 ()。

(A) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^2 r dr \int_{r^2}^{\sqrt{2-r^2}} (r^2 + z^2) dz$; (B) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{2}} r dr \int_{r^2}^{\sqrt{2-r^2}} (r^2 + z^2) dz$;
(C) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr \int_{r^2}^{\sqrt{2-r^2}} (r^2 + z^2) dz$; (D) $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r dr \int_{r^2}^{\sqrt{2-r^2}} 2 dz$.

6. 设直线 $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0, \end{cases}$ 平面 $\pi: 4x-2y+z=0$ ，则直线 L ()。

(A) 平行平面 π 但不在 π 上; (B) 垂直平面 π ;
(C) 在平面 π 上; (D) 与平面 π 相交但不垂直.

二、 填空题：7~12 小题，每小题 3 分，共 18 分。请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效。

7. 设 $z = \cos e^y$ ，则 $dz =$ _____.

8. 积分 $\int_0^8 dx \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{1+y^4} dy =$ _____.

9. $\int_{-\infty}^0 x e^{-x^2} dx =$ _____.

10. 由曲线 $y = x^2$, $x = y^2$ 围成图形绕 x 轴旋转一周所形成的旋转体体积为_____.

11. 已知 $f(x, y) = \ln(x^3 + xy^2)$ ，求 $f_x(1, 0) =$ _____.

12. 空间曲线 $C: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ y = z \end{cases}$ 在 xoz 平面上的投影曲线方程为_____.

三、解答题：13~19 小题，共 64 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

13. (本题满分 10 分)

求过点 $M(3, 1, -2)$ 且通过 $\frac{x-4}{5} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{1}$ 的平面方程.

14. (本题满分 10 分)

设 $z = x^3 f\left(xy, \frac{y}{x}\right)$ ， f 具有二阶连续偏导数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

15. (本题满分 10 分)

已知平面区域 $D = \left\{ (r, \theta) \mid 2 \leq r \leq 2(1 + \cos \theta), -\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2} \right\}$ ，计算二重积

$$\iint_D x dy dy.$$

16. (本题满分 10 分)

求 $u = xy^2 + yz^3$ 在 $P_0(2, -1, 1)$ 的梯度及沿 $\vec{l} = (2, 2, -1)$ 方向的方向导数.

17. (本题满分 10 分)

求函数 $z = x^2 + y^2$ 在圆域 $\{(x, y) | (x - \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{2})^2 \leq 9\}$ 上的最大值与最小值.

18. (本题满分 8 分)

求曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ 平行于平面 $x + 4y + 6z = 0$ 的切平面方程.

19. (本题满分 6 分)

计算 $\iiint_{\Omega} \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} \right)^2 dx dy dz$, 其中区域 $\Omega = \left\{ (x, y, z) \left| \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \leq 1 \right. \right\}$.