# 吉林大学

# 2012 ～ 2013学年第二学期《高等数学AII》试卷

**2013 年 6月 27日**

| 一 | 二 | 三 | 四 | 总　分 |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

| 得　分 |
|---|
| |

**一、单项选择题(共 6 道小题,每小题 3 分,满分 18 分)**

1. 曲线 $y=\sqrt{x}$ 与 $y=1, x=4$ 所围成平面图形的面积 $S=($　　$)$.

(A) $\dfrac{14}{3}$;　　(B) $\dfrac{5}{3}$;　　(C) $\dfrac{10}{3}$;　　(D) $\dfrac{16}{3}$.

2. 设直线 $L_1: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$ 与 $L_2: \begin{cases} x-y=6, \\ 2y+z=3. \end{cases}$ 则 $L_1$ 与 $L_2$ 的夹角为(　　).

(A) $\dfrac{\pi}{6}$;　　(B) $\dfrac{\pi}{4}$;　　(C) $\dfrac{\pi}{3}$;　　(D) $\dfrac{\pi}{2}$.

3. 由方程 $x^2+\dfrac{y^2}{2}+\dfrac{z^2}{3}=1$ 所表示的二次曲面为(　　).

(A) 椭球面;　(B) 椭圆锥面;　　(C) 椭圆柱面;　　(D) 椭圆抛物面.

4. $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{3xy}{x^2+y^2}=($　　$)$.

(A) $\dfrac{3}{2}$;　　(B) 0;　　(C) $\dfrac{6}{5}$;　　(D) 不存在.

5. 如果 $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 处的两个偏导数都存在,则(　　).

(A) $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 的某个邻域内有界;

(B) $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 的某个邻域内可微;

(C) $f(x,y_0)$ 在点 $x_0$ 处连续, $f(x_0,y)$ 在点 $y_0$ 处连续;

(D) $f(x,y)$ 在点 $(x_0,y_0)$ 处连续.

6. 设 $I_1=\iint\limits_D (x+y)^2\mathrm{d}\sigma, I_2=\iint\limits_D (x+y)^3\mathrm{d}\sigma$. 其中区域 $D$ 是由 $x$ 轴、$y$ 轴及直线 $x+y=1$ 所围成的闭区域.则 $I_1$ 与 $I_2$ 的大小关系为(　　).

(A) $I_1>I_2$;　(B) $I_1<I_2$;　(C) $I_1=I_2$;　(D) 根据所给条件不能确定.

| 得　分 |
| --- |
| |

**二、填空题(共 6 道小题,每小题 3 分,满分 18 分)**

1. $\displaystyle\int_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{(2-x)\sqrt{1-x}}=$______________.

2. 设向量 $\boldsymbol{a}=(3,2,\lambda),\boldsymbol{b}=(-1,4,-5)$, 且 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$, 则常数 $\lambda=$______________.

3. 在 $Oxz$ 面上的抛物线 $z^2=5x$ 绕 $x$ 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程为______________.

4. 由方程 $xy-yz+zx=\mathrm{e}^z$ 所确定的隐函数 $z=z(x,y)$ 在点 $(1,1)$ 处的全微分为______________.

5.如果曲面 $z=\dfrac{x^2}{2}+y^2$ 的切平面与平面 $2x+2y-z=0$ 平行,则切点的坐标为______________.

6. $\displaystyle\int_0^1 x^2\mathrm{d}x\int_x^1 \mathrm{e}^{-y^2}\mathrm{d}y=$______________.

| 得　分 |
| --- |
| |

**三、按要求解答下列各题(共 4 道小题,每小题 8 分,满分 32 分)**

1. 当 $k$ 为何值时,反常积分 $\displaystyle\int_2^{+\infty}\frac{\mathrm{d}x}{x(\ln x)^k}$ 收敛?

2. 设 $f,\varphi$ 是$\mathrm{C}^{(2)}$ 类函数, $z=yf\left(\frac{x}{y}\right)+x\varphi\left(\frac{y}{x}\right)$ , 求:(1) $\frac{\partial z}{\partial y}$; (2) $x\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 计算 $I=\iint\limits_{D}(xy+|x^2+y^2-2|)\mathrm{d}\sigma$, 其中区域 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 3\}$.

4. 设函数 $f(x,y,z)$ 连续,且 $f(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2}+z\iiint\limits_{\Omega}f(x,y,z)\mathrm{d}V$, 其中区域 $\Omega=\{(x,y,z)|\sqrt{x^2+y^2}\leqslant z\leqslant 1\}$, 求 $f(x,y,z)$ 的表达式.

| 得　分 |
| --- |
| |

**四、按要求解答下列各题(共 4 道小题,每小题 8 分,满分 32 分)**

1.求摆线 $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$ $(0 \leqslant t \leqslant 2\pi)$ 的全长.

2. 在曲线 $y = x^2(x \geqslant 0)$ 上某点 $A$ 处作一切线,使之与曲线及 $x$ 轴所围图形 $D$ 的面积为 $\dfrac{1}{12}$, 试求:(1) 切点 $A$ 的坐标; (2) 由上述平面图形 $D$ 绕 $x$ 轴旋转一周所形成的旋转体的体积.

3. 求函数 $f(x,y) = x^2 + y^2 - xy - 3y$ 在闭区域 $D = \{(x,y)|0 \leqslant y \leqslant 4-x, 0 \leqslant x \leqslant 4\}$ 上的最大值和最小值.

4. 设函数 $f(x,y,z) = xy^2 - xyz + z^3$. 求:(1)函数在点 $(1,1,2)$ 处的梯度;(2)在点 $(1,1,2)$ 处沿方向 $\boldsymbol{l} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 的方向导数.