

保密★启用前

2017-2018 学年第二学期期末考试

《高等数学 A II》

考生注意事项

- 1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生**教学号**和考生姓名；在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生**教学号**，并涂写考生**教学号**信息点。
- 2. 选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题册上答题无效。
- 3. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
- 4. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生教学号								
考生姓名								

一、选择题：1~6 小题，每小题 3 分，共 18 分。下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。请将答案涂写在答题卡上。

1. 曲线 $y = \frac{1}{x}$, $y = x$ 及 $x = 2$ 所围成的图形面积为 S ，则 $S =$ ()。

(A) $\int_1^2 \left(\frac{1}{x} - x \right) dx$

(B) $\int_1^2 \left(x - \frac{1}{x} \right) dx$

(C) $\int_1^2 \left(2 - \frac{1}{y} \right) dy + \int_1^2 (2 - y) dy$

(D) $\int_1^2 \left(2 - \frac{1}{x} \right) dx + \int_1^2 (2 - x) dx$

2. 如果反常积分 $\int_1^{+\infty} x^p (e^{-\cos \frac{1}{x}} - e^{-1}) dx$ 收敛，则常数 p 的取值范围是 ()。

(A) $p \in (-\infty, 2)$

(B) $p \in (-\infty, 1)$

(C) $p \in (-1, +\infty)$

(D) $p \in (1, +\infty)$

3. 母线平行于 x 轴且通过曲线 $\begin{cases} 2x^2 + y^2 + z^2 = 16, \\ x^2 - y^2 + z^2 = 0 \end{cases}$ 的柱面方程是 ()。

(A) 椭圆柱面 $3x^2 + 2z^2 = 16$

(B) 椭圆柱面 $x^2 + 2y^2 = 16$

(C) 双曲柱面 $3y^2 - z^2 = 16$

(D) 抛物柱面 $3y^2 - z = 16$

4. 设函数 $f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0), \end{cases}$ 则函数 $f(x, y)$

在点 $(0, 0)$ 处 ()。

(A) 连续，且偏导数存在

(B) 连续，但偏导数不存在

(C) 不连续，但偏导数存在

(D) 不连续，且偏导数不存在

5. 函数 $z = x^2 - y^2 + 2y + 7$ ()。

(A) 没有驻点，也没有极值点

(B) 有驻点，也有极值点

(C) 有驻点，但没有极值点

(D) 没有驻点，但有极值点

6. 过点 $(1,0,0)$ 与 $(0,1,0)$, 且与曲面 $z = x^2 + y^2$ 相切的平面方程为().

(A) $z = 0$ 与 $x + y - z = 1$

(B) $z = 0$ 与 $2x + 2y - z = 2$

(C) $y = x$ 与 $x + y - z = 1$

(D) $y = x$ 与 $2x + 2y - z = 2$

二、填空题: 7~12 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

7. 曲线 $y = \ln(1-x^2)$ 上相应于 $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 的一段弧的长度等于_____.

8. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ 则 $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx =$ _____.

9. 如果向量 $\mathbf{a} = (2, -3, 5)$ 与 $\mathbf{b} = (3, m, -2)$ 互相垂直, 则常数 $m =$ _____.

10. Oyz 面上的曲线 $f(y, z) = 0$ 绕 z 轴旋转所生成的旋转曲面方程为_____.

11. 设 $z = f(x+y, xy)$, 其中 f 是 $C^{(1)}$ 类函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

12. 函数 $u = x^2 + y^2 - xyz$ 在点 $(1, 1, 1)$ 处的方向导数的最大值是_____.

三、解答题: 13~19 小题, 共 64 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (本题满分 10 分)

计算 $I = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} \frac{ye^y}{1-\sqrt{y}} dy$.

14. (本题满分 10 分)

求过点 $(0, 2, 4)$ 且与平面 $x + 2z = 1$ 及 $y - 3z = 2$ 都平行的直线的对称式方程和参数方程.

15. (本题满分 10 分)

已知函数 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x = z \cdot e^{y+z}$ 所确定的隐函数, 求 $dz|_{(e,0)}$ 和

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \Big|_{(e,0)}.$$

16. (本题满分 10 分)

计算 $\iiint_{\Omega} \sqrt{x^2 + y^2} dV$, 其中 Ω 是由 $x^2 + y^2 = z^2$ 和 $z=1$ 所围成的闭区域.

17. (本题满分 8 分)

求圆域 $x^2 + (y-5)^2 \leq 16$ 绕 x 轴旋转一周所生成的旋转体的体积.

18. (本题满分 8 分)

利用 Lagrange 乘数法求函数

$$f(x, y) = 2x - y + 1$$

满足约束条件 $x^2 + y^2 = 5$ 下的最大值和最小值.

19. (本题满分 8 分)

设连续函数 $f(x)$ 满足

$$f(x) = x^2 + x \int_0^{x^2} f(x^2 - t) dt + \iint_D f(xy) dx dy,$$

其中区域 D 是以 $(-1, -1)$, $(1, -1)$, $(1, 1)$ 为顶点的三角形区域, 且 $f(1) = 0$,

求 $\int_0^1 f(x) dx$.