课程介绍

1、力学基础知识（对应在线学堂的1,2,3,4章）

2、电磁学三章（对应在线学堂7,8,9章）

3、振动和波动（无对应）

4、光学部分：干涉，衍射，偏振（无对应）

5、近代部分：量子物理（无对应）

力学部分知识点总结

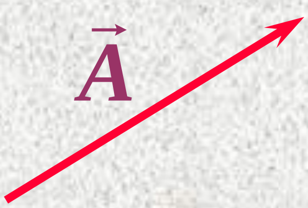
预备知识：矢量及其运算法则

矢量的概念

矢量的概念起源于对运动和力的研究，物理量有矢量和标量之分。

质量、温度、能量——标量

力、速度、加速度——矢量（既有大小又有方向）



- 大小为矢量的模，记为$|\vec{A}|$　　$\vec{A}=|\vec{A}|\vec{e}_A$　　$\vec{e}_A=\dfrac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$
- 大小为零的矢量称为零矢量
- 大小为1的矢量叫做单位矢量($\vec{e}$)，用来表示空间的方向

矢量的性质

①只有大小相等且方向相同的两个矢量才相等；

②若大小相等、方向相反，则互称负矢量；

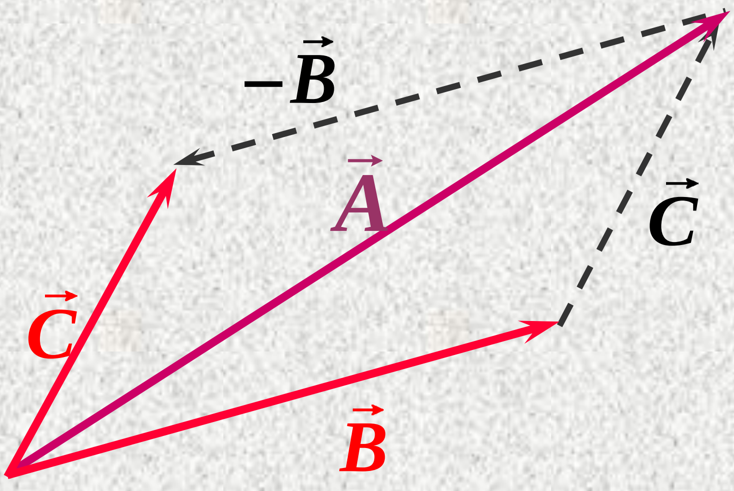
③将一矢量平移后，矢量的大小和方向不变，

矢量的运算

矢量的加减法：$\vec{A}=\vec{B}+\vec{C}$

(平行四边形或三角形)

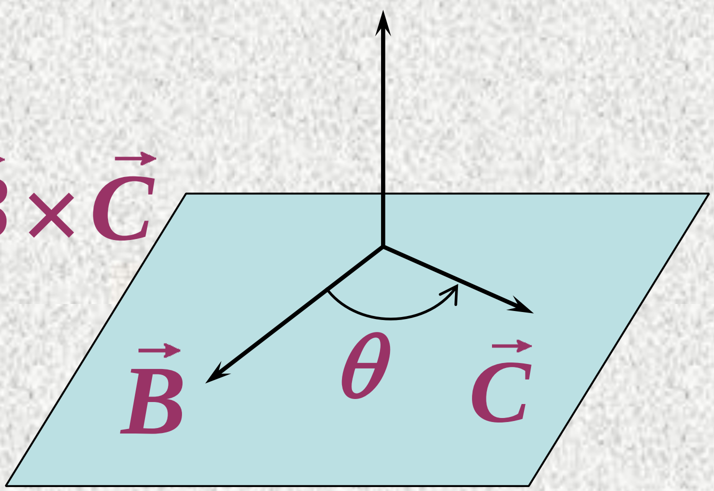
$\vec{C}=\vec{A}-\vec{B}=\vec{A}+(-\vec{B})$



问题：如何计算多个矢量相加？

矢量的乘法：

（1）矢量积（叉乘）$\vec{A}=\vec{B}\times\vec{C}$



大小： $\left|\vec{A}\right|=BC\sin\theta$

方向:右手螺旋

（2）矢量的标积（点乘）

大小：$A=\vec{B}\cdot\vec{C}=B\cos\varphi\cdot C=BC\cos\theta$

直角坐标系

$$\vec{A}\bullet\vec{B}=(A_x\vec{i}+A_y\vec{j}+A_z\vec{k})\bullet(B_x\vec{i}+B_y\vec{j}+B_z\vec{k})$$

1.1 描述机械运动的基本物理量

1.1.1 质点、参考系与坐标系

一、质点

定义：具有一定质量，而大小、形状可忽略不计的物体.

说明： 1º 是一个理想模型。

2º 是一个相对概念，依运动形式而定。

3º 质点规律是研究物体复杂运动的基础。

二、参考系与坐标系

被选作参考的物体

参考系的数学抽象

选取任意性! 描述的相对性！ 常用直角坐标系！

1.1.2 描述质点运动的线量

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$$

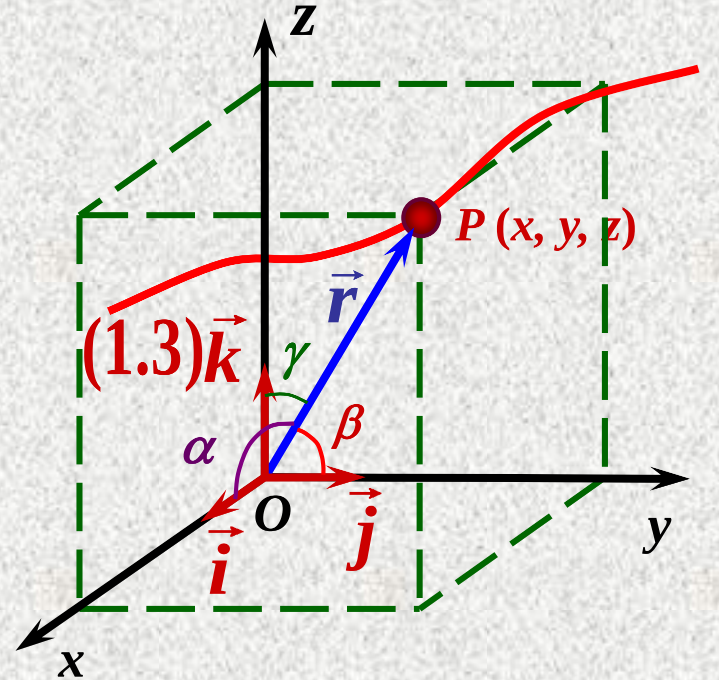
一、位置矢量及运动方程

定义： 由坐标原点指向质点所在位置的矢量。

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \qquad (1.1)$$

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (1.2)$$

$$\cos\alpha = x/r, \quad \cos\beta = y/r, \quad \cos\gamma = z/r \qquad (1.3)$$



$$\vec{r} = \vec{r}(t) \Leftrightarrow \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \qquad (1.4)$$

运动方程

轨道方程： $f(x, y, z) = C$

二、位移矢量

定义：初位置$\xrightarrow{\text{指向}}$末位置的矢量。

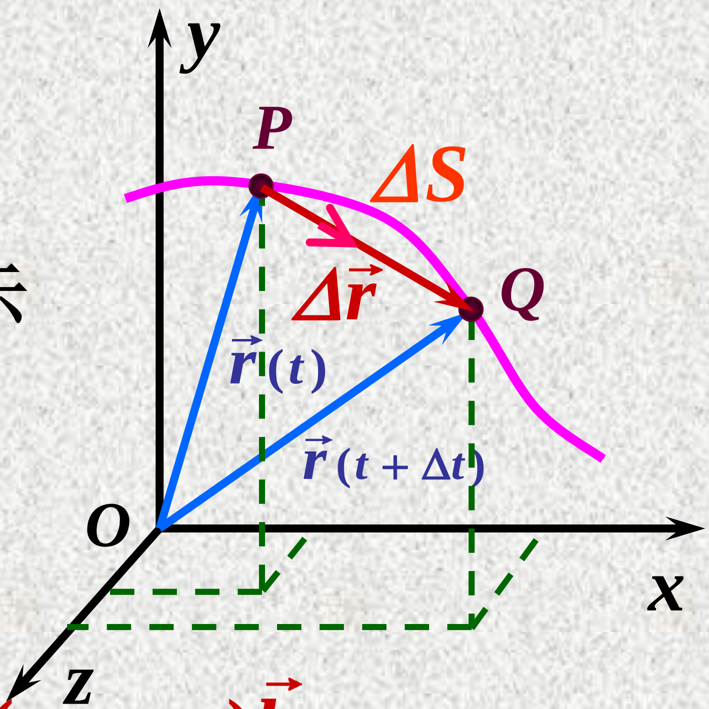
称为Δt内的位移矢量~$\Delta\vec{r}$表示

$$\vec{r}(t)=x_1\vec{i}+y_1\vec{j}+z_1\vec{k}$$

$$\vec{r}(t+\Delta t)=x_2\vec{i}+y_2\vec{j}+z_2\vec{k}$$

得 $$\Delta\vec{r}=(x_2-x_1)\vec{i}+(y_2-y_1)\vec{j}+(z_2-z_1)\vec{k}$$

$$=\Delta x\vec{i}+\Delta y\vec{j}+\Delta z\vec{k} \qquad (1.5)$$



大小 $$|\Delta\vec{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2}$$

方向 $$\cos\alpha'=\frac{\Delta x}{|\Delta\vec{r}|},\cos\beta'=\frac{\Delta y}{|\Delta\vec{r}|},\cos\gamma'=\frac{\Delta z}{|\Delta\vec{r}|}$$

三、速度矢量

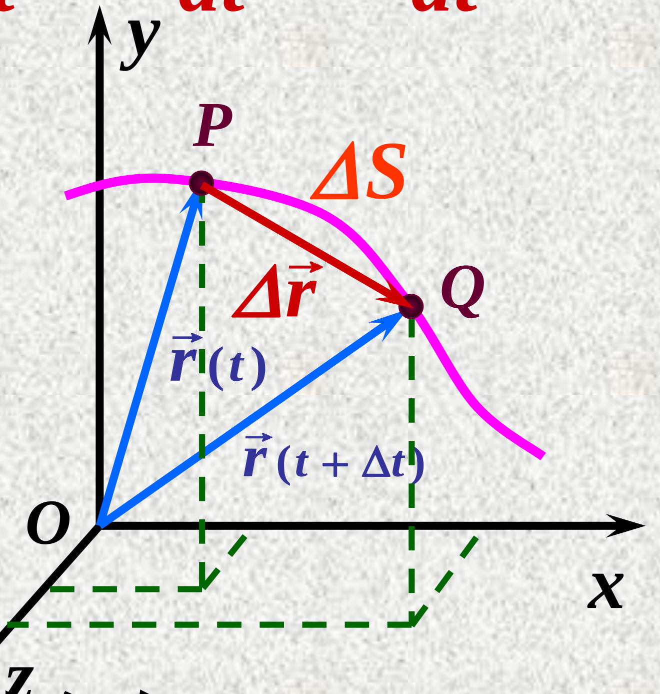
平均速度 $\vec{\upsilon} = \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ (1.6)

瞬时速度 $\vec{\upsilon} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ (1.7)

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}) = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$= \upsilon_x \vec{i} + \upsilon_y \vec{j} + \upsilon_z \vec{k} \qquad (1.8)$$

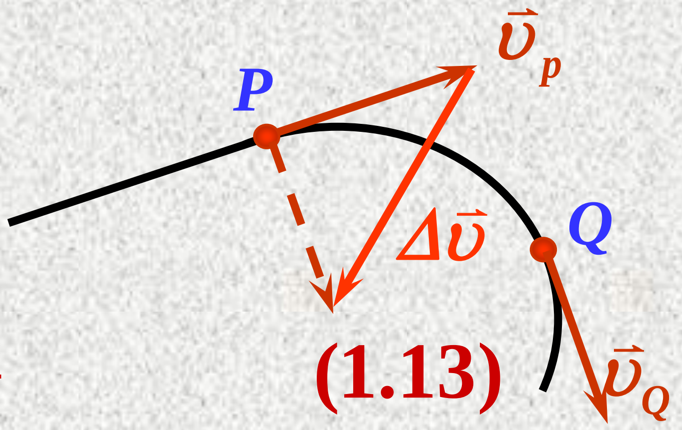
$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt}, \quad \upsilon_y = \frac{dy}{dt}, \quad \upsilon_z = \frac{dz}{dt}\vec{k}$$



大小: $|\vec{\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2}$ (1.10)

方向：轨道的切线且指向质点的运动方向

四、加速度矢量



平均加速度 $\bar{\vec{a}} = \dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$ (1.12)

瞬时加速度 $\vec{a} = \lim\limits_{\Delta t\to 0}\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \dfrac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ (1.13)

直角坐标系中

$$\vec{a} = \frac{d\upsilon_x}{dt}\vec{i} + \frac{d\upsilon_y}{dt}\vec{j} + \frac{d\upsilon_z}{dt}\vec{k} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

$$= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

大小: $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$

方向: 直线运动: $\vec{a} // \vec{\upsilon}$

同向——加速运动

反向——减速运动

曲线运动: 指向轨道的凹面

曲线运动时常用切向加速度和法向加速度描述

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n = \frac{d\upsilon_\tau}{dt}\vec{\tau} + \frac{\upsilon^2}{\rho}\vec{n}$$

切向加速度　　法向加速度

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \qquad (1.21a)$$

物理意义： 切向加速度反映了速度大小的变化，法向加速度反映了速度方向的变化。

强调： $\vec{r}$、$\vec{\upsilon}$、$\vec{a}$均具有矢量性、瞬时性、相对性。

[例1.2] 一质点从原点由静止出发，它的加速度在x轴和y轴上的分量分别为$a_x=2$和$a_y=3t$ (SI),试求t=4s时质点速度的大小和位移矢量。

$$a_x=\frac{d\upsilon_x}{dt}=2 \qquad a_y=\frac{d\upsilon_y}{dt}=3t$$

$$d\upsilon_x=2dt \qquad d\upsilon_y=3tdt$$

$$\int_0^{\upsilon_x}d\upsilon_x=\int_0^t 2dt \qquad \int_0^{\upsilon_y}d\upsilon_y=\int_0^t 3tdt$$

$$\upsilon_x=2t \qquad \upsilon_y=\frac{3}{2}t^2$$

当t=4s时，$\upsilon=\sqrt{\upsilon_x^2+\upsilon_y^2}=\sqrt{10}\text{m/s}$

[例1.2] 一质点从原点由静止出发，它的加速度在x轴和y轴上的分量分别为a_x=2和a_y=3t (SI),试求t=4s时质点速度的大小和位移矢量。

$$\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = 2t \qquad \upsilon_y = \frac{dy}{dt} = \frac{3}{2}t^2$$

$$dx = 2tdt \qquad dy = \frac{3}{2}t^2 dt$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t 2tdt \qquad \int_0^y dy = \int_0^t \frac{3}{2}t^2 dt$$

$$x = t^2 \qquad y = \frac{1}{2}t^3$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = t^2\vec{i} + \frac{1}{2}t^3\vec{j} \qquad \vec{r}\Big|_{t=4} = 16\vec{i} + 32\vec{j}$$

1.2 质点运动的基本定律

1.2.1 牛顿运动定律

一、牛顿运动定律的内容

第一定律：$\vec{F}=0$时，$\vec{\upsilon}=$恒矢量

第二定律：$\vec{F}=m\vec{a}=m\dfrac{d\vec{\upsilon}}{dt} \Longrightarrow \vec{F}=\dfrac{d(m\vec{\upsilon})}{dt}=\dfrac{d\vec{p}}{dt}$

第三定律：$\vec{F}_{12}=-\vec{F}_{21}$

矢量性：

直角坐标系

$$\begin{cases} F_x=ma_x=m\dfrac{d\upsilon_x}{dt} \\ F_y=ma_y=m\dfrac{d\upsilon_y}{dt} \\ F_z=ma_z=m\dfrac{d\upsilon_z}{dt} \end{cases}$$

自然坐标系

$$\begin{cases} F_\tau=ma_\tau=m\dfrac{d\upsilon}{dt} \\ F_n=ma_n=m\dfrac{\upsilon^2}{\rho} \end{cases}$$

瞬时性：$\vec{F}\leftrightarrow\vec{a}\leftrightarrow\vec{r}$

[例1.5] 一个质量为m的物体，在有粘性的流体中运动，受到的阻力与速度大小成正比，方向相反，即$f=-\beta\upsilon$，式中β为常数。若物体只受阻力作用，当 $t=0$ 时，物体以初速度υ_0开始在流体中运动，试求物体的速度方程。

解 以物体为研究对象，其受力$f=-\beta\upsilon$。根据牛顿第二定律，则有

$$-\beta\upsilon = m\frac{d\upsilon}{dt}$$

即 $\dfrac{d\upsilon}{\upsilon}=-\dfrac{\beta}{m}dt$ 两边积分 $\displaystyle\int_{\upsilon_0}^{\upsilon}\frac{d\upsilon}{\upsilon}=\int_0^t-\frac{\beta}{m}dt$

整理后得出 $\upsilon=\upsilon_0 e^{-\frac{\beta}{m}t}$

速度随时间增加而减小，减小的快慢取决于m和β的大小。

1.2.2 动量定理

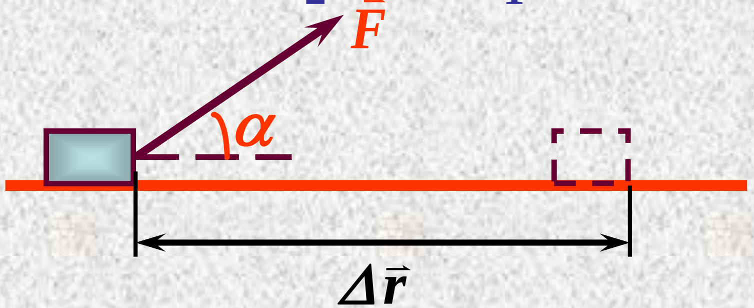
$$\vec{F}=m\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=\frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt}=\frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F}dt=d\vec{p}=d(m\vec{\upsilon})$$

$$\vec{I}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt=\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2}m\mathrm{d}\vec{\upsilon}=m\vec{\upsilon}_2-m\vec{\upsilon}_1$$

1.2.3 功 动能定理

- 恒力的功 $A=F\cos\alpha|\Delta\vec{r}|=\vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$



- 变力的功

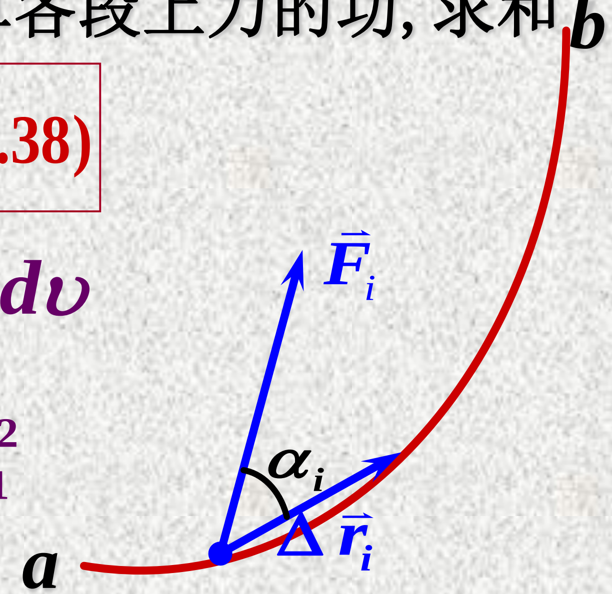
方法：曲线分段、以直代曲、视力不变. 计算各段上力的功, 求和

$$A\approx\sum\vec{F}_i\cdot\Delta\vec{r}_i$$

$$\boxed{A=\int_a^b\vec{F}\cdot d\vec{r}\qquad(2.38)}$$

$$dA=\vec{F}\cdot d\vec{r}=F_\tau ds=m\frac{d\upsilon}{dt}ds=m\upsilon d\upsilon$$

$$A=\int_a^b\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_{\upsilon_1}^{\upsilon_2}m\upsilon d\upsilon=\frac{1}{2}m\upsilon_2^2-\frac{1}{2}m\upsilon_1^2$$



保守力的功　　势能

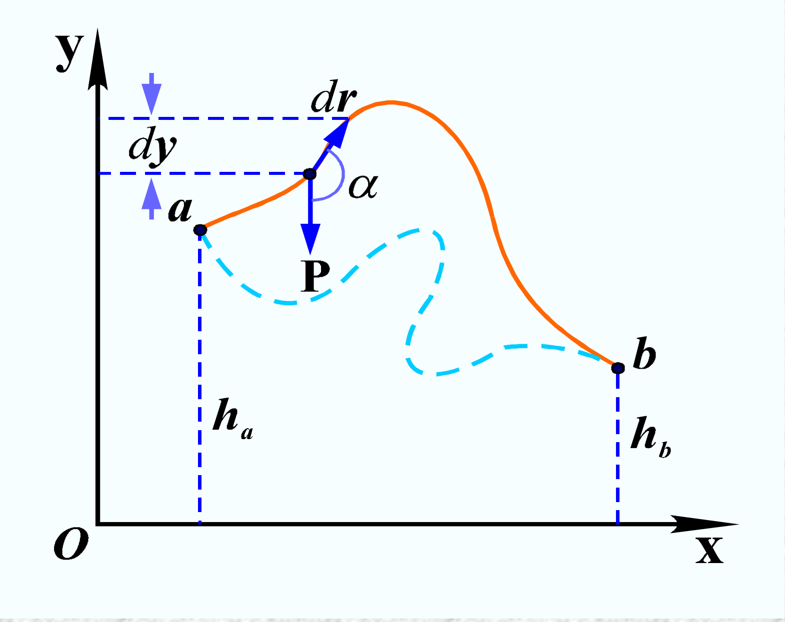
一、保守力的功

1. 重力的功

$$dA = F_x dx + F_y dy = -mgdy$$

$$A = \int_{h_a}^{h_b} -mgdy = -(mgh_b - mgh_a)$$

特点：与始末位置相关，
与路径无关。

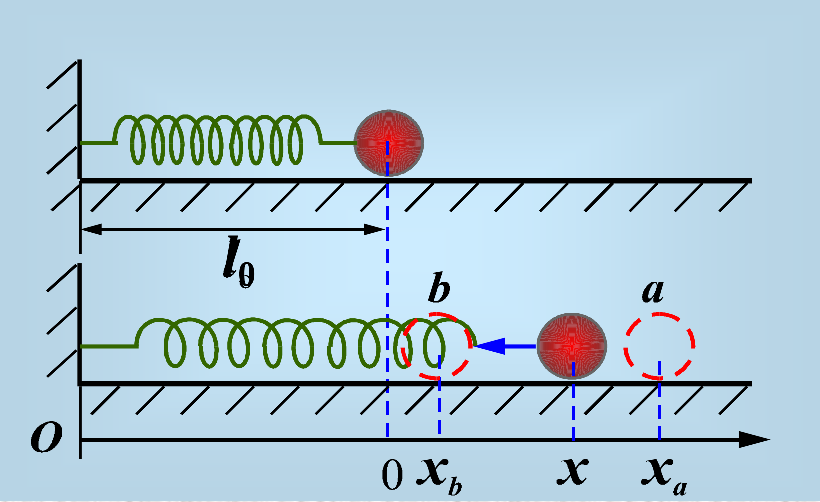


2. 弹性力的功

$$A = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_{x_a}^{x_b} -kxdx$$

$$= -\left(\frac{1}{2}kx_b^2 - \frac{1}{2}kx_a^2\right)$$

特点：与始末位置相关，
与路径无关。



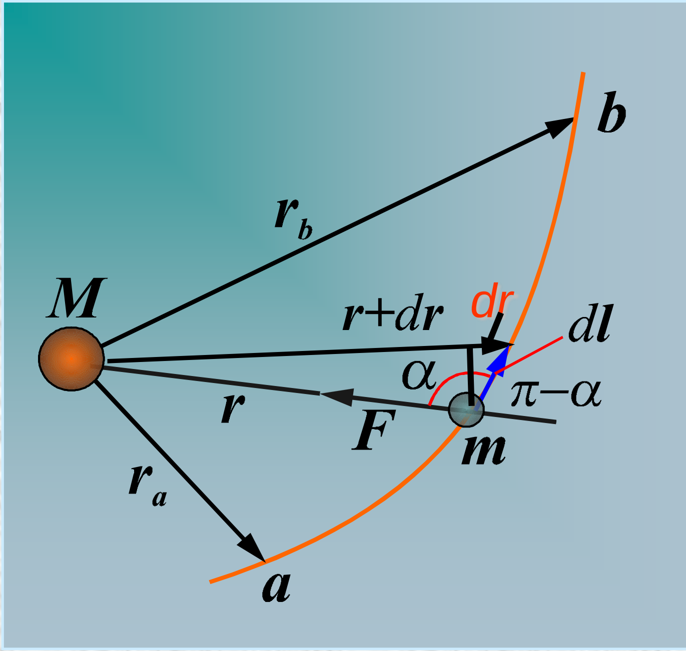
3. 万有引力的功

$$F = G\frac{mM}{r^2} \qquad \mathrm{d}A = F\cos\alpha\,\mathrm{d}l$$

$$\mathrm{d}r = \mathrm{d}l\cos(\pi-\alpha) = -\mathrm{d}l\cos\alpha$$

$$\mathrm{d}A = -G\frac{mM}{r^2}\cdot\mathrm{d}r$$

$$A = -\int_{r_a}^{r_b} G\frac{mM}{r^2}\mathrm{d}r = -\left[\left(-G\frac{mM}{r_b}\right)-\left(-G\frac{mM}{r_a}\right)\right]$$



保守力：做功与路径无关，只与始末位置有关。

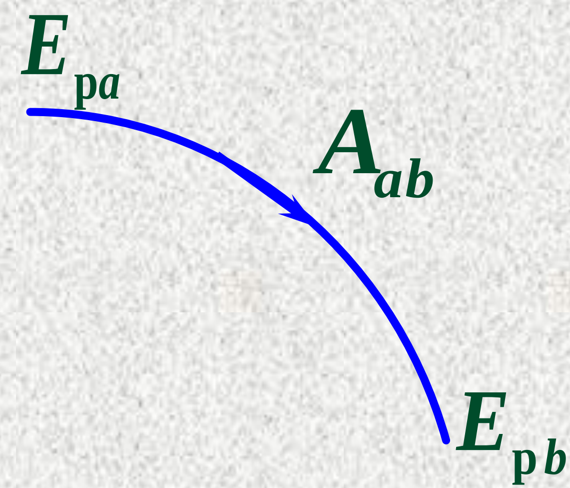
分子间的相互作用力、静电力也是保守力。

$$A_{保} = \oint_l \vec{F}_{保}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = 0 \qquad (2.46)$$

保守力沿任意闭合路径一周所做的功恒为零。

返回

二、势 能



$$A_{重} = -(mgh_b - mgh_a)$$

$$A_{弹} = -(\frac{1}{2}kx_b^2 - \frac{1}{2}kx_a^2)$$

$$A_{引} = -[-G\frac{mM}{r_b} - (-G\frac{mM}{r_a})]$$

$$A_{ab} = -(E_{pb} - E_{pa}) = -\Delta E_p \rightarrow A_{保} = -\Delta E_p$$

三种势能：

重力势能 $E_P = mgh$

弹性势能 $E_P = \frac{1}{2}kx^2$

引力势能 $E_P = -G\frac{mM}{r_b}$

- 势能只对保守力引入，势能属于系统。
- 势能是相对位置函数，具有相对意义，与零点选取有关。
- 势能差具有绝对意义。

1.1.3 刚体

定义:在外力作用下保持其大小形状不变的物体.

说明:

1° 理想模型。其形变可以忽略不计时，就可视其为刚体.

2° 刚体的运动可分为平动和转动。

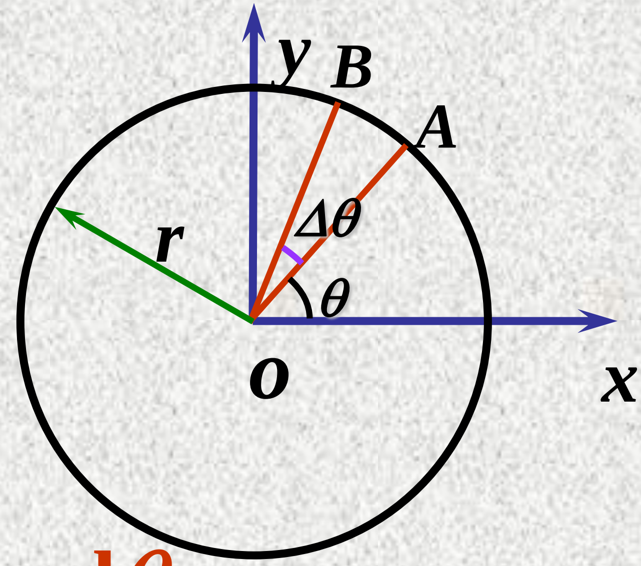
平动：其上各质点的运动特征相同，可视为质点模型。

转动：其上每一点都同时绕轴作圆周运动。

定轴转动——转轴始终不动的转动。

特点：角量描述的一致性。

1.1.4 描述刚体运动的角量



一、角位置 角位移

角位置θ: $\vec{r}$与Ox轴间的夹角。

角位移$\Delta\theta$： θ的增量，即$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$

二、角速度

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \qquad \omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

三、角加速度

$$\overline{\beta} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad \beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}$$

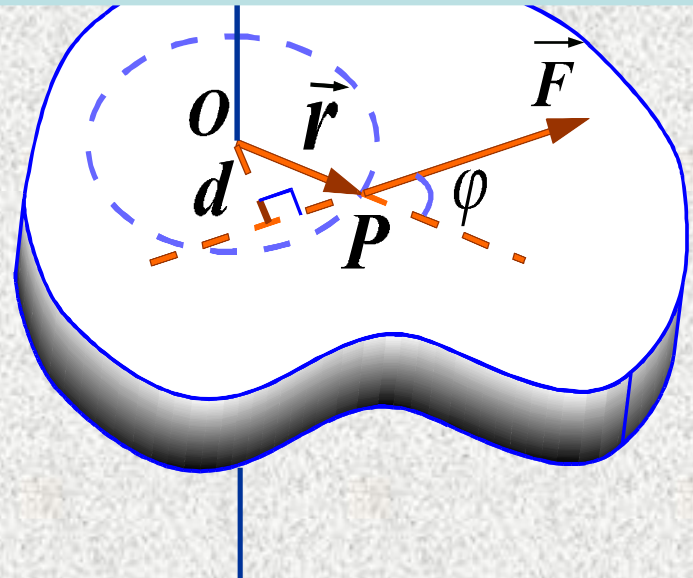
强调：角量的单位依次为弧度(rad—可略)、秒$^{-1}$、秒$^{-2}$；而瞬时量ω、β均为矢量，如图所示。

加速转动时，ω、β同向；减速转动时则反向。

1.3 刚体定轴转动的基本定律

力对轴的力矩

这时 $\vec{r}$ 和 $\vec{F}$ 在垂轴平面内，有



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

大小： $M = Fd = Fr\sin\varphi$

方向： 力矩沿着转轴方向，用正、负反映方向。

分析思考问题？

❶F不在垂轴平面内，分解平行和垂直转轴分力，只有垂直分力能使刚体转动。

❷不为零外力F的力矩是零的条件是：

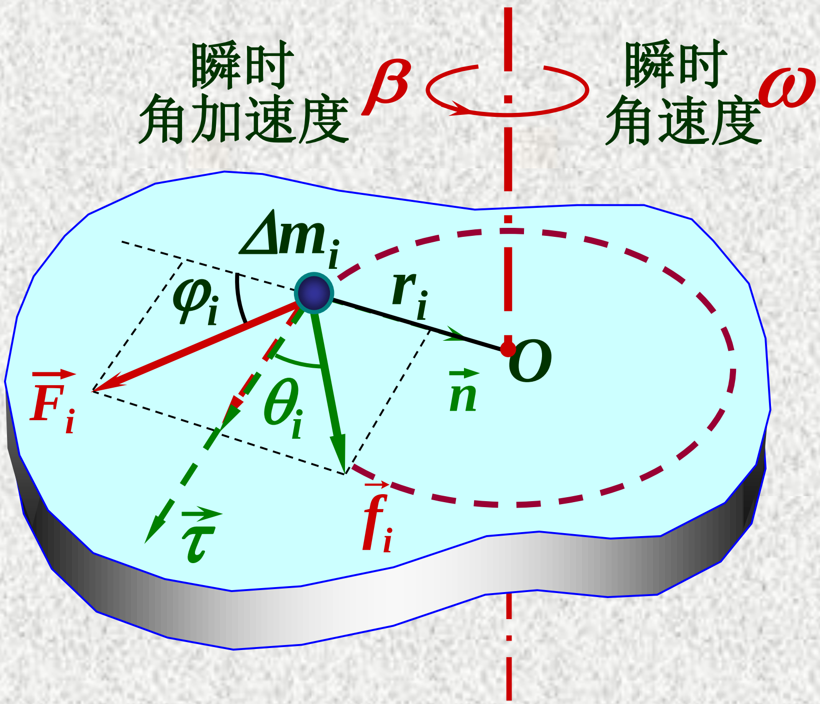
$r = 0$或 $\phi=0$ （力的作用线通过转轴）

1.3 刚体定轴转动的基本定律

微分思想：刚体→质元→遵从质点规律；

积分思想：对质元规律求和→刚体转动的规律。

1.3.1 刚体定轴转动定律



刚体定轴转动——任意质元——作圆周运动，所受的合外力和合内力分别为 $\vec{F}_i$、$\vec{f}_i$ 有

$$F_{it} + f_{it} = \Delta m_i a_{it} = \Delta m_i r_i \beta$$

同乘 r_i，并对所有质元求和

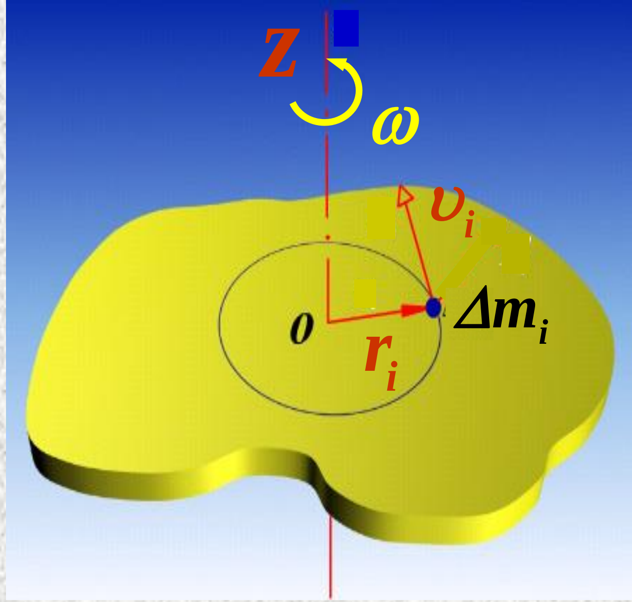
$$\underbrace{\sum_i r_i F_{it}}_{M_{外}} + \underbrace{\sum_i r_i f_{it}}_{0} = [\underbrace{\sum_i \Delta m_i r_i^2}_{J}]\beta$$

$M = J\beta$ ~刚体定轴转动定律

一、转动动能

刚体转动动能就是刚体上所有质元做圆周运动的动能之和。

$$E_k=\sum_i\frac{1}{2}\Delta m_i\upsilon_i^2=\sum_i\frac{1}{2}\Delta m_i(\omega r_i)^2=\frac{1}{2}J\omega^2$$

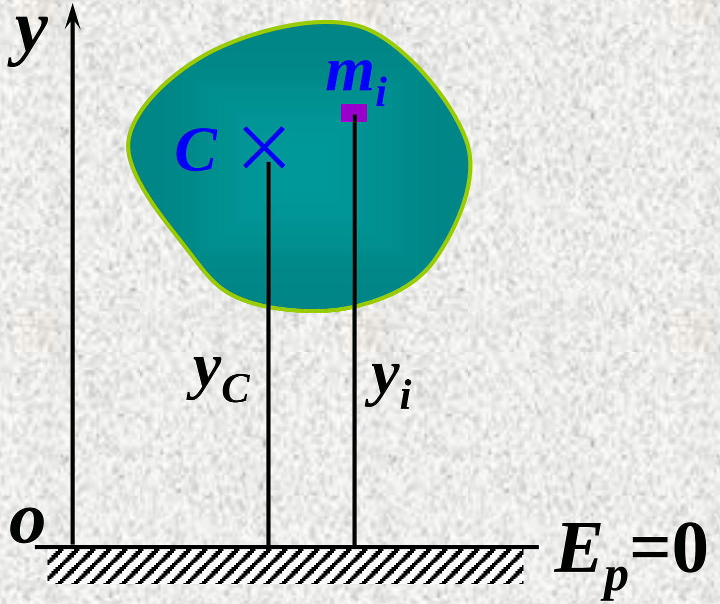


二、刚体的重力势能

对于一个不太大的质量为m的物体，它的重力势能应是组成刚体的各个质点的重力势能之和。

$$E_{pi}=m_igh_i=m_igy_i$$

$$E_p=\sum m_igy_i=mg\frac{\sum m_iy_i}{m}=mgy_C$$

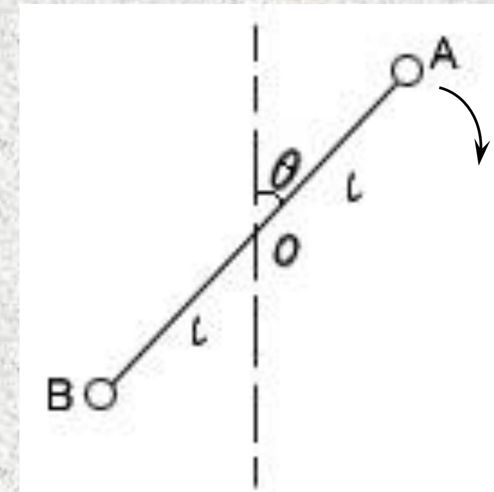


刚体重力势能等于质量集中在质心时的重力势能。

三、转动惯量

$$J=\sum_i \Delta m_i r_i^2 \text{ — 转动惯量（转动惯性的量度）}$$

$$=\Delta m_1 r_1^2+\Delta m_2 r_2^2+\Delta m_3 r_3^2+\cdots$$

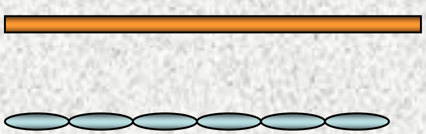


离散分布: $J=\sum_i \Delta m_i r_i^2$

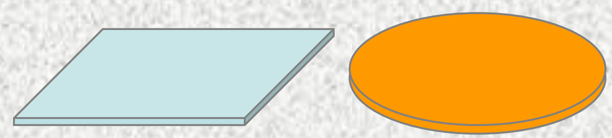
连续分布: $J=\int_m r^2 dm$

$$dm=\begin{cases}\rho dV & \text{体分布}\\ \sigma ds & \text{面分布}\\ \lambda dl & \text{线分布}\end{cases}$$

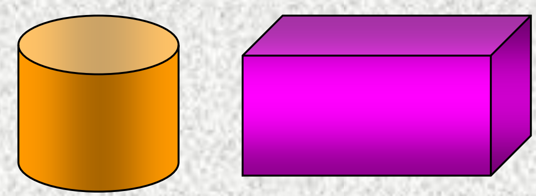
$$J=m_A(l\sin\theta)^2+m_B(l\sin\theta)^2$$



线分布



面分布



体分布