Universitat Autònoma de Barcelona Facultat de Ciències



PRÀCTICA 1

Autors:

Andrea González & Gerard Lahuerta & Ona Sánchez

1603921 - 1601350 - 1601181

11 d'Octubre del 2022

$\mathbf{\acute{I}ndex}$

1	Introducció	4
2	Presentació de les funcions	5
	2.1 Llibreries i importacions	5
	2.2 Funcions programades	6
	2.2.1 trobar moda	6
	2.2.2 ordenar salary	6
	2.2.3 standarize	6
	2.2.4 mse	7
	2.2.5 regression	7
	2.2.6 split data	7
	2.2.7 combination	8
	2.2.8 lasso	8
	2.2.9 Bayes	8
9		0
3	Gestió del dataset	9
	3.1 Explicació del Dataset	9
	3.2 Gestió dels valors nulls	11
	3.3 Gestió del tipus de dades	12
4	Estudi del dataset	13
	4.1 Decisions preses abans d'estudiar el dataset	13
	4.2 Distribució de les dades	14
	4.3 Correlació de les variables	15
	4.4 Representació de les dades	18
	4.4.1 Representació 2 a 2 en R3	18
	4.4.2 Representació 3 a 3 en R4	19
5	PCA	20
_	D	0.1
6	Predicció del Salary	21
	6.1 Regressió Lineal	22
	6.2 Regressió lineal amb escala logarítmica	23
	6.3 Regressió Lineal amb BayessianRidge	24
	6.4 Regressió lineal amb Lasso	24
	6.5 Regressió multilineal	25
	6.6 Regressió multilineal amb escala logarítmica	25
	6.7 Regressió multilineal amb Lasso	26
	6.8 Regressió multilineal amb BayessianRidge	26
	6.9 Versió final del regresor i interval de confiança	27
7	Resolució de les preguntes	28
	7.1 Apartat C	28
	7.2 Apartat B	29
	7.3 Apartat A	30
	7.3.1 Explicació del regressor lineal programat	30
8	Anàlisi i conclusions	31
9	Annex 9.1 Histogrames	33 33
	ů	36
	9.2.1 Representació 2 a 2 en R3	36
	9.2.2 Representació 3 a 3 en R4	38
	9.3 Regressions	39

	9.3.1	Regressor lineal simple
	9.3.2	Regressor lineal simple amb la transformació logarítmica
	9.3.3	Lasso amb la transformació logarítmica
	9.3.4	BayessianRidge amb la transformació logarítmica
	9.3.5	Regressió multilineal
	9.3.6	Regressió multilineal amb transformació logarítmica
	9.3.7	Lasso multilineal amb transformació logarítmica 60
	9.3.8	BayessianRidge multilineal amb transformació logarítmica 60
9.4	Descer	ns del gradient

1 Introducció

L'objectiu d'aquesta pràctica és, mitjançant la interfície proporcionada per Jupyter Notebook, estudiar i predir un valor en funció d'un conjunt de paràmetres que es calcularan mitjançant un conjunt de dades.

Les dades han sigut proporcionades per la web de Kaggle, concretament, la base de dades de RRHH.

L'objectiu d'aquesta primera pràctica és trobar models que descriguin les dades i permetin generar noves conclusions. Així doncs, després d'un estudi de les dades s'ha decidit intentar predir el *Salary* en funció de les altres variables.

El dataset que s'utilitza es pot trobar al següent enllaç: https://www.kaggle.com/datasets/rhuebner/human-resources-data-set?resource=download.

Aquest dataset va estar creat per la Dra. Carla Patalano i el Dr. Rich. Si bé el dataset està pensat per a predir si un treballador acabarà el seu contracte o no, s'ha pogut utilitzar també (no sense problemes i dificultats) per al nostre objectiu.

Les dades de recursos humans poden ser difícils d'aconseguir, analitzar i visualitzar, per la qual cosa s'ha treballat per tal d'obtenir la millor pressició possible.

2 Presentació de les funcions

2.1 Llibreries i importacions

Per tal de poder dur a terme la nostra tasca és imprescindible tenir intal·lades les següents llibreries, ja que s'utilitzen les funcions següents (d'entre altres).

Llibreria	Funció utilitzada	
sklearn.datasets	make_regression	
	shuffle	
	isnan	
	min	
numpy (as np)	max	
	floor	
	reshape	
	array	
pandag (ag pd)	read_csv	
pandas (as pd)	DataFrame	
	figure	
matplotlib pyplot (as plt)	subplots	
matplotho pyplot (as pit)	plot	
	hist	
seaborn (as sns)	heatmap	
seaborn (as sns)	pairplot	
	LinearRegression	
$sklearn.linear_model$	Lasso	
	BayesianRidge	
math	operacions aritmètiques vàries	
sklearn.metrics	r2_score	
ipywidgets	interact	
mpl_toolkits.mplot3d	axes3d	
intertools	combinations	
plotly.express (as px)	scatter_matrix	
sklearn.decomposition	PCA	

2.2 Funcions programades

2.2.1 trobar moda

- Entrada:
 - o DataFrame dt
 - o string col e
 - o string col a
 - o string val
- Sortida: float pos
- Funcionament: Agafa les files que tenen el mateix valor *val* en l'atribut *col_a*, troba quin és el valor de *col_e* més comú i el retorna.
- Informació rellevant: Funció utilitzada exclusivament per a tractar els nulls de l'atribut ManagerID.

2.2.2 ordenar salary

- Entrada:
 - o DataFrame dt
 - o string col
- Sortida: dict lista
- Funcionament: Crea una llista amb els diversos tipus de l'atribut *col* i els ordena en funció del salari al diccionari que retorna.
- Informació rellevant: Funció utilitzada exclusivament per a tractar el canvi de tipus de variable (d'objecte a int).

2.2.3 standarize

- Entrada:
 - o np.array X
- Sortida: np.array x
- Funcionament: Per cada atribut, calcula la mitjana i la desviació estàndar, posteriorment normalitza cada dada restant la mitjana i dividint per la desviació estàndar.
- Informació rellevant: Funció utilitzada exclusivament com a pas intermedi per a estudiar el dataset i millorar la seva predicció.

2.2.4 mse

- Entrada:
 - o np.array y1
 - o np.array y2
- Sortida: float mse
- Funcionament: Es comprova que la mida de y1 i y2 sigui igual i es calcula

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (y_{1i} - y_{2i})^2$$

• Informació rellevant: La funció és utilitzada per tots els regressors per estudiar l'error que cometen.

2.2.5 regression

- Entrada:
 - o np.array x
 - o np.array y
- Sortida: Regressor lineal (LinearRegressor()) ja entrenat amb les dades x i y.
- Funcionament: Es crea un objecte de regressió amb *sklearn* i es retorna el model entrenat amb el mètode *fit*.
- Informació rellevant: Funció utilitzada tant per a fer el regressor lineal simple com per al regressor multilineal simple, amb la tranformació logarítmica i sense.

2.2.6 split data

- Entrada:
 - o np.array x
 - o np.array y
 - o float train ratio
- Sortida: np.array x_train, np.array y_train, np.array x_val i np.array y_val.
- Funcionament: mitjançant els mètodes *shuffle* i *floor* de la llibreria numpy creem les 4 llistes que retornem amb els components de les x i y aleatòriament ordenats i dividits.
- Informació rellevant: Funció utilitzada tant per validar el comportament dels regressors lineals com els multilineals i evitar el overfitting. Aquesta funció en alguns casos ha sigut modificada afegint condicions per evitar tenir en compte outliners. En aquests casos la funció ha sigut reescrita i assenyalada explícitament. En cas de no introduir el train_ratio, aquest tindrà el valor per defecte 0.8.

2.2.7 combination

- Entrada:
 - list Aint n conj
- Sortida: list aux
- Funcionament: Es crea una llista amb totes les combinacions de n_ conj elements de la llista A usant la funció combinations de la llibreria intertools.
- Informació rellevant: Funció utilitzada únicament per a crear totes les combinacions possibles d'atributs rellevants en la regressió multilineal.

2.2.8 lasso

- Entrada:
 - o **np.array** x
 - o np.array y
 - o float a
- Sortida: Regressor lineal (Lasso()) ja entrenat amb les dades x i y.
- Funcionament: Es crea un objecte de regressió *Lasso* amb *sklearn* i es retorna el model entrenat amb el mètode *fit*.
- Informació rellevant: Funció utilitzada tant per a fer el regressor lineal com per al regressor multilineal amb el mètode de la llibreria sklearn *Lasso*, amb la tranformació logarítmica i sense. En cas de no introduir la a, aquesta tindrà el valor per defecte 0.1.

2.2.9 Bayes

- Entrada:
 - o np.array x
 - o np.array y
 - float t
- Sortida: Regressor lineal (BayessianRidge()) ja entrenat amb les dades x i y.
- Funcionament: Es crea un objecte de regressió BayessianBrigde amb *sklearn* i es retorna el model entrenat amb el mètode *fit*.
- Informació rellevant: Funció utilitzada tant per a fer el regressor lineal com per al regressor multilineal amb el mètode de la llibreria sklearn *BayessianBrigde*, amb la tranformació logarítmica i sense. En cas de no introduir la t, aquesta tindrà el valor per defecte 10⁻⁶.

3 Gestió del dataset

3.1 Explicació del Dataset

El dataset tracta sobre una empresa fictícia de 311 treballadors (que estan o han estat actius) i 36 característiques que s'han recollit sobre ells.

Per tant, el nostre dataset és de mida 311x36 (files x columnes).

Els 36 atributs recollits dels treballadors són els següents:

Atribut	Explicació	Tipus de dada
Employee_Name	Nom del treballador	string
EmpID	Identificador empleat	naturals
MarriedID	Casat / no casat	binari
MaritalStatusID	Estat Civil	naturals [0-4]
EmpStatusID	Estat del treballador	naturals [1-5]
GenderID	Sexe	binari
DeptID	Identificador del departament	naturals [1-6]
PerfScoreID	Qualitat del treball	naturals [1-4]
FromDiveristyJobFairID	Participació en fires	binari
Salary	Salari anual	float [45.0k-250k]
Termd	Tipus de jornada	binari
PositionID	Identificador de la posició	naturals [1-30]
Position	Càrrec	string
State	Estat del treballador	string
Zip	Codi Postal	int
DOB	Data de naixement	string
Sex	Sexe	binari
MaritalDesc	Estat Civil	string
CitizenDesc	Residència / no resident	string
HispanicLatino	Procedència llatina	string
RaceDesc	Ètnia	string
DateofHire	Data de contractació	string
DateofTermination	Data de finalització	string
TermReason	Tipus de contracte	string
EmploymentStatus	Situació Laboral	string
Department	Departament	string
ManagerName	Nom del mànager	string
ManagerID	Identificador manager	naturals [1-39]
RecruitmentSource	Font de captació	string
PerformanceScore	Puntuació de rendiment	string
EngagementSurvey	Enquesta de participació	float [1.12-5]
EmpSatisfaction	Satisfacció del treballador	naturals [1-5]
SpecialProjectsCounts	Nombre de projectes	naturals [0-8]
LastPerformanceReview_Date	Última revisió	string
DaysLateLast30	Dies de retard	naturals [0-6]
Absences	Nombre d'abscències	naturals [0-20]

Cal comentar que en informar-se sobre el dataset es troben bastants incongruències com:

- Els coordinadors dels treballadors no estàn a la base de dades
- Alguns valors que haurien d'estar correlacionats no ho estan, com EmploymentStatus, EmpID i EmpStatusID

S'ha tractat amb aquestes incongruencies asumint que:

- Els coordinadors no pertanyen a l'empresa (són gent que subcontracta els serveis de la mateixa)
- Tots els atributs són independents i no estàn correlacionats entre ells fins que es demostri mitjançant càlculs el contrari i es pugui trobar una relació directa.

3.2 Gestió dels valors nulls

Per motius diversos hi ha atributs que no contenen totes les dades. Aquests atributs són (amb el nombre de dades que hi falten):

Atribut	$\# ext{Nulls}$
DateofTermination	207
ManagerID	8

Observant aquests valors obtenim la següent conclusió:

- La variable DateofTermination només conté valors si el treballador ha acabat el seu contracte (ja no es troba actiu).
- La variable ManagerID està corrupta, ja que tota la informació perduda es correspon als càrrecs Production Technician I i Production Technician II.

S'han gestionat els valors nulls de la següent manera:

- En tenir més del 50% dels valors nulls, es procedeix a eliminar la columna DateOf-Termination en no ser útil per a predir el *Salary*.
- Enl tenir menys del 50% dels valors nulls a la variable ManagerID, aquests se substituiran per una estimació, la moda del ManagerID dels treballadors que tenen el mateix càrreg. Se suposa que un mànager organitza un conjunt de treballadors similars, pel que un conjunt de treballadors amb la mateixa posició ha de ser gestionat pel mateix conjunt de mànagers. Del conjunt s'escull el més probable (la moda) per a susbtituir el valor null.

Important: La gestió de les dades així com l'anàlisi de les mateixes no inclouen l'atribut DateOfTermination.

3.3 Gestió del tipus de dades

Per la correcta gestió de les dades és necessari que totes tinguin valors numèrics (int64 i float64), pel que s'ha decidit passar tots els valors de tipus object a int64 i float64. El resultat d'aquesta transformació es mostra a continuació:

Atribut	Tipus de dada		
Attibut	Original	Transformada	
Employee_Name	Object (string)	int64	
EmpID	int64	int64	
MarriedID	int64	int64	
MaritalStatusID	int64	int64	
EmpStatusID	int64	int64	
GenderID	int64	int64	
DeptID	int64	int64	
PerfScoreID	int64	int64	
FromDiveristyJobFairID	int64	int64	
Salary	int64	int64	
Termd	int64	int64	
PositionID	int64	int64	
Position	Object (string)	int64	
State	Object (string)	int64	
Zip	int64	int64	
DOB	Object (string)	int64	
Sex	Object (string)	int64	
MaritalDesc	Object (string)	int64	
CitizenDesc	Object (string)	int64	
HispanicLatino	Object (string)	int64	
RaceDesc	Object (string)	int64	
DateofHire	Object (string)	int64	
TermReason	Object (string)	int64	
EmploymentStatus	Object (string)	int64	
Department	Object (string)	int64	
ManagerName	Object (string)	int64	
ManagerID	float64	float64	
RecruitmentSource	Object (string)	int64	
PerformanceScore	Object (string)	int64	
EngagementSurvey	float64	float64	
EmpSatisfaction	int64	int64	
SpecialProjectsCounts	int64	int64	
$Last Performance Review_Date$	Object (string)	int64	
DaysLateLast30	int64	int64	
Absences	int64	int64	

Es fa la transformació de les dades (tot i que existeixen atributs numèrics que representen alguns dels objectes, com GenderID i Sex) perquè hi ha alguns atributs que haurien d'estar correlacionats de manera directa però no ho estan. Pel que (mitjançant la decisió explicada a 3.1) es decideix transformar totes les dades.

4 Estudi del dataset

4.1 Decisions preses abans d'estudiar el dataset

Per tal d'estudiar el dataset, es va decidir comparar els valors obtinguts per a la regressió lineal simple estandaritzant les dades i sense fer-ho. Una vegada vist si hi existeix millora o no amb l'estandaritzat escollim amb quina de les dues formes d'analitzar-lo ens quedem per a fer la resta d'anàlisis.

Per evitar treballar amb moltes dades, s'ha intentat crivar les variables per només usar les més significatives i, així, asseguar que utilitzem atributs que tenen una correlació directa (o prou alta) amb l'atribut objectiu (Salary).

Per tal de veure si existeixen relacions entre les dades (així com si les dades segueixen alguna distriució), part de l'anàlisi s'ha centrat a observar histogrames de les dades i gràfics de relació dels atributs amb l'atribut objectiu. D'aquesta manera podem crivar dades que tenen distribucions que sabem que no ajuden a predir ni millorrar la predicció (com atributs que segueixen distribucions uniformes, etc...).

Per altra banda, hem categoritzat 2 valors de criva diferents a l'hora de discutir si un atribut és rellevant o no mitjançant el R2 score:

- Si aquest és superior a 0.5 (en valor absolut) diem que és rellevant per a predir el Salary.
- Si aquest és superior a 0.3 (en valor absolut) diem que és afí per a predir el Salary.

Fem servir aquests dos valors per assegurar que es treballa amb:

- 1. Valors significatius per a predir/millorar la predicció.
- 2. Valors fortament correlacionats amb el conjunt de les dades.

4.2 Distribució de les dades

Per tal de poder utilitzar propietats de distribucions (com la normal, etc...) en les dades, representem els histogrames de les variables significatives.

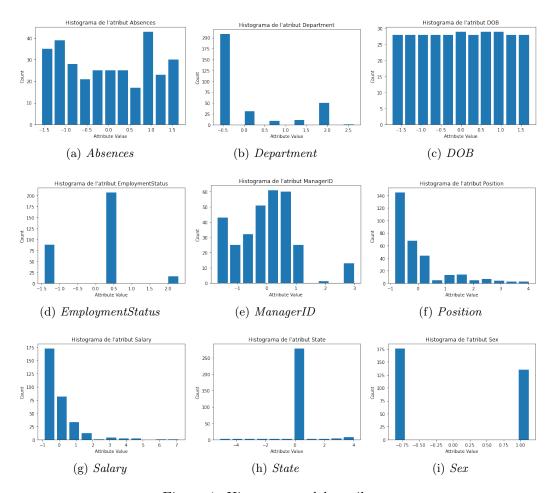


Figura 1: Histogrames dels atributs

S'observa dels histogrames¹ que cap atribut segueix una distribució normal. La majoria d'atributs segueixen distribucions discretes o uniformes (pel que el seu impacte en la predicció serà poc rellevant o nul).

Per altra banda, existeixen alguns atributs (com el que volem predir, el *Salary*) que sembla que segueixin una distribució exponencial. S'intentarà utilitzar aquesta informació més endavant per a millorar la nostra predicció.

IMPORTANT: Els histogrames han sigut fets amb les dades estandaritzades per així poder visualitzar de millor manera com estan distribuïdes les dades, ja que en alguns casos els valors eren molt dispars i es dificultava la interpretació del gràfic.

 $^{^1\}mathrm{Es}$ mostren part dels histogrames obtinguts, la resta es troben a 9.1

4.3 Correlació de les variables

Mostrem ara l'anàlisi de les correlacions dels atributs de la base de dades. Mencionar que els càlculs de les correlacions han sigut amb el dataset sense estandaritzar.

Atribut	# afins
Employee_Name	10
EmpID	4
MarriedID	0
MaritalStatusID	1
EmpStatusID	4
GenderID	1
DeptID	9
PerfScoreID	5
FromDiveristyJobFairID	1
Salary	10
Termd	4
PositionID	2
Position	10
State	0
Zip	1
DOB	10
Sex	1
MaritalDesc	1
CitizenDesc	0
HispanicLatino	0
RaceDesc	1
DateofHire	10
TermReason	5
EmploymentStatus	4
Department	10
ManagerName	11
ManagerID	11
RecruitmentSource	0
PerformanceScore	2
EngagementSurvey	3
EmpSatisfaction	1
SpecialProjectsCounts	10
LastPerformanceReview_Date	13
DaysLateLast30	3
Absences	0

Taula 1: Taula d'atributs afins

Atribut	Corr.
Employee_Name	0.756
Position	0.917
DOB	0.751
DateofHire	0.586
Department	0.622
ManagerName	0.654
SpecialProjectsCount	0.508

Taula 2: Taula d'atributs rellevants

S'observa a la figura 2 mostrada que alguns dels atributs amb més relacions són *Employee_Name*, *Salary*, *Position* i *DOB*, entre d'altres. S'escull d'entre els atributs amb més relacions el *Salary* com a objectiu per fer-ne l'estudi, ja que és dels pocs que són continus, numèrics i afins amb la resta.

S'observa, a més, que existeix un conjunt nombrés d'atributs amb el mateix nombre de correlacions que Salary, i per això s'intueix que estan relacionats entre ells, afirmant així que existeix una forta relació entre l'atribut Salary i la resta d'atributs de la base de dades.

Per altra banda, s'observa a la figura 3 la correlació entre l'atribut Salary i la resta d'atributs del dataset. Cal recalcar que només es mostren els atributs que presenten una correlació major al 0.5 (els atributs rellevants).

Una vegada reduït el conjunt de dades a analitzar de 36 a 7 atributs, s'estudia si tenen alguna distribució (respecte a la resta) que indiqui alguna duplicitat de les dades o alguna distribució que útil per predir el valor del *Salary*.

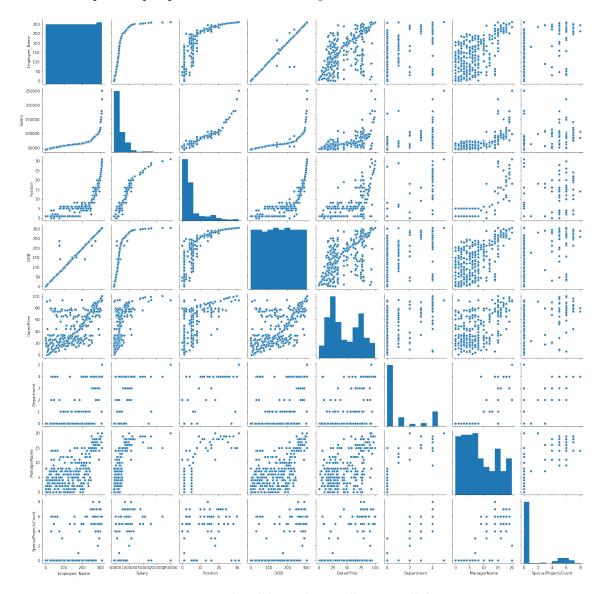


Figura 2: Pairplot dels atributs rellevants i l'objectiu

Els gràfics estan ordenats de la següent forma: Employee_Name, Salary, Position, DOB, DateofHire, Department, ManagerName i SpecialProyectsCount.

S'observa com els atributs Employee_Name, DOB, Position i ManagerName semblen seguir distribució exponencial respecte al Salary.

Per altra banda, hi ha atributs com el DateofHire que tot i que sembla tenir alguna relació, té molts valors dispersos.

També hi ha atributs com SpecialProyectCount que no es veu a simple vista quina relació hi ha.

S'observa com les variables DOB i Employee_name tenen distribucions uniformes i una relació entre elles massa lineal. Estudiem mitjançant un mapa de calor quina relació hi ha entre elles, entre la resta d'atributs rellevants i entre el Salary.

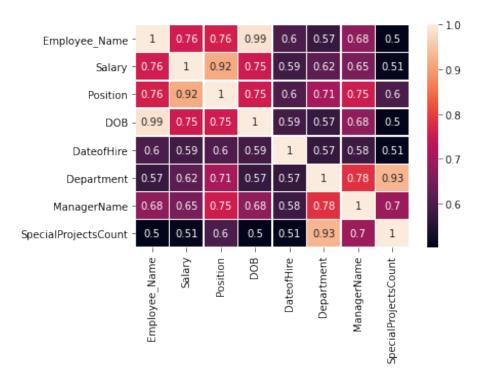


Figura 3: Heatmap dels atributs rellevants i l'objectiu

S'observa del mapa de calor que existeix una forta correlació entre totes les dades rellevants.

A més, s'observa com el millor atribut (pel que fa a que té la millor correlació amb l'objectiu) és el *Position*.

Per altra banda, destaca el fet que la correlació entre els atributs *Employee_Name* i *DOB* és quasi de 1, encara que no hauria de tenir tanta correlació, ja que en una empresa real amb tants treballadors, el normal és que entre diversos treballadors hi hagués alguns amb el mateix nom i/o la mateixa data de naixement. Es dedueix el següent:

- 1. Tant el *DOB* com l'*Employee_Name* segueixen distribucions uniformes pel que no es repeteixen ni dates de naixement ni noms en la majoria dels casos.
- 2. L'empresa no té suficients treballadors com perquè succeeixi una repetició significativa de les dades de DOB i Name.

Per aquest fenomen, deduïm que no es pot utilitzar la *DOB* i el *Employee_Name* per predir el *Salary*.

Mencionar que el fet que l'empresa sigui fictícia perjudica les prediccions, perquè no permet tenir en compte efectes socials per a predir el Salary, com racisme o sexisme, ja que no compleix cap desigualtat que podria patir una empresa real. Per altra banda, representen les dades que hauria de tenir una empresa sense cap "brecha" salarial a causa de discriminacions, i per això ens dediquem a estudiar les autèntiques bases de tenir un sou més elevat o no: els càrrecs de l'empresa, el treball extra, el coordinador, etc...

Concloem l'estudi de les correlacions crivant les dades a únicament *Position*, *DateofHi*re, *Department*, *ManagerName* i *SpecialProjectsCount*.

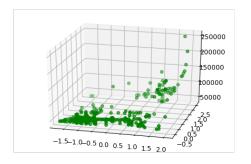
4.4 Representació de les dades

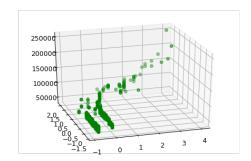
Decidim representar les dades del Salary respecte dels atributs rellevant en R3 per veure si hi existeix alguna relació visual amb el valor del Salary.

4.4.1 Representació 2 a 2 en R3

A l'hora de representar a R3 el Salary respecte de 2 atributs ens adonem que hi ha un conjunt de gràfics on es veu fàcilment una relació i un altre conjunt on no es veu cap relació aparent. Mostrem ara una mostra dels gràfics estudiats².

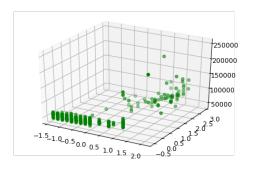
En aquest cas, els gràfics s'han fet amb els atributs estandaritzats i el Salary amb els valors originals per a poder enfatitzar el creixement exponencial d'alguns dels gràfics.

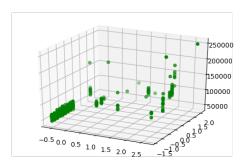




- (a) DateofHire & Department
- (b) ManagerName & Position

Figura 4: Gràfics amb relacions aparents





- (a) ManagerName & SpecialProyectCount
- (b) Department & ManagerName

Figura 5: Gràfics sense relacions aparents

S'observa doncs com sembla que només els atributs DateofHire i Position obtenen alguna relació amb combinació dels altres atributs amb el Salary.

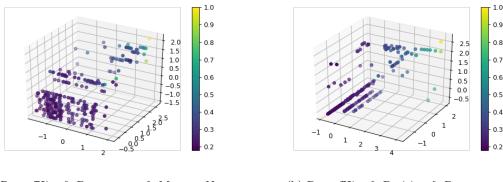
Es conclou que per a predir el Salary només és imprescindible els atributs DateofHire i Position.

Es procedeix a estudiar el comportament però en comptes de 2 a 2 fent 3 a 3.

 $^{^2\}mathrm{El}$ conjunt de gràfics complets es troba a 9.2

4.4.2 Representació 3 a 3 en R4

Per a poder representar les dades amb 4 atributs (el Salary i 3 més dels 5 rellevants), s'ha decidit posar el valor de Salary com el color del punt. Cada eix representa un dels atributs. Els atributs estan estandaritzats, però el Salary està normalitzat (han sigut dividits pel valor màxim que assoleix el Salary) per a evitar que la diferència de colors sigui poc visible. Una mostra dels resultats obtinguts són³:



- (a) Dateof Hire & Department & Manager Name
- (b) Date of Hire & Position & Department

Figura 6: Gràfics del Salary amb els atributs 3 a 3

Dels gràfics ens adonem que no hi existeix cap relació adicional a les ja trobades amb les representacions del Salary fetes anterioemnt a 2 i 4.4.1, i per això deduïm que no hi haurà una gran millora dels resultats una vegada afegim més atributs per al nostre regressor. Igualment s'estudia si la millora que obtenim és considerable o si pel contrari amb un nombre menor de variables s'obté un resultat prou bo.

 $^{^3\}mathrm{El}$ conjunt de gràfics complets es troba a 9.2

5 PCA

Per tal de trobar noves relacions que puguin ser significatives a l'hora de predir el *Salary*, es decideix provar d'examinar les dades rellevants mitjançant una PCA.

Els resultats obtinguts d'aquest analísi és la següent:

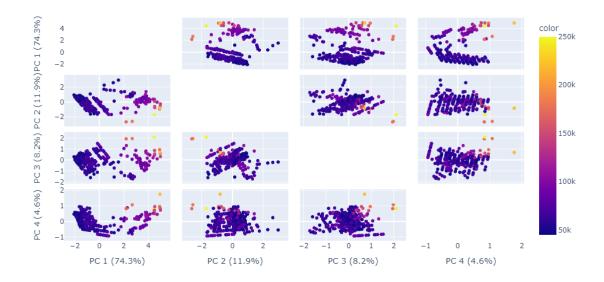


Figura 7: PCA dels atributs rellevant per al Salary

S'observa de l'analísi de la PCA que cap combinació lineal de variables ens dona una bona variança (millor que la que es podria obtenir mitjançant les variables de forma independent).

El millor valor de variança que aconseguim és entre la PC4 i PC1 amb 74.3%. Aquest valor, tot i ser bastant bo, no entra dins del llindar òptim per a fer una PCA (superior o igual al 85%)⁴.

Es dedueix, doncs, que es pot obtenir resultats millors utilitzant altres mètodes que no pas una PCA (com per exemple utilitzar transformacions en les dades, fer regressió mitjançant mètodes alternatius, etc.).

⁴El valor del llindar superior a 85% ha sigut extret en la investigació prèvia a l'ús de la PCA on diverses fonts comenten que en cas d'obtenir una molt bona correlació entre algunes dades amb l'atribut objectiu superior a la variança de la PCA és recomanable no invertir temps en desenvolupar l'anàlisi de la PCA i millorar la regressió mitjançant les variables de forma independent

6 Predicció del Salary

Per a predir el *Salary* s'han utilitzat diversos mètodes i transformacions. Primerament, s'ha intentat fer una regressió lineal simple per a totes les dades (incloses les descartades) per si existia alguna relació que havia sigut descuidada.

Posteriorment s'han procedit a estudiar diversos tipus de regresor que s'han cregut útils per a veure amb quin obtenim la millor predicció.

Finalment s'ha procedit a fer un interval de confiança per als regressors que s'han cregut necessaris, per a obtenir la millor precisió possible.

6.1 Regressió Lineal

Per a trobar el millor regresor lineal estudiem, per als atributs rellevants, el seu MSE i el R2 score.

S'utilitzen els resultats obtinguts per comparar-los amb altres regresors lineals. Per al regresor lineal simple, s'utilitza el mètode *LinearRegressor()* de la llibreria sklearn⁵.

IMPORTANT: les dades obtingudes a continuació són mitjançant tots els valors dels que es disposa.

Atribut	Original		Transformada	
Atribut	MSE	R2	MSE	R2
Position	$100 \cdot 10^{6}$	0.841	$73 \cdot 10^{6}$	0.816
DateofHire	$414 \cdot 10^6$	0.343	$387 \cdot 10^{6}$	0.383
Department	$387 \cdot 10^6$	0.387	$333 \cdot 10^{6}$	0.226
ManagerName	$361 \cdot 10^6$	0.428	$391 \cdot 10^6$	0.353
SpecialProjectsCounts	$468 \cdot 10^{6}$	0.258	$791 \cdot 10^6$	0.141

Taula 3: MSE i R2 del regressor lineal simple

S'observa com, per a tots els atributs, el MSE és menor quan les dades són estandaritzades, i per això, tot i que el R2 score disminueix significativament en alguns casos, es decideix utilitzar per a tots els regresors l'estandarització de les dades.

IMPORTANT: En aquest cas, com en els següents, les dades estandaritzades són totes menys el *Salary*.

En cas de fer la regressió i validant-la amb conjunts de train i de test, s'obtenen els següents resultats:

Atribut	MSE	R2
Position	$81 \cdot 10^{6}$	0.857
DateofHire	$272 \cdot 10^{6}$	0.340
Department	$232 \cdot 10^{6}$	0.454
ManagerName	$194 \cdot 10^6$	0.539
SpecialProjectsCounts	$293 \cdot 10^{6}$	0.217

Taula 4: MSE i R2 amb dataset dividit

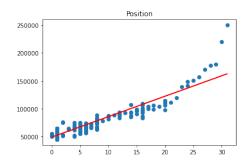


Figura 8: Regressor de Position

Es conclou doncs que, tot i tenir un error inacceptable, el millor regresor lineal simple és mitjançant l'atribut Position⁶.

Es dedueix que aquest error és tant elevant a causa de la gran variança del *Salary* entre els treballadors amb *Positions* de molta i poca importància.

Solucionem aquest problema mitjançant transformacions al dataset per, així, obtenir millors precisions.

 $^{^5\}mathrm{La}$ informació sobre les llibreries i funcions utilitzades es troba a 2.1

 $^{^6\}mathrm{La}$ resta de gràfics obtinguts amb el MSE i R2 corresponents per aquesta anàlisi es troben a 9.3.1

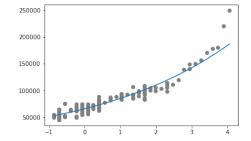
6.2 Regressió lineal amb escala logarítmica

Observem de totes gràfiques generades (com per exemple 2, 4.4.1, 13 i les classificades a 9.3.1) que el valor de l'atribut *Salary* creix de manera exponencial, pel que procedim a fer la regessió lineal de l'apartat anterior (6.1) però aplicant la transformació logarítmica a les dades del *Salary*:

$$\sum_{i=1}^{n} w_{i} x_{i} = \log y \Longrightarrow y = \exp\left(\sum_{i=1}^{n} w_{i} x_{i}\right)$$

Mitjançant aquest nou model recalculem el MSE i el R2 score de les variables més rellevants⁷.

Atribut	MSE	R2
Position	0.010	0.862
DateofHire	0.045	0.404
Department	0.042	0.440
ManagerName	0.036	0.520
SpecialProjectsCounts	0.051	0.321



Taula 5: MSE i R2 amb dataset dividit

Figura 9: Regressor de Position

S'observa una millora notòria tant en l'error comès com en l'R2 score a l'hora de predir el valor del *Salary*.

Com totes les variables tenen relació exponencial amb *Salary*, aplicarem la transformació logarítmica a tots els nostres regresors per així obtenir una millor predicció.

A partir d'ara el valor amb el que compararem els resultats següents serà:

• MSE^8 : 0.01

• R2 score: 0.862

Per mirar de millorar la predicció, provem altres tipus de regresors, com la BayesianRidge o Lasso.

⁷El conjunt sencer dels gràfics es troben a 9.3.2

⁸IMPORTANT: El càlcul de l'error y R2 score s'ha efectuat amb el valor predit, el logaritme de y, no amb e^y , on y és el valor predit.

6.3 Regressió Lineal amb BayessianRidge

Procedim a estudiar els resultats obtinguts per al mètode de regressió lineal del $BayesianRidge()^9$ i comparant-los amb els valors anteriorment obtinguts.

Atribut	MSE	R2
Position	0.010	0.862
DateofHire	0.045	0.404
Department	0.042	0.440
ManagerName	0.036	0.520
SpecialProjectsCounts	0.051	0.321

250000

Taula 6: MSE i R2 amb dataset dividit

Figura 10: Regressor de Position

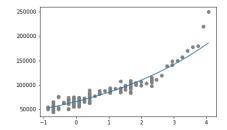
S'observa dels resultats obtinguts que no existeix cap diferència (en els primers tres decimals) en les dades obtingudes amb el regresor lineal simple.

Es conclou doncs que el model anterior es manté com el millor per a predir el Salary.

6.4 Regressió lineal amb Lasso

Es procedeixen a estudiar els resultats obtinguts per al mètode de regressió lineal del $Lasso()^{10}$ i comparant-los amb els valors anteriorment obtinguts.

Atribut	MSE	R2
Position	0.010	0.862
DateofHire	0.045	0.404
Department	0.042	0.440
ManagerName	0.036	0.520
SpecialProjectsCounts	0.051	0.321



Taula 7: MSE i R2 amb dataset dividit

Figura 11: Regressor de Position

S'observa dels resultats obtinguts que no existeix cap diferència (en els primers 3 decimals) en les dades obtingudes amb el regresor lineal simple.

Es conclou doncs que el model anterior es manté com el millor per a predir el Salary.

Tot i això, s'ha decidit que és millor utilitzar el mètode Lasso() ja que permet escollir el grau de precisió de la recta de regressió mitjançant el paràmetre a^{11} i calcula les rectes de regressió més ràpid que el regresor simple.

 $^{^9}$ S'ha introduït com a paràmetre d'entrada $t = 1 \cdot 10^{-12}$, on t és la tolerància.

 $^{^{10}}$ S'ha introduït com a paràmetre d'entrada a=0.001, on a és el terme de regularització.

¹¹Mencionar que s'ha estudiat que a partir del valor $a \le 0.01$, el regressor només estabilitza els valors, no augmenta significativament la precisió.

6.5 Regressió multilineal

Es procedeix ara a intentar millorar la precisió del regresor afegint-li major complexitat. S'analitzen ara, totes les possibles combinacions lineals del regressor multilineal simple de la llibreria sklearn (LinearRegressor()) amb totes les variables rellevants¹².

Els resultats més significatius obtinguts¹³, són els següents:

	Atributs	Valor
Millor R2	Position, DateofHire, Department	0.827
Millor MSE	Position, DateofHire, ManagerName	$102 \cdot 10^6$

Taula 8: Millors valors de MSE i R2 obtinuts en la regressió multilineal

Abans d'explicar els resultats cal comentar que els estudis del regresor multilineal s'han dut a terme amb els datatset separat en train i test i que s'han repetit els càlculs 1000 vegades per cada conjunt d'atributs trobats per a evitar valors sobre o infraestimats deguts a fenòmens aleatoris i evitar també possibles overfittings del model.

S'observa com tant l'error MSE com el R2 score no milloren significativament respecte a la millor combinació trobada fins al moment.

Tot i això, es pot observar una certa millora respecte a la mitjana de valors obtiguts inicialment.

Es conclou que el mètode de regressió multilineal pot superar en precissió al millor regresor trobat fins ara, per això es decideix aplicar una transformació al datatset per així intentar millorar la predicció.

6.6 Regressió multilineal amb escala logarítmica

Repetim ara la mateixa transformació que en l'apartat 6.2 per a veure si el regresor multilineal simple és capaç de millorar l'error comès.

Els resultats més significatius obtinguts¹⁴, són els següents:

	Atributs	Valor
Millor R2	Position, DateofHire, ManagerName	0.857
Millor MSE	Position, DateofHire	0.010

Taula 9: Millors valors de MSE i R2 obtinuts en la regressió multilineal

S'observa com tant l'error com el R2 score no arriben a millorar, però si quasi igualar completament, els valors obtinguts pel millor regresor fins ara.

Com hi ha hagut una millora molt significativa respecte al regressor multilineal simple, procedim a intentar millorar els valors obtinguts pel regresor estudiant diferents mètodes.

Cal mencionar que ha aparegut una discrepància entre els atributs trobats a l'apartat anterior i aquest, aquest fenomen segurament és a causa de que els atributs trobats aquesta vegada són en els que la tendència exponencial està més present.

 $^{^{12}}$ Per a fer aquestes combinacions s'ha utilitzat el mètode explicat a 2.2.7

 $^{^{13}\}mathrm{La}$ resta de resultats obtinguts es troben a 9.3.5

 $^{^{14}\}mathrm{La}$ resta de resultats obtinguts es troben a 9.3.6

6.7 Regressió multilineal amb Lasso

Estudiem ara els millors valors assolits de totes les combinacions d'atributs rellevants mitjançant el mètode de regressió multilineal $Lasso()^{15}$.

Com els resultats obtinguts per la transformació han millorat el regresor lineal, utilitzem la transformació per al regresor multilineal amb mètode Lasso().

Els resultats més significatius obtinguts¹⁶, són els següents:

	Atributs	Valor
Millor R2	Position, DateofHire, ManagerNamee	0.716
Millor MSE	Position, DateofHire, Department, ManagerName	0.020

Taula 10: Millors valors de MSE i R2 obtinuts en la regressió multilineal Lasso

S'observa com el regresor multilineal amb mètode Lasso no millora ni en R2 ni en MSE al regresor multilineal simple, per la qual cosa s'intenta millorar la precisió amb un altre mètode.

6.8 Regressió multilineal amb BayessianRidge

Estudiem ara els millors valors obtinguts de totes les combinacions d'atributs rellevants mitjançant el mètode de regressió multilineal $BayessianRidge()^{17}$.

Com els resultats obtinguts per la transformació han millorat el regresor lineal, utilitzem la transformació per al regresor multilineal amb mètode BayessianRidge().

Els resultats més significatius obtinguts¹⁸, són els següents:

	Atributs	Valor
Millor R2	Position, DateofHire	0.857
Millor MSE	Position, DateofHire	0.010

Taula 11: Millors valors de MSE i R2 obtinuts en la tilineal BayessianRidge

S'observa com, mitjançant el mètode BayessianRidge(), els millors valors de MSE i R2 score coincideixen en els dos casos amb el mateix conjunt d'atributs.

Comentar també que són els dos millors atributs dels rellevants (com ja hem estudiat a 4.4.1).

Deduïm d'això que els mètodes multilineals intenten assemblar-se al mètode lineal dels atributs Position i DateofHire (sobretot al del Position) incloent-ne algun d'aquests atributs en el seu model de regressió lineal per així asegurar-se tenir una bona predicció.

Com que cap dels regressors ha siguit capaç de superar en R2 score o en MSE al regresor de l'apartat 6.4 (Regresor lineal amb mètode Lasso basat en l'aribut Position), es finalitza l'estudi analitzant i polint aquest regresor lineal.

 $^{^{15}}$ Igual que en seu anàleg lineal el valor del paràmetre a=0.01

¹⁶La resta de resultats obtinguts es troben a 9.3.7

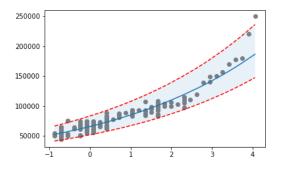
 $^{^{17}}$ Igual que en seu anàleg lineal el valor del paràmetre $t = 10^{-12}$

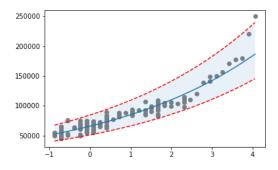
¹⁸La resta de resultats obtinguts es troben a 9.3.8

6.9 Versió final del regresor i interval de confiança

Per finalitzar l'estudi dels regresors, es procedeix a estudiar quin és el marge d'error del nostre regresor i estudiar el seu interval de confiança.

Calculant l'interval de confiança del 75%, s'obté el següent llindar:





Regressió amb datatset separat en train i test

Regressió sense datatset separat en train i test

Figura 12: Gràfic de la regressió lineal amb interval de confiança del 75%

S'observa com els intervals de confiança tant amb el datatset separat en train i test com sense separar-lo són pràcticament idèntics.

S'observa com existeixen dos valors (punts) que podrien ser considerats outliners. Aquests es troben a la part superior dreta del gràfic i fa que el regresor augmenti l'error. Els dos outliners representen el *Salary* dels directors de l'empresa (els CEO).

Com que els sous dels directors de l'empresa és un tema subjecte a canvis, té una dispersió respecte a la resta de dades molt gran i és poc probable de ser necessària de catalogar (ja que en aquest cas es tracta de dos subjectes respecte als 309 restants) es decideix tractar-los com a outliners i eliminar-los per a fer la regresió i l'interval de confiança.

Mostrem ara el regressor sense els outliners i augmentat l'interval de confiança al 95%.

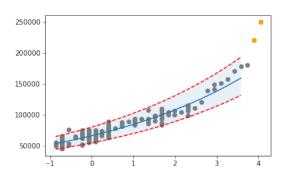


Figura 13: Regressor sense outliners amb interval de confiança del 95%

S'observen en taronja els outliners que no s'han tingut en compte per a fer la regressió lineal, que, com són els últims valors de la gràfica, fa que la regressió s'estanqui quan s'arriba a ells.

Tot i això, s'observa com la tendència de la gràfica s'ajusta molt millor als punts que amb els outliners.

També s'observa clarament que tot i haver augmentat l'interval de confiança, aquest sembla haver-se reduït.

Els resultats que s'obtenen (de MSE i R2 score) són 0.007 i 0.880 (respectivament).

7 Resolució de les preguntes

7.1 Apartat C

1. Quin és el tipus de cada atribut?

Es pot veure el tipus de cada atribut del dataset a la secció 3.3 explicada anteriorment. On indica els tres tipus d'atributs que hi ha.

2. Quins atributs tenen una distribució Gaussiana?

Mitjançant un estudi visual de les gràfiques ,tant a la secció 4.2 com a la 9, s'ha observat que cap dels atributs dels quals disposa el dataset es pot aproximar per una distribució Gaussiana, tot i que, com s'ha explicat anteriorment, sí que s'observen algunes distribucions uniformes i logarítmiques, entre d'altres.

3. Quin és l'atribut objectiu? Per què?

S'ha decidit que l'atribut a predir sigui Salary, ja que en fer l'estudi de les correlacions entre els atributs mostrat a l'apartat 4.3, es va veure que és l'atribut amb més correlacions rellevants (sense tenir poca dispersió). Recalcar també que ens semblava dels més interessants a predir, ja que es treballa en el context d'una empresa fictícia.

7.2 Apartat B

1. Quins són els atributs més importants per fer una bona predicció?

S'observa dels gràfics que les millors regressions lineals són amb les variables ja catalogades com a rellevants en l'apartat C: DateofHire, Department, Position, Manager-Name i SpecialProjectsCount (ja que són les que presenten un menor MSE i major R2 score).

2. Amb quin atribut s'assoleix un MSE menor?

La millor dada obtinguda pel que fa a la relació MSE-R2 és la de *Position*, que, sense estandaritzar, té un MSE = 100190785.86004272 i R2 = 0.8411741038500034. Estandaritzat, l'MSE es redueix a $73 \cdot 10^6$.

Cal recalcar que en la regressió amb les dades normalitzades s'obtenen un MSE i un R2 bastant més petit i gran respectivament, de manera que els valors que obtenim són més fàcils de tractar.

3. Quina correlació hi ha entre els atributs de la vostra base de dades?

Les correlacions de l'atribut Salary amb els cinc atributs més rellevants són les següents:

Atribut	Correlació
Position	0.917
DateofHire	0.586
Department	0.622
ManagerName	0.654
SpecialProjectsCount	0.508

4. Com influeix la normalització en la regressió?

En el cas del nostre dataset, ens permet tenir uns valors més "manejables", facilitant la visualització de les dades, les relacions entre elles i detectar les distribucions que segueixen.

5. Com millora la regressió quan es filtren aquells atributs de les mostres que no contenen informació?

Veiem que es redueix l'MSE significativament, mentre que augmenta l'R2 score. Observem que inicialment, usant els 5 atributs més rellevants, s'aconsegueix un error de $75 \cdot 10^5$, mentre que usant 3 dels atributs (Position, DateofHire i ManagerName), es redueix a $65 \cdot 10^5$. Per altra banda, l'R2 score augmenta de 0.850 a 0.857. D'aquesta manera millorem la precisió amb la que el regresor predirà el valor objectiu *Salary*.

6. Si s'aplica un PCA, a quants components es redueix l'espai? Per què?

En fer l'estudi aplicant un PCA, com s'ha explicat a la secció 9.2, observem que la màxima variança que són capaços d'explicar els components principals és de tan sols un 74.3%. Decidim així que de totes les combinacions possibles amb els cinc atributs més rellevants, la millor és utilitzant els atributs 'Position', 'DateofHire' i 'ManagerName', ja que és la que presenta una millor relació MSE-R2 score.

7.3 Apartat A

7.3.1 Explicació del regressor lineal programat

S'ha programat un regresor lineal que està capacitat per a calcular relacions lineals i multilineals¹⁹.

Si bé és funcional i ens permet calcular paràmetres de funcions concretes que poden ser útils per al nostre regresor, el cas és que a causa de com esta organitzat el nostre datatset, és completament inecessari i (inclòs) obté major error que amb els mètodes utilitzats de la llibreria sklearn.

Per aquest motiu no s'ha utilitzat el nostre regresor personalitzat i s'ha prioritzat millorar els regresors dels que ja hi disposàvem.

Per a observar alguns dels resultats obtinguts pel nostre regresor amb datasets aleatòris accedir a 9.4.

 $^{^{19}\}mathrm{Per}$ a obtenir més informació sobre el nostre regressor accedir a les últimes cel·les del codi adjuntat conjuntament amb aquesta memòria.

8 Anàlisi i conclusions

Resumim els resultats obtinguts del nostre estudi:

- Com que el dataset ha sigut creat de forma fictícia i no conté informació real, hi apareixen moltes incongruències i dificultats a l'hora d'estimar els valors del *Salary*, per aquests motius mètodes com PCA no són prou bons trobant relacions amb combinacions d'atributs.
- Per solucionar el problema anterior s'ha hagut d'estudiar a fons el dataset per a trobar correlacions entre variables i millorar-les per a obtenir bones prediccions. S'ha conclòs que els millors atributs per a fer la regressió eren Position, DateofHire, Department, SpecialProyectsCount i ManagerName.
- Per millorar la predicció dels regresors s'ha optat per fer una transformació logarítmica de les dades i calcular la recta i les prediccions amb aquesta transformació.
- S'han provat diferents tipus de regresors (tant lineals com multilineals) per a poder trobar la millor regressió. Es conclou que el millor regresor és el Lasso lineal amb la transformada logarítmica predint el Salary mitjançant l'atribut Position.
- S'ha afegit un interval de confiança del 95% de confiança eliminant els outliners més significatius del conjunt de dades per, així, millorar encara més la predicció.

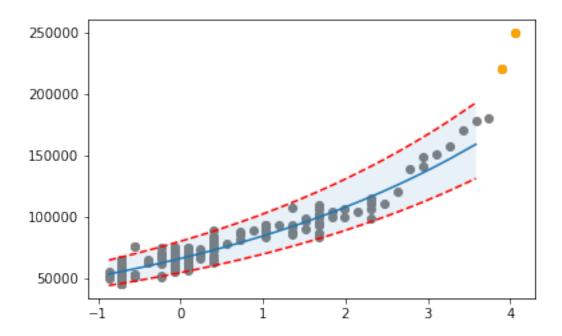


Figura 14: Gràfic del mètode Lasso, amb transformació logarítmica sense outliners i amb variable independent estandaritzada, amb interval de confiança del 95%.

El nostre regesor per a predir el Salary en funció de l'atribut Position és:

$$\hat{y} = e^{0.24936 \cdot x + 11.095}$$

On \hat{y} és la predicció del Salary i x és el valor de l'atribut $Position^{20}$ després de normalitzar-lo mitjançant la funció 2.2.3.

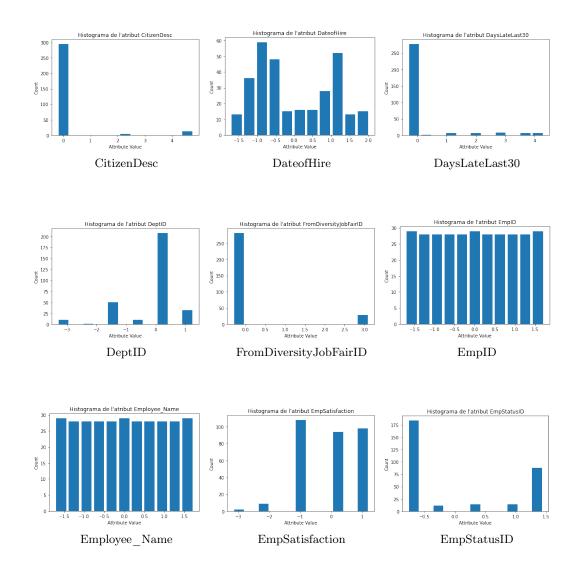
²⁰Per a obtenir el valor de la posició es pot utilitzar el diccionari que es genera en la funció 2.2.2

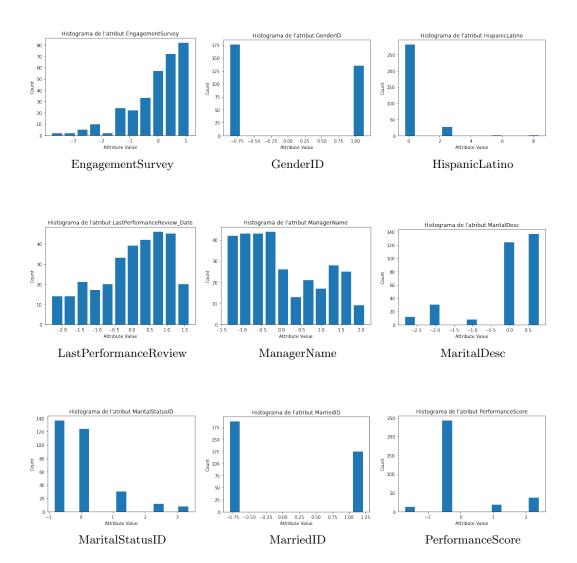
Sabent que un valor d'1 indica un ajust perfecte i, per tant, un model molt fiable per a predir, mentre que un valor de 0 indicaria que el model no aconsegueix ajustar les dades en absolut, assegurem que el nostre regresor funciona de manera correcta comparant la correlació Salary-Position (0.92), amb l'R2 Score màxim aconseguit, 0.917.

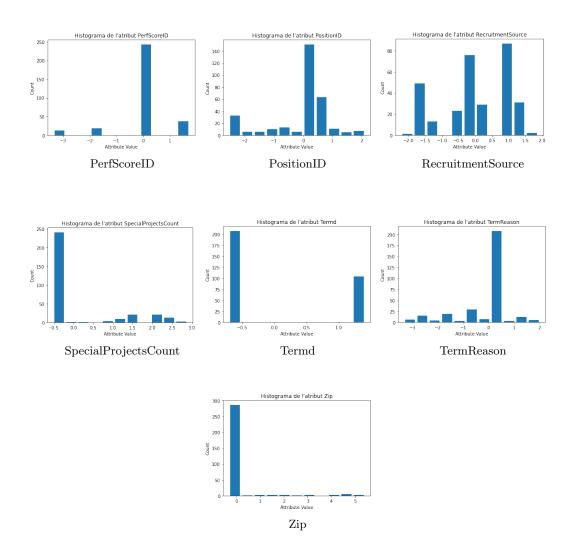
9 Annex

9.1 Histogrames

S'adjunten a continuació els histogrames restants mencionats i explicats anteriorment a la secció 4.2.





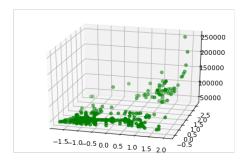


9.2 PCA

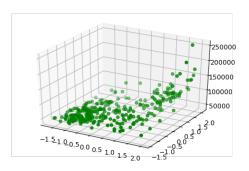
9.2.1 Representació 2 a 2 en R3

Es mostra a continuació el conjunt total de gràfics que representen el Salary respecte a 2 atributs.

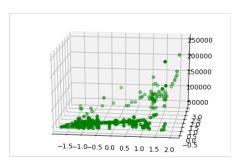
IMPORTANT: No s'ha vist necessària la creació de més gràfics amb l'ús d'altres atributs, ja que els representats són els que més relació tenen amb l'objectiu *Salary*, per la qual s'analitza la tendència del salari usant únicament els més rellevants.



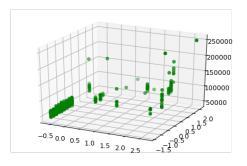
DateofHire & Department



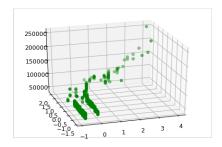
DateofHire & ManagerName



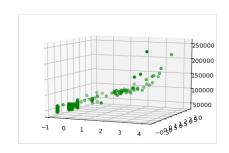
DateofHire & SpecialProjectsCount



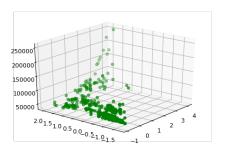
Department & ManagerName



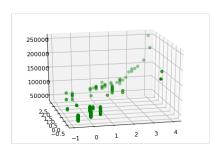
Position & Manager Name



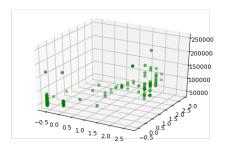
Position & Special Projects
Count



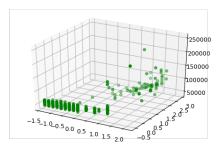
Position & Dateof Hire



Position & Department



Department & SpecialProjectsCount

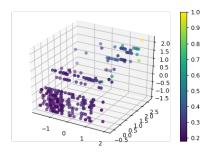


Manager Name & Special Projects
Count

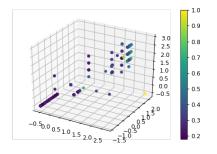
9.2.2 Representació 3 a 3 en R4

Es mostra a continuació el conjunt total de gràfics que representen el Salary respecte a 3 atributs.

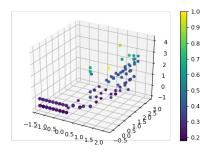
IMPORTANT: No s'ha vist necessària la creació de més gràfics amb l'ús d'altres atributs, ja que els representats són els que més relació tenen amb l'objectiu *Salary*, per la qual cosa s'analitza la tendència del salari usant únicament els més rellevants.



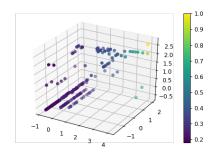
Position & ManagerName



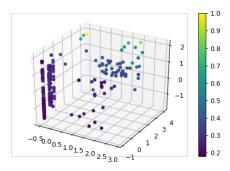
Position & Special Projects
Count



Position & DateofHire



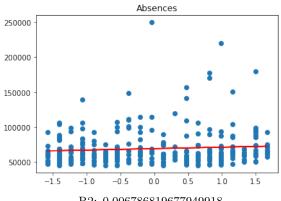
Position & Department



Department & SpecialProjectsCount

9.3 Regressions

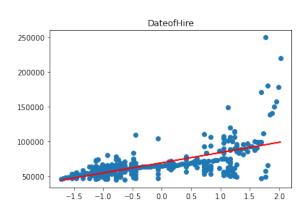
9.3.1 Regressor lineal simple



R2: 0.006786819677949918

Absences

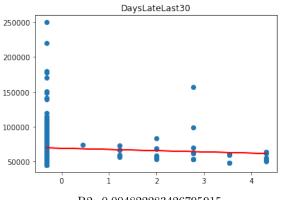
MSE: 626540202.0400987



R2: 0.3434337383583841

MSE: 414176096.7049033

DateofHire



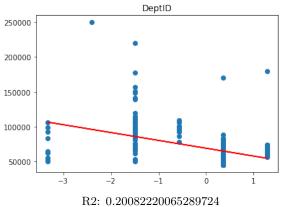
R2: 0.004822283426795915 MSE: 627779473.6930523

DaysLate30

R2: 0.38665722313325035

 $\mathbf{MSE} \colon 386909794.34377193$

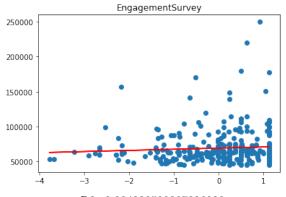
Department

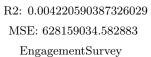


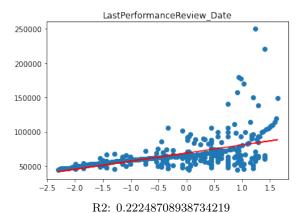
250000 - 200000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 1500000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 1500000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 1500000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 1500000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 1500000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 1500000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 1500000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 150000 - 15000

MSE: 504138517.07700574 DeptID

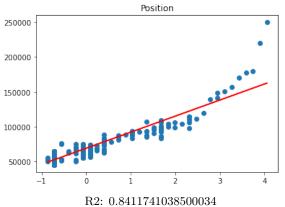
R2: 0.013298487327952357 MSE: 622432502.2573311 EmpID





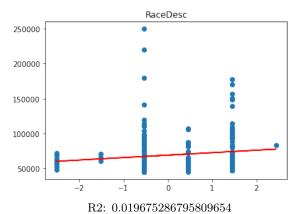


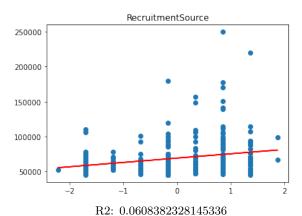
MSE: 490471840.0394999 LastPermanceReviewDate



MSE: 100190785.86004275 Position

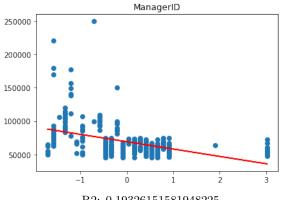
R2: 0.017046821513222787 MSE: 620067972.5629187 PositionID



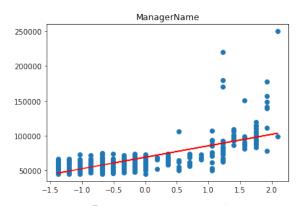


MSE: 618409880.2199701 RaceDesc

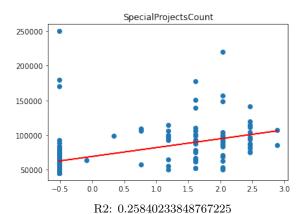
MSE: 592443409.9534619 RecruitmentSource



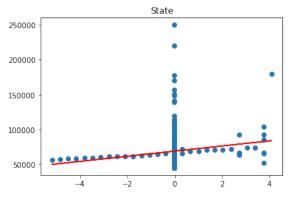
 $\begin{array}{cccc} \text{R2: } 0.19326151581948225 \\ \text{MSE: } 508907959.42527676 \\ & \text{ManagerID} \end{array}$



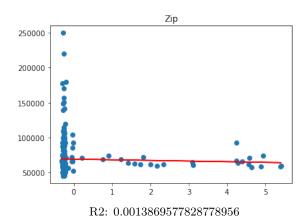
 $\begin{array}{c} {\rm R2:} \ \, 0.42755630898352837 \\ {\rm MSE:} \ \, 361109772.7375548 \\ {\rm ManagerName} \end{array}$



MSE: 467815729.6762194 SpecialProjectsCount

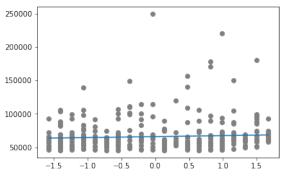


R2: 0.021389366583724256 MSE: 617328601.8822374 State



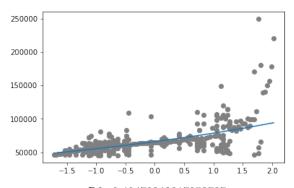
MSE: 629946550.878149

9.3.2 Regressor lineal simple amb la transformació logarítmica



R2: 0.006470672577135184 MSE: 0.07525780628277791

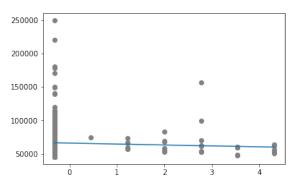
Absences



R2: 0.40479342317953737

MSE: 0.045085675903278666

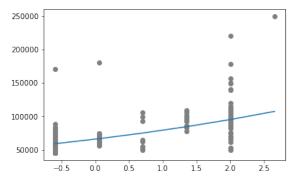
 ${\bf Date of Hire}$



 $R2 \colon \ 0.0062521739831206125$

MSE: 0.07527435710257503

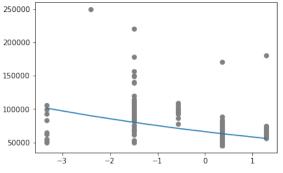
 ${\bf DaysLate 30}$



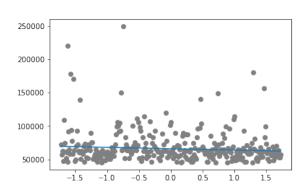
R2: 0.44012332894054845

 $\mathbf{MSE} \colon 0.04240950809387157$

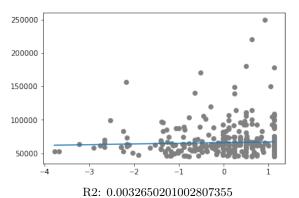
Department



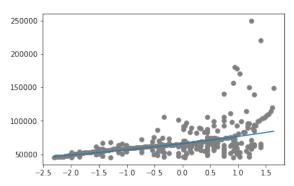
R2: 0.21815180872131623 MSE: 0.059223394919220095 DeptID



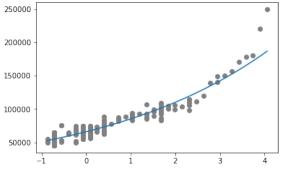
R2: 0.012349036643331424MSE: 0.07481253227632162EmpID



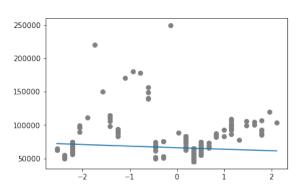
MSE: 0.07550062787490819 EngagementSurvey



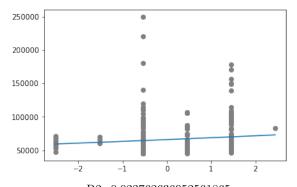
R2: 0.29681793627277564 MSE: 0.053264597302605535 LastPermanceReviewDate



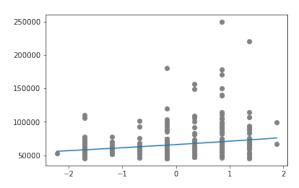
0 1 2 3
R2: 0.8621574434540897
MSE: 0.010441290590750434
Position



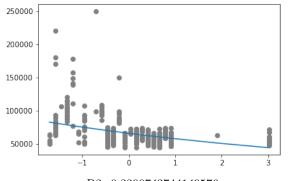
R2: 0.016026158865804163 MSE: 0.07453399781915082 PositionID



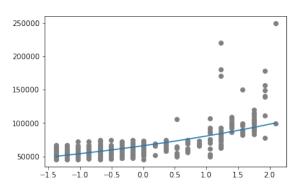
R2: 0.022762636952561865 MSE: 0.0740237234378234 RaceDesc



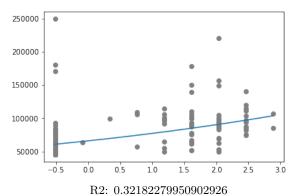
R2: 0.07227842666435225 MSE: 0.07027300405067168 RecruitmentSource



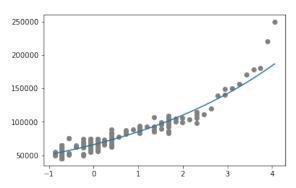
 $\begin{array}{c} {\rm R2:} \ 0.2290743744149576 \\ {\rm MSE:} \ 0.05839603299804237 \\ \\ {\rm ManagerID} \end{array}$



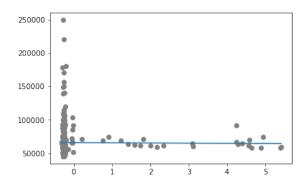
 $\begin{array}{c} {\rm R2:} \ 0.5200852910719191 \\ {\rm MSE:} \ 0.03635255366889941 \\ {\rm ManagerName} \end{array}$



MSE: 0.32182279950902926 MSE: 0.05137053026138132 SpecialProjectsCount

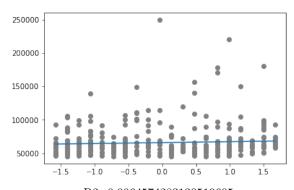


R2: 0.026212294653237267 MSE: 0.07376241895106724 State



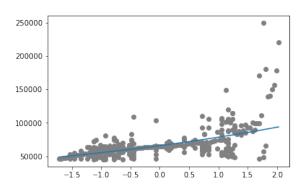
R2: 0.00022770507600045065 MSE: 0.0757306982506967

9.3.3 Lasso amb la transformació logarítmica

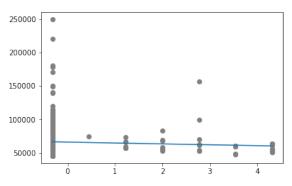


R2: 0.0064574283130519605 MSE: 0.07525880950858431

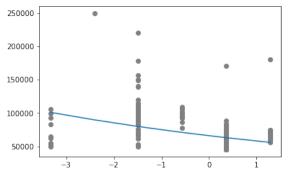
Absences



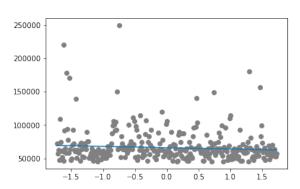
R2: 0.40478017891545426 MSE: 0.04508667912908511 DateofHire



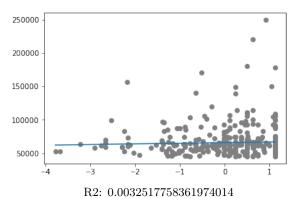
R2: 0.006238929719037611 MSE: 0.07527536032838153 DaysLate30 $\begin{array}{c} {\rm R2:} \ 0.4401100846764652 \\ {\rm MSE:} \ 0.042410511319678004 \\ \\ {\rm Department} \end{array}$



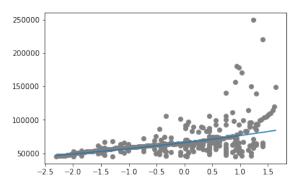
R2: 0.21813856445723245MSE: 0.0592243981450266DeptID



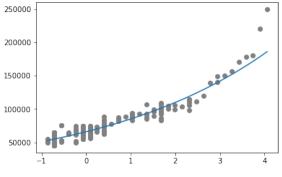
 $\begin{array}{c} {\rm R2:} \ 0.012335792379248534 \\ {\rm MSE:} \ 0.07481353550212792 \\ {\rm EmpID} \end{array}$



MSE: 0.07550163110071467 EngagementSurvey

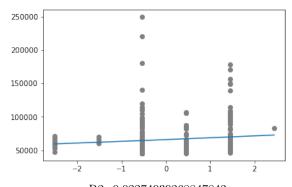


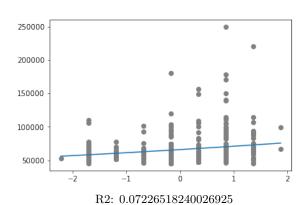
R2: 0.2968046920086922 MSE: 0.053265600528411984 LastPerformanceReviewDate



R2: 0.8621441991900065MSE: 0.010442293816556885Position

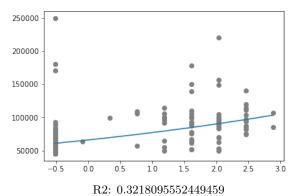
R2: 0.016012914601721162 MSE: 0.07453500104495724 PositionID



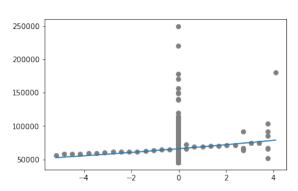


 $\begin{array}{c} \text{R2: } 0.02274939268847842 \\ \text{MSE: } 0.07402472666362968 \\ \text{RaceDesc} \end{array}$

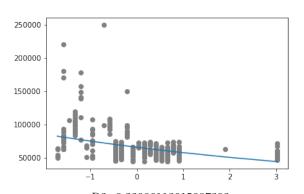
MSE: 0.07027400727647805
RecruitmentSource



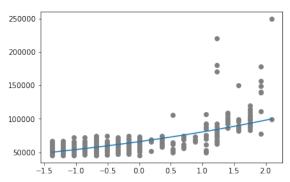
MSE: 0.05137153348718776 SpecialProjectsCount



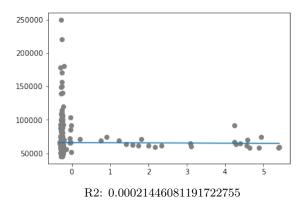
R2: 0.026199050389153933 MSE: 0.07376342217687368 State



R2: 0.22906113015087393 MSE: 0.058397036223848835 ManagerID

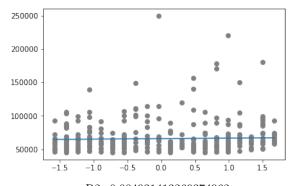


R2: 0.520072046807836 MSE: 0.036353556894705874 ManagerName



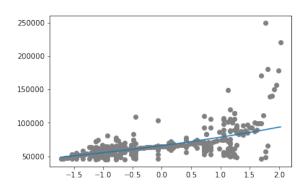
MSE: 0.0757317014765031

BayessianRidge amb la transformació logarítmica

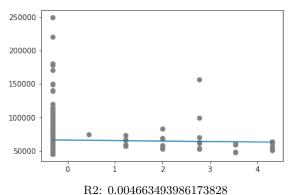


R2: 0.004931413269374962 MSE: 0.07537440201438339

Absences



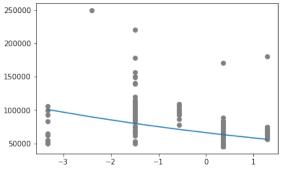
R2: 0.40478431726731656 $\mathbf{MSE} \colon 0.045086365657429864$ DateofHire



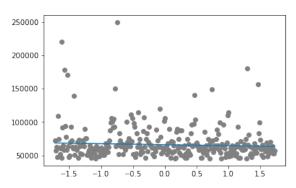
 $\mathbf{MSE} \colon 0.0753946963498982$ DaysLate30

250000 200000 150000 100000 50000 -0.5 1.0

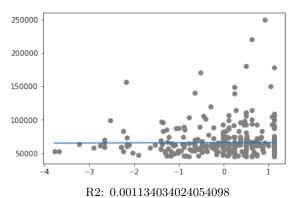
> R2: 0.44011591862896604 $\mathbf{MSE} \colon 0.04241006940975646$ Department



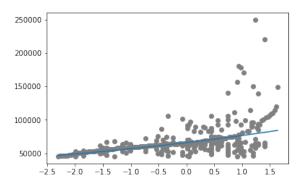
R2: 0.2181226574660562 MSE: 0.059225603066942224 DeptID



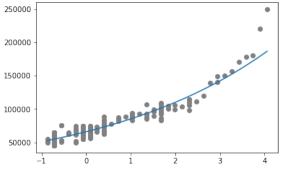
R2: 0.011533387534307327MSE: 0.07487431602134785EmpID



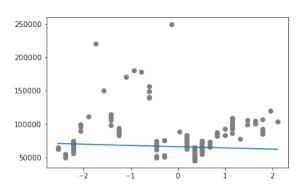
MSE: 0.07566204569408011 EngagementSurvey



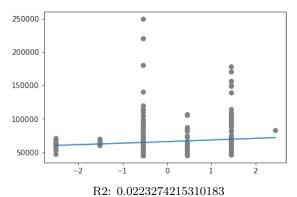
 $\begin{array}{c} {\rm R2:\ 0.29680060439234135} \\ {\rm MSE:\ 0.05326591015695642} \\ {\rm LastPerformanceReviewDate} \end{array}$



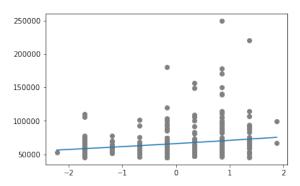
R2: 0.8621572141391264
MSE: 0.010441307960887996
Position



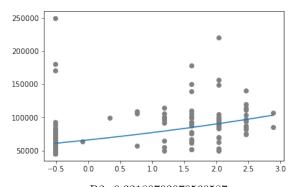
R2: 0.01540069429209201 MSE: 0.07458137547618211 PositionID



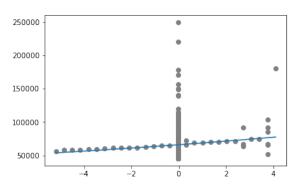
MSE: 0.07405669011226543 RaceDesc



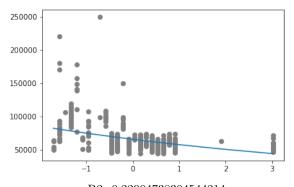
R2: 0.07215461516975186 MSE: 0.07028238251713365 RecruitmentSource



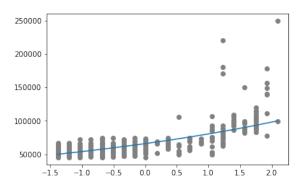
R2: 0.32180793070560587 MSE: 0.051371656542706694 SpecialProjectsCount



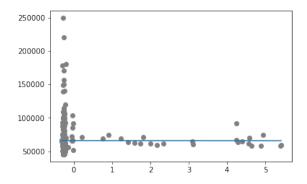
R2: 0.02583682302913648 MSE: 0.07379086015554037 State



R2: 0.22904738304544214 MSE: 0.058398077538854835 ManagerID



R2: 0.5200806833332823 MSE: 0.03635290269563891 ManagerName



R2: 3.883286169337197e-05 MSE: 0.07574500493307051

9.3.5 Regressió multilineal

Mostra del output del programa, per a l'output complet consultar el codi adjuntat.

['Position', 'DateofHire']

Mean squeared error: 105404799.54876395

R2 score: 0.8275056871982004

Coef: [22235.6976501 1297.9132474]

Intercept: 69017.36571365858

[...]

['Position', 'DateofHire', 'Department', 'ManagerName', 'SpecialProjectsCount']

Mean squeared error: 121985220.57901783

R2 score: 0.8046125176646411

Coef: [23734.74740658 1958.13126168 2013.75626643 -2378.93585933

-2685.22514853]

Intercept: 68977.85317116327

MILLOR R2 SCORE A: ['Position', 'DateofHire', 'ManagerName'] 0.8275600914537563
MILLOR ERROR A: ['Position', 'DateofHire', 'ManagerName', 'SpecialProjectsCount']

... [rostiton , Dateoinire , Managerwame , SpecialFlojectsCount]

102709332.28481683

9.3.6 Regressió multilineal amb transformació logarítmica

Mostra del output del programa, per a l'output complet consultar el codi adjuntat.

['Position', 'DateofHire']

Mean squeared error: 0.010022008910896293

R2 score: 0.8563943243144865 Coef: [0.23590029 0.03308796] Intercept: 11.097657857934589

[...]

['Position', 'DateofHire', 'Department', 'ManagerName', 'SpecialProjectsCount']

Mean squeared error: 0.010532039539133566

R2 score: 0.8501786812730818

Intercept: 11.097395616323494

MILLOR R2 SCORE A: ['Position', 'DateofHire', 'ManagerName'] 0.8575794932710843

MILLOR ERROR A: ['Position', 'DateofHire'] 0.010022008910896293

9.3.7 Lasso multilineal amb transformació logarítmica

Mostra del output del programa, per a l'output complet consultar el codi adjuntat.

['Position', 'DateofHire']

Mean squeared error: 0.021452992310037416

R2 score: 0.7132818071734579 Coef: [0.15511766 0.] Intercept: 11.097741043347556

 $\lceil \dots \rceil$

['Position', 'DateofHire', 'Department', 'ManagerName', 'SpecialProjectsCount']

Mean squeared error: 0.021220503098127275

R2 score: 0.7122942881409924

Coef: [0.15546191 0. 0. 0. 0.]

Intercept: 11.097674174726995

MILLOR R2 SCORE A: ['Position', 'DateofHire', 'ManagerName']

0.7162151968345063

MILLOR ERROR A: ['Position', 'DateofHire', 'Department', 'ManagerName']

0.020889003305314513

9.3.8 BayessianRidge multilineal amb transformació logarítmica

Mostra del output del programa, per a l'output complet consultar el codi adjuntat.

['Position', 'DateofHire']

Mean squeared error: 0.010032885386522068

R2 score: 0.8579434816618091 Coef: [0.23555831 0.03324445] Intercept: 11.097708518996102

[...]

['Position', 'DateofHire', 'Department', 'ManagerName', 'SpecialProjectsCount']

Mean squeared error: 0.010398309068287022

R2 score: 0.8512454410542898

Intercept: 11.097525592309028

MILLOR R2 SCORE A: ['Position', 'DateofHire'] 0.8579434816618091 MILLOR ERROR A: ['Position', 'DateofHire'] 0.010032885386522068

9.4 Descens del gradient

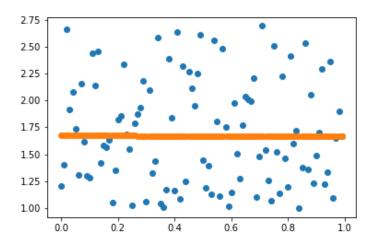


Figura 15: Primer exemple del regresor lineal programat amb un dataset aleatòri

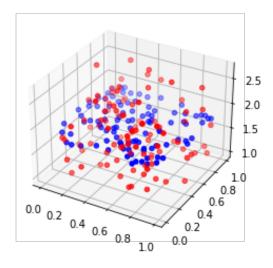


Figura 16: Segon exemple del regresor lineal programat amb un dataset aleatori