

## Sommario

<b>Introduzione.....</b>	<b>3</b>
<b>Il target benefit plan .....</b>	<b>4</b>
Definizione .....	4
La situazione attuale dei target benefit plans in Canada .....	5
<b>Modelli stocastici di mortalità .....</b>	<b>6</b>
Analisi di sopravvivenza .....	6
Modello di Lee-Carter .....	6
Il modello CBD .....	9
Modello RH.....	10
Il modello APC .....	12
Il modello M7 .....	16
Modello PLAT .....	18
Valutazione della bontà di adattamento .....	20
<b>Applicazione finanziaria .....</b>	<b>20</b>
Azioni e obbligazioni canadesi .....	21
Premio unitario su Canada, Ontario e Alberta .....	23
Bilancio tecnico Canada.....	23
Bilancio tecnico Alberta.....	25
Bilancio tecnico Ontario .....	27
Attività e passività Ontario, grafici evoluzione del bilancio .....	29
Lifecontingencies .....	29
Tavola attuariale Canada, coorte di nascita anno 1950. ....	30
Bilancio fondo pensione Canada .....	32
Tavola attuariale provincia Alberta .....	35
Bilancio fondo pensione Alberta .....	37
Tavola attuariale Ontario .....	40
Bilancio fondo pensione Ontario .....	42
Conclusioni .....	45

## **Introduzione**

L'obiettivo principale di questo lavoro è applicare il piano pensionistico "target benefit" alla popolazione canadese analizzandone le principali caratteristiche e valutando attività e passività dei fondi pensionistici.

Nella prima parte verranno utilizzate le principali funzioni di fitting del pacchetto StMoMo, applicando i vari modelli di mortalità alla popolazione canadese, scegliendo poi il miglior adattamento per procedere alla proiezione dei tassi di mortalità ricavando le probabilità di vita per poter formare il piano target benefit. Inoltre, verrà rilevata un'analisi anche sulla seconda provincia del Paese che ha legalmente implementato questa tipologia di contratto (Alberta) contro la provincia di Ontario, che non ha una legislazione riguardo il target benefit plan in modo da avere un ulteriore riscontro e un miglior risultato finale.

Nella seconda parte verrà effettuata l'applicazione finanziaria con l'ausilio del modello selezionato in precedenza per il Paese e le tre province scelte.

La popolazione di riferimento per le proiezioni di mortalità è quella canadese in età pensionistica, dai 55 anni fino ai 100 anni. Quella per il calcolo delle tavole attuariali si basa su un range di età 0:100.

## **Il target benefit plan**

### **Definizione**

I piani target benefit contengono elementi dei piani pensionistici “defined benefit” (DB) e “defined contribution benefit” (DC). Come i DC, i target benefit plans hanno tassi di contribuzione fissa che porteranno dei costi certi ai datori di lavoro, mentre come i DB, i target benefit plans provvedono a prestazioni pensionistiche obiettivo basate su una formula pensionistica, che permette ai membri del fondo di predire con una certa accuratezza la loro rendita attesa durante il pensionamento. A differenza dei defined benefit, i benefici del target benefit plan sono variabili piuttosto che garantiti. Infatti, l’indennità può aumentare o diminuire, in base agli aggiustamenti per rimettere in bilancio il fondo. Questa possibilità permette di mantenere i contributi del datore di lavoro stabili.

Infine, nei DC plans ogni membro deve determinare quanto risparmiare per il suo pensionamento, cioè se un membro vive di più di quello che aveva risparmiato, c’è il rischio che non riceva più nessuna indennità, se invece muore prima di quando anticipato, ha risparmiato più di quello che poi avrebbe effettivamente percepito. Invece i target benefit plans, come anche i defined benefit, il rischio di longevità è diviso tra i membri, infatti alcuni membri del piano vivranno più di quanto anticipato, altri meno, ma i pagamenti continuano mensilmente per tutta la vita di ogni membro. Sostanzialmente i membri del piano condividono il rischio.

## **La situazione attuale dei target benefit plans in Canada**

Questa tipologia contrattuale non è nuova in Canada. La legislazione canadese ha permesso, per un certo periodo, targeted benefits per piani pensionistici con più datori di lavoro (“MEPPs”).

New Brunswick è stata la prima provincia a regolamentare un framework pensionistico simile al TBP, chiamato shared risk plan, nel 2012. Dopo tale introduzione buona parte dei contratti pensionistici è stata convertita dal defined benefit plan al TBP.

Nel 2014 Alberta divenne la seconda giurisdizione provinciale a implementare il regime TBP. Poco dopo, verrà seguita dalla Columbia Britannica. I regimi TBP nelle due province hanno regole simili riguardo amministrazione e management del rischio differendo solo per la legislazione della Columbia Britannica, che permette di convertire le indennità accumulate solo in determinate circostanze, a differenza della legislazione della provincia di Alberta.

Altre province come Ontario e Quebec hanno limitato i target benefit solo ad alcune circostanze, sebbene non ci siano regolamentazioni ufficialmente pubblicate a riguardo.

## Modelli stocastici di mortalità

### Analisi di sopravvivenza

Verranno utilizzati i sei modelli principali proposti dal pacchetto “*StMoMo*” per il fitting sulla popolazione, range di età 55:100, anni di riferimento 1960:2016, prima totale del Canada, poi singola per ognuna delle tre province, in modo da individuare il modello che più si adatta alla popolazione e farne una migliore proiezione di mortalità.

### Modello di Lee-Carter

Introdotta da Ronald Lee e Lawrence Carter nel 1992, rappresenta con successo l'evoluzione della mortalità in funzione dell'età,  $x$  e del tempo,  $t$ . Partendo dalla matrice dei tassi di mortalità si ottiene una matrice che contiene le previsioni dei tassi di mortalità in relazione all'intervallo temporale scelto e alle variazioni d'età.

Il rapporto tra il numero di morti e la media della numerosità della popolazione ci dà il tasso di mortalità centrato, che non è altro che la probabilità di decesso:

$$m_{x,t} = \frac{D(x,t)}{E(x,t)}$$

- $m_{x,t}$  è il tasso di mortalità centrato nell'anno  $t$  in età  $x$ .
- $D(x,t)$  numero di decessi nell'anno  $t$  all'età  $x$ .
- $E(x,t)$  numerosità media della popolazione all'età  $x$  nell'anno  $t$ .

L'aspettativa di vita di una persona in età  $x$  tende ad aumentare nel tempo ad una velocità via via minore, rappresentato da:

$$\ln(m_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{x,t}$$

cioè la media del logaritmo del tasso centrato di mortalità calcolato per il periodo interessato.

- $\alpha_x$  è un indice di sensitività ed indica le variazioni nel tempo del logaritmo del tasso centrato di mortalità.
- $\beta_x$  è un indice di mortalità che indica l'evoluzione temporale della mortalità contemporaneamente a tutte le età.
- $\varepsilon_{x,t}$  è l'errore accidentale

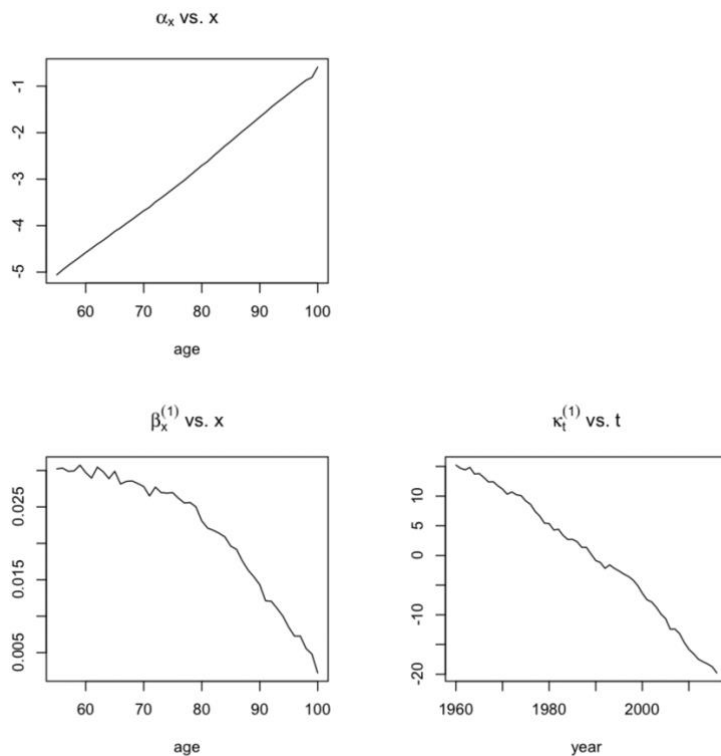
La stima dei parametri avviene tramite la singular value decomposition (SVD), assumendo che gli errori siano omoschedastici. Si impongono inoltre le seguenti condizioni per ottenere un'unica soluzione:

$$\sum \beta_x = 1$$

$$\sum k_t = 0$$

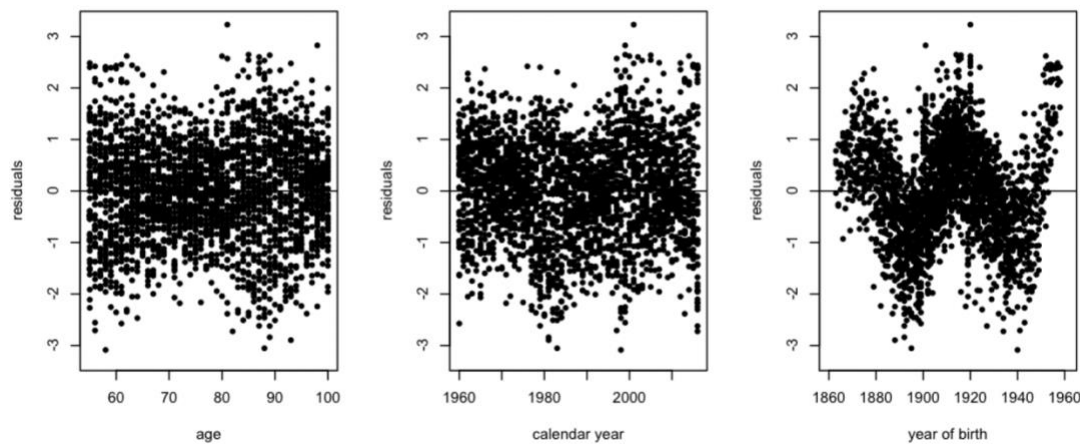
Si effettua così il fitting sulla popolazione totale canadese.

**Figura 1: grafico dei parametri del fitting tramite modello di Lee-Carter.**

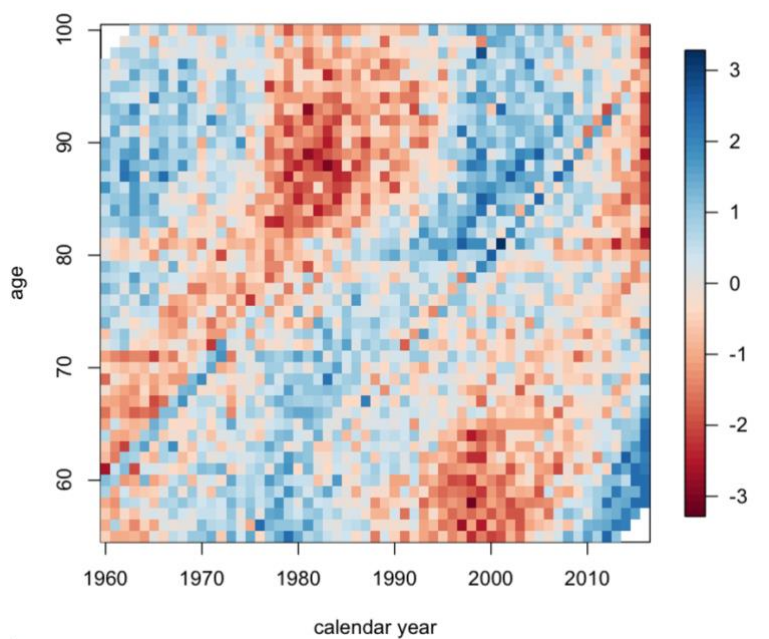


**Figura 2: analisi dei residui: a) scatter plot, b) colour map**

**a)**



**b)**



Dalla figura 2a possiamo notare che in base ai residui, il grafico a destra ci mostra che il modello di Lee Carter non è in grado di catturare l'effetto coorte. Nella figura 2b, questo riscontro lo si ha dai marcati schemi quasi diagonali dei residui. Quindi al momento, sembra che il modello LC non sia in grado di adattarsi al meglio alla popolazione canadese.

## Il modello CBD

Il modello ideato da Cairns, Blake e Dowd propone una struttura con due termini età-anni (N=2) con parametri  $\beta_x^{(1)} = 1$  e  $\beta_x^{(2)} = x - \bar{x}$  che modulano l'età, senza effetto coorte e senza una funzione dell'età. Il predittore della modello CBD è dato da:

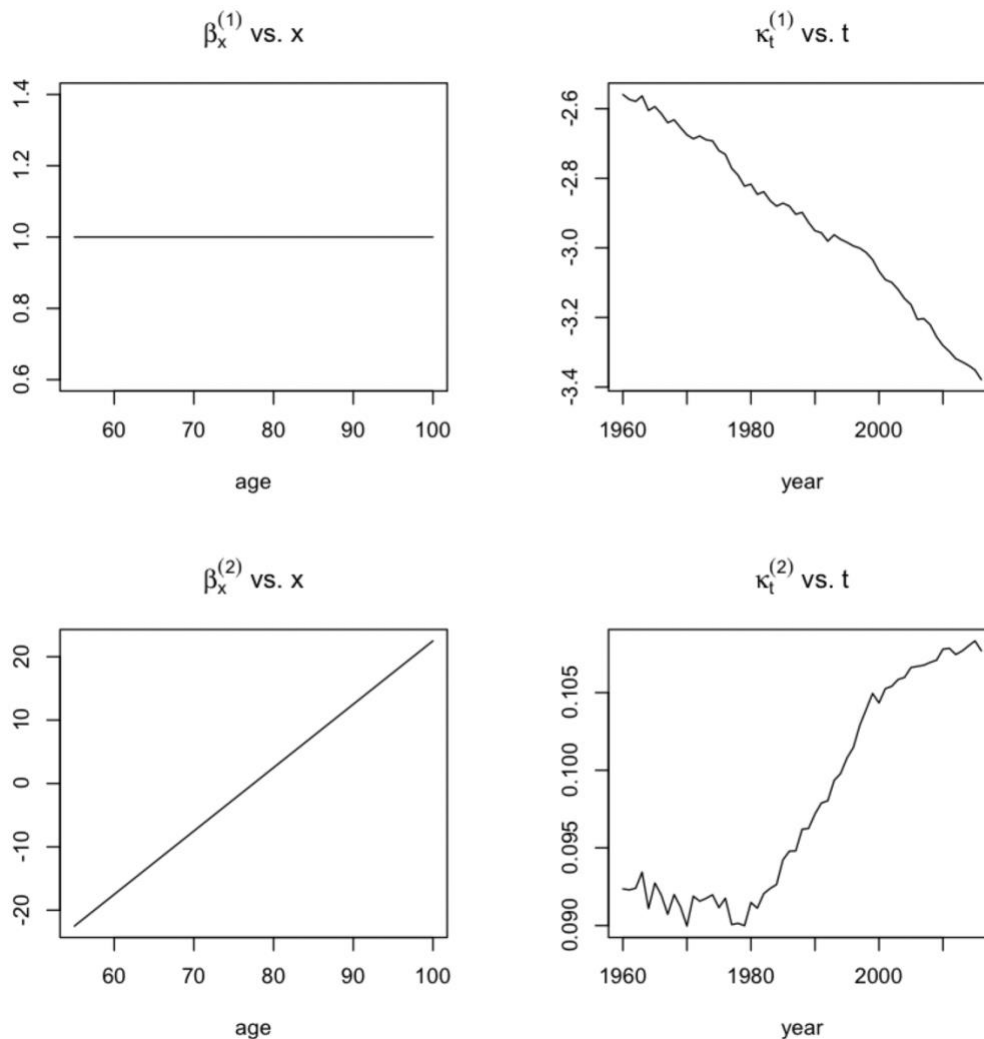
$$\eta_{xt} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x})\kappa_t^{(2)}$$

$\bar{x}$  è l'età media negli anni. La proiezione di mortalità si ottiene proiettando  $\kappa_t^{(1)}$  e  $\kappa_t^{(2)}$  usando una random walk bivariata con drift.

Il modello CBD non ha problemi di identificazione e quindi l'insieme di vincoli parametrici è vuoto.

Assumiamo una distribuzione binomiale delle morti utilizzando una link function logit mirando alle probabilità di decesso annue  $q_{xt}$ .

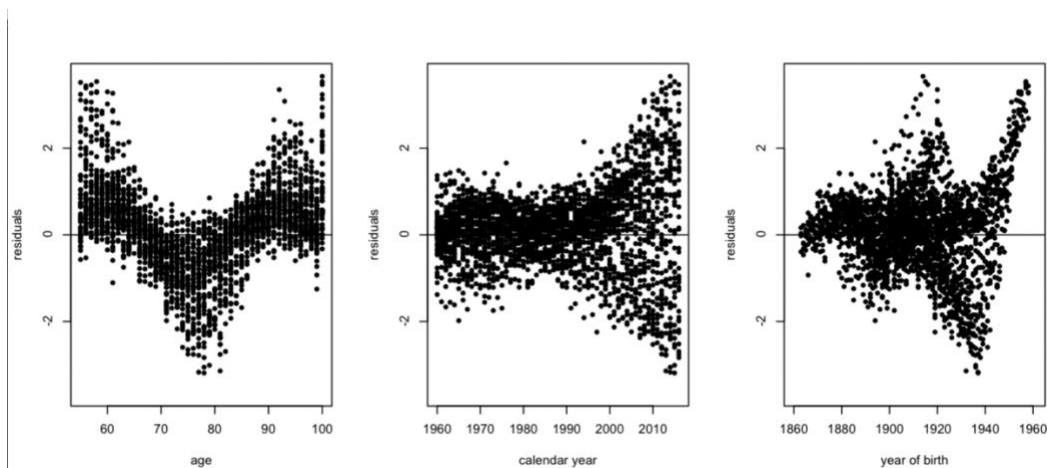
**Figura 3: parametri del modello CBD fittato sulla popolazione canadese**



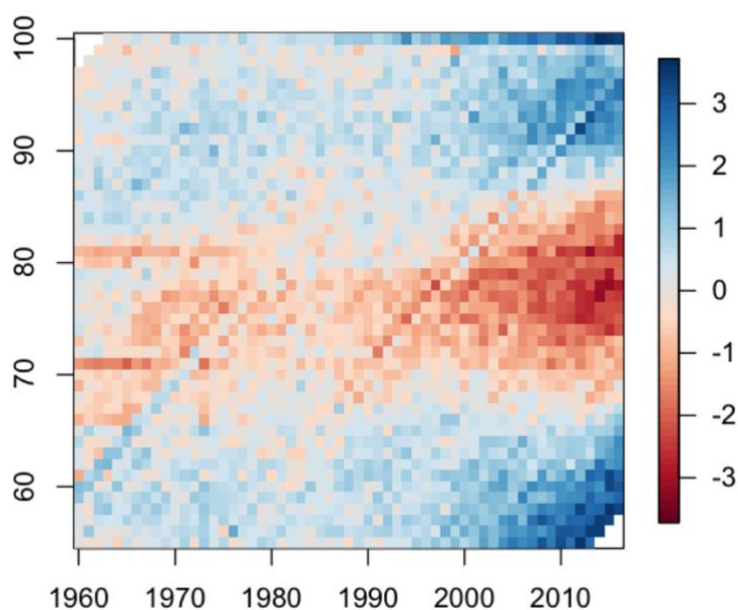


**Figura 4: analisi dei residui: a) scatter plot, b) colour map**

**a)**



**b)**



In base agli scatter plots, come rilevato nel modello LC, anche il modello CBD non è in grado di catturare l'effetto coorte, e vediamo nella mappa di calore meno schemi diagonali rispetto al LC ma un raggruppamento dei residui, che indica comunque un andamento poco casuale e inadatto alla popolazione.

## **Modello RH**

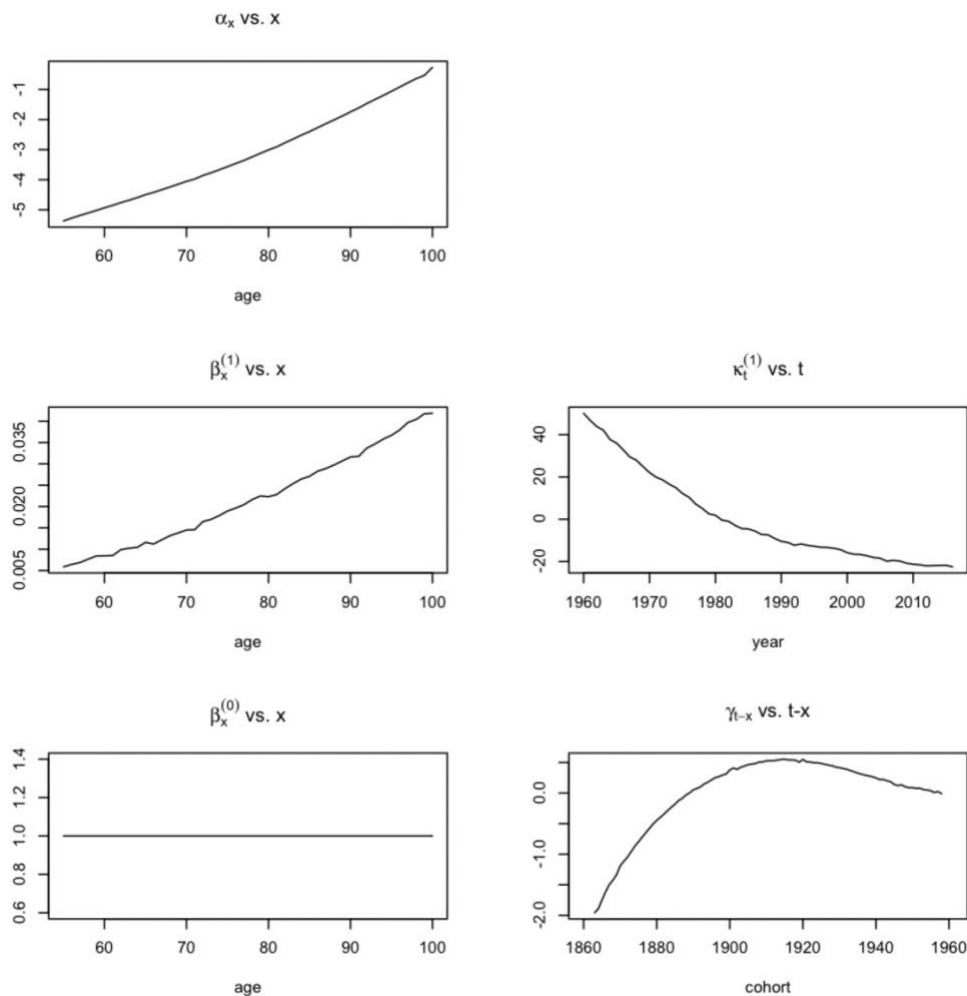
Renshaw e Haberman generalizzano il modello Lee-Carter implementandogli un effetto coorte, in modo da ottenere il predittore:

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \beta_x^{(1)} \kappa_t^{(1)} + \beta_x^{(0)} \gamma_{t-x}$$

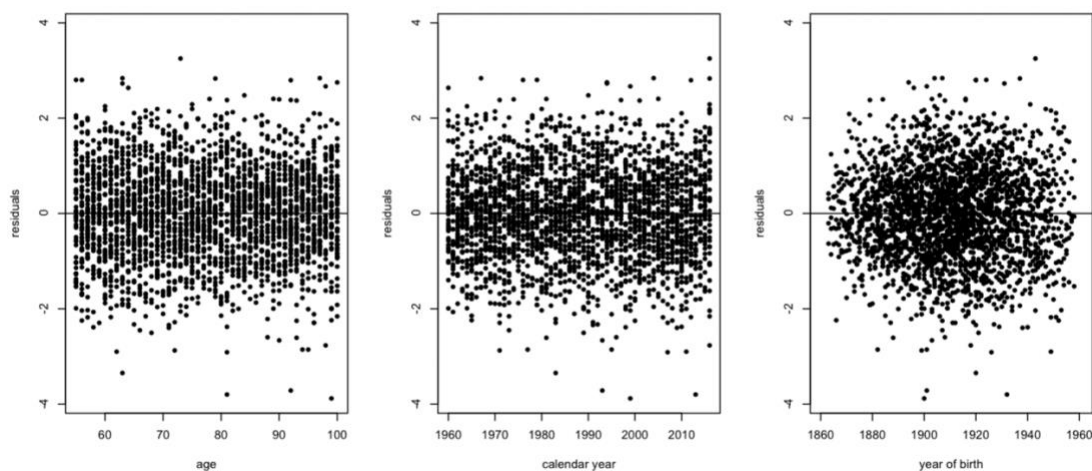
Le proiezioni di mortalità vengono ottenute utilizzando proiezioni di serie storiche sui parametri  $\kappa_t^{(1)}$  e  $\gamma_{t-x}$ , generati con processi ARIMA univariati sotto l'assunzione di indipendenza tra periodo ed effetto coorte.

Per la stima del modello si assume una distribuzione Poissone delle morti (componente aleatoria) e si utilizza una funzione log link mirando alla intensità della mortalità  $\mu_{xt}$ .

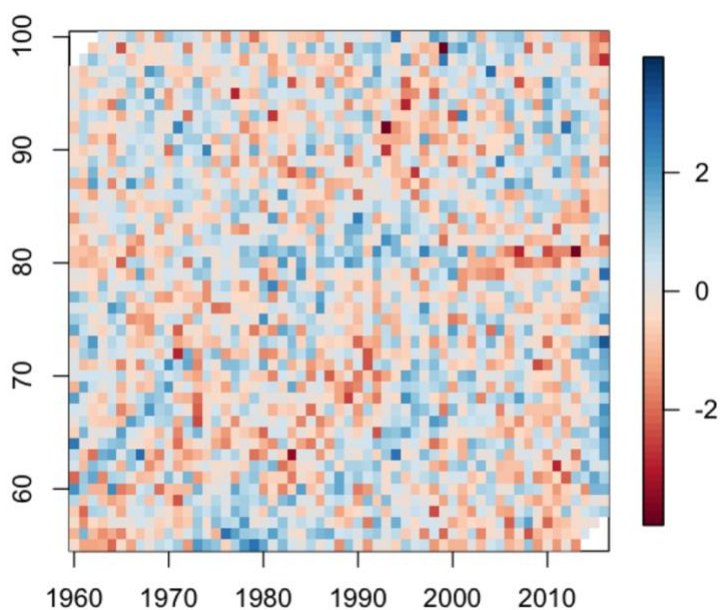
**Figura 5: grafico dei parametri del fitting sulla popolazione canadese con RH model.**



**Figura 6: grafico dei residui: a) scatter plot, b) colour map**



b)



In base all'analisi dei residui, è evidente che il modello RH si adatta molto meglio dei modelli LC e CBD, negli scatter i residui sono molto meno “schematizzati”, mentre nella mappa di calore non si notano raggruppamenti, fornendo un andamento coerentemente aleatorio ai residui e dimostrando una buona adattabilità del modello.

## Il modello APC

Comunemente si utilizza anche un'altra sub-struttura del modello di RH, ovvero il modello APC (age-period-cohort), con  $\beta_x^{(1)} = 1, \beta_x^{(0)} = 1$ :

$$\eta_{xt} = \alpha_x + \kappa_t^{(1)} + \gamma_{t-x}$$

È risaputo che il modello APC non varia rispetto alle due trasformazioni seguenti:

$$\begin{aligned} & \left( \alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \gamma_{t-x} \right) \longrightarrow \\ & \quad > \left( \alpha_x + \phi_1 - \phi_2 x, \kappa_t^{(1)} + \phi_2 t, \gamma_{t-x} - \phi_1 - \phi_2(t-x) \right) \end{aligned}$$

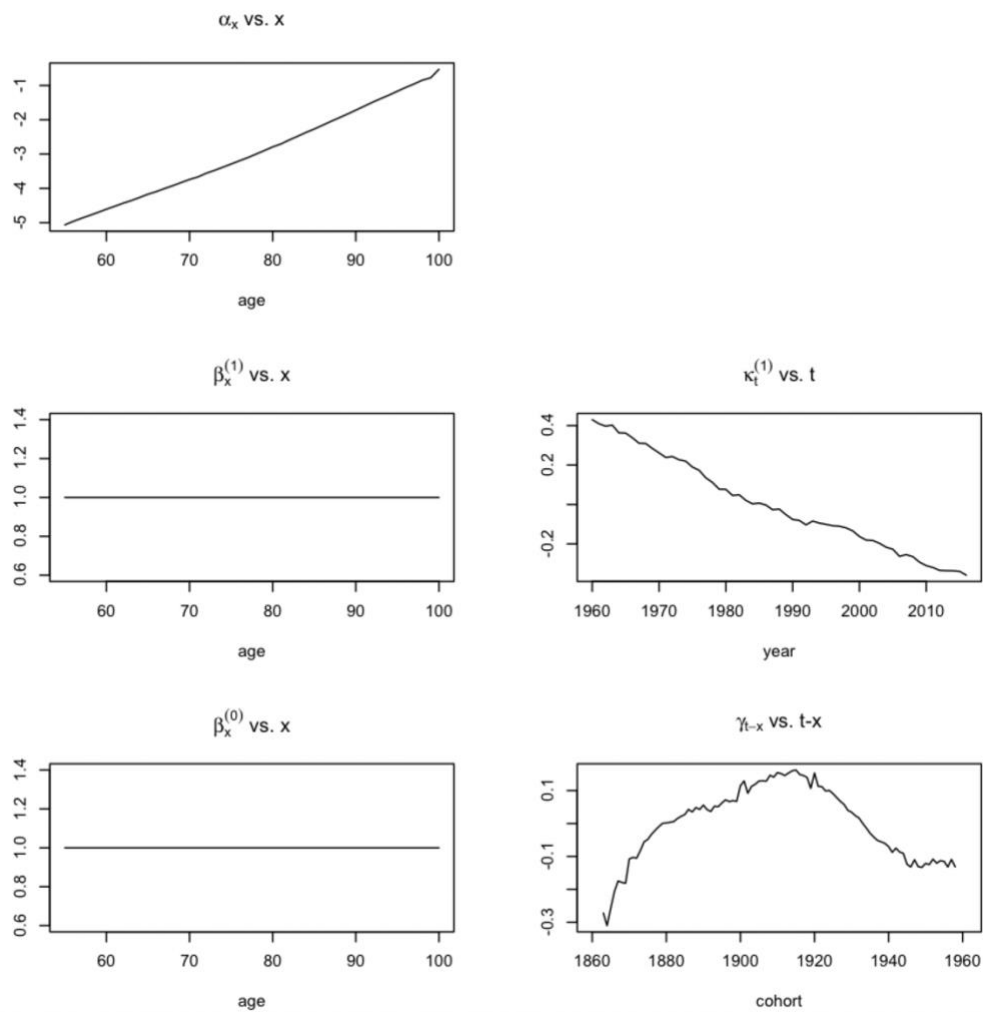
$$\left( \alpha_x, \kappa_t^{(1)}, \gamma_{t-x} \right) \longrightarrow \left( \alpha_x + c_1, \kappa_t^{(1)} - c_1, \gamma_{t-x} \right)$$

Dove  $c_1, \phi_1, \phi_2$  sono costanti reali. Comunque si può assicurare l'identificazione del modello imponendo una serie di condizioni:

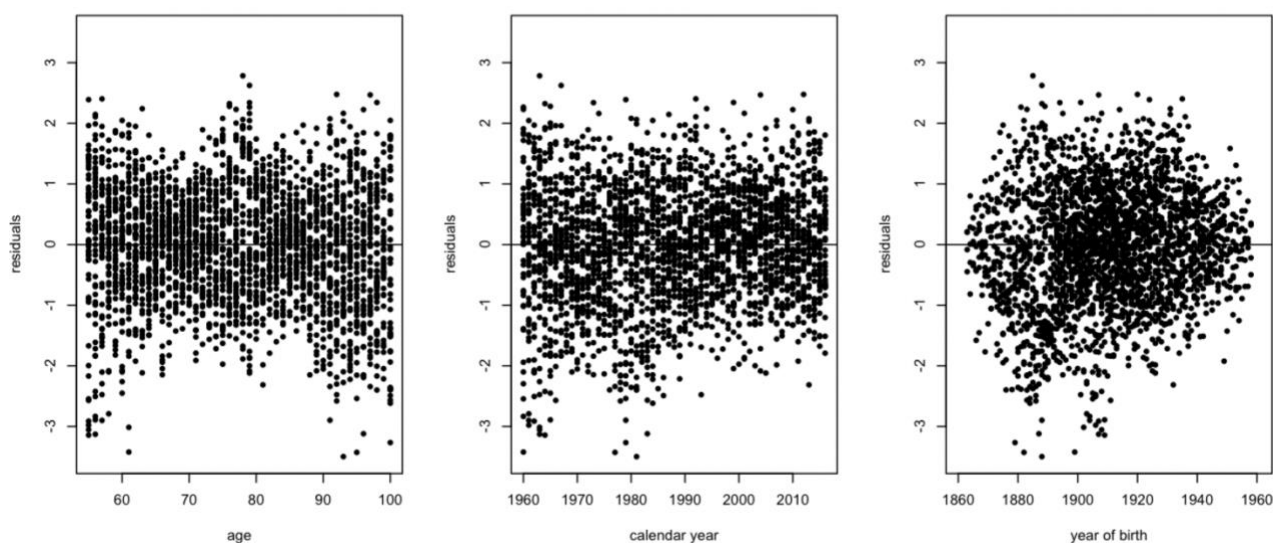
$$\sum_t \kappa_t^{(1)} = 1, \quad \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} \gamma_c = 0, \quad \sum_{c=t_1-x_k}^{t_n-x_1} c \gamma_c = 0,$$

le ultime due condizioni indicano che l'effetto coorte fluttua intorno a zero, senza trend lineari.

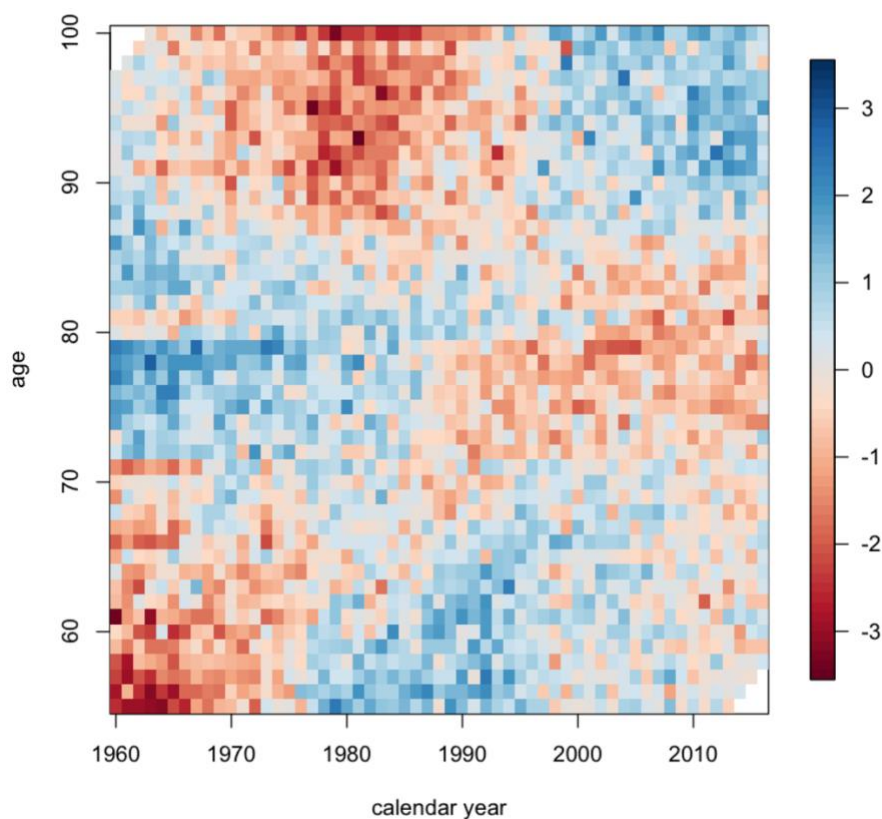
**Figura 7: parametri del modello APC fittato su popolazione canadese.**



**Figura 8: grafico dei residui a) scatter plot, b) colour map**



**b)**



Nonostante il modello APC riesca a cogliere meglio dell'LC e del CBD l'effetto coorte, come si vede nel grafico a destra degli scatter plot, la mappa di calore mostra delle concentrazioni in vari punti, che indicano una scarsa adattabilità del modello.

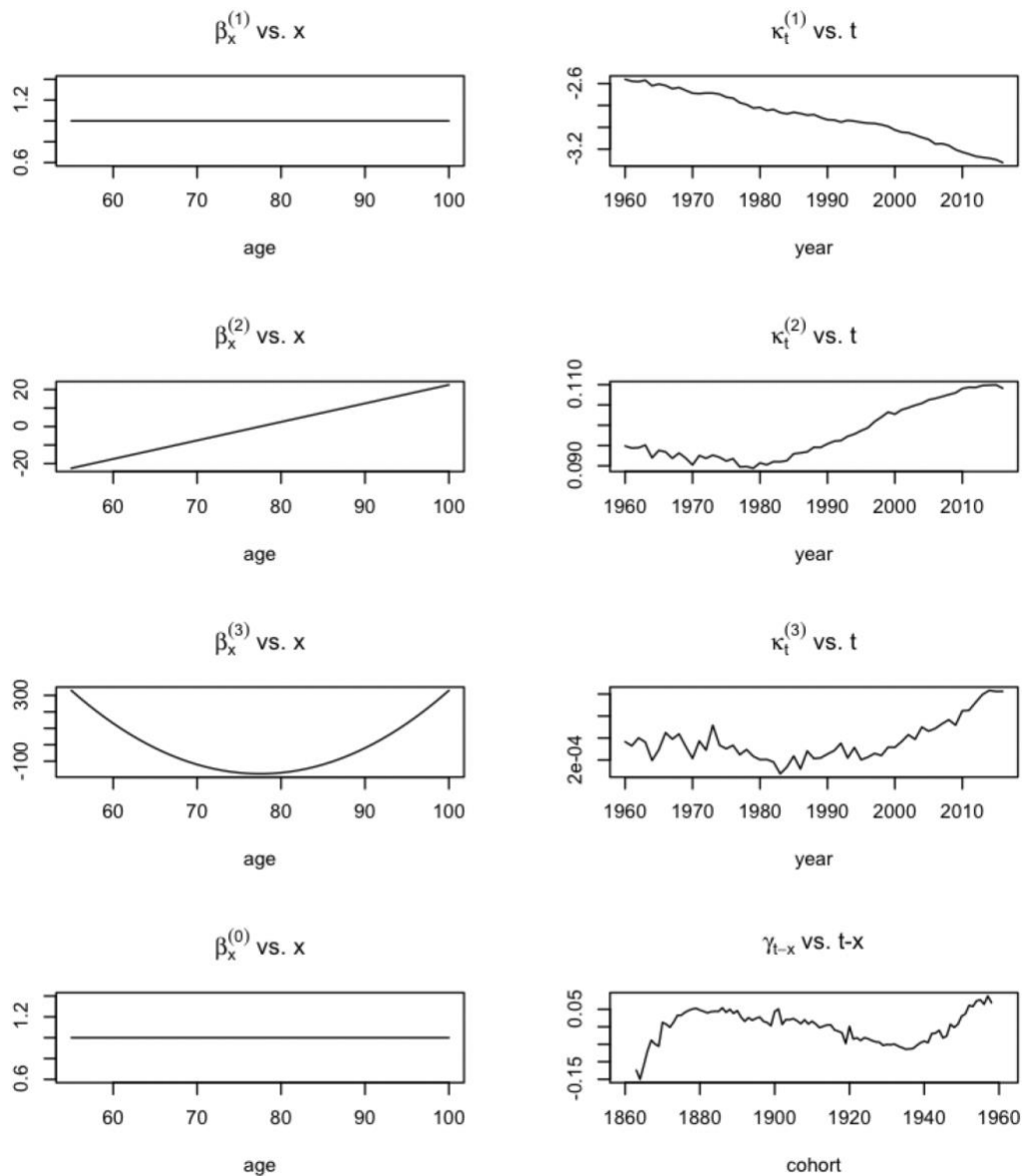
## Il modello M7

Il modello M7 è un'estensione del modello CBD, implementando l'effetto coorte e un effetto quadratico all'età per ottenere il predittore:

$$\eta_{xt} = \kappa_t^{(1)} + (x - \bar{x})\kappa_t^{(2)} + \left((x - \bar{x})^2 - \widehat{\sigma_x^2}\right)\kappa_t^{(3)} + \gamma_{t-x}$$

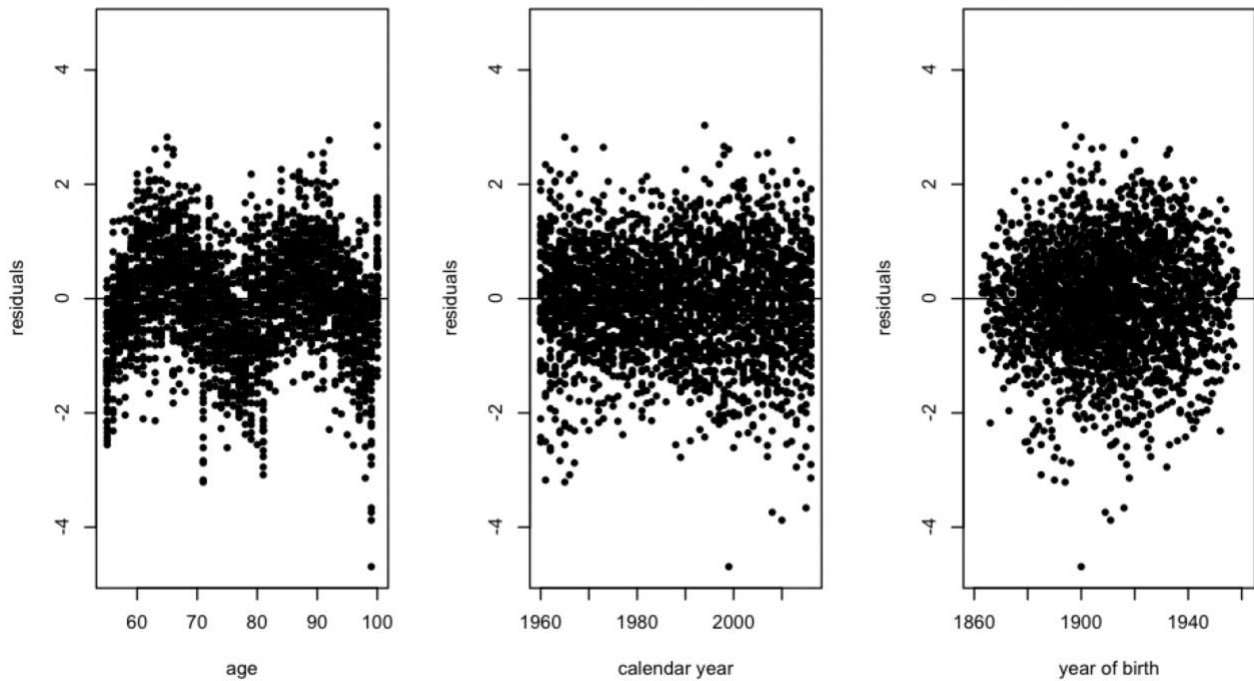
Dove  $\widehat{\sigma_x^2}$  è il valore medio di  $(x - \bar{x})^2$ .

**Figura 9: parametri modello M7**

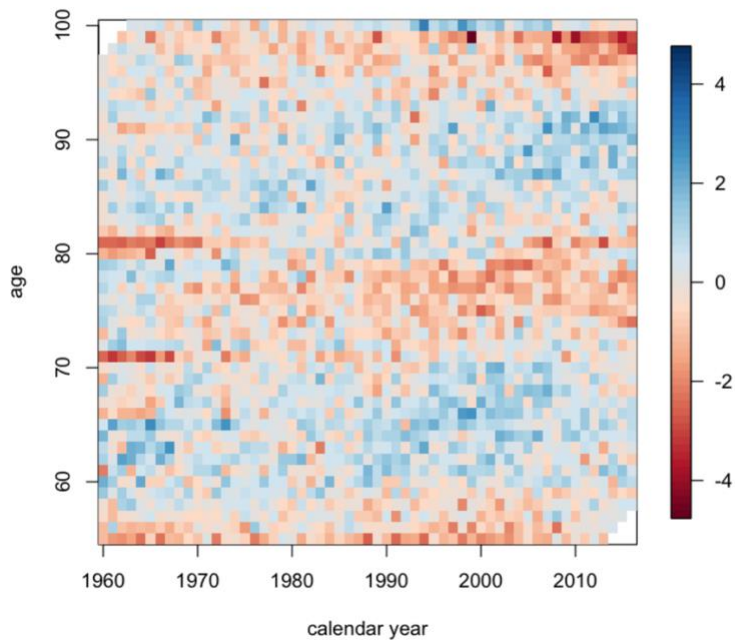




**Figura 10: grafico dei residui, a)scatter plot, b) colour map**  
**a)**



**b)**



In base agli scatter plot, vediamo che il modello M7 coglie l'effetto coorte, con qualche discrepanza, e coerentemente nella mappa di colore notiamo



delle concentrazioni che indicano una discreta adattabilità del modello, migliore rispetto a LC, APC e CBD, ma peggiore rispetto ad RH.

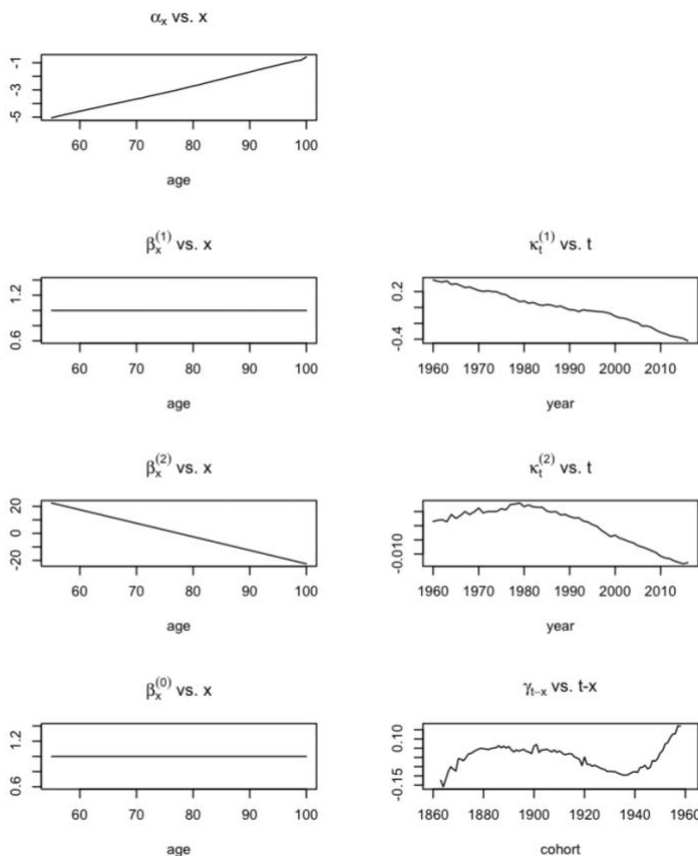
## Modello PLAT

Il modello PLAT è una combinazione tra il modello CBD e alcune caratteristiche del modello Lee-Carter in modo da adattarsi a tutte i range d'età e da catturare l'effetto coorte.

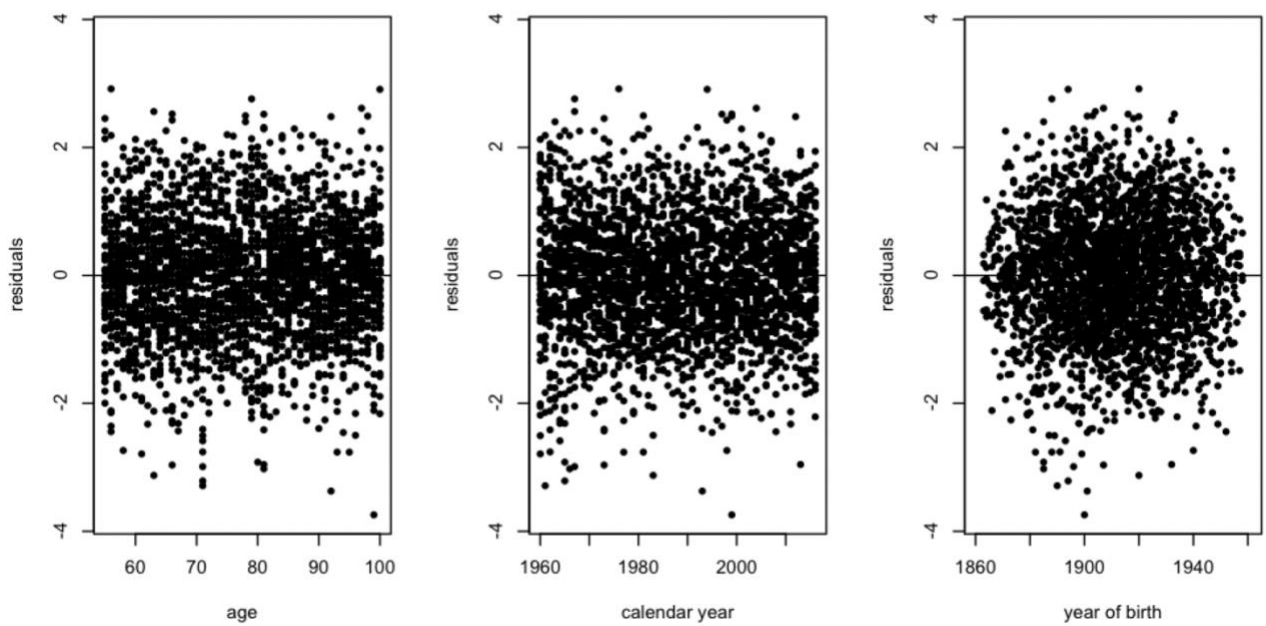
Il predittore è strutturato con una funzione dell'età statica,  $\alpha_x$ , tre termini età-periodo (N=3) con parametri preimpostati che modulano l'età,  $\beta_x^{(1)} = 1$ ,  $\beta_x^{(2)} = x - \bar{x}$ ,  $\beta_x^{(3)} = (x - \bar{x})^+ \kappa_t^{(3)} + \gamma_{t-x}$ .

Il modello Plat mira all'intensità del tasso di mortalità  $\mu_{xt}$  con il log link e stima i parametri del modello assumendo che le morti si distribuiscano secondo una Poisson.

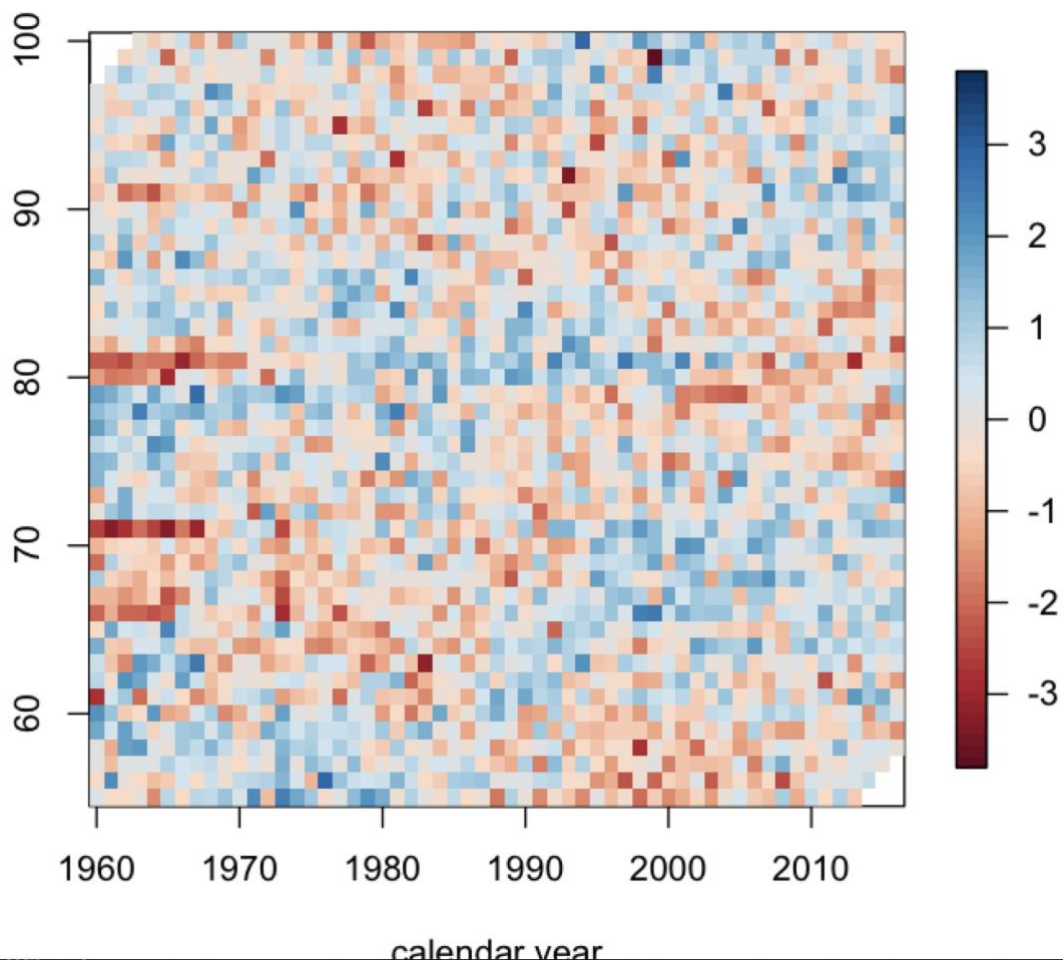
**Figura 11: grafico dei parametri del modello Plat**



**Figura 12: grafico dei residui: a) scatter plot, b) colour map**  
a)



b)



Dagli scatter plots si evince una buona adattabilità del modello Plat, anche nella mappa di calore si notano dei leggeri disturbi sul lato sinistro, che non inficiano comunque sull'adattabilità.

## Valutazione della bontà di adattamento

Nel valutare la bontà di adattamento dei modelli, in genere modelli con più parametri mostrano una migliore adattabilità ai dati. Per evitare che il miglior fit rilevato in base all'analisi dei residui sia solo un risultato di "sovra-parametrizzazione" dei modelli, si utilizzano dei criteri che modificano la massima verosimiglianza penalizzando i modelli con più parametri. Due di questi criteri sono l'Akaike Information criteria (AIC) e il Bayesian Information Criteria (BIC), definiti come  $AIC = 2v - 2L$  e  $BIC = v \log K - 2L$ .

Nella valutazione si preferiscono i modelli con AIC e BIC più bassi. Anche la devianza è una buona misura di adattabilità.

	<b>AIC</b>	<b>BIC</b>	<b>Deviance</b>
<b>LC</b>	41271.37	42217.99	11489.23
<b>CBD</b>	58085.05	58892.99	28348.9
<b>APC</b>	40481.57	41783.93	10581.43
<b>M7</b>	36443.1	38276.04	4881.972
<b>RH</b>	34056.6	35636.31	4064.46
<b>Plat</b>	35107.43	36801.7	5077.29

Avendo individuato il modello RH come il migliore tra quello proposti in bontà di adattamento sulla popolazione canadese, verranno le operazioni di valutazione delle attività e passività del bilancio del fondo pensionistico utilizzando le proiezioni demografiche derivanti dal modello prescelto.

## Applicazione finanziaria

## Azioni e obbligazioni canadesi

I contributi pagati da ogni membro del piano durante l'età lavorativa verranno investiti in un portafoglio di titoli per avere poi un target futuro.

Valuteremo in base al rendimento del portafoglio le attività e le passività del fondo, in modo da capire se è in deficit o in surplus.

Si consideri un mix di attività azionarie e obbligazionarie detenute in un portafoglio per sostenere il pagamento delle pensioni a un gruppo di beneficiari con attributi identici (ad es. sesso, età, condizione di salute e premi quando si aderisce al contratto). Il portafoglio rappresenta la ricchezza pensionistica collettiva dei beneficiari.

Il rischio di longevità è condiviso tra i vari membri del contratto. L'ipotesi di mortalità utilizzata per valutare le entrate dei beneficiari riflette l'aspettativa di vita del gruppo.

Utile o perdite relative al tasso di sconto utilizzato per misurare le passività dei beneficiari, vengono suddivise tra i membri del piano pensionistico, sotto-forma di rendita pensionistica maggiore o minore in confronto alla pensione obiettivo. Se il tasso di rendimento sui titoli è più alto del tasso di sconto applicato per l'assestamento del fondo, ci sarà un profitto che verrà poi ammortizzato durante il pensionamento dei membri, con una rendita pensionistica appunto maggiore. Chi muore più presto lascia la propria quota ai membri del piano superstiti.

Ora consideriamo un target benefit plan con le seguenti assunzioni:

- lo stesso tasso di contribuzione è applicato ad ogni membro del fondo pensionistico;
- Tutti i membri aderiscono al contratto alla stessa età.

Ogni shock finanziario, positivo o negativo, viene assorbito dai membri del piano tramite aggiustamenti nei benefici del target benefit plan. La scelta del tasso di sconto basato sulla rendita attesa dell'investimento porterà ad una valutazione imparziale delle passività, evitando così una distribuzione eterogenea di profitti o perdite tra i vari membri del piano.

Terremo conto di 1000 individui che entrano a far parte del piano a 25 anni e vanno in pensione a 67 anni e lo stesso ammontare di contributi è pagato da ognuno dei 1000 membri del piano annualmente.

Si assume che il fondo venga investito in azioni e obbligazioni Canadesi, per un ammontare pari al 50 % di azioni e 50% di obbligazioni.

In base al CIA (Canadian institute of actuaries) ricaviamo il rendimento medio  $A$  e la varianza  $V$  del portafoglio del fondo pensionistico.

Tipologia	Rendimento medio (%)	Deviazione standard (%)	Correlazione
Azioni canadesi	5,13	18,21	-0,55
Obbligazioni canadesi	6,96	7,41	-0,55

$$A = 0.06045 \quad V = 0.00595$$

Si assume che i rendimenti del fondo futuro sono IID.

$e^r$  è il fattore di rendimento  $1+i$  annuo, il fattore aleatorio di rendimento  $r$  segue una distribuzione normale con media  $\mu$  e deviazione standard  $\sigma$ .

$$(1+i) = \exp(\mu + \sigma Z), \quad Z \sim N(0,1).$$

Calcoliamo media e deviazione standard:

$$\sigma = \left[ \ln(1 + V(1 + A)^{-2})^{1/2} \right] = 0.0726$$

$$\mu = \ln(1 + A) - \frac{1}{2}\sigma^2 = 0.056$$

$$\Delta = e^\mu - 1 = 0.0576^1$$

$\Delta$  è il tasso di rendimento atteso del premio pensionistico, ovvero l'incremento del benefit, approssimato al 6%.

Si avranno 42 contributi annuali pagati al fondo pensionistico, e dai 67 anni fino all'età omega di sopravvivenza, 100 anni in base alla tavola attuariale ottenuta dalle proiezioni di mortalità, verrà percepita la prestazione spettante.

Confronteremo due modalità di calcolo, una tramite la formula del premio unitario, implementata in R e applicando il target benefit plan, l'altra tramite il pacchetto "*lifecontingencies*", dopo aver ottenuto le tavole attuariali, vengono calcolate prima attività e passività per la popolazione totale canadese, successivamente si calcoleranno i bilanci dei fondi pensione delle province di Alberta ed Ontario, applicando un contratto pensionistico standard. Ipotizziamo un tasso tecnico del 2,5 %, un tasso di rendimento atteso del 0.0576% (dal calcolo precedente), mentre per il contratto standard usiamo lo stesso tasso tecnico, mentre "*lifecontingencies*"

<sup>1</sup> "Selecting Discount Rates for Assessing Funded Status of Target Benefit Plans", Chun-Ming (George) Ma, PhD, FSA, FCIA Honorary Professor Department of Statistics and Actuarial Science University of Hong Kong.

implementa in automatico un tasso di rendimento del 4 % tenendo conto dell'inflazione al 2 %, il contratto verrà firmato a 25 anni da 1000 persone.

### Premio unitario su Canada, Ontario e Alberta

Il contratto viene firmato, come già detto, da 1000 persone, tutte 25enni, che condividono il rischio di longevità.

La formula per il calcolo del premio:

$$p = \frac{{}_n|a_x}{a_{[x:h]}} = \frac{\sum_{k=n}^{+\infty} {}_hE_x}{\sum_{n=0}^{h-1} {}_nE_x}$$

con  $\alpha_x = \sum_{h=0}^{+\infty} {}_hE_x$ .

### Bilancio tecnico Canada

Età	Attività	Passività
25	336,6689	
26	692,569406	
27	1068,96972	
28	1467,05833	
29	1888,06271	
30	2333,32034	
31	2804,21825	
32	3302,2367	
33	3828,9319	
34	4385,96882	
35	4975,0733	
36	5598,11277	
37	6257,02975	
38	6953,8873	
39	7690,87563	
40	8470,29471	
41	9294,59605	
42	10166,3707	
43	11088,3449	
44	12063,3879	
45	13094,5728	
46	14185,1289	
47	15338,4754	
48	16558,2317	
49	17848,205	
50	19212,4381	
51	20655,205	
52	22181,0437	

53	23794,7257	
54	25501,3048	
55	27306,104	
56	29214,8107	
57	31233,3856	
58	33368,1897	
59	35625,8966	
60	38013,5376	
61	40538,5592	
62	43209,0369	
63	46033,2338	
64	49019,9464	
65	52178,6282	
66	55518,9605	
67		994,270137
68		993,896133
69		993,365404
70		992,619104
71		991,500467
72		991,413258
73		990,696678
74		989,745525
75		988,972972
76		987,785094
77		986,251072
78		985,198137
79		983,199136
80		979,47221
81		976,365009
82		973,861736
83		971,262955
84		967,52206
85		961,956087
86		957,92676
87		949,978165
88		941,628188
89		932,525541
90		922,340168
91		903,722492
92		894,788907
93		880,090274
94		863,919393
95		839,472758

96		819,432976
97		807,080189
98		773,396162
99		752,94093
100		707,820413
Totale	774295,598	31646,4165

Il bilancio ha un'evoluzione crescente riguardo le entrate, ed un andamento decrescente riguardo le uscite. L'utile è di 742649,1815, il bilancio è in attivo ed è risultato molto profittevole investire il fondo in azioni ed obbligazioni canadesi.

### Bilancio tecnico Alberta

Eta	attività	passività
25	336,6689	
26	692,51788	
27	1068,8785	
28	1466,92496	
29	1887,86708	
30	2333,05848	
31	2803,89977	
32	3301,85148	
33	3828,48464	
34	4385,43966	
35	4974,4507	
36	5597,40717	
37	6256,23392	
38	6952,99614	
39	7689,86298	
40	8469,16394	
41	9293,32171	
42	10164,9483	
43	11086,7732	
44	12061,6434	
45	13092,6496	
46	14182,9946	
47	15336,0937	
48	16555,6187	
49	17845,3508	
50	19209,3231	
51	20651,7869	
52	22177,309	



53	23790,6643	
54	25496,868	
55	27301,2695	
56	29209,6154	
57	31227,7295	
58	33362,0173	
59	35619,2121	
60	38006,2554	
61	40530,6515	
62	43200,4633	
63	46023,9673	
64	49009,935	
65	52167,8084	
66	55507,3211	
67		993,546627
68		992,90036
69		992,364579
70		991,620206
71		990,552536
72		990,291392
73		989,427083
74		988,826133
75		987,938824
76		987,319206
77		985,407933
78		984,809081
79		981,620301
80		978,284248
81		975,137174
82		971,672897
83		969,458877
84		967,223396
85		958,484353
86		953,877324
87		948,676733
88		939,181528
89		926,302223
90		914,986331
91		896,673923
92		884,705727
93		865,340652
94		857,651988
95		832,227814

96		806,320222
97		798,881638
98		699,955164
99		715,853413
100		655,110091
Totale	774157,297	31372,63

La differenza rispetto al bilancio del Canada è davvero minima, anche la provincia di Alberta presenta un margine di profitto molto elevato, pari a 742784,27.

### **Bilancio tecnico Ontario**

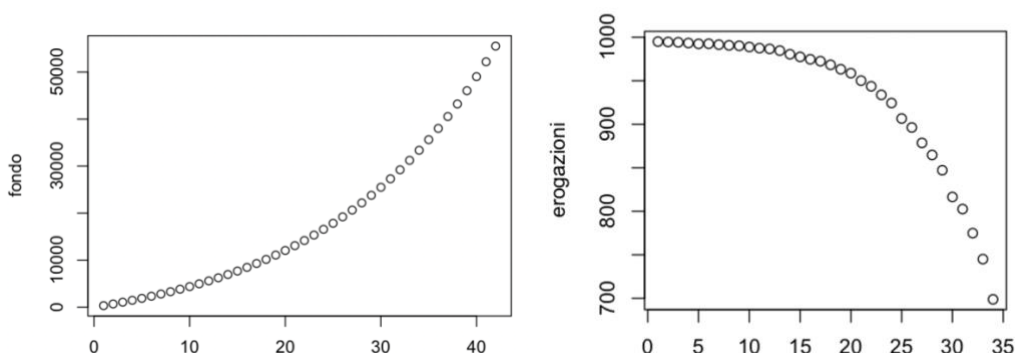
Età	Attività	Passività
25	336,6689	
26	692,600185	
27	1069,03636	
28	1467,15516	
29	1888,19176	
30	2333,47957	
31	2804,40932	
32	3302,47074	
33	3829,20882	
34	4386,28571	
35	4975,43326	
36	5598,52417	
37	6257,49672	
38	6954,41242	
39	7691,45746	
40	8470,93849	
41	9295,30826	
42	10167,1506	
43	11089,1997	
44	12064,3203	
45	13095,6063	
46	14186,2704	
47	15339,7288	
48	16559,5983	
49	17849,6957	
50	19214,0551	
51	20656,9754	
52	22182,9595	
53	23796,8107	
54	25503,5626	

55	27308,5521	
56	29217,4625	
57	31236,2825	
58	33371,3313	
59	35629,3212	
60	38017,2801	
61	40542,641	
62	43213,484	
63	46038,0552	
64	49025,185	
65	52184,3418	
66	55525,1829	
67		994,926267
68		994,514615
69		994,13573
70		993,296092
71		992,375586
72		992,492476
73		991,46342
74		990,648716
75		990,130178
76		988,775535
77		987,409948
78		986,563615
79		984,585378
80		980,387051
81		977,396256
82		974,626026
83		972,455128
84		968,277123
85		963,211112
86		958,685829
87		950,10915
88		943,59562
89		933,789876
90		924,390778
91		906,595441
92		896,317466
93		878,578681
94		864,732782
95		847,197272
96		816,475797
97		802,60204

98		774,891023
99		745,074445
100		698,888083
Totale	774368,13	31659,5945

Stesso discorso per l'Ontario, con un utile molto simile ai due bilanci precedenti, di 742708.535, dimostra che il target benefit plan può risultare molto profittevole se si investe il fondo con le giuste precauzioni.

### Attività e passività Ontario, grafici evoluzione del bilancio



### *Lifecontingencies*

Con il pacchetto “*lifecontingencies*”, dopo aver ricavato la tavola attuariale della popolazione canadese, di Alberta e dell'Ontario, si calcola il premio unitario (il contributo) che l'impiegato dovrà pagare annualmente al fondo pensione.

$$P({}_m|\ddot{a}_x) = \left( \frac{{}_m|\ddot{a}_x}{\ddot{a}_{x:(n=1)|}} \right)$$

Dove:

- m sono gli anni di lavoro.
- x è l'età dell'impiegato.
- n è il numero di pagamenti l'anno, nel nostro caso posto =1

Le passività invece vengono ottenute calcolando l'APV, actuarial present value, corrispondente al flusso di cassa che il fondo pensionistico si aspetta di dover pagare durante l'età di pensionamento dei contraenti, tenendo conto delle probabilità di sopravvivenza ottenute dalle proiezioni demografiche e basandosi sulla tavola attuariale, ricavata per il Canada e per le province di Alberta ed Ontario.

$$APV = {}_m| \ddot{a}_x^{(1)}$$

### Tavola attuariale Canada, coorte di nascita anno 1950.

x	lx	Dx	Nx	Cx	Mx	Rx
0	10000	10000	345022,505	403,168	1584,81696	87966,5462
1	9586,7528	9352,92956	335022,505	26,7123994	1181,64896	86381,7293
2	9558,68809	9098,09693	325669,575	13,9896643	1154,93656	85200,0803
3	9543,62275	8862,20246	316571,478	10,7266639	1140,9469	84045,1437
4	9531,78252	8635,32452	307709,276	8,12233197	1130,22024	82904,1968
5	9522,59284	8416,58451	299073,951	6,9358366	1122,0979	81773,9766
6	9514,5494	8204,36613	290657,367	5,90192881	1115,16207	80651,8787
7	9507,53386	7998,35771	282453	4,97958911	1109,26014	79536,7166
8	9501,46672	7798,29622	274454,643	4,20502542	1104,28055	78427,4565
9	9496,21521	7603,88885	266656,346	3,74738117	1100,07552	77323,1759
10	9491,41825	7414,68077	259052,458	3,23580184	1096,32814	76223,1004
11	9487,1726	7230,59909	251637,777	3,04861941	1093,09234	75126,7723
12	9483,07254	7051,1944	244407,178	3,02289508	1090,04372	74033,6799
13	9478,90545	6876,19115	237355,983	3,1891668	1087,02083	72943,6362
14	9474,39924	6705,29001	230479,792	3,45541457	1083,83166	71856,6154
15	9469,39477	6538,29093	223774,502	3,94039764	1080,37624	70772,7837
16	9463,54523	6374,88002	217236,211	4,9598116	1076,43585	69692,4075
17	9455,99829	6214,43533	210861,331	5,71327635	1071,47604	68615,9716
18	9447,08753	6057,15046	204646,896	6,38250425	1065,76276	67544,4956
19	9436,88413	5903,03258	198589,745	6,62609012	1059,38025	66478,7328
20	9426,02651	5752,43009	192686,713	6,46412248	1052,75416	65419,3526

21	9415,16949	5605,66279	186934,283	6,19511561	1046,29004	64366,5984
22	9404,50416	5462,74419	181328,62	5,71820374	1040,09493	63320,3084
23	9394,41375	5323,78833	175865,876	5,3123024	1034,37672	62280,2134
24	9384,80525	5188,62753	170542,087	5,03486469	1029,06442	61245,8367
25	9375,4709	5057,04077	165353,46	4,77879698	1024,02956	60216,7723
26	9366,38978	4928,91952	160296,419	4,60152366	1019,25076	59192,7428
27	9357,42694	4804,10045	155367,5	4,40201425	1014,64923	58173,492
28	9348,63834	4682,52525	150563,399	4,22483127	1010,24722	57158,8428
29	9339,99261	4564,09249	145880,874	4,19426586	1006,02239	56148,5955
30	9331,19485	4448,57889	141316,781	4,14980714	1001,82812	55142,5731
31	9322,27274	4335,92716	136868,203	4,05883575	997,678316	54140,745
32	9313,32805	4226,114	132532,275	4,12505573	993,619481	53143,0667
33	9304,01017	4118,913	128306,161	4,10355006	989,494425	52149,4472
34	9294,50913	4014,34815	124187,248	4,12796671	985,390875	51159,9528
35	9284,71262	3912,30926	120172,9	4,30282156	981,262908	50174,5619
36	9274,24585	3812,58426	116260,591	4,32570301	976,960087	49193,299
37	9263,46036	3715,26869	112448,007	4,438601	972,634384	48216,3389
38	9252,11671	3620,21378	108732,738	4,63823912	968,195783	47243,7045
39	9239,9665	3527,27765	105112,524	4,7538007	963,557544	46275,5088
40	9227,20224	3436,49268	101585,247	4,89613104	958,803743	45311,9512
41	9213,72715	3347,77966	98148,7539	5,09965029	953,907612	44353,1475
42	9199,34106	3261,02685	94800,9743	5,30366771	948,807961	43399,2399
43	9184,0054	3176,18594	91539,9474	5,60371021	943,504294	42450,4319
44	9167,39708	3093,11428	88363,7615	5,9054297	937,900584	41506,9276
45	9149,45696	3011,76704	85270,6472	6,19320078	931,995154	40569,027
46	9130,17225	2932,1161	82258,8802	6,56619517	925,801953	39637,0319
47	9109,21495	2854,03488	79326,7641	6,90213689	919,235758	38711,2299
48	9086,63468	2777,52214	76472,7292	7,22361148	912,333621	37791,9942
49	9062,41191	2702,55408	73695,2071	7,66750229	905,11001	36879,6605
50	9036,05787	2628,97063	70992,653	7,94834902	897,442507	35974,5505
51	9008,05555	2556,90104	68363,6823	8,29234041	889,494158	35077,108
52	8978,11097	2486,24526	65806,7813	8,73860782	881,201818	34187,6139
53	8945,76598	2416,86653	63320,536	9,07603476	872,46321	33306,412
54	8911,33218	2348,84253	60903,6695	9,54349765	863,387175	32433,9488
55	8874,21969	2282,01019	58554,827	9,98390325	853,843678	31570,5617
56	8834,42393	2216,3675	56272,8168	10,3071281	843,859774	30716,718
57	8792,31269	2152,00263	54056,4493	10,9666641	833,552646	29872,8582
58	8746,38668	2088,5481	51904,4467	11,3018657	822,585982	29039,3056
59	8697,87367	2026,30603	49815,8986	11,6268873	811,284116	28216,7196
60	8646,71781	1965,25705	47789,5925	12,1885086	799,657229	27405,4355
61	8591,75026	1905,13544	45824,3355	12,898995	787,468721	26605,7782
62	8532,12428	1845,76973	43919,2	13,0179494	774,569726	25818,3095
63	8470,44404	1787,733	42073,4303	13,5413161	761,551776	25043,7398

64	8404,68003	1730,58844	40285,6973	14,3630642	748,01046	24282,188
65	8333,1813	1674,0159	38555,1089	14,8961325	733,647396	23534,1776
66	8257,17516	1618,29012	36881,093	13,8278748	718,751263	22800,5302
67	8184,85583	1564,99175	35262,8028	12,3358901	704,923389	22081,7789
68	8118,72662	1514,48533	33697,8111	10,9040723	692,587498	21376,8555
69	8058,81163	1466,64259	32183,3258	9,70735649	681,683426	20684,268
70	8004,1388	1421,16346	30716,6832	8,63190646	671,97607	20002,5846
71	7954,30763	1377,86903	29295,5197	7,67087363	663,344163	19330,6085
72	7908,91732	1336,5916	27917,6507	6,53251953	655,67329	18667,2644
73	7869,29655	1297,45928	26581,0591	5,60843856	649,14077	18011,5911
74	7834,43008	1260,2055	25283,5998	4,84822292	643,532332	17362,4503
75	7803,53619	1224,62055	24023,3943	4,10383195	638,684109	16718,918
76	7776,73196	1190,64793	22798,7737	3,48823521	634,580277	16080,2339
77	7753,37893	1158,1195	21608,1258	2,96278301	631,092041	15445,6536
78	7733,0478	1126,9099	20450,0063	2,45553129	628,129258	14814,5615
79	7715,77627	1096,96876	19323,0964	2,07251028	625,673727	14186,4323
80	7700,83437	1068,14092	18226,1277	1,80462989	623,601217	13560,7585
81	7687,4985	1040,28407	17157,9867	1,49807634	621,796587	12937,1573
82	7676,15124	1013,41321	16117,7027	1,21634263	620,298511	12315,3607
83	7666,70766	987,479472	15104,2895	0,97346486	619,082168	11695,0622
84	7658,96082	962,421142	14116,81	0,78655103	618,108703	11075,9801
85	7652,54495	938,160904	13154,3888	0,6385021	617,322152	10457,8714
86	7647,2065	914,640429	12216,2279	0,49792982	616,68365	9840,54921
87	7642,93929	891,834196	11301,5875	0,40047833	616,18572	9223,86556
88	7639,42142	869,681664	10409,7533	0,31587648	615,785242	8607,67984
89	7636,57735	848,15404	9540,07165	0,24611436	615,469365	7991,8946
90	7634,30599	827,221242	8691,91761	0,18938058	615,223251	7376,42523
91	7632,51453	806,855733	7864,69637	0,15190084	615,03387	6761,20198
92	7631,04169	787,024424	7057,84063	0,11039028	614,88197	6146,16811
93	7629,94458	767,718316	6270,81621	0,08176558	614,771579	5531,28614
94	7629,11164	748,911714	5503,09789	0,05963735	614,689814	4916,51456
95	7628,48893	730,585937	4754,18618	0,04457893	614,630176	4301,82475
96	7628,01182	712,722189	4023,60024	0,03179371	614,585598	3687,19457
97	7627,66304	695,306927	3310,87806	0,02130495	614,553804	3072,60897
98	7627,42347	678,326917	2615,57113	0,01551916	614,532499	2458,05517
99	7627,24461	661,766838	1937,24421	0,01038995	614,51698	1843,52267
100	7627,12186	645,615794	1275,47737	0,00748828	614,50659	1229,00569
101	7627,03119	629,861579	629,861579	614,499101	614,499101	614,499101

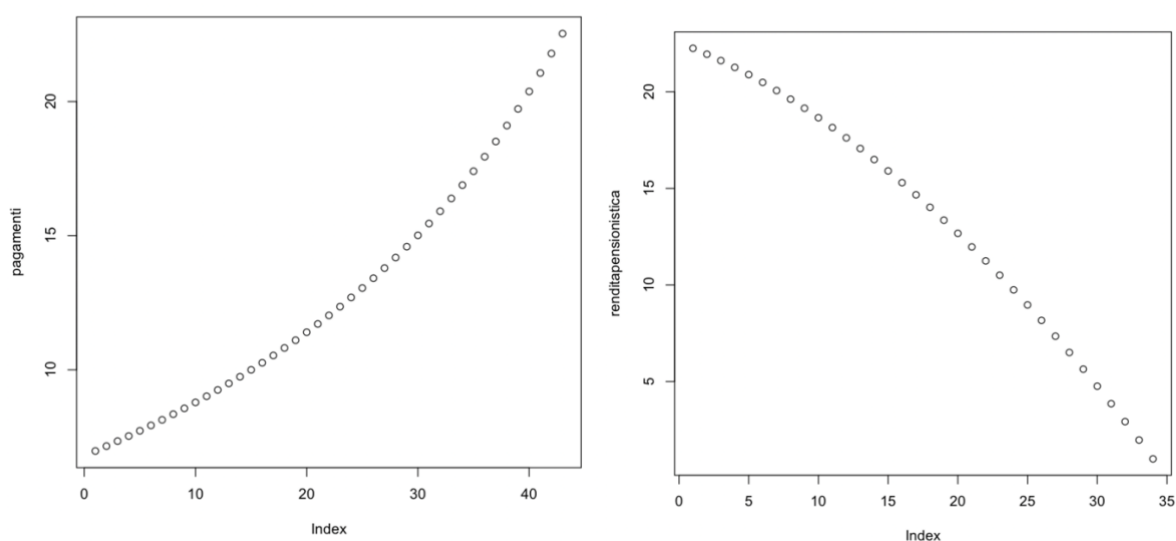
## Bilancio fondo pensione Canada

Età	Attività	Passività
25	6973,011377	
26	7154,266308	
27	7340,146869	
28	7530,72348	
29	7726,136786	
30	7926,756771	
31	8132,701853	
32	8344,025462	
33	8561,19148	
34	8784,19148	
35	9013,296378	
36	9249,055356	
37	9491,319672	
38	9740,530519	
39	9997,172429	
40	10261,27685	
41	10533,19108	
42	10813,40465	
43	11102,24764	
44	11.400,42	
45	11708,34345	
46	12.026,40	
47	12355,42112	
48	12695,77742	
49	13047,95455	
50	13413,15969	
51	13791,22705	
52	14183,15536	
53	14590,29799	
54	15012,84246	
55	15452,5177	
56	15910,17863	
57	16386,04079	
58	16883,88356	
59	17402,50598	
60	17943,09956	
61	18509,34171	
62	19104,65988	
63	19724,87099	
64	20376,19226	
65	21064,79559	
66	21790,16142	



67	22532,26116	
68		22.250,34
69		21.943,54
70		21.613,76
71		21.261,47
72		20.887,20
73		20.487,01
74		20.063,08
75		19.617,01
76		19.148,21
77		18.657,94
78		18.146,98
79		17.614,99
80		17.063,41
81		16.493,56
82		15.904,37
83		15.295,80
84		14.668,02
85		14.021,46
86		13.356,32
87		12.672,30
88		11.969,61
89		11.248,04
90		10.507,37
91		9.747,34
92		8.967,75
93		8.168,12
94		7.348,13
95		6.507,36
96		5.645,40
97		4.761,75
98		3.385,59
99		2.927,38
100		1.975,60
Totale	555980,1556	454.326,19

Le attività del fondo sono maggiori delle passività, riscontrando quindi un bilancio positivo, con un utile pari a 101654. Graficamente vediamo attività e passività.



## Tavola attuariale provincia Alberta

x	lx	Dx	Nx	Cx	Mx	Rx
0	10000	10000	337381,568	310,973362	1771,18128	102306,802
1	9681,2523	9445,1242	327381,568	23,3619686	1460,20791	100535,62
2	9656,70764	9191,39335	317936,444	13,7471584	1436,84594	99075,4126
3	9641,90345	8953,46586	308745,05	9,82319813	1423,09879	97638,5666
4	9631,06048	8725,26545	299791,584	7,0662586	1413,27559	96215,4679
5	9623,06565	8505,38784	291066,319	5,73901569	1406,20933	94802,1923
6	9616,41015	8292,20034	282560,931	4,56524417	1400,47031	93395,9829
7	9610,98351	8085,38631	274268,731	3,69797389	1395,90507	91995,5126
8	9606,47789	7884,48379	266183,344	3,4027485	1392,2071	90599,6076
9	9602,22833	7688,77656	258298,861	3,19527266	1388,80435	89207,4005
10	9598,13811	7498,05015	250610,084	3,34594651	1385,60907	87818,5961
11	9593,74793	7311,82493	243112,034	2,77981099	1382,26313	86432,987
12	9590,0094	7130,70793	235800,209	3,45108613	1379,48332	85050,7239
13	9585,25204	6953,33713	228669,501	3,19544396	1376,03223	83671,2406
14	9580,73696	6780,5481	221716,164	4,08059554	1372,83679	82295,2084
15	9574,82704	6611,08828	214935,616	4,7211561	1368,75619	80922,3716
16	9567,81846	6445,12107	208324,528	6,3112484	1364,03503	79553,6154
17	9558,21515	6281,61175	201879,406	6,94327175	1357,72379	78189,5804
18	9547,38601	6121,45843	195597,795	7,62174567	1350,78051	76831,8566
19	9535,20151	5964,53282	189476,336	7,91633623	1343,15877	75481,0761
20	9522,22967	5811,14008	183511,803	7,43044578	1335,24243	74137,9173
21	9509,74963	5661,97451	177700,663	6,87119629	1327,81199	72802,6749
22	9497,92037	5517,00637	172038,689	6,63788355	1320,94079	71474,8629
23	9486,20709	5375,80736	166521,682	5,80934343	1314,30291	70153,9221
24	9475,69958	5238,88076	161145,875	5,87273331	1308,49356	68839,6192
25	9464,81186	5105,23045	155906,994	5,51149971	1302,62083	67531,1256

26	9454,3384	4975,20113	150801,764	4,8455331	1297,10933	66228,5048
27	9444,90027	4849,00923	145826,563	4,8385036	1292,2638	64931,3954
28	9435,24022	4725,90221	140977,554	4,63495906	1287,42529	63639,1316
29	9425,75521	4606,00134	136251,651	4,54969517	1282,79034	62351,7063
30	9416,21191	4489,11015	131645,65	4,82932757	1278,24064	61068,916
31	9405,82883	4374,79033	127156,54	4,47299442	1273,41131	59790,6754
32	9395,97143	4263,61514	122781,75	4,59543048	1268,93832	58517,2641
33	9385,59104	4155,02909	118518,134	4,38064281	1264,34289	57248,3257
34	9375,44844	4049,30628	114363,105	4,53195177	1259,96224	55983,9829
35	9364,69319	3946,01076	110313,799	4,73263234	1255,43029	54724,0206
36	9353,1809	3845,03396	106367,788	4,72213181	1250,69766	53468,5903
37	9341,40697	3746,53051	102522,754	4,67402254	1245,97553	52217,8927
38	9329,46166	3650,4777	98776,2238	4,93087298	1241,30151	50971,9171
39	9316,54487	3556,51078	95125,7461	5,08019603	1236,37063	49730,6156
40	9302,90422	3464,68642	91569,2353	5,24840649	1231,29044	48494,245
41	9288,4596	3374,93347	88104,5489	5,48983962	1226,04203	47262,9546
42	9272,97279	3287,12818	84729,6154	5,68194211	1220,55219	46036,9125
43	9256,54334	3201,27238	81442,4872	5,98081077	1214,87025	44816,3603
44	9238,81737	3117,21175	78241,2149	6,38084576	1208,88944	43601,4901
45	9219,43298	3034,80135	75124,0031	6,69000609	1202,50859	42392,6006
46	9198,60129	2954,0918	72089,2018	6,93323235	1195,81859	41190,0921
47	9176,47252	2875,10755	69135,11	7,34654673	1188,88535	39994,2735
48	9152,43837	2797,63643	66260,0024	7,35405513	1181,53881	38805,3881
49	9127,77818	2722,04734	63462,366	8,04065973	1174,18475	37623,8493
50	9100,14156	2647,61528	60740,3186	8,22173081	1166,14409	36449,6646
51	9071,1761	2574,81757	58092,7034	8,78089081	1157,92236	35283,5205
52	9039,46732	2503,23625	55517,8858	9,06464605	1149,14147	34125,5981
53	9005,91553	2433,11706	53014,6496	9,53320096	1140,07682	32976,4566
54	8969,74728	2364,23954	50581,5325	9,80903643	1130,54362	31836,3798
55	8931,60216	2296,76612	48217,293	10,4021155	1120,73459	30705,8362
56	8890,13941	2230,34532	45920,5268	10,6156925	1110,33247	29585,1016
57	8846,76749	2165,33096	43690,1815	11,5236969	1099,71678	28474,7691
58	8798,50875	2100,99432	41524,8506	12,2784906	1088,19308	27375,0523
59	8745,8036	2037,47206	39423,8562	12,0143313	1075,91459	26286,8593
60	8692,94307	1975,76329	37386,3842	12,7350491	1063,90026	25210,9447
61	8635,51074	1914,83889	35410,6209	13,2986232	1051,16521	24147,0444
62	8574,03747	1854,83688	33495,782	13,6432392	1037,86659	23095,8792
63	8509,39454	1795,95372	31640,9451	14,2602081	1024,22335	22058,0126
64	8440,1392	1737,88976	29844,9914	15,027882	1009,96314	21033,7893
65	8365,33103	1680,47432	28107,1016	15,6924739	994,935259	20023,8261
66	8285,26164	1623,79467	26426,6273	16,6724691	979,242785	19028,8909
67	8198,06517	1567,51745	24802,8326	17,1641931	962,570316	18049,6481
68	8106,0528	1512,12113	23235,3152	18,2813353	945,406123	17087,0778
69	8005,60171	1456,95879	21723,1941	19,0631582	927,124788	16141,6716

70	7898,23605	1402,36005	20266,2353	19,8301371	908,061629	15214,5468
71	7783,75854	1348,32601	18863,8752	20,8264013	888,231492	14306,4852
72	7660,52397	1294,61361	17515,5492	21,3457372	867,405091	13418,2537
73	7531,05869	1241,69193	16220,9356	22,2282104	846,059354	12550,8486
74	7392,87062	1189,17855	14979,2437	22,8737914	823,831143	11704,7893
75	7247,11408	1137,3004	13790,0651	23,4412897	800,957352	10880,9581
76	7094,007	1086,12008	12652,7647	23,7657124	777,516062	10080,0008
77	6934,9003	1035,86363	11566,6446	25,3421546	753,75035	9302,48472
78	6760,99811	985,256513	10530,781	25,7045052	728,408195	8548,73437
79	6580,1997	935,521361	9545,52449	27,8767408	702,70369	7820,32618
80	6379,22045	884,827026	8610,00313	29,7310871	674,826949	7117,62249
81	6159,51345	833,514792	7725,17611	30,9594925	645,095862	6442,79554
82	5925,00916	782,22567	6891,66131	32,4277128	614,13637	5797,69967
83	5673,24312	730,719282	6109,43564	32,8996794	581,708657	5183,5633
84	5411,42702	679,997182	5378,71636	33,2253348	548,808978	4601,85465
85	5140,40915	630,18655	4698,71918	36,074058	515,583643	4053,04567
86	4838,79798	578,742088	4068,53263	36,6169905	479,509585	3537,46203
87	4524,99364	528,009437	3489,79054	36,7891606	442,892594	3057,95244
88	4201,83183	478,341997	2961,78111	37,884497	406,103434	2615,05985
89	3860,72883	428,790622	2483,43911	38,6865227	368,218937	2208,95641
90	3503,69647	379,645792	2054,64849	38,3831262	329,532414	1840,73748
91	3140,6083	332,003012	1675,00269	38,7814892	291,149288	1511,20506
92	2764,58038	285,123888	1342,99968	36,4315133	252,367799	1220,05578
93	2402,50692	241,738134	1057,87579	34,7221064	215,936285	967,687977
94	2048,79523	201,119976	816,13766	30,6156145	181,214179	751,751692
95	1729,11911	165,598996	615,017685	28,3081068	150,598564	570,537513
96	1426,14752	133,251889	449,418689	25,47114	122,290458	419,938948
97	1146,72377	104,530703	316,1668	20,7640999	96,8193177	297,648491
98	913,242567	81,2170738	211,636097	20,5295685	76,0552178	200,829173
99	676,627447	58,7066011	130,419023	14,878642	55,5256493	124,773955
100	500,85539	42,3960907	71,7124219	12,0457086	40,6470073	69,248306

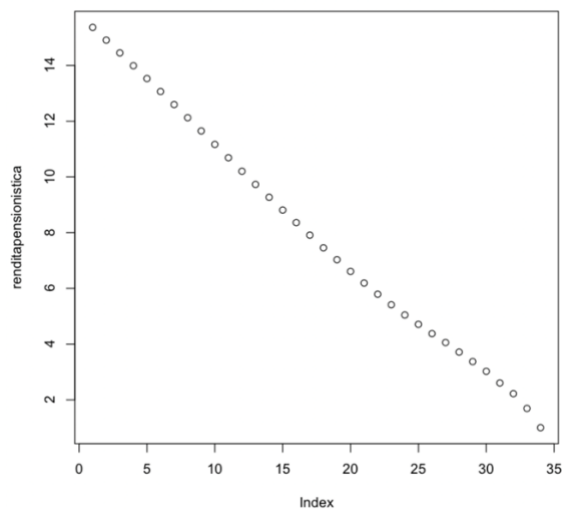
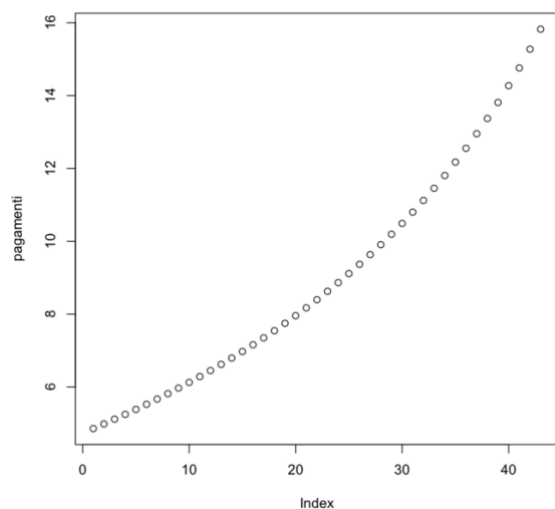
## Bilancio fondo pensione Alberta

Età	Attività	Passività
25	4858,31793	
26	4985,29245	
27	5115,03102	
28	5248,27462	
29	5384,89479	
30	5525,11117	
31	5669,49059	
32	5817,32447	

33	5969,35234	
34	6125,20539	
35	6285,54613	
36	6450,61472	
37	6620,21371	
38	6794,40739	
39	6973,92309	
40	7158,75252	
41	7349,13233	
42	7545,44128	
43	7747,80454	
44	7956,73654	
45	8172,80269	
46	8396,09407	
47	8626,74951	
48	8865,63829	
49	9111,83002	
50	9367,98969	
51	9632,85049	
52	9908,30677	
53	10193,851	
54	10490,829	
55	10799,0241	
56	11120,6244	
57	11454,5227	
58	11805,2831	
59	12173,3363	
60	12553,5446	
61	12952,9606	
62	13371,9751	
63	13810,3963	
64	14271,8101	
65	14759,4238	
66	15274,6114	
67	15823,0025	
68		15366,041
69		14909,9578
70		14451,5207
71		13990,5891
72		13529,5575
73		13063,575
74		12596,2949
75		12125,2618

76		11649,5081
77		11166,1847
78		10688,3648
79		10203,4276
80		9730,71898
81		9268,19318
82		8810,32364
83		8360,85182
84		7909,90979
85		7456,07659
86		7029,9581
87		6609,33366
88		6191,76473
89		5791,72906
90		5412,01439
91		5045,14307
92		4710,23207
93		4376,12294
94		4057,9642
95		3713,89743
96		3372,70032
97		3024,63095
98		2605,80795
99		2221,53933
100		1691,48666
Totale	388518,324	271130,682

Nella provincia di Alberta, dove il target benefit plan è legalmente implementato, viene riscontrato un utile di 117387,642.



## Tavola attuariale Ontario

x	lx	Dx	Nx	Cx	Mx	Rx
0	10000	10000	341974,464	328,926559	1659,15942	97350,8989
1	9662,85028	9427,171	331974,464	19,3688574	1330,23286	95691,7395
2	9642,50087	9177,87114	322547,293	11,6433135	1310,864	94361,5067
3	9629,9623	8942,37732	313369,422	9,12527419	1299,22069	93050,6427
4	9619,8897	8715,14528	304427,044	7,02586905	1290,09542	91751,422
5	9611,94057	8495,55489	295711,899	6,16367166	1283,06955	90461,3266
6	9604,79261	8282,18256	287216,344	5,01291604	1276,90588	89178,257
7	9598,83382	8075,16519	278934,162	4,25161225	1271,89296	87901,3511
8	9593,65365	7873,95833	270858,996	3,71544975	1267,64135	86629,4582
9	9589,01356	7678,19512	262985,038	3,35029806	1263,9259	85361,8168
10	9584,72489	7487,57177	255306,843	2,8641176	1260,5756	84097,8909
11	9580,96692	7302,08395	247819,271	2,75987	1257,71148	82837,3153
12	9577,25521	7121,22447	240517,187	2,55868259	1254,95161	81579,6038
13	9573,72803	6944,97739	233395,963	2,91134665	1252,39293	80324,6522
14	9569,61438	6772,67635	226450,985	3,09071645	1249,48158	79072,2593
15	9565,1381	6604,3984	219678,309	3,44399483	1246,39087	77822,7777
16	9560,02547	6439,87152	213073,911	4,30925019	1242,94687	76576,3869
17	9553,46843	6278,49223	206634,039	5,10240922	1238,63762	75333,44
18	9545,51042	6120,25587	200355,547	5,39296852	1233,53521	74094,8024
19	9536,88895	5965,58837	194235,291	5,60183054	1228,14224	72861,2672
20	9527,7097	5814,48438	188269,703	5,47319478	1222,54041	71633,1249
21	9518,51702	5667,19449	182455,218	5,27481903	1217,06722	70410,5845
22	9509,43604	5523,69542	176788,024	4,76153805	1211,7924	69193,5173
23	9501,03378	5384,2096	171264,328	4,43810596	1207,03086	67981,7249
24	9493,00646	5248,44931	165880,119	4,11091405	1202,59275	66774,694
25	9485,38506	5116,32744	160631,669	3,97192109	1198,48184	65572,1013
26	9477,83724	4987,56704	155515,342	3,95617946	1194,50992	64373,6194
27	9470,1314	4861,96289	150527,775	3,67536575	1190,55374	63179,1095
28	9462,79355	4739,70306	145665,812	3,61808987	1186,87837	61988,5558
29	9455,38946	4620,48246	140926,109	3,70232228	1183,26028	60801,6774
30	9447,62359	4504,08544	136305,627	3,62503265	1179,55796	59618,4171
31	9439,82975	4390,60466	131801,541	3,6159229	1175,93293	58438,8591
32	9431,86113	4279,90082	127410,936	3,61065197	1172,31701	57262,9262
33	9423,70521	4171,90235	123131,036	3,67120635	1168,70635	56090,6092

34	9415,20518	4066,47742	118959,133	3,73480711	1165,03515	54921,9028
35	9406,34172	3963,56024	114892,656	3,92150639	1161,30034	53756,8677
36	9396,80251	3862,96653	110929,096	3,88320342	1157,37884	52595,5674
37	9387,12033	3764,86463	107066,129	4,09422537	1153,49563	51438,1885
38	9376,65679	3668,94444	103301,264	4,24682707	1149,40141	50284,6929
39	9365,53192	3575,21116	99632,32	4,42716305	1145,15458	49135,2915
40	9353,6447	3483,58373	96057,1088	4,59389015	1140,72742	47990,1369
41	9341,00144	3394,02438	92573,5251	4,79564326	1136,13353	46849,4095
42	9327,47295	3306,44766	89179,5007	5,06581193	1131,33788	45713,276
43	9312,82506	3220,73678	85873,0531	5,28894988	1126,27207	44581,9381
44	9297,14962	3136,89327	82652,3163	5,57156593	1120,98312	43455,666
45	9280,22374	3054,81212	79515,423	5,7751935	1115,41156	42334,6829
46	9262,24065	2974,52931	76460,6109	6,15652178	1109,63636	41219,2713
47	9242,5909	2895,82329	73486,0816	6,55863172	1103,47984	40109,635
48	9221,13441	2818,63483	70590,2583	6,9049588	1096,92121	39006,1551
49	9197,98017	2742,98268	67771,6235	7,33246944	1090,01625	37909,2339
50	9172,77767	2668,74819	65028,6408	7,70322247	1082,68378	36819,2177
51	9145,63894	2595,95355	62359,8926	7,94338641	1074,98056	35736,5339
52	9116,95448	2524,69422	59763,9391	8,51546149	1067,03717	34661,5533
53	9085,43543	2454,60085	57239,2448	8,82622875	1058,52171	33594,5162
54	9051,94938	2385,90631	54784,644	9,27598579	1049,69548	32535,9945
55	9015,87718	2318,43749	52398,7377	9,7013405	1040,41949	31486,299
56	8977,20771	2252,18889	50080,3002	10,1238473	1030,71815	30445,8795
57	8935,84529	2187,13361	47828,1113	10,5809851	1020,59431	29415,1613
58	8891,53442	2123,2079	45640,9777	11,0229753	1010,01332	28394,567
59	8844,21855	2060,39937	43517,7698	11,3647276	998,990347	27384,5537
60	8794,21613	1998,781	41457,3704	11,8200731	987,625619	26385,5634
61	8740,91015	1938,21017	39458,5894	12,4759499	975,805546	25397,9377
62	8683,23971	1878,4608	37520,3793	12,6226137	963,329596	24422,1322
63	8623,4326	1820,02207	35641,9185	13,2238879	950,706982	23458,8026
64	8559,2102	1762,4074	33821,8964	14,0064782	937,483095	22508,0956
65	8489,48654	1705,41537	32059,489	14,3734349	923,476616	21570,6125
66	8416,14742	1649,44644	30354,0736	15,0488558	909,103182	20647,1359
67	8337,44239	1594,16718	28704,6272	15,2839312	894,054326	19738,0327
68	8255,50957	1540,00113	27110,46	15,5812899	878,770394	18843,9784
69	8169,89452	1486,85883	25570,4589	15,8514671	863,189105	17965,208
70	8080,61742	1434,74252	24083,6	16,4032887	847,337637	17102,0189
71	7985,92279	1383,34551	22648,8575	16,8587536	830,934349	16254,6813
72	7886,1657	1332,74662	21265,512	16,796197	814,075595	15423,7469
73	7784,2941	1283,44441	19932,7654	17,2041666	797,279398	14609,6713
74	7677,33945	1234,93672	18649,321	17,5578704	780,075231	13812,3919
75	7565,45705	1187,25844	17414,3843	17,6288388	762,517361	13032,3167
76	7450,31407	1140,67208	16227,1258	18,1213503	744,888522	12269,7993
77	7328,99525	1094,72946	15086,4538	18,5274217	726,767172	11524,9108



78	7201,85692	1049,50132	13991,7243	18,5303699	708,23975	10798,1436
79	7071,5194	1005,37336	12942,223	19,2034282	689,70938	10089,9039
80	6933,07098	961,648626	11936,8496	20,7436537	670,505952	9400,19449
81	6779,77939	917,450128	10975,201	21,306649	649,762298	8729,68854
82	6618,39106	873,766646	10057,7509	21,6959148	628,455649	8079,92624
83	6449,9458	830,75935	9183,98422	21,7168957	606,759735	7451,47059
84	6277,12244	788,780031	8353,22487	22,2868805	585,042839	6844,71086
85	6095,32916	747,254613	7564,44484	22,8211503	562,755958	6259,66802
86	5904,52407	706,207741	6817,19023	23,0850044	539,934808	5696,91206
87	5706,68764	665,898157	6110,98249	23,9626742	516,849804	5156,97725
88	5496,19572	625,694064	5445,08433	24,0018561	492,88713	4640,12745
89	5280,08871	586,431378	4819,39026	24,8014808	468,885274	4147,24032
90	5051,19941	547,326692	4232,95889	25,1077353	444,083793	3678,35505
91	4813,69084	508,869526	3685,63219	26,3592941	418,976057	3234,27125
92	4558,10935	470,09878	3176,76267	25,5896057	392,616763	2815,2952
93	4303,78785	433,04335	2706,66389	25,698733	367,027158	2422,67843
94	4041,99664	396,782584	2273,62054	24,9817262	341,328425	2055,65128
95	3781,14735	362,123234	1876,83796	24,6264403	316,346698	1714,32285
96	3517,57933	328,66452	1514,71472	25,0461468	291,720258	1397,97615
97	3242,81784	295,602165	1186,0502	23,0915334	266,674111	1106,25589
98	2983,16589	265,300823	890,448037	22,6692996	243,582578	839,581784
99	2721,88914	236,160771	625,147214	22,3489937	220,913278	595,999206
100	2457,86447	208,051759	388,986442	22,0426421	198,564285	375,085927

## Bilancio fondo pensione Ontario

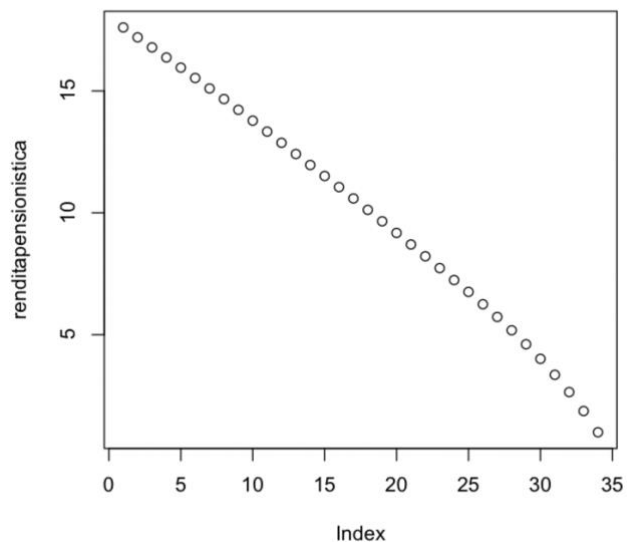
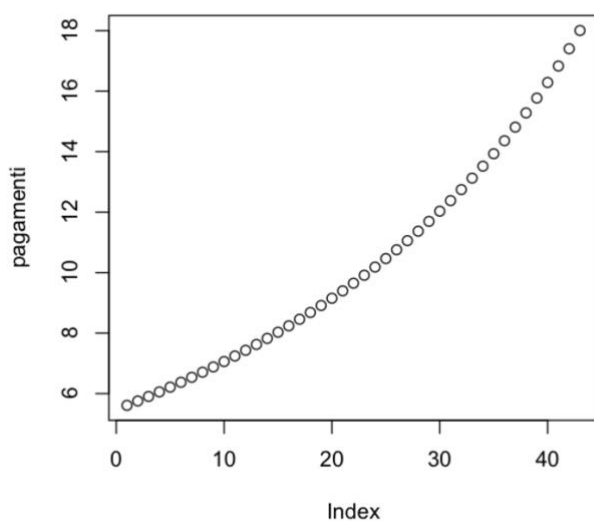
Età	Attività	Passività
25	5610,39682	
26	5755,23636	
27	5903,91738	
28	6056,20792	
29	6212,47401	
30	6373,02013	
31	6537,73896	
32	6706,84401	
33	6880,46479	
34	7058,84337	
35	7242,13219	
36	7430,72117	
37	7624,34509	
38	7823,67453	
39	8028,79211	

40	8239,97051	
41	8457,40158	
42	8681,40983	
43	8912,44121	
44	9150,6547	
45	9396,52787	
46	9650,14098	
47	9912,42361	
48	10183,8759	
49	10464,7497	
50	10755,8395	
51	11057,4502	
52	11369,546	
53	11694,2138	
54	12030,9113	
55	12381,0227	
56	12745,213	
57	13124,3135	
58	13519,4614	
59	13931,5842	
60	14361,0667	
61	14809,8631	
62	15280,9296	
63	15771,582	
64	16287,169	
65	16831,458	
66	17402,5822	
67	18006,0332	
68		17604,1819
69		17197,6373
70		16786,0085
71		16372,524
72		15956,1553
73		15530,6808
74		15101,4386
75		14667,7283
76		14225,9341
77		13780,9882
78		13331,7834
79		12873,0515
80		12412,9014
81		11962,7222
82		11510,7974

83		11054,9273
84		10590,0562
85		10122,9818
86		9653,23634
87		9177,05271
88		8702,47081
89		8218,16576
90		7733,87987
91		7242,78427
92		6757,64926
93		6250,33011
94		5730,14197
95		5182,87085
96		4608,69559
97		4012,31906
98		3356,37118
99		2647,12556
100		1869,66188
Totale	445654,644	342225,253

In Ontario si riscontra un utile pari a 103249, più basso di quello calcolato in Alberta, ma leggermente più alto di quello calcolato su un campione della popolazione totale canadese.

Osserviamo gli andamenti graficamente.



## Conclusioni

Valutazione finale della tesina è che in tutti e tre i casi analizzati, dopo aver ricavato le tavole attuariali dalle proiezioni di mortalità ed aver calcolato attività e passività dei fondi pensioni, si rilevano passività minori delle attività. In generale, il Canada avrebbe quindi interesse a favorire questa tipologia di target benefit plan in tutte le sue province implementandola legalmente, a riprova dell'analisi fatta nella provincia di Ontario, dove comunque le entrate del fondo superano le uscite che si aspetta di dover versare ai contribuenti.

La differenza sostanziale è nella distribuzione di entrate ed uscite, dovuta soprattutto alle marcate differenze demografiche, culturali e lavorative tra le varie province canadesi. Nonostante tutto risulta comunque conveniente implementare questa tipologia contrattuale per i piani pensionistici, come si vede, nei casi analizzati in cui si applica sia un piano target benefit che un piano pensionistico normale, nel caso dei target benefit, il profitto è estremamente elevato se messo in confronto con i casi calcolati tramite il pacchetto *“lifecontingencies”*, perciò implementare questa tipologia contrattuale, nei casi analizzati, comporta soltanto vantaggi.