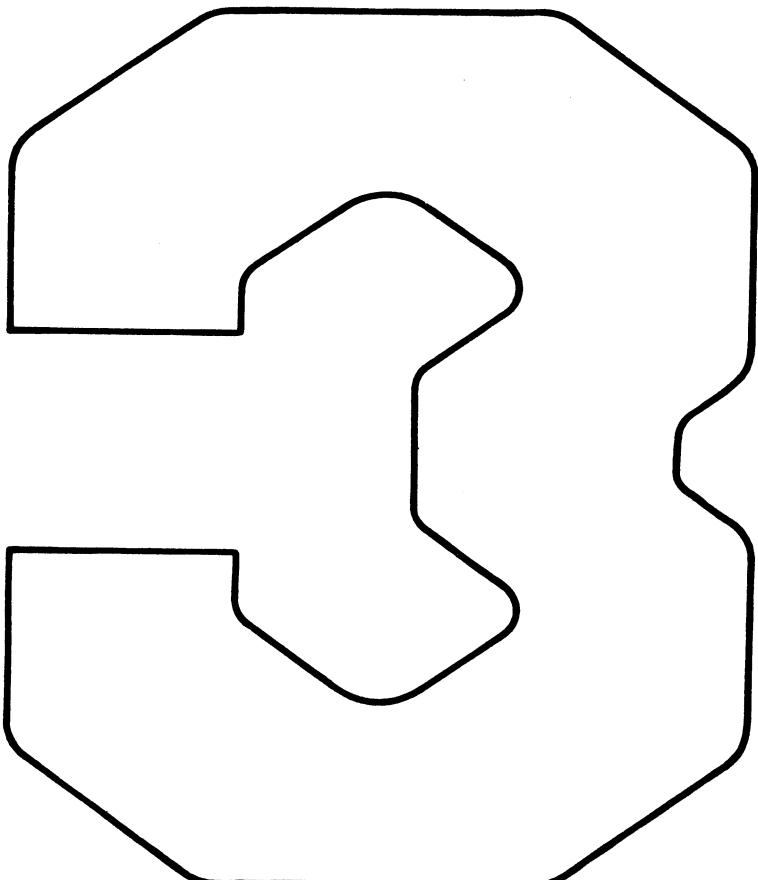


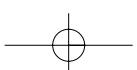
Ministerio de Educación  
Guatemala SEP

**TELESECUNDARIA  
ASIGNATURAS  
ACADEMICAS**

**CONCEPTOS  
BASICOS**



**VOLUMEN II**





*Asignaturas académicas. Conceptos Básicos. Tercer grado.*  
Volumen II fue elaborado para Telesecundaria de la Secretaría de Educación Básica y Normal con la colaboración de la Dirección General de Materiales y Métodos Educativos, ambas de la Secretaría de Educación Pública. Modalidad implementada en Centroamérica por **Guatemala, El Salvador, Honduras, Nicaragua, Costa Rica y Panamá.**

Original de:

D.R. © Secretaría de Educación Pública, 1994

Argentina 28, Centro,  
06020, México, D.F.

Primera edición, 1994

Octava reimpresión, 2002

Novena reimpresión, 2003 (ciclo escolar 2003-2004)

ISBN-968-29-6050-9

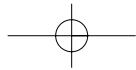
Adaptado por:

©D.R. Ministerio de Educación, DICADE, 2005  
Guatemala, C. A. 6a. Calle 1-36 zona 10, Edificio Valsari

Primera Impresión 1998  
Ministerio de Educación de Guatemala  
Sistema de Mejoramiento de los Recursos Humanos  
y Adecuación Curricular -SIMAC-  
Guatemala, C. A.

Segunda Impresión 2006  
Ministerio de Educación  
Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo -DICADE-  
Coordinación Telesecundaria  
Guatemala, C. A.

Cuarta Impresión 2012  
Ministerio de Educación  
Dirección General de Gestión de Calidad Educativa -DIGECADE-  
Departamento Modelo Pedagógico Telesecundaria  
Guatemala, C. A.



**Coordinación:** Lic. Early Beau Buenfield Baños

### **Colaboradores**

**Español:** Ma. de Jesús Barboza Morán, Ma. Carolina Aguayo Roussell, Ana Alarcón Márquez, Ma. Concepción Leyva Castillo, Rosalía Mendizábal Izquierdo, Pedro Olvera Durán, Isabel Rentería González, Teresita del Niño Jesús Ugalde García, Carlos Valdés Ortiz.

**Matemáticas:** Miguel Aquino Zárate, Luis Bedolla Moreno, Martín Enciso Pérez, Arturo Eduardo Echeverría Pérez, Josefina Fernández Araiza, Esperanza Issa González, Héctor Ignacio Martínez Sánchez, Alma Rosa Pérez Vargas, Mauricio Rosales Avalos, Gabriela Vázquez Tirado, Laurentino Velázquez Durán.

**Física:** Joaquín Arturo Melgarejo García, Ma. del Pilar Cuevas Vargas, María Elena Gómez Caravantes, Félix Murillo Dávila, Rebeca Ofelia Pineda Sotelo.

**Química:** César Minor Juárez, José Luis Hernández Sarabia, Maricela Rodríguez Aguilar, Ana María Rojas Bribiesca, Virginia Rosas González.

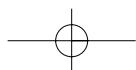
**Lengua extranjera  
(Inglés):** Magdalena Beatriz Fernández y Oviedo, Dora Brambila y Mejía, Rubén Alfredo Colores López de Nava, Perla Olivia Díaz Velasco, Clementina García García, Isabel Gómez Caravantes, Cristina Hernández Lozano, Arnoldo Langner Romero, José Manuel Romero Rangel.

**Asesoría de  
contenidos:**

**Español:** Profra. Ma. Esther Valdés Vda. de Zamora.

**Matemáticas:** Profra. Eloísa Beristáin Márquez.

**Física:** Profr. e Ing. Quím. Benjamín Ayluardo López.



**Química:** QFB Rosario Leticia Cortés Ríos.  
**Lengua extranjera  
(Inglés):** Profr. Federico Hess Ramos

**Corrección de estilo  
y cuidado editorial:** Alejandro Torrecillas González, Marta Eugenia López Ortiz, María de los Angeles Andonegui Cuenca, Lucrecia Rojo Martínez, Javier Díaz Perucho, Esperanza Hernández Huerta, Maricela Torres Martínez, Jorge Issa González.

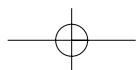
**Dibujo:** Jaime R. Sánchez Guzmán, Juan Sebastián Nájera Balcázar, Silvia E. Barrera Cruz, Araceli Comparán Velázquez, José Antonio Fernández Merlos, Maritza Morillas Medina, Faustino Patiño Gutiérrez, Ignacio Ponce Sánchez, Aníbal Angel Zárate.

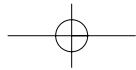
## ***Material educativo propiedad de Telesecundaria Guatemala***

**Revisión y adaptación:** Miriam Magdalena Muñoz de Molina  
Departamento Modelo Pedagógico Telesecundaria

**Diseño de Portada:** Sandra Alvarez  
Vera Bracamonte  
Unidad de Textos y Materiales Educativos

**Guatemala, 2012**





# ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN .....</b>	13
---------------------------	----

## ESPAÑOL

### Capítulo 1. LENGUA HABLADA (Continuación)

8. Con una intención .....	17
9. Importancia de los apoyos audiovisuales en una exposición oral .....	18
10. Una llave al alcance de la mano .....	21
11. Esquema para una exposición .....	24
12. Proceso para realizar el ensayo de una exposición oral .....	26

### Capítulo 2. LENGUA ESCRITA (Continuación)

#### a) Lectura

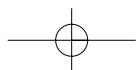
10. Cómo estudiar .....	29
11. Comentarios especializados .....	30
12. A mi manera .....	32

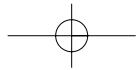
#### b) Redacción

13. Para edificar ideas firmes .....	35
14. Algunos signos de puntuación .....	37
15. Reglas ortográficas del uso de la b, v, g y j .....	39
16. Mensajes claros y precisos .....	41
17. Esquema de un ensayo .....	43
18. Un buen inicio .....	46
19. Prólogo .....	49
20. Razones para convencer a un peso completo .....	50
21. Con mayor énfasis .....	52
22. Reglas ortográficas del uso de la c-s—x-z .....	54

### Capítulo 3. RECREACIÓN LITERARIA (Continuación)

12. Esplendor y decadencia .....	57
13. Don Quijote .....	59
14. Aventuras contra los molinos de viento .....	65
15. El siglo fantástico .....	69





16. La vida en la Nueva España .....	73
17. Una mujer extraordinaria .....	76
18. Una mujer del siglo XVII .....	78
19. Literatura de la Nueva España .....	81
20. El siglo XIX .....	86
21. Un poema romántico .....	89
22. Poemas con estilo romántico .....	93
23. Versos en flor .....	95
24. Realismo .....	97
25. Ideales y realidades .....	100
26. Contra los imperios y en busca de identidad .....	104

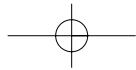
#### **Capítulo 4. REFLEXIÓN SOBRE LA LENGUA (Continuación)**

12. Ideas incompatibles .....	107
13. Conjunciones .....	108
14. Un aspecto para cada ocasión .....	109
15. Los sinónimos .....	112
16. Subordinadas sustantivas .....	113
17. Siempre en desacuerdo .....	116
18. Así hablamos... .....	117
19. Participios irregulares .....	118
20. Oraciones subordinadas .....	121

#### **MATEMÁTICAS**

#### **Capítulo 3. ÁLGEBRA (Continuación)**

21. El cuadrado de un binomio .....	127
22. Producto de dos binomios conjugados .....	129
23. Producto de dos binomios con término común .....	133
24. Extracción del factor común .....	136
25. Completar expresiones de la forma $x^2 + bx = c$ a trinomio cuadrado perfecto .....	139
26. Completar expresiones de la forma $ax^2 + bx = c$ a trinomio cuadrado perfecto .....	141
27. Factorización del trinomio cuadrado perfecto .....	142
28. Factorización de una diferencia de cuadrados .....	143
29. Factorización de trinomios de la forma $x^2 + (a + b)x + ab$ .....	145
30. Fracciones algebraicas, concepto y equivalencia .....	148
31. Fracciones algebraicas simples .....	150
32. Multiplicación de fracciones algebraicas .....	151
33. División de fracciones algebraicas .....	153



34. Adición de fracciones algebraicas I . . . . .	156
35. Adición de fracciones algebraicas II . . . . .	159

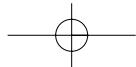
## Capítulo 4. ECUACIONES

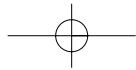
1. Ecuaciones con paréntesis . . . . .	166
2. Ejercicios de despeje . . . . .	169
3. Sustitución algebraica . . . . .	171
4. Ecuaciones con coeficientes fraccionarios . . . . .	173
5. Ecuaciones fraccionarias . . . . .	176
6. Gráfica de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas . . . . .	179
7. Sistema de ecuaciones . . . . .	185
8. Método de sustitución . . . . .	188
9. Método de igualación I . . . . .	190
10. Método de igualación II . . . . .	194
11. Método de reducción I . . . . .	197
12. Método de reducción II . . . . .	200
13. Sistemas de ecuaciones 3 x 3 . . . . .	204
14. Gráfica de funciones cuadráticas . . . . .	207
15. Ecuaciones de segundo grado . . . . .	212
16. Solución de ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + c = 0$ . . . . .	215
17. Gráfica de ecuaciones de la forma $ax^2 + c = 0$ . . . . .	219
18. Solución de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx = 0$ I . . . . .	223
19. Solución de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx = 0$ II . . . . .	224
20. Gráfica de ecuaciones cuadráticas de la forma $ax^2 + bx = 0$ . . . . .	228
21. Solución de ecuaciones cuadráticas completas . . . . .	230
22. Gráfica de ecuaciones cuadráticas completas . . . . .	233
23. Fórmula general para ecuaciones cuadráticas . . . . .	237
24. Solución de ecuaciones cuadráticas por medio de la fórmula general . . . . .	241
25. Discriminantes . . . . .	245

## FÍSICA

### Capítulo 3. TEMPERATURA (Continuación)

8. Escala de Kelvin . . . . .	253
9. Puntos de fusión y de ebullición . . . . .	255
10. Factores que modifican los puntos de fusión y ebullición . . . . .	260





## **Capítulo 4. CALOR**

1. El calor como energía de tránsito .....	264
2. Dirección de la transferencia del calor .....	268
3. Equivalente mecánico del calor .....	270
4. Relación entre el calor y la elevación de la temperatura .....	274
5. El calor y las transformaciones de los estados de la materia .....	278
6. Máquinas térmicas .....	280
7. Funcionamiento del refrigerador .....	283

## **Capítulo 5. ELECTRICIDAD**

1. Metales y no metales .....	286
2. Electrólitos .....	288
3. Formas de electrizar un cuerpo .....	290
4. Número de Avogadro y moles de electrones o iones .....	293
5. Aislantes .....	297
6. Carga eléctrica .....	299
7. Corriente eléctrica .....	302
8. Intensidad de corriente .....	304

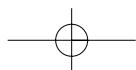
## **QUÍMICA**

### **Capítulo 3. COMBUSTIBLES QUÍMICOS (Continuación)**

10. Polímeros .....	313
Termoplásticos .....	314
Termofijos .....	315
11. Disolventes .....	316
12. Medicamentos .....	319

### **Capítulo 4. ENERGÍA QUÍMICA Y COMBUSTIÓN**

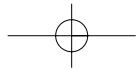
1. Energía química almacenada .....	324
2. Alimentos .....	327
Energía que proporcionan los alimentos .....	328
Cómo se extrae la energía de los alimentos .....	330



3.	Eficiencia de un motor de combustión interna .....	332
	Motores de combustión interna .....	332
	Eficiencia .....	333
	Otros motores y combustibles .....	334
4.	Productos de la combustión .....	335
5.	Ciclo del carbono .....	339
	Propiedades físicas .....	339
	Propiedades químicas .....	339
	Carbonos cristalinos .....	340
	Carbonos amorfos .....	340
	Ciclo del carbono .....	341
6.	Ciclo del nitrógeno .....	342
	Propiedades físicas .....	342
	Propiedades químicas .....	342
	Estado en la naturaleza .....	342
	Ciclo del nitrógeno .....	343
7.	Dióxido de carbono y su efecto atmosférico .....	344
	Propiedades físicas .....	345
	Fuentes de producción y síntesis química de CO <sub>2</sub> .....	345
	Importancia y regulación del CO <sub>2</sub> .....	346
	Efecto del CO <sub>2</sub> en la atmósfera .....	346
	Alternativas de solución .....	347
8.	Dióxidos de azufre y nitrógeno .....	348
	Oxídos de azufre .....	348
	Oxídos de nitrógeno .....	348
9.	Prevención de la lluvia ácida .....	351
	Recomendaciones para prevenir la lluvia ácida .....	352
10.	Efectos de la contaminación en la salud .....	353
	Sinergismo .....	353
	Qué hacer para proteger al organismo de la contaminación .....	355
	Qué hacer para reducir la contaminación .....	355

## Capítulo 5. QUEMAR COMBUSTIBLES. OXIDACIONES

1.	Composición del aire puro .....	358
	Separación de los componentes del aire .....	359
2.	Propiedades del oxígeno .....	360
3.	Reacciones del oxígeno .....	363
	Superóxido .....	364
	Peróxido .....	364
	Oxido .....	364
	Ozónido .....	365



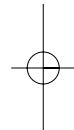
4. Oxidos básicos y óxidos ácidos . . . . .	367
5. Números de oxidación y fórmulas químicas . . . . .	369
Número o estado de oxidación (valencia) . . . . .	370
6. Reacciones de oxidación y reducción . . . . .	372
Balanceo de reacciones de oxidación-reducción . . . . .	373
7. Reducción . . . . .	374
Metalurgia . . . . .	375
Menas . . . . .	375
Procesos químicos metalúrgicos para la obtención de metales . . . . .	377

---

## LENGUA EXTRANJERA (INGLÉS)

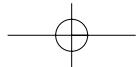
### Chapter 3. GHOSTS (Continues)

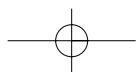
8. The horseback ride . . . . .	381
9. The beauty and the ghost . . . . .	383
10. Why are you here? . . . . .	385
11. The missing girl . . . . .	388
12. Hauntings . . . . .	389
13. November 2nd . . . . .	391
14. Rest in peace . . . . .	393



### Chapter 4. A TIME MACHINE

1. Scientific experiments . . . . .	398
2. A scientific project . . . . .	399
3. Metal trouble . . . . .	401
4. The scientific society . . . . .	403
5. A strange land . . . . .	406
6. Establishing contact . . . . .	407
7. Smart houses . . . . .	410
8. Our history . . . . .	411
9. Inside the sphinx . . . . .	413
10. A safe return . . . . .	415
11. Back to the future . . . . .	418
12. Science and you . . . . .	420
13. Our community . . . . .	422
14. New times, new life . . . . .	423





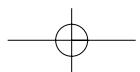
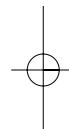
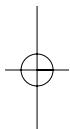
## Chapter 5. WOMEN

1. Exotic myths . . . . .	428
2. The arrival . . . . .	429
3. The telegram . . . . .	432

---

## Apéndices

Bibliografía consultada . . . . .	434
Fuentes de ilustraciones . . . . .	439
Glosario . . . . .	441
Vocabulary . . . . .	443
Expressions . . . . .	445



## **PRESENTACIÓN**

La modalidad de Telesecundaria en Guatemala responde a dos aspectos centrales: atender la demanda de educación secundaria en áreas rurales y mejorar la calidad educativa a través de propuestas metodológicas innovadoras.

La creciente participación de Telesecundaria en la ampliación de oportunidades de acceso, significa que cada vez más jóvenes continuarán su educación básica a través de esta modalidad y que, por tanto, será necesario fortalecerlos con este material de apoyo.

El desarrollo de las habilidades intelectuales de los y las estudiantes atiende prioridades específicas, como: la capacidad de los y las estudiantes para seleccionar y utilizar información, analizar y emitir juicios propios acerca de la realidad, adquirir hábitos de investigación y de estudio para aprender de forma autónoma, desarrollar valores y actitudes que mejoren su vida personal, familiar y comunitaria.

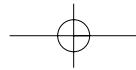
El cumplimiento de estas prioridades de la educación en Telesecundaria, tiene como punto de partida el logro de competencias formativas, de todas y cada una de las asignaturas que se imparten en este nivel educativo. Es decir que las habilidades intelectuales de los y las alumnas debe promoverse articuladamente con la enseñanza de todas ellas, hecho que caracteriza al modelo de Telesecundaria, ya que otras modalidades requieren de especialistas por asignatura.

El Ministerio de Educación a través de la Dirección de Calidad y Desarrollo Educativo –DICADE-, en coordinación con la Unidad de Telesecundaria, ha planificado la adaptación y edición del Texto Conceptos Básicos, Volumen II de 3er. grado, para los y las estudiantes de Telesecundaria, como parte del fortalecimiento académico de los mismos.

Este texto está diseñado con los contenidos de las Asignaturas académicas, las cuales forman parte del pensum de estudios oficial para Telesecundaria en Guatemala.

El Ministerio de Educación confía en que este texto contribuya a la formación integral de los y las estudiantes tal como lo contempla el modelo de Telesecundaria.

**"Educar para vivir mejor "**



## INTRODUCCIÓN

¡Bienvenido! Continuemos el maravilloso viaje por el conocimiento. Pero en esta travesía no estás solo, a tu lado están tus compañeros, tu profesor y aquellos nobles amigos: los libros. ¡Adelante! Emprendamos juntos este viaje.

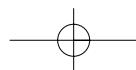
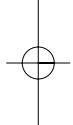
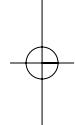
Deslízate por las páginas de este libro, descubre aquellas cosas que se ocultan detrás de cada hoja y que brillan cuando las leen los ojos de jóvenes como tú. Naturalmente, este libro no es para agotarlo de una sola vez, es uno de los muchos que puedes consultar constantemente, sólo que tiene algo que lo hace diferente, fue escrito para ti.

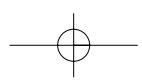
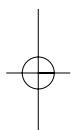
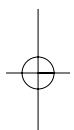
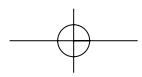
También pensando en ti, este volumen integra las materias del tercer año. Es uno de cuatro volúmenes que ponemos a tu disposición.

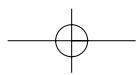
Aquí encontrarás información de Español, Matemáticas, Física, Química y Lengua Extranjera (Inglés).

Esperamos que este material te sea de mucha utilidad.

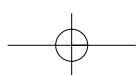
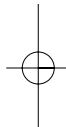
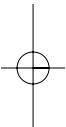
Los autores

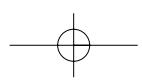
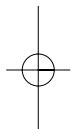
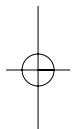
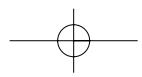


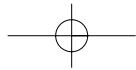




# ESPAÑOL







## CON UNA INTENCIÓN

Corresponde a la sesión de GA 3.49 PREGUNTAS INTENCIONADAS

En algunas ocasiones se hacen preguntas simplemente para entablar conversación pero en otras ocasiones se formulan con la intención de obtener información como en el caso de la encuesta que se presenta a continuación.

### Encuesta de UNICEF revela inconformidad de niños chilenos

Santiago, 3 de febrero. IPS: Niños chilenos encuestados por el Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia (UNICEF) afirmaron que sus padres no los saben escuchar y los someten a elevadas exigencias escolares y castigos injustos y desproporcionados.

El análisis de carácter cualitativo es el primero en su tipo aplicado en Chile y se realizó en doce grupos de ocho menores cada uno, de entre 6 y 14 años de edad, pertenecientes a todos los segmentos sociales urbanos de Santiago, donde viven 4.5 millones de personas.

El trabajo indicó que lo que más proporciona agrado en la familia es la existencia de hermanos a pesar de algunas consecuencias negativas que estos ocasionan como: peleas, desorden y falta de privacidad.

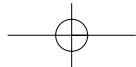
La encuesta resaltó que los niños aspiran a que los adultos "los escuchen de verdad, que den importancia a sus cosas y sean discretos frente a sus confidencias"<sup>1</sup>

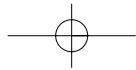
Como se puede observar en el texto anterior las personas que llevaron a cabo la encuesta, se fijaron un propósito que fue obtener información por medio de preguntas a niños de determinada edad, y diferentes grupos sociales de Santiago de Chile.

La encuesta es un instrumento para obtener información por medio de preguntas orales o escritas. Existen por lo menos dos tipos de encuestas, las realizadas con criterios estadísticos, cuyos resultados tienen validez y pueden predecir tendencias y, otras, cuyos resultados sólo sondean las opiniones de un grupo de encuestados.

Las encuestas, que no son de tipo estadístico, pueden ser aplicadas por los alumnos con el propósito de ilustrar, con los datos obtenidos, el estudio de algunos temas.

<sup>1</sup> Encuesta de UNICEF revela inconformidad de niños chilenos, *Excélsior*, 4 de febrero de 1994, p. 8.





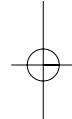
Para realizar una encuesta de este tipo se recomienda lo siguiente:

- a) Fijar un propósito
- b) Puntualizar los datos que interesan conocer
- c) Definir a las personas que se encuestarán
- d) Elaborar un cuestionario (esto permitirá obtener la información deseada)
- e) Determinar el tiempo aproximado de realización
- f) Concentrar la información
- g) Analizar los datos e interpretar los resultados

Cuando la encuesta se aplica a grupos de diferente edad: niños, adolescentes y adultos; del mismo sexo: hombres o mujeres; del mismo oficio: campesinos, amas de casa, etcétera, la concentración de datos resulta más sencilla y puede expresarse en porcentajes. Ejemplo: si se encuestaron a veinte adolescentes acerca de cuántos visitan con frecuencia una biblioteca, y ocho visitan la biblioteca, se informará que de los veinte encuestados sólo ocho, que equivale al 40%, visita con frecuencia una biblioteca.

La fórmula que se emplea para obtener porcentajes es la siguiente.

$$\begin{array}{rcl} 8 \text{ alumnos visitan la biblioteca} \\ (\text{Número de una parte de los encuestados} \times 100) = \frac{8 \times 100}{(\text{20 alumnos encuestados})} & & 20 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 8 \text{ alumnos} = 40\% \text{ que visitan la biblioteca} \\ 12 \text{ alumnos} = 60\% \text{ que no van a la biblioteca} \end{array}$$

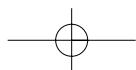
## **IMPORTANCIA DE LOS APOYOS AUDIOVISUALES EN UNA EXPOSICIÓN ORAL**

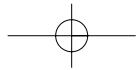
**Corresponde a la sesión de GA 3.54 PARA ENRIQUECER EL MENSAJE**

Es necesario enriquecer el mensaje que se presentará a un auditorio, durante una exposición oral, con una información más amplia y escogida y con recursos que capten y mantengan la atención de los oyentes.

Para ello conviene tomar en cuenta las siguientes recomendaciones:

- a) Consultar la información en diversas fuentes: como libros, revistas, periódicos, audiocasetes, etcétera; esto ayuda a comparar, seleccionar y ampliar la información obtenida.





- b) Recurrir al apoyo de materiales audiovisuales durante la exposición del tema, por ejemplo, carteles, láminas, esquemas, cuadros sinópticos, filminas, diapositivas, etcétera.

Si se toma en cuenta lo anterior se logrará una exposición clara, amena e interesante, que impresione a los oyentes y despierte comentarios favorables.

Por ejemplo, en este libro aparece el texto “**El Imperio del Quinto Sol**”, si éste fuera un tema para exposición, podría complementarse con los datos que aparecen en el texto “**Cultura Maya**” que se presenta a continuación.

### Cultura Maya

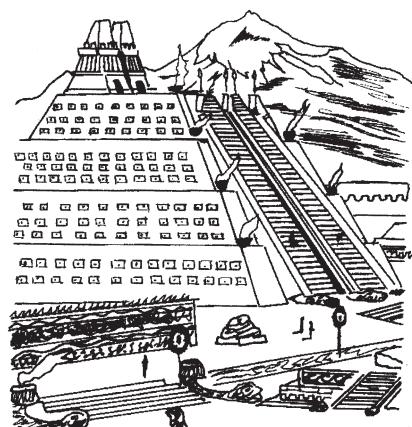
#### Ciclo económico



La producción de alimentos se basaba en el cultivo del maíz, frijol y calabazas, se complementaba con ramón, mandioca (yuca), Chile, cacao, aguacate, carne de pájaros, pescado, iguana, venado, tortugas y otros productos forestales y marinos.

Los métodos de agricultura incluían el sistema de milpa, y según la topografía utilizaban técnicas más complicadas que variaban entre el sistema de canales de irrigación, drenaje, terrazas, campos

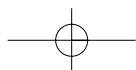
El comercio tuvo un papel importante y se efectuaba por medio del trueque, utilizando como moneda el cacao. El intercambio de bienes se realizaba por las rutas de comercio. Las más importantes seguían las corrientes de los ríos: el Chixoy y el de La Pasión comunicaban Alta Verapaz y Petén; la cuenca del Río Usumacinta unía el Golfo de México con Yucatán. También había caminos para comerciar a través de

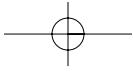


#### Tecnología

Los vestigios arquitectónicos de Petén demuestran la utilización de la piedra, del revoque de estuco y de la pintura de color rojo. Los mayas de las Tierras Bajas, constituye uno de los prototipos del desarrollo de Mesoamérica y los representantes de uno de los focos culturales más pujantes de la América Pre-Hispánica.

Algunas construcciones consisten en "Templos", edificaciones elevadas sobre plataformas piramidales altas, con espacios interiores estrechos, y fachadas largas en la parte superior, que se sostienen solas, y se llaman cresterías, usadas posiblemente para ceremonias.





También hay "Palacios" ubicados sobre plataformas bajas, y edificios con diversas cámaras o cuartos alargados, que tienen bancas y ventanas pequeñas, usadas para reuniones, así como para residencias de la élite. Las superficies de las gradas, de las plataformas y de los pisos de los edificios, fueron acabados con una gruesa capa de manpostería de cal, en muchos sitios se decoraron las paredes, fachadas y cesterías con adornos tridimensionales, modelados en estuco. (altos relieves de estuco).



### Organización social

La unidad básica de la sociedad maya era la familia extendida, constituida por los padres, los hijos, las esposas e hijos de éstos, a veces también otros parientes y personas allegadas. La familia vivía en las proximidades de sus tierras de labranza, y sus funciones correspondían a su nivel, manejo de la producción agrícola o artesanal, la distribución de bienes dentro y fuera del grupo, el arreglo de matrimonios y herencias así como la realización de los rituales religiosos.

La organización familiar estaba dirigida por un jefe o cabeza de linaje que, dotado de mu-

cho poder y autoridad, tomaba las decisiones dentro del grupo o en el marco de la política local.

Los avances logrados por la civilización Maya disminuyó a finales del siglo VII, a lo que se le conoce como el colapso de la civilización maya. El Altiplano Norte de Guatemala, donde está el Departamento de Quiché, no resultó tan afectado por el colapso registrado en el período Clásico Tardío. En Quiché hubo un aumento demográfico continuo y una creciente centralización sociopolítica.

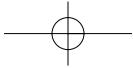
Después del colapso, de los centros mayas de las Tierras Bajas llegó al Norte de Guatemala, proveniente de México, una invasión Tolteca o Maya "Mexicanizada". Esta hipótesis tiene su fundamento en las historias de los propios quichés y de los cakchiqueles, quienes en sus crónicas vinculan sus orígenes a una migración desde Tula, México.

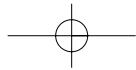
La estructura social de los quichés se basa en una complicada integración del rango, la descendencia, la territorialidad y una organización política cuatripartita. Comprendía tres estratos sociales: los señores, vasallos y esclavos. Los señores descendían en línea patrilineal directa de los guerreros que emigraron de Tula y por lo tanto eran sagrados.

### Religión

Los Mayas creían que el universo estaba formado por tres estratos principales: el Cielo o la bóveda Celeste, la Tierra, que era plana y cuadrada, y el Inframundo. Cinco ceibas nacían en la tierra, cuatro en los puntos cardinales y una en el centro del mundo, y sobre ellas se apoyaba el cielo. Las raíces de estos árboles mitológicos de gran tamaño crecían continuamente y de ese modo se mantenía el contacto entre la Tierra y el Inframundo. La Ceiba era un árbol sagrado, que servía de comunicación entre los tres estratos del Universo, donde el Sol, la Luna, Venus y otras divinidades se movían cíclicamente entre el mundo superior y el Inframundo.

El Dios Sol, llamado Ah Kin, Kinich Ahau o Kin Kakmoo, era la deidad suprema. Y fue representada en esculturas y códices. La Diosa Luna, llamada Ixchel, era su consorte





y la patrona de los tejidos, la medicina y el parto. También, los Mayas reverenciaban a otros astros, como Venus y la Constelación Pléyades. Quienes por sus movimientos se consideraba como una manifestación de la actividad de los dioses, y que el comportamiento de estas deidades influía decisivamente en la vida de los hombres.

En la Cosmología Maya existía una relación mágica entre el mundo terrenal y el sobrenatural. Los soberanos poseían el poder y el conocimiento por derecho divino.<sup>2</sup>

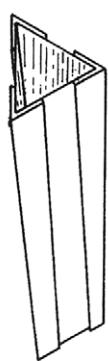
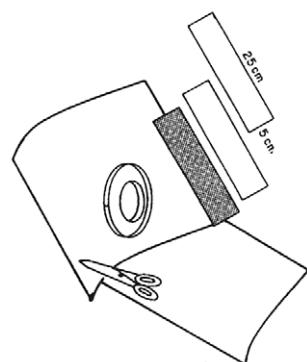
En síntesis, para enriquecer la información que se ha de comunicar en una exposición oral conviene consultar diversas fuentes y utilizar oportunamente recursos audiovisuales.

## UNA LLAVE AL ALCANCE DE LA MANO

**Corresponde a La sesión de GA 4.70 EL DESCIFRADOR DE INFORMACIÓN**

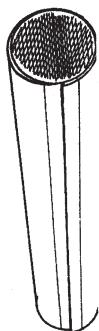
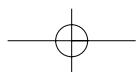
A veces, los lectores enfrentan problemas para entender un texto porque desconocen algunas de las palabras que figuran en él. Pensando en ello, los autores brindan una llave para abrir las puertas de la comprensión, como en estos dos ejemplos.

Fábrica un caleidoscopio

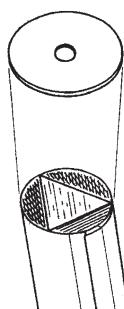


1. Necesitas un amigo que te ayude, dos tiras largas y estrechas de espejo del mismo tamaño, un pedazo de cartoncillo negro del tamaño de los espejos, más cartoncillo, pedacitos de papel de colores, película plástica y cinta adhesiva.
2. Pega los espejos a lo largo de uno de sus lados con la cinta adhesiva y, para formar un tubo triangular, une entre ellos el cartoncillo negro también con cinta adhesiva.

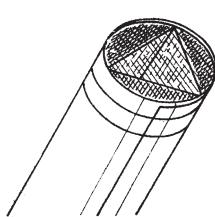
<sup>2</sup> Historia Sinóptica de Guatemala, Ministerio de Educación. También consultar El Popol Vuh



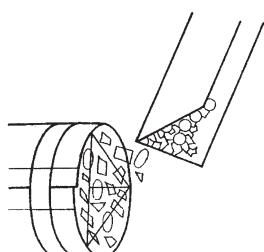
3. Enrolla una hoja de cartoncillo alrededor del tubo triangular y pégalo bien con la cinta para formar un tubo circular.



4. Corta un círculo de cartoncillo que se ajuste a uno de los extremos del tubo y pégalo con cinta adhesiva. Haz un pequeño orificio en el centro a través del cual puedes ver.



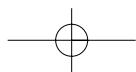
5. Pega un pedazo de película plástica (pero que no sea autoadherible) sobre el otro extremo del tubo.

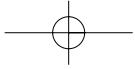


6. Despues coloca sobre ella los pedacitos de papel de colores. Cúbrelos con otra película plástica.

Ya está listo tu caleidoscopio. Dirígelo hacia la luz y mira por el orificio las hermosas figuras que se forman. Observa cómo cambian si golpeas ligeramente el tubo para mover los pedazos de papel.<sup>3</sup>

<sup>3</sup>Kerrod Robin, *Fantástica luz*, México, Sitesa, 1991, p. 15.





## Glosario

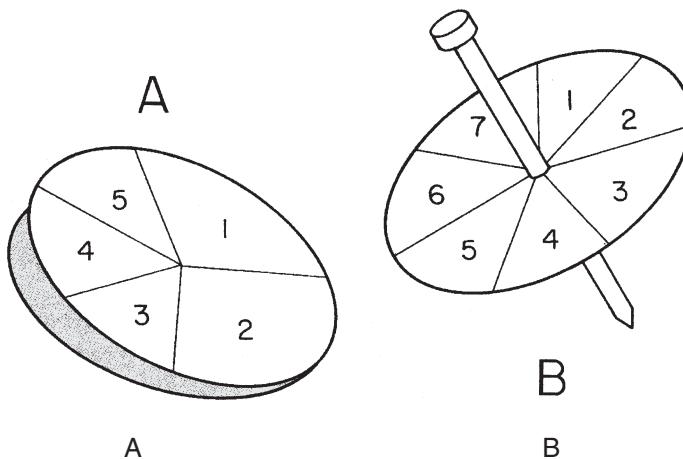
*Caleidoscopio.* Juguete con el cual puedes ver figuras hermosas.

*Espejo.* Superficie que refleja bien la luz.

### Más allá del arcoíris

¿Alguna vez te has fijado en que todos los colores que tiene una burbuja son los del arcoíris? Haz burbujas y trata de verlos. Intenta ver el color violeta, el índigo, el azul, el verde, el amarillo, el naranja y el rojo.

Pero, ¿de dónde vienen los colores? Vienen de la luz del sol. La luz solar está formada de muchos colores que, al combinarse, producen el color blanco. Haz un disco de colores como el de la figura y observa cómo se combinan.

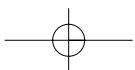


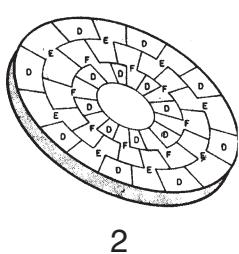
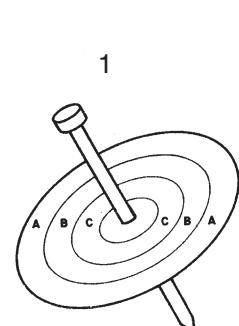
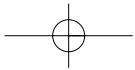
MORADO ----- 1	AZUL OSCURO ----- 1
ROJO ----- 2	MORADO ----- 2
AMARILLO ----- 3	ROJO ----- 3
VERDE ----- 4	NARANJA ----- 4
AZUL ----- 5	AMARILLO ----- 5
	VERDE ----- 6
	AZUL CLARO ----- 7

Pinta los colores sobre un círculo de cartoncillo. Introduce un clavo en el centro y hazlo girar. Observa que el círculo se vuelve blanco. Pinta otro disco con los colores que aparecen más abajo y hazlo girar. Verás bandas de color. Haz la prueba utilizando figuras creadas por ti.

Los colores del arcoíris forman un espectro. Puedes hacer un espectro con un vaso de agua y un pedazo de cartoncillo con una ranurita. Coloca el vaso en el borde de una ventana muy temprano en la mañana o bien al atardecer, cuando el sol se está poniendo, y observa cómo se forma el arcoíris.<sup>4</sup>

<sup>4</sup> *Ibid*, p. 26.



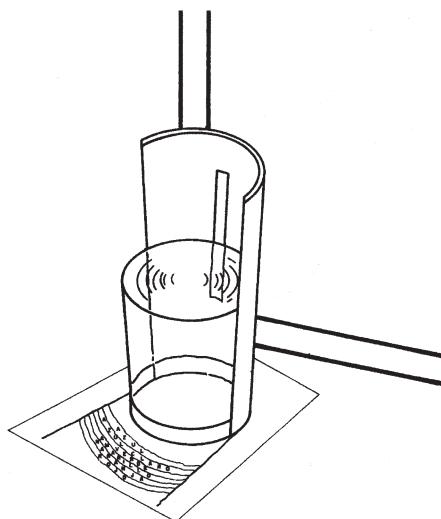


AMARILLO ----- A  
AZUL ----- B  
MORADO ----- C

1

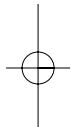
ROJO ----- D  
VERDE ----- E  
AZUL ----- F

2

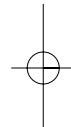


## Glosario

**espectro.** Banda de colores producida cuando la luz es fragmentada por las gotas de lluvia, el vidrio y las capas delgadas de jabón, entre otros elementos.  
**Indigo.** Azul oscuro.



Al final de cada uno de los dos textos de arriba, aparece una breve lista de términos con sus respectivas definiciones. Se trata de palabras probablemente desconocidas para el lector y que podrían impedir que éste entendiera parcial o totalmente lo que lee. Para evitar tal problema, el autor las define en el **Glosario**.

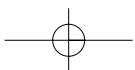


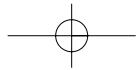
En el **Glosario**, pues, aparecen palabras difíciles por su carácter técnico o porque no se usan con frecuencia. **Tales términos aparecen ordenados alfabéticamente y definidos conforme a la acepción que les corresponde según el sentido del texto del que forman parte.** A veces se trata de dos o más palabras que, juntas, expresan un mismo concepto, como por ejemplo **reflexión de la luz** (manera en que los rayos luminosos rebotan en un espejo).

## ESQUEMA PARA UNA EXPOSICIÓN

Corresponde a la sesión de GA 4.71 LA RUTA DE LAS IDEAS

Quizá más de una vez has escuchado el siguiente comentario: "La conferencia resultó sumamente interesante" o bien: "El ponente no sabía de lo que hablaba, ni había preparado el tema".





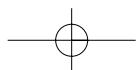
Si se quiere cautivar a los oyentes y provocar comentarios favorables acerca de la exposición de un tema, es preciso preparar la recopilación, organización y presentación del asunto que se pretende desarrollar. La reiteración de este ejercicio permitirá adquirir habilidad para efectuar exposiciones orales. La primera recomendación es elaborar un guión para exponer. Este consiste en escribir en un esquema los puntos que se expondrán y los materiales que se emplearán. Para realizar el guión se sugiere seguir este proceso.

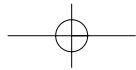
### Proceso para elaborar el guión o esquema

1. Selección del tema a exponer.
2. Consulta de las fuentes de información (periódicos, revistas, libros, etcétera) y registro de datos.
3. Jerarquizar la información concentrando en fichas de trabajo lo más importante.
4. Preparar la **introducción** (¿cómo iniciar?); el **desarrollo** (el tema en sí) y la **conclusión** (¿cómo terminar?)
5. Definir qué apoyos audivisuales se emplearán (láminas, carteles, filminas, rotafolios, franelógrafo, material individual impreso, tarjetas con preguntas, etcétera.).
6. Ensayar el desarrollo de cada punto del contenido para que el expositor logre seguridad y confianza, así como dominio del tema.

A continuación se propone un esquema con el tema: el *Poema de Mío Cid*.

Ejemplo de un guón para una exposición oral.





### Guión o Esquema

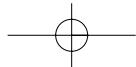
1. **Tema:** *El Poema de Mío Cid.*
2. **Fuente:**
  - a) *Poema de Mío Cid*
  - b) Historia de la Literatura Española
  - c) Historia Universal
3. **Propósito** de quien expone.
4. **Contenido** (puntos, subtemas o ideas que se expondrán).

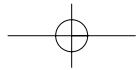
<p>a) Introducción</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Importancia de la obra como primer documento escrito en la Literatura Española.</li> <li>2. La figura del Cid, como un personaje real con pocas aportaciones de la fantasía</li> </ol> <p>b) Desarrollo</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Marco sociohistórico de la Edad Media. Siglo XII.</li> <li>2. Autor.</li> <li>3. Tema.</li> <li>4. Personajes.</li> <li>5. Forma.</li> </ol> <p>c) Conclusión</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Semblanza del héroe, sus características físicas y psicológicas.</li> <li>2. Valores que se manifiestan en la obra.</li> <li>3. Opinión fundamentada de la obra.</li> </ol>	<ul style="list-style-type: none"> <li>—Lámina o cartel con la imagen del Cid</li> <li>—Cartel con el oficio de los juglares</li> <li>—Lámina alusiva a la forma de vestir de esa época</li> <li>—Fotografías de castillos</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>—Mapa de Europa en el que se destaque los reinos cristianos y los moros en la península ibérica</li> <li>—Ilustrar algunos paisajes representativos del poema</li> <li>—Medida y rima de los versos</li> <li>—Características del estilo</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>—Lámina o cartel, ejemplificando algunos valores en el poema</li> </ul>
--	---

## PROCESO PARA REALIZAR EL ENSAYO DE UNA EXPOSICIÓN ORAL

**Corresponde a la sesión de GA 5.90 HABLAR A SOLAS**

Para realizar una exposición deben considerarse ciertas situaciones previas que garanticen una efectiva exposición oral de contenidos. La planeación del

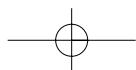


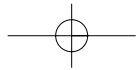


trabajo es un requisito indispensable, así como un ejercicio anterior, que permita experimentar la actividad y corregir fallas de expresión oral y corporal.

Organización de contenidos	Características de la expresión oral
1o. Buscar información acerca del tema en diferentes fuentes de información.	
2o. Seleccionar la información más importante para la exposición del tema.	
3o. Elaborar oraciones simples que incluyan la información básica sobre el tema.	
4o. Distribuir las oraciones en un principio, desarrollo y final, e indicar frente a cada una la forma en qué se abordarán.	
5o. Indicar los apoyos didácticos que auxiliarán durante la exposición, láminas, carteles, etcétera.	La comunicación oral requiere de un manejo adecuado de la voz en cuanto al tono, intención y articulación. Las variantes de tono indican la intención del hablante, si afirma, niega, exclama, ordena o ruega. La intensidad es la fuerza o voluntad de la voz que hace más o menos audibles, según la distancia y las condiciones acústicas del lugar. La articulación o dicción consiste en la pronunciación de los sonidos propios de cada lengua, debe considerarse la fluidez o continuidad de la emisión de sonidos con ritmo adecuado: ni demasiado rápido, ni demasiado lento; con pausas necesarias para separar las partes que integren las oraciones, evitando titubeos y repeticiones innecesarias.

Consideraciones para una postura correcta
<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Colocar una postura erguida que demuestre seguridad y no flexionada, para que no manifieste lo contrario.</li> <li>b) Procurar dirigir la mirada hacia todos los participantes para involucrarlos en la exposición.</li> <li>c) No caminar ni mover los brazos demasiado para no provocar distracción.</li> <li>d) Dirigirse siempre de frente al auditorio para que la emisión de la voz sea directa y clara.</li> <li>e) Al mostrar un cartel, cuidar de no subirlo con el cuerpo.</li> </ul>

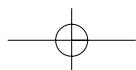
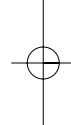
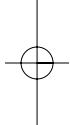


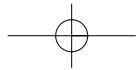


### Propuesta para realizar el ensayo

El ejercicio se puede realizar individualmente simulando que hay alguien que escucha, o formar un equipo en el que cada integrante exponga, mientras los demás escuchan.

1. Identificar las tres partes del trabajo: principio, desarrollo y final.
2. Indicar la exposición de contenidos relativos al principio y no continuar a la siguiente parte hasta no asegurar los contenidos, el uso apropiado de los apoyos visuales y la correcta postura corporal.
3. Cuestionar acerca de los contenidos expuestos para verificar la comprensión.
4. Realizar un ejercicio final de integración de las tres partes; los contenidos, los materiales de apoyo y la expresión corporal.
5. En caso de hacerse el ensayo grupal, escuche opiniones para superar fallas o reforzar la seguridad del dominio de contenidos, aspectos de la expresión oral y postura para la exposición.





## CÓMO ESTUDIAR

Corresponde a la sesión de GA 3.48 UN MENSAJE CONSISTENTE

Así como los alumnos tienen que hacer exámenes para acreditar las materias que integran el plan de estudios, también la mayoría de las personas en algún momento realizan pruebas para conseguir un trabajo o ingresar a instituciones educativas, para ello se requiere conocer algunas herramientas que ayuden a recopilar la información y un proceso que facilite su estudio.

Para reunir la información es necesario realizar una lectura de estudio, ya que el objetivo de ésta es adquirir conocimientos.

### Proceso para la lectura de estudio

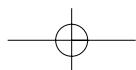
1. Realizar la lectura general del texto a fin de lograr el primer acercamiento al tema de estudio.
2. Determinar el propósito de lectura, es decir, señalar el aspecto a estudiar.
3. Identificar la estructura del texto: introducción, desarrollo y conclusión, con el fin de localizar rápidamente la información más general.
4. Leer por párrafos para localizar las ideas principales del texto.
5. Registrar la información en fichas de trabajo, o realizar las notas en algún cuaderno.

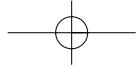
Conviene recordar que los resúmenes se realizan con las palabras propias del autor del texto a leer; la síntesis es una versión breve del resumen, pero con las propias palabras del lector, y por último, un cuadro sinóptico es la representación gráfica del contenido de un texto.

El estudio requiere de un análisis, reflexión, valoración de la información y repaso de los conceptos centrales para comprenderla plenamente, con lo que se logrará su aprendizaje.

Para estudiar se recomienda:

- Tener la información recopilada
- Plantear cuestiones acerca de la información recopilada para medir el grado de comprensión alcanzado





- Suponer las posibles aplicaciones de la información estudiada
- Memorizar la información más importante

La lectura de estudio puede aplicarse en la preparación de exámenes o de exposiciones orales.

En el caso de estudiar para realizar una exposición oral conviene hacer un guión para exposición que sirva de apoyo al momento de exponer.

## COMENTARIOS ESPECIALIZADOS

Corresponde a la sesión de GA 3.50 RAZONES QUE CONVENCEN

Para integrarse a la sociedad e interactuar positivamente en ella, es imprescindible estar informados de lo que sucede en el mundo, en el país o en la comunidad, y para lograrlo es necesario adquirir un sentido crítico ante los mensajes y expresar comentarios especializados.

Una recomendación para comprender los mensajes, tanto orales como escritos, es analizarlos en sus tres niveles: **literal**, es decir, lo que el autor escribió y se puede constatar en sus palabras; el nivel **interpretativo**, es decir, que aunque no está dicho puede deducirse; y el **valorativo**, cuando se emite un juicio acerca de la información.

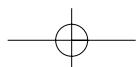
Una vez comprendido el mensaje se puede formular un comentario en cualquiera de los niveles.

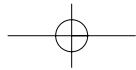
El comentario es una interpretación de lo leído sin tomar una posición personal ante el mensaje.

A continuación se presenta un texto que servirá de base para emitir un comentario especializado.

### América y Australia, un solo continente

Hace 62 millones de años, América del sur y Australia estaban aún unidas por la Antártida. Esto, que hasta ahora era una teoría, acaba de ser confirmado por un grupo de investigadores de la Universidad de Nueva Gales del Sur, dirigido por el paleontólogo Rosendo Pascual. Este equipo acaba de descubrir en la Patagonia argentina un molar fósil de un mamífero del grupo monotrema, emparentado con los ornitorrincos australianos. Los monotremas son animales muy primitivos y, aunque ponen huevos, se trata de auténticos mamíferos.





El ornitorrinco es la más conocida de las tres especies de monotremas que todavía subsisten en Australia y Nueva Zelanda. El nuevo fósil hallado por Pascual y sus colaboradores evidencia las estrechas relaciones que existieron durante el Paleoceno entre América del Sur, la Antártida y el Continente Australiano. En aquella época, Sudamérica permanecía unida a Australia a través de la Antártida, cuyo clima era templado y húmedo y así la fauna se trasladaba de un continente a otro.

Este hallazgo se suma al de un grupo de paleontólogos norteamericanos que, en 1982, exhumaron los restos de un grupo de marsupiales, en la isla de Seymour, al noroeste de la Antártida. Estos descubrimientos vienen a apoyar la ya prácticamente indiscutible teoría de la derivada de la unión de los continentes.<sup>1</sup>

Para hacer un comentario especializado se recomienda recurrir a los tres niveles de análisis antes mencionados: el **nivel literal** se logra haciendo una lectura global del texto, consultando el diccionario para resolver los problemas de vocabulario, localizando los párrafos y oraciones de alto grado de generalidad que por sí solos expresan buena parte del contenido del texto y realizar con ellos un resumen.

El **nivel interpretativo** se logra a través de una nueva lectura para localizar las ideas principales del texto, hacer un resumen, expresar de una manera personal el mensaje formulado por el autor e inferir lo que no está dicho explícitamente, pero que se puede deducir.

El tercer nivel es el **valorativo**, y se realiza cuando no sólo se interpreta, sino se emite un juicio sobre lo leído.

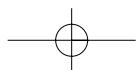
Una vez realizado el análisis, el lector se encuentra en posibilidad de emitir comentarios especializados, fundamentados.

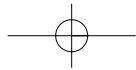
#### **Comentario especializado (nivel literal)**

Hace 62 millones de años América y Australia formaban un solo continente, afirma un grupo de investigadores que descubrieron el molar fósil de un mamífero del grupo monotrema en la Patagonia argentina y es parecida al ornitorrinco, que todavía subsiste en Australia.

Esta unión existía en el periodo Paleoceno a través de la Antártida, cuyo clima era templado y húmedo; así, los animales se trasladaban de un continente a otro.

<sup>1</sup> "Matar cien veces la tierra", en *Muy interesante*, México, Intermex, mayo de 1993, p. 16.





Este descubrimiento se suma al hallazgo de otros marsupiales localizados en la isla de Seymour al noroeste de la Antártida, reforzando así la teoría de la unión de estos dos continentes.

Se puede observar en el comentario anterior que sólo se expresa, en forma resumida, el mensaje del autor, empleando las palabras técnicas contenidas en el artículo (molar, fósil, monotremo, etcétera).

#### **Comentario especializado (nivel interpretativo).**

Gracias a los avances en las técnicas paleontológicas y a la multiplicación de los descubrimientos que se han realizado ha sido posible confirmar la validez científica de la teoría de la Pangea que habla de la antigua unión de los continentes.

El comentario, en el nivel interpretativo, contiene un elemento que no está dicho en el artículo, pero que se supone; este elemento consiste en los avances tecnológicos, que han permitido confirmar esta teoría.

#### **Comentario especializado (nivel valorativo)**

Aunque es una prueba paleontológica la presentación de un fósil descubierto en Argentina, me parece una prueba insuficiente para afirmar que la Antártida unía el continente americano con el australiano. Pienso que se deben recabar más pruebas que permitan afirmar lo anterior.

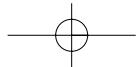
En el comentario de nivel valorativo se juzga y se incluyen los argumentos.

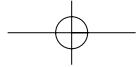
El comentario especializado, a diferencia del comentario de sentido común, se expresa en términos técnicos.

## **A MI MANERA**

**Corresponde a la sesión de GA 5.85 PARA PONERSE ROMÁNTICO**

La paráfrasis es la interpretación o explicación de un mensaje expresado de una manera personal.





La paráfrasis resulta útil para registrar la información obtenida en revistas, periódicos, libros, y sobre todo, para expresar comentarios, juicios, opiniones sobre lo leído.

La paráfrasis es la explicación o interpretación de un texto.

Para redactar la paráfrasis de un párrafo o texto, se sugiere el siguiente proceso:

1. Seleccionar y leer un texto.
2. Localiza las ideas esenciales.
3. Redactar de una manera personal el texto leído en un primer borrador, relacionando las ideas principales con las ideas secundarias y revisando que la paráfrasis contenga los rasgos de la expresión escrita, tanto de contenido como de presentación.
4. Redacción final de la paráfrasis.

A continuación se presenta una leyenda del escritor romántico Gustavo Adolfo Bécquer; en ella recuerda una de sus visitas a la ciudad de Toledo y su vivencia a la que escribe en este texto.

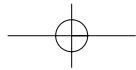
#### **La voz del silencio (tradición de Toledo)**

En una de las visitas que como remanso en la lucha diaria, hago a la vetusta y silenciosa Toledo, sucedieron estos pequeños acontecimientos que, agrandados por mi fantasía, traslado a las blancas cuartillas.

(1a. parte)

Vagaba una tarde por las estrechas calles de la imperial ciudad con mi carpeta de dibujos debajo del brazo, cuando sentí que una voz, un inmenso suspiro pronunciaba a mi lado vagas y confusas palabras; me volví apresuradamente y cuál no sería mi asombro al encontrarme completamente solo en la estrecha calleja. Y sin embargo, indudablemente una voz, una voz extraña, mezcla de lamento, voz de mujer sin duda, había sonado a pocos pasos de donde yo estaba. Cansado de buscar inútilmente la boca que a mi espalda había lanzado su confusa queja, y habiendo ya sonado el Angelus en el reloj de un cercano convento, me dirigi a la posada que me servía de refugio en las interminables horas de la noche.

Al quedarme solo en mi habitación, y a la luz de la débil y vacilante bujía, tracé en mi álbum una silueta de mujer.



## (2a. parte)

Dos días después, y cuando ya casi había olvidado mi pasada aventura, la casualidad me llevó nuevamente a la torcida encrucijada, teatro de ella. Empezaba a morir el día; el sol teñía el horizonte de manchas rojas, moradas; caía grave en el silencio la voz de bronce de las horas. Mi paso era lento, una vaga melancolía ponía un gesto de duda en mi semblante. Y otra vez la voz, la misma voz del pasado día volvió a turbar el silencio y mi tranquilidad. Esta vez decidí no descansar hasta encontrar la clave del enigma, y cuando ya desconfiaba de mis investigaciones, descubrí en una vieja casa, de antiquísima arquitectura, una pequeña ventana cerrada por una reja caprichosa y artística. De aquella ventana salía, indudablemente, la armoniosa y silente voz de mujer.

## (3a. parte)

Era completamente de noche, la voz suspiro había callado y decidí volver a mi posada, en cuya habitación de enjalbegadas paredes, y tendido en el duro lecho, ha creado mi fantasía una novela que, desgraciadamente, ...nunca podrá ser realidad. Al día siguiente, un viejo judío que tiene su puesto de quincalla frente a la vieja casa en que sonó la misteriosa voz me contó que dicha casa estaba deshabitada desde hacía mucho tiempo. Vivía en ella, una bellísima mujer acompañada de su esposo, un avaro mercader de mucha más edad que ella. Un día, el mercader salió de la casa cerrando la puerta con llave, y no volvió a saberse de él ni de su hermosa mujer. La leyenda cuenta que, desde entonces, todas las noches un fantasma blanco, con formas de mujer, vaga por el ruinoso caserón, y se escuchan confusas voces mezcladas de maldición y lamento.

Y la misma leyenda cree ver en el blanco fantasma, a la bella mujer del mercader avaro.

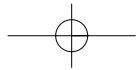
Voz de mujer que como música celeste, como suspiro de mi alma enamorada, viniste a mí, traída por la caricia del aire lleno de aromas de primavera, ¿qué misterio hay en tus palabras confusas, en tus débiles quejas, en tus armoniosas y extrañas canciones?<sup>2</sup>

Bécquer, español

### Paráfrasis de la primera parte de la leyenda

Caminaba como era mi costumbre cada tarde, por las angostas calles de Toledo llevando bajo el brazo mi máspreciado tesoro, mi carpeta de dibujos, en la que solía plasmar todo aquello que observaba y me dejaba cierta huella. Seguí mi camino y de pronto escuché, muy cerca de mí, una voz casi como un suspiro que pronunciaba palabras confusas que yo no entendía; bruscamente di la vuelta, pero no había una sola alma. Sentía la sensación de que era una voz de mujer, que se quejaba. Desesperado por no encontrar respuesta y al oír

<sup>2</sup> Bécquer, Gustavo Adolfo, *Rimas y Leyendas*, México, Porrúa, 1985. p.131.



el sonido del reloj del convento, decidí regresar a la posada y olvidar el incidente.

Ya en la habitación, en mi mente seguía fija la imagen de lo sucedido, sin darme cuenta, tomé mi carpeta de dibujo y empecé a bosquejar la silueta de una mujer que ya no me era desconocida.

Si se compara la paráfrasis anterior con el texto original se observará que contiene las mismas ideas, pero expresadas a la manera personal de quien redacta la paráfrasis.

## **PARA EDIFICAR IDEAS FIRMES**

**Corresponde a la sesión de GA 3.52 UNA PIEZA EXACTA**

En la comunicación, una palabra o una oración aislada, no siempre cumplen la intención comunicativa. Para que ésta sea eficaz, es necesario reunir varias oraciones alrededor de una idea central, a esto se le llama párrafo.

Un párrafo se marca, en la escritura, con una mayúscula al inicio, y un punto al final.

Así, los párrafos que componen un texto se forman de una idea principal y varias oraciones secundarias que precisan el contenido de aquélla.

Para ejemplificarlo se presenta el siguiente texto:

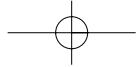
### **Sobre las olas**

El día anterior la mujer me encargó la compostura del reloj: pagaría el triple si yo lo entregaba en veinticuatro horas. Era un mecanismo muy extraño, tal vez del siglo XVIII, en cuya parte superior navegaba un velero de plata al ritmo de los segundos.

Toqué en la dirección indicada y la misma anciana salió a abrirme. Me hizo pasar a la sala. Pagó lo estipulado. Le dio cuerda al reloj y ante mis ojos su cuerpo retrocedió en el tiempo y en el espacio, recuperó su belleza —la hermosura de la hechicera condenada siglos atrás por la Inquisición— y subió al barco que, desprendido del reloj, zarpó en la noche, se alejó para siempre de este mundo.<sup>3</sup>

*Bernard M. Richardson*

<sup>3</sup> Richardson M. Bernard, "Sobre las olas", en Valadés, Edmundo, *El libro de la imaginación*, México, FCE, 1987, p. 183.



El texto está dividido en dos párrafos, el primero se forma por:

Idea principal: El día anterior la mujer me encargó la compostura del reloj.

- |                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| Ideas secundarias que la precisan | a) (Ella) pagaría el triple si yo lo entregaba en veinticuatro horas.<br>b) (El reloj) Era un mecanismo muy extraño<br>c) tal vez (el reloj) era del siglo XVIII,<br>d) en cuya parte superior (del reloj) navegaba un velero de plata al ritmo de los segundos. |
|-----------------------------------|--|

Los párrafos de un texto deben presentar unidad, coherencia y precisión entre la oración principal y las secundarias que la forman y precisan.

La unidad se presenta, en un párrafo, cuando todas las ideas secundarias que lo forman se relacionan con la idea principal, éstas pueden referirse al sujeto o al predicado de la misma.

Un párrafo tiene coherencia cuando las ideas secundarias que lo integran presentan un orden lógico en la escritura, este orden puede ser: **cronológico**, es decir, de tiempo, estas oraciones se usan generalmente al escribir una biografía; **de causa y efecto**, en este caso, primero se escriben las oraciones que comunican una razón o circunstancia y después las que nos dicen el resultado obtenido.

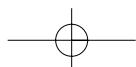
La precisión en un párrafo se observa cuando las ideas secundarias aclaran o precisan el contenido de la idea principal.

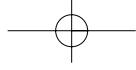
Por lo anterior podemos decir que el párrafo número 1 del texto presentado tiene:

**Unidad**, ya que las ideas secundarias, a, b, c, d, se refieren a la idea principal: la mujer que encarga la compostura del reloj.

**Coherencia**, puesto que la oración a) comunica el efecto producido en la oración principal. (Ella pagaría triple por la compostura del reloj si se le entregaba en 24 horas).

**Precisión**, ésta se observa en que las oraciones b, c, d, aclaran y precisan cómo es el reloj (era extraño, del siglo XVIII, arriba tenía un barco de plata navegando).





En conclusión, para que el texto esté correctamente escrito se debe cuidar que cada párrafo contenga una idea principal y varias secundarias que reúnan las características de unidad, coherencia y precisión.

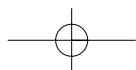
# ALGUNOS SIGNOS DE PUNTUACIÓN

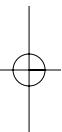
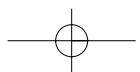
**Corresponde a la sesión de GA 3.53 SEÑALES DEL CAMINO**

El uso de signos de puntuación es importante para lograr claridad en la redacción. A continuación se presenta el pasaje de una novela donde se numeran los signos y se enuncian las normas de su uso.

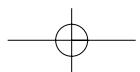
—Usted ha de conocer al bandido ese, señora... Yo estuve junto con él en la  
(1)  
Penitenciaría de Escobedo. (2)  
(3) (4)  
—Sargentito, tráeme una botella de tequila; he decidido pasar la noche en amable  
compañía con esta morenita... ¿El coronel?... ¿Qué me hablas tú del  
(5)  
coronel a estas horas?... ¡Que vaya mucho a...! Y si se enoja, pa mí... ¡plin!  
(6) (7)  
Anda sargento; dile al cabo que desensille y eche de cenar. Yo aquí me  
(8) (9)  
quedo... Oye, chachita, deja a mi sargento que fría los blanquillos y  
(10) (11) (12)  
caliente las gordas; tú ven acá conmigo. Mira, esta carterita apretada de  
(13) (14)  
billetes es sólo para ti. Es mi gusto. ¡Figúrate! Ando un poco borrachito por  
(15)  
eso, y por eso también hablo un poco ronco... ¡Como que en Guadalajara dejé  
la mitad de la campanilla y por el camino vengo escupiendo la otra mitad...!  
(16) (17) (18)  
¿Y qué le hace...? Es mi gusto, Sargento, mi botella de tequila, Chata,  
(19)  
estás muy lejos; arrímate a echar un trago... ¿Cómo que no?... ¿Le tienes miedo  
a tu... marido... o lo que sea?... Si está metido en algún agujero dile que salga...  
Pa mí ¡plin!... Te aseguro que las ratas no me estorban. (20)  
Una silueta blanca llenó de pronto la boca oscura de la puerta. (21)  
(22)  
—¡ Demetrio Macías!—clamó el sargento despavorido, dando unos pasos  
atrás. (23)<sup>4</sup>

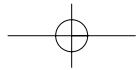
<sup>4</sup> Azuela, Mariano, "Los de abajo" en *La novela de la Revolución Mexicana*, México, FCE, 1980, pp. 7-8.





Clasificación	Descripción	Ejemplo
Punto final	Se coloca punto (.) al final de todo escrito o de una división importante del texto.	(23)
Punto y aparte	Se coloca al final de un párrafo, pero el texto continúa en líneas aparte. Separa los párrafos cuando las ideas no están relacionadas de un modo inmediato.	(2) (20) (21)
Punto y seguido	Se coloca al final de una oración, pero el desarrollo de la idea continúa en el mismo renglón.	(7) (11) (13) (14)
Punto y coma	Se utiliza para separar oraciones entre cuyos sentidos hay proximidad.	(4) (19) (6) (10)
Coma	Los vocativos llevan comas entre sí. Van al principio, después y antes, si van al final.  Se escriben entre comas las oraciones de relativo explicativo.  Separa elementos equivalentes, tanto si son palabras, como expresiones y oraciones.  Van entre comas las oraciones intercaladas que interrumpen el sentido de la oración.	(1) (17) (8) (3) (9) (18) (22) (5) (12) (15) (16)



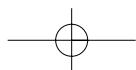


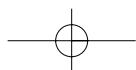
## REGLAS ORTOGRÁFICAS DEL USO DE LA B, V, G Y J

Corresponde a la sesión de GA 3.56 FÓRMULAS PARA EVADIR TRAMPAS

USO DE LA B		
Regla núm.	Descripción	Ejemplos
1	El prefijo inicial <b>bi</b> , <b>bis</b> , <b>biz</b>	bimestre, bisnieto, bicéfalo
2	La terminación <b>bundo</b>	vagabundo, moribundo
3	La terminación <b>bilidad</b>	probabilidad, flexibilidad
4	El término inicial <b>bíblio</b> (libro)	bibliografía, bibliómano
5	Las partículas iniciales <b>bu</b> , <b>bur</b> <b>bus</b> , <b>bul</b>	burla, busca, burlón
6	Después de la m se escribe b	bomba, ambiguo

USO DE LA V		
Regla núm.	Descripción	Ejemplos
7	Palabras que inician con <b>eva</b> <b>eve</b> , <b>evi</b> , <b>evo</b>	eventual, evadir, evitar evolución
8	Después de <b>pra</b> , <b>pre</b> , <b>pri</b> , <b>pro</b>	providencia, prevenir privilegio
9	Después de <b>b</b> , <b>d</b> , <b>n</b>	adversario, convidar subversión, enviar
10	Después de <b>ol</b>	polvorín, devolver, olvidadizo
11	Las palabras terminadas en <b>evo</b> , <b>eva</b> , <b>eve</b>	nuevo, leve, huevo
12	Las palabras terminadas en <b>voro</b> , <b>vara</b>	carnívoro, herbívora



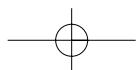


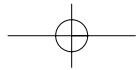
### USO DE LA G

Regla núm.	Descripción	Ejemplos
13	Se escribe para representar el sonido de /j/ en el prefijo <b>geo</b>	geometría, geografía
14	Se escribe con esta letra la partícula <b>gest</b>	gesto, gestión
15	La partícula <b>gen</b>	vigente, gente
16	En la terminación <b>gia</b>	magia, regia
17	En la terminación <b>gía</b>	biología, zoología
18	En las partículas <b>gene</b> , <b>ge</b> , <b>geno</b>	energía oxígeno, progenitor genial

### USO DE LA J

Regla núm.	Descripción	Ejemplos
19	El sonido /J/ se escribe con /j/ antes de cualquier vocal	jarro, cojín, jeringa
20	Llevan <b>j</b> los verbos que terminan en <b>pear</b>	ojear, cojear, canjear
21	Los verbos terminados en <b>dicir</b> , <b>ducir</b> y <b>traer</b> (1a. persona del singular pretérito).	dije, conduje, traje
22	La partícula inicial <b>eje</b>	ejecutar, ejército
23	La terminación <b>aje</b>	vendaje, carruaje kilometraje
24	El fonema final /j/ siempre lleva /j/	reloj





## MENSAJES CLAROS Y PRECISOS

**Corresponde a la sesión de GA 4.65 PARA SER EXACTOS**

Un texto puede estar formado por uno o varios párrafos a través de los cuales se expresa un mensaje.

A continuación se presenta un texto que está integrado por un párrafo.

### La señora de la Tierra

El mundo estaba lleno de agua. Y en el agua vivía la señora de la Tierra. Era un monstruo cubierto de ojos y de fauces. Tezcatlipoca y Quetzalcóatl decidieron darle forma a la Tierra. Convertidos en serpientes, enlazaron y estrecharon al monstruo hasta que se rompió en sus dos mitades. Con la parte inferior hicieron la tierra y con la parte superior el cielo. Los otros dioses bajaron a consolarla y, para compensar el daño que Tezcatlipoca y Quetzalcóatl acababan de hacerle, le otorgaron el don de que su carne proporcionara cuanto el hombre necesita para vivir en el mundo. Su piel y sus cabellos quedaron convertidos en hierbas, grama, árboles y flores. Sus ojos se mudaron en pequeñas cuevas, pozos, fuentes. Su boca se transformó en ríos y en grandes cavernas, su nariz, en los montes y en los valles.<sup>5</sup>

En el texto anterior puede observarse que existe unidad, coherencia y precisión.

La **unidad** se logra porque las oraciones se refieren al mismo asunto, todas hablan de cómo se formó la Tierra.

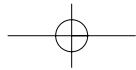
La **coherencia**, porque las oraciones se relacionan para expresar la idea de cómo se formó la Tierra.

La **precisión** se logra porque cada idea expresa de una manera exacta los acontecimientos que explican la creación del mundo de acuerdo con los nahuas.

Es necesario observar que, para que un texto reúna las características antes mencionadas y se obtenga un mensaje claro, es imprescindible utilizar los signos de puntuación, por ejemplo:

*El mundo estaba lleno de agua,* es una oración simple que habla de un suceso. Ese pensamiento completo está separado por un punto y seguido de la oración *y en el agua vivía la señora de la Tierra.*

<sup>5</sup> "De la teogonía náhuatl", recopilada por Angel María Garibay K. Tomado de Valadés, Edmundo, *El libro de la imaginación*, FCE, México, 1987, p. 213.



Si las oraciones anteriores no tuvieran un punto y seguido entre ellas, la idea que cada una expresa no sería clara.

En el siguiente ejemplo, las comas son necesarias para citar a varios seres del reino vegetal: *Su piel y sus cabellos quedaron en hierba, grama, árboles y flores*. Si se suprimen las comas, no se sabría con claridad de qué elementos se habla, si de las hierbas grama o de grama árboles.

Al terminar el texto se emplea el punto final para indicar que se da por concluido el tema del que se habla.

Hay textos con varios párrafos como el que se presenta:

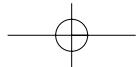
### Metas

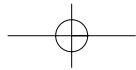
En este capítulo se analizará la forma de establecer metas y cómo lograrlas, por qué debemos establecerlas y ciertos principios que debemos seguir para alcanzarlas.

Viktor Frankl, en su obra clásica *La humana búsqueda de sentido*, describe la vida en un campo de concentración durante la Segunda Guerra Mundial. Frankl calculó que sólo uno de cada veintiocho prisioneros lograba sobrevivir a los horrores de la prisión. Por tanto, él realizó un estudio para establecer por qué unas cuantas personas lograban sobrevivir, mientras que muchas otras perecían. Advirtió que los sobrevivientes no siempre eran los más aptos físicamente o los más saludables, o los mejor nutridos o los más inteligentes. Descubrió que quienes sobrevivieron tenían una razón para seguir adelante. Tenían una META. En el caso de Frankl, su ardiente deseo era volver a ver el rostro de su esposa. Todos los sobrevivientes tenían metas diferentes, pero al final de cuentas tenían una meta.

Son las metas las que nos hacen seguir adelante. ¿Cuántas veces hemos sabido de alguien que se retira después de cuarenta años de trabajo y muere unos meses más tarde? En cuanto perdemos el impulso—la dirección, ¡estamos en aprietos! ¿Te has dado cuenta de que te sientes más feliz en mitad de un proyecto que al finalizarlo? ¿Has observado que cuando concluyes un proyecto te empeñas en buscar uno nuevo? <sup>6</sup>

<sup>6</sup> Matthews, Andrew, *Por favor sea feliz*, Selectos, México, 1994, p. 110-111.





El texto está compuesto por cuatro párrafos. El primero da una pequeña introducción acerca de cómo establecer metas y lograrlas. En el segundo párrafo se habla de un estudio hecho por un autor acerca de las personas que lograban sobrevivir en un campo de concentración.

En el tercer párrafo se menciona los datos obtenidos en el estudio que apoyaban una hipótesis: la gente que sobrevivía era porque tenía una razón o meta para seguir adelante. Por último, en el cuarto párrafo se afirma que los individuos tienen la necesidad de fijarse metas para seguir viviendo.

Los cuatro párrafos de este texto tienen una estrecha relación entre ellos y la idea de que se deben tener metas y cómo lograrlas se refuerza y complementa en cada párrafo.

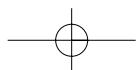
En los dos ejemplos presentados, los párrafos están compuestos por oraciones, algunas de ellas simples, y el uso de signos de puntuación que son muy importantes para dar claridad y unidad a las ideas presentadas.

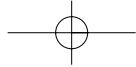
## **ESQUEMA DE UN ENSAYO**

**Corresponde a la sesión de GA 4.67 EN PLAN DE CONVENCER**

La elaboración de un ensayo requiere de un plan o esquema que permita organizar las ideas o argumentos que se pretende poner a prueba.

Los ensayos son escritos breves que se publican en libros, revistas y periódicos. Quienes los escriben lo hacen para defender sus puntos de vista o proponer soluciones a un problema. En ellos se emplea un lenguaje emotivo que busca convencer con argumentos bien fundamentados a quienes lo leen.





Los pasos que se sugieren para elaborar un ensayo son:

1. Seleccionar tema.
2. Consultar las fuentes.
3. Problematizar una situación.
4. Proponer soluciones.
5. Redactar una primera versión con un lenguaje que logre convencer o sembrar la duda.
6. Redactar una segunda versión cuidando la ortografía y la redacción.

En el siguiente fragmento de un ensayo de Octavio Paz se habla de la imagen del mexicano como un ser difícil de entender para los europeos cuando no conocen sus raíces culturales.

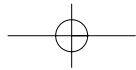
#### **Los hijos de la Malinche (fragmento)**

La extrañeza que provoca nuestro hermetismo ha creado la leyenda del mexicano, ser insondable. Nuestro recelo provoca el ajeno. Si nuestra cortesía atrae, nuestra reserva hiela. Y las inesperadas violencias que nos desgarran, el esplendor convulso o solemne de nuestras fiestas, el culto a la muerte, acaban por desconcertar al extranjero. La sensación que causamos no es diversa a la que producen los orientales. También ellos, chinos, indostanos o árabes, son herméticos e indescifrables. También ellos arrastran en andrajos un pasado todavía vivo. Hay un misterio mexicano como hay un misterio amarillo y uno negro. El contenido concreto de esas representaciones depende de cada espectador. Pero todos coinciden en hacer de nosotros una imagen ambigua, cuando no contradictoria: no somos gente segura y nuestras preguntas como nuestros silencios son imprevisibles, inesperados. Traición y lealtad, crimen y amor, se agazapan en el fondo de nuestra mirada. Atraemos y repelemos.

No es difícil comprender los orígenes de esta actitud. Para un europeo, México es un país al margen de la historia universal. Y todo lo que se encuentra alejado del centro de la sociedad aparece como extraño e impenetrable. Los campesinos, remotos, ligeramente arcaicos en el vestir y el hablar, parclos, amantes de expresarse en formas y fórmulas tradicionales, ejercen siempre una fascinación sobre el hombre urbano. En todas partes representan el elemento más antiguo y secreto de la sociedad. Para todos, excepto para ellos mismos, encarnan lo oculto, lo escondido y lo que no se entrega sino difícilmente, tesoro enterrado, espiga que madura en las entrañas terrestres, vieja sabiduría escondida entre los pliegues de la tierra.<sup>7</sup>

Si se elabora un ensayo acerca de la forma de ser del mexicano, se podría seguir el procedimiento que a continuación se indica.

<sup>7</sup> Paz, Octavio, *El laberinto de la soledad*, México, FCE, 1983, pp. 72-73.



1. Tema

El comportamiento del mexicano

2. Fuente bibliográfica

Paz, Octavio. *El laberinto de la soledad*3. Problemas planteados  
por  
a). El autor

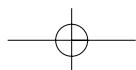
¿Por qué es así el mexicano?  
¿Cómo los ven los europeos?  
El mexicano es cerrado, receloso, rinde  
un gran culto a la muerte.  
Tienen una actitud contradictoria,  
atraen y repelen.

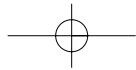
b). El alumno

El campesino es arcaico al vestir y parco  
al hablar, es un ser impenetrable. Los  
europeos creen que México es un país al  
margen de la historia universal.

4. Propuestas

¿Es el mexicano un ser impenetrable?  
Quizá el mexicano de la ciudad es poco  
comunicativo, pero esto se debe a su forma  
de vida, que lo hace un esclavo del tiempo.  
En cambio, el mexicano de provincia es  
amable y hospitalario; cuando se le visita  
se esfuerza por atender al invitado com-  
partiendo con él tradiciones y costumbres.





## UN BUEN INICIO

**Corresponde a la sesión de GA 4.68 UN BUEN COMIENZO**

Así como la ficha bibliográfica es una fotografía de un libro, el prólogo es la presentación del contenido del libro. El prólogo le dice al lector de qué trata el libro, señala cualidades y aporta datos acerca del autor y el asunto que se toca a fin de invitar al lector a leer la obra.

La intención del prólogo varía de acuerdo con el tipo de texto, ya sea informativo o literario. En el literario, generalmente se dan un marco sociohistórico para ubicar la obra, datos del autor y datos generales sobre la obra; en ocasiones se analiza el tema y su repercusión en el tiempo. En cambio, el texto informativo explica la estructura y el proceso de investigación.

El prólogo, el prefacio y la introducción se parecen mucho, los dos primeros informan a veces de cuestiones que no forman parte propiamente del contenido de la obra (importancia, semblanza del autor, etcétera), mientras que la introducción siempre aborda directamente el contenido mismo del libro.

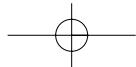
A continuación se presenta el prefacio de un texto. El lector, al iniciar su lectura, irá obteniendo los datos que le permitan descubrir de qué trata el libro.

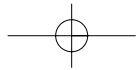
### Prefacio

Este libro intenta ofrecer, usando a los primates como ejemplo, un panorama general de lo que es la ciencia de la Etología o estudio del comportamiento animal.

Ya que en la actualidad este campo del saber biológico es muy amplio, me he concretado a resaltar dos facetas del comportamiento animal que son de gran interés. Primero, el estudio del comportamiento como un mecanismo mediador del ambiente, es decir, la ecología del comportamiento, y después, el estudio del comportamiento social incluyendo aspectos importantes del desarrollo durante las fases tempranas en la vida del animal, así como aspectos de las bases biológicas de la conducta agresiva, del comportamiento de juego y de la conducta sexual.

La observación del comportamiento de los animales es una actividad que requiere cierta disciplina en los métodos empleados. Así, me he permitido señalar también en el texto de este libro algunos aspectos básicos de técnicas de observación y registro de la conducta animal. Debido a que el comportamiento del primate humano se relaciona con el estudio y análisis etológico de otros animales, se presenta una sección de Etología humana donde se plantea el estudio etológico del comportamiento de nuestra especie.





También señala que a través de la comparación del comportamiento de diferentes especies de primates, incluyendo al hombre, y de un examen de nuestra historia evolutiva, podemos llegar a comprender mejor las bases biológicas de nuestro comportamiento y darnos cuenta de nuestras limitaciones, capacidades y membresía en el reino animal.<sup>8</sup>

### Análisis del prefacio anterior

Al leerlo se obtiene la siguiente información:

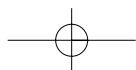
1. El libro aborda el estudio del comportamiento como un mecanismo producto del ambiente y el estudio del comportamiento social.
2. Se emplea la observación como una técnica de registro de la conducta humana.
3. La comparación entre el comportamiento de los primates y el comportamiento humano permitirá una mejor Comprensión de las bases biológicas que los generan.
4. Se expone la hipótesis de una estrecha relación entre los primates y el hombre al estudiar su comportamiento.

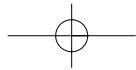
### Prólogo

Es difícil justificar a la aparición de un libro más de Química, sobre todo si se considera la gran oferta de textos de nivel preparatoria. Tal abundancia (y el interés que despierta la materia) hacen pensar que no escribir un libro de Química es una obra de caridad (sobre todo con los amigos). Con todo, el autor intentará esbozar algunas de las ideas que lo motivaron a escribir lo que confía no será un libro más como los que abundan.

En primer término se halla la gran semejanza en contenidos y en tratamiento de los textos de Química. En general, el enfoque es el de una disciplina concluida, una ciencia terminada, en la que ya no hay nada por descubrir y que tiene todo perfectamente explicado sin ninguna laguna conceptual. Tal imagen de ciencia, desafortunadamente, es muy común en los libros escritos para lectores de nivel medio. En otra oportunidad se discutirán y analizarán las complejas causas y consecuencias. Por lo pronto, cabe mencionar que los textos convencionales de ciencias presentan las teorías, conceptos y fórmulas sin comentar el carácter polémico que acompañó su gestación y nacimiento.

<sup>8</sup> Estrada, Alejandro, *Comportamiento animal. El caso de los primates*, FCE, México, 1988.





En general se cae en un conjunto de leyes, ecuaciones y definiciones que el estudiante debe memorizar la víspera del examen. Conjunto que no despierta gran interés al estudiante y del que no obtiene una idea del problema que intenten resolver los científicos con tales lucubraciones. Es muy cierto que no es ésa la intención de los autores de los textos convencionales, pero... ¿cómo puede mostrarse la validez y belleza de una teoría científica sin mencionar a las que se han abandonado por incompletas o erróneas?

El autor de este libro considera que dos de los puntos más descuidados en la enseñanza de las ciencias son:

- 1) el espíritu juguetón de la ciencia y
- 2) el carácter estético de la ciencia.

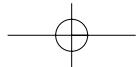
La ciencia ha sido y seguirá siendo, para muchos científicos, un juego, en el sentido de que les interesa, les divierte, les apasiona, los obsesiona, y no tanto porque sean "excéntricos" o "chistosos" como suele presentarlos la mitografía popular. Son, más bien, gente común y corriente que ha tenido la habilidad de profundizar en sus propios pensamientos, la constancia y tenacidad para llegar a premisas a partir de conclusiones; es gente con disposición a jugarse la vida en un experimento o perder el sueño por un problema.

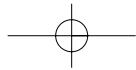
Proponer que el estudiante encuentre en sí mismo la posibilidad de disfrutar el descubrimiento de un teoría suena irreal. Pero sí parece alcanzable que el estudiante encuentre gusto en "descubrir" por su cuenta, o con sus compañeros, o con su maestro, que la ciencia no es tan oscura como se la presenta. Más bien, los textos, los profesores, los exámenes la oscurecen para que parezca profunda.

Una de las materias que difícilmente llega a entusiasmar a los estudiantes de nivel medio es la Química. Las razones son muy diversas: profesores improvisados, programas obsoletos, métodos de enseñanza inadecuados, falta de textos didácticos, etcétera. Un grave resultado de lo anterior es el descenso en la matrícula de la carrera de Química y áreas afines. Más grave si se considera que la mitad de lo que enseñan los libros es obsoleto y la mitad de lo que necesitará el estudiante todavía no se descubre.

Uno de los objetivos del libro *La Química y la cocina* es atacar el punto tres de la lista anterior. Terreno particularmente fértil para ilustrar los principios químicos es la cocina, pues en una bien surtida pueden hallarse más de 200 reactivos químicos, además de equipos y procedimientos semejantes a los de un laboratorio. Muchas de las reacciones químicas que ocurren en una cocina (como añadir azúcar al cocimiento de elotes para ablandarlos) tiene una explicación científica que ilustra y respalda a la inobjetable experiencia culinaria.

Ciertamente, hay muchos fenómenos gastronómicos (como el frotado de los extremos de un pepino para que no se amargue, o el bailar alrededor de los tamales para que no salgan pintos) que podrían clasificarse entre las consejas familiares o las tradiciones pintorescas de la cocina. El autor, discretamente, los





menciona sin profundizar. Son un buen campo para la aplicación del método científico por parte de los lectores.

Por otro lado, el libro pretende llevar al lector del asombro a la reflexión.

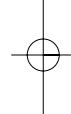
Asombro de lo cotidiano e inmediato; reflexión sobre fenómenos aparentemente desconectados. (Sorprenderse con lo evidente revela que no se ha confundido comprensión con familiaridad.) *La Química y la cocina* no quiere ser un libro monotemático, pues el asombro y el humor no conocen especialidades ni disciplinas.

Sólo habiendo interés y entusiasmo, sólo sintiendo la necesidad del conocimiento, podrán desarrollarse actitudes científicas. No tiene ningún efecto positivo dar una colección de fórmulas tediosas y faltas de sentido entre sí y con la realidad de los estudiantes.

Para terminar, es inútil esperar que los estudiantes cambien sus actitudes ante el aprendizaje si los maestros no cambiamos nuestra actitud ante la enseñanza, si no empezamos a descubrir la ciencia como algo que tiene que ver cotidianamente con nuestra vida. Como la cocina.<sup>9</sup>

## PRÓLOGO

**Corresponde a la sesión de GA 4.69 UNA MINIATURA EN TARJETA**



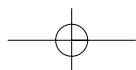
Emilio Rojas es un escritor mexicano que se ha interesado por compartir su opinión acerca de lo que significa la esencia del hombre. En su libro *Aprendiz de Pintor* nos conduce a reflexionar lo que es el ser humano. Arturo Azuela escribe el prólogo de este libro y en él nos prepara para una mejor comprensión de los textos que integran la obra.

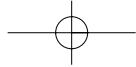
### Prólogo

*Aprendiz de Pintor*, libro de Emilio Rojas, está compuesto de cincuenta textos breves de muy variada naturaleza; es la palabra incisiva, llena de intenciones y cargada de múltiples significados; es constante invitación a mirar con atención para reconocer y examinar, y al juego de más variadas imágenes, desde "Semillas" a "Ladrona de sueños", desde "El hombre y la piedra" a "Desiertos", sin que se puedan soslayar, entre otras muchas narraciones, "Arcoíris", "Búsqueda", "Abridor de puertas", "La flama azul", "El amante de la Luna". En este libro, el vuelo de la imaginación no se detiene en figuras externas; una y otra vez, con fuerza poética, con manifestaciones sugerentes, invade el terreno de lo más íntimo.

*Aprendiz de Pintor* toma alas, adquiere el camino hacia las alturas, sin dejar un solo momento la esencia del ser humano. Emilio Rojas sabe adueñarse de la

<sup>9</sup> Córdova Frunz, José Luis, *La Química y la cocina*, FCE, México, 1990.





palabra sin olvidar el peso de lo que nos rodea, de lo que está a la mano de nuestros sentidos; sensorial y reflexivo, corpóreo y espiritual, nos va dando los trazos más insólitos y las pinturas más evocadoras.

No olvida la nostalgia ni el aprendizaje de la libertad, ni desdeña la sabiduría para llegar a la fertilidad. A las enseñanzas agrega el toque de lo sorpresivo. Sin hacer a un lado el goce del alma, recuerda que se necesita una luz, “una luz para iluminar mis pasos”.

Con singular elegancia y afán de perfección, Emilio Rojas se transforma en un alquimista de su propio lenguaje. Deja los colores más elementales y se apodera de texturas, de relieves, de perspectivas cada vez más laberínticas. Al romper la máscara de la simulación y de la hipocresía, reafirma su calidad de escritor, su espíritu lúdico en donde la vida es “un juego que exige prepararse para poderlo jugar...y ganar”<sup>10</sup>

*Arturo Azuela*

## RAZONES PARA CONVENCER A UN PESO COMPLETO

Corresponde a la sesión de GA 4.72 UN ARGUMENTO DE PESO

Con mucha frecuencia, quien escribe un texto no sólo tiene el deseo de informar, sino también el de *convencer* o *persuadir* al lector por medio de *argumentos*, es decir, razonamientos y explicaciones sobre las ventajas de una mercancía, los beneficios que acarrea una medida higiénica o la justez y solidez de una idea.

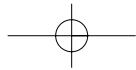
En el ejemplo que aparecerá en seguida, el escritor intenta persuadir a quien tenga problemas de peso de que lea la obra y siga sus recomendaciones sobre alimentación para evitar la obesidad. Así, en su prólogo presenta *argumentos de peso* para convencer al lector de que su libro es mejor entre los que se ocupan del mismo tema.

### Prólogo

El motivo principal que tuve para escribir este libro fue que durante mi juventud, llegué a ser una persona obesa, puesto que pasaba el día comiendo y bebiendo absolutamente todo: refrescos, cervezas, vino, tacos, sopes, tortas, etc. Es decir, aquello que la mayoría de las personas consumen en los restaurantes, fondas, mercados, bares y cantinas de la ciudad.

(...)

<sup>10</sup> Rojas, Emilio *Aprendiz de Pintor*, México, Expresión y Tiempo, 1968.



La mayoría de los autores que escriben sobre el problema de la obesidad, según pude comprobar a través de la lectura de diversas obras, no han sufrido este problema. De este modo, ninguno de ellos sabe a ciencia cierta lo que es padecer obesidad o, como comúnmente se dice, estar gordo, y se basan más bien en la experiencia con sus pacientes.

Durante los veinte años que tengo como médico —con un potencial de 18 mil pacientes—, al tratar casos de obesidad he podido constatar la efectividad de los tratamientos que aplico, basados en la eliminación, depuración y renovación, así como en el cambio a la alimentación vegetariana.

En 90% de ellos, los resultados han sido sumamente positivos, en virtud de que fueron los mismos pacientes los que consiguieron su anhelada meta —yo sólo serví de guía—, ya que se apgaron a lo trazado durante el tratamiento.

El lector encontrará que la segunda parte de la obra está dedicada a los aspectos generales del alimento natural; esto responde, en primera instancia, a la necesidad de orientar al interesado en todo lo relacionado con las ventajas, preparación y consumo de la dieta vegetariana.

Es por esta razón que considero el presente libro muy completo, en tanto que da respuesta tanto a quien recurre a él para resolver problemas de obesidad como a los interesados en cambiar a la dieta vegetariana o continuarla, para lo cual he incluido también tablas de valores para el consumo de nutrientes.<sup>11</sup>

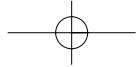
Al analizar el texto anterior, pueden advertirse varios tipos de argumentos:

- Razonamientos sobre la experiencia personal del autor con respecto a la gordura (*en su juventud fue obeso*).
- La idea de que el autor, por haber sido obeso, supera en conocimientos sobre el tema a todos los otros, porque éstos no han padecido personalmente la obesidad.
- Explicaciones sobre la larga experiencia del autor como médico en el tratamiento de obesos.
- Ventajas representadas por la inclusión en el libro de recomendaciones para cambiar de dieta.

Tales arqumentos se dirigen a persuadir al lector en dos planos:

- En principio, un lector que padece la obesidad se identificará con el autor al enterarse de que éste ha padecido en carne propia la gordura (plano en que el lector se identifica subjetivamente con el autor).

<sup>11</sup> Guerrero, Cuauhtémoc, *Dime lo que comes y te diré cuánto pesas. Los secretos para acabar con la obesidad*, México, Pax México, 1991, 142 pp.



—En segundo lugar, el lector encuentra pruebas de que, como médico, el autor posee una larga y exitosa experiencia (plano en que el lector se convence por razones).

Por la frecuencia con que se leen textos persuasivos, conviene analizarlos, como se ha hecho en el ejemplo, hasta advertir qué clase de argumentos se emplean en ellos y de qué intentan convencer. Además, al formular un comentario sobre un tema especializado, como es el caso de un texto sobre la obesidad, es necesario recurrir a argumentos para opinar.

De ese modo, siguiendo con el mismo ejemplo, es posible razonar en los dos niveles considerados. Un enfermo de obesidad podría comentar: “Creo que el autor, por haber sido obeso, puede comprenderme y en su libro recomendará un tratamiento útil para mi problema” (plano subjetivo). Otro mezclaría razonamientos subjetivos con otros objetivos: “Yo considero que el libro tiene el mérito de que su autor haya sido obeso, pues sabe las debilidades y dificultades que enfrentan los enfermos para superar su problema. Por otro lado, si las estadísticas que presenta sobre sus pacientes son reales, es bastante probable que sus recomendaciones sean acertadas.”

## CON MAYOR ÉNFASIS

**Corresponde a la sesión de GA 4.79 PARA DARSE TONO**

En algunas ocasiones al comunicar un mensaje, se le da mayor énfasis a determinadas palabras.

Observa el siguiente ejemplo:

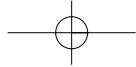
- He reñido a un hostelero
- ¿Por qué? ¿Dónde? ¿Cuándo? ¿Cómo?
- Porque donde, cuando como,  
sirven mal, me desespero.

*Iriarte*

Se llama acento enfático a la tilde que se pone en las palabras **por qué, dónde, cómo, cuándo, qué, cuál, quién; cuán**; cuando éstas forman parte de oraciones interrogativas y exclamativas, directas o indirectas y en oraciones en las que se da énfasis a estas palabras.

¿Cómo te va?

¡Qué desastre!



No sé cómo sucedió.

¿A dónde iremos hoy?

A continuación se presenta un diálogo en el que se utiliza la tilde enfática en oraciones interrogativas y exclamativas.

### Yo quiero ser cómico

[...]

Hallábame, [...] sin saber cuál de mis notas *escogería por más inocente, y no encontraba por cierto mucho que escoger*, cuando me deparó felizmente la casualidad materia sobrada para un artículo al anunciarle mi criado a un joven que me quería hablar indispensablemente.

Pasó adelante el joven haciéndome una cortesía bastante zurda, como de hombre que necesita y estudia en la fisonomía del que le ha de favorecer sus gustos e inclinaciones, o su humor del momento para conformarse prudentemente con él; y dando tormento a los tirantes y rudos músculos de su fisonomía para adoptar una especie de careta que desplegase a mi vista sentimientos mezclados de afecto y deferencia, me dijo con voz forzadamente sumisa y cariñosa:

—¿Es usted el redactor llamado Fígaro?<sup>12</sup>

—¿Qué tiene usted que mandarme?

—Vengo a pedirle un favor...; Cómo me gustan sus artículos de usted!

—Un favor de que depende mi vida acaso... ¡Soy un apasionado, un amigo de usted...!

—Por supuesto... siendo el favor de tanto interés para usted...

—Yo soy un joven...

—Lo presumo.

—Que quiero ser cómico, y dedicarme al teatro...

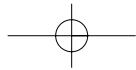
—¿Al teatro?

—Sí señor... Como el teatro está cerrado ahora...

—Es la mejor ocasión.

—Como estamos en Cuaresma, y es la época de ajustar para la próxima temporada cómica, desearía que usted me recomendase...

<sup>12</sup> Seudónimo literario de Mariano José de Larra.



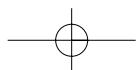
- ¡Bravo empeño! ¿A quién?
- Al Ayuntamiento.
- ¡Hola! ¿Ajusta el Ayuntamiento?
- Es decir, a la Empresa.
- ¡Ah! ¿Ajusta la Empresa?
- Le diré a usted... Según algunos, esto no se sabe...; pero...para cuando se sepa.
- En ese caso, no tiene usted prisa, porque nadie la tiene...
- Sin embargo..., como yo quiero ser cómico...
- Ciento. ¿Y qué sabe usted? ¿Qué ha estudiado usted?
- ¿Cómo? ¿Se necesita saber algo?
- No; para ser actor, ciertamente, no necesita usted saber cosa mayor...<sup>13</sup>

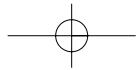
## REGLAS ORTOGRÁFICAS DEL USO DE LA C-S – X-Z

Corresponde a la sesión de GA 4.80 CARRERA CON OBSTÁCULOS

USO DE LA C		
Regla núm.	Descripción	Ejemplos
1	Las palabras terminadas en <b>encia</b> y <b>ancia</b> , excepto: Hortensia y hortensia.	conciencia, infancia, tendencia
2	Las palabras que terminan en <b>icia</b> , <b>icie</b> e <b>icio</b> , con algunas excepciones como Dionisio.	justicia, planicie, ejercicio
3	Los verbos terminados en <b>cir</b> y <b>ducir</b> .	decir, bendecir, conducir
4	Los verbos terminados en <b>cer</b> .	hacer, mecer, padecer

<sup>13</sup> *Español tercer grado, primera parte*, SEP, Limusa, México, 1976, pp. 4 y 5.



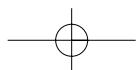


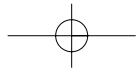
### USO DE LA S

Regla núm.	Descripción	Ejemplos
5	Las palabras terminadas en <b>ulsión</b> .	repulsión, emulsión, compulsión
6	Las palabras terminadas en <b>ísimo, ísimá</b> .	rapidísimo, pequeñísimo, tranquilísimo
7	Los adjetivos terminados en <b>sivo</b> .	comprensivo, repulsivo, aprensivo
8	Los adjetivos terminados en <b>oso y osa</b> .	precioso, escandalosa

### USO DE LA X

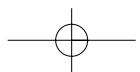
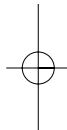
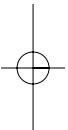
Regla núm.	Descripción	Ejemplos
9	Se escribe X antes de las sílabas <b>pla, ple, pli, plo</b> .	explanada, explicar, explotar
10	Se escribe X antes de las sílabas <b>pre, pri, pro</b> .	expresar, exprimir, expropiar
11	Las palabras que comienzan con <b>extra</b> .	extraordinario, extraño, extranjero
12	Muchas palabras llevan X sin responder a reglas concretas.	auxilio, flexible, conexión

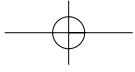




### USO DE LA Z

Regla núm.	Descripción	Ejemplos
13	Se escribe <b>Z</b> al final de una palabra cuando su plural se convierte en - <b>ces</b> .	audaz - audaces juez - jueces pez - peces
14	Muchas palabras se escriben con <b>Z</b> sin responder a reglas concretas.	zócalo, taza, refuerzo





## ESPLendor Y DECADENCIA

Corresponde a la sesión de GA 4.60 LOS SIGLOS DE ORO



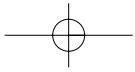
Los siglos XVI y XVII se llaman Siglos de Oro por la riqueza cultural que en ellos se produjo. Es la época del Renacimiento y el Barroco, de los descubrimientos y las conquistas, del equilibrio y el desbordamiento, del esplendor y la decadencia.

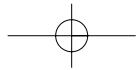
Los Siglos de Oro se iniciaron con la llegada al trono, en el año 1516, de Carlos V de Alemania y I de España, y culminaron con la muerte del dramaturgo Calderón de la Barca en 1680. Abarcan los reinados de Carlos V, Felipe II, Felipe III y Felipe IV.

Los dominios de Carlos V eran extensos; abarcaban el oriente y el occidente (España, Nápoles, Sicilia, América hispánica, el norte de África, Alemania, Bélgica, Holanda), conformando el imperio donde “no se ocultaba el Sol”.

Este imperio se fue desmoronando poco a poco por varias causas:

- Los moros y judíos fueron expulsados del territorio español ocasionando un deterioro en la economía.
- Los campos de cultivo y de ganado fueron abandonados, por lo que los alimentos escasearon.





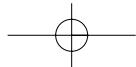
- El dinero que llegaba de América no fue invertido sino empleado en las luchas por mantener y aumentar el poderío de los monarcas.
- El monarca español, Felipe II (1527-1598), encabezó la Contrarreforma (movimiento religioso, intelectual y político destinado a combatir los efectos de la Reforma protestante), que separó a España del resto de Europa.

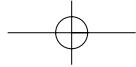
Estos hechos nos muestran una España vulnerable. Se trata de un imperio que expulsa de su territorio a hombres que trabajan, un imperio que no tiene qué comer, un imperio cuyos gobernantes están preocupados sólo por sus intereses personales y un imperio que se queda solo.

Existen en esta sociedad diversos grupos sociales: los monarcas, ocupados en guerras para mantener y aumentar sus dominios; los hidalgos, hijos de nobles, la mayoría en la pobreza; los religiosos, por una parte, divididos por la Reforma y la Contrarreforma, y por otra, ocupados en evangelizar almas en el Nuevo Mundo; los conquistadores, tratando de obtener poder y reconocimiento en las nuevas tierras y escribiendo sus memorias; los campesinos, abandonando los campos y transformándose en aventureros o en criados; la naciente burguesía, adquiriendo cada vez más poder y aliándose con los nobles a través de enlaces matrimoniales para ofrecer una situación económica desahogada a cambio de un apellido de alcurnia.

Existe un gran auge de las manifestaciones artísticas; se trata de un desbordamiento cultural en todas las artes: arquitectura, escultura, música, pintura.

En lo relativo a la literatura hay una proliferación en todos los géneros; en la lírica surgen; la escuela sevillana, de Fernando de Herrera (1534-1597); la culterana, de Luis de Góngora y Argote; la conceptista, de Francisco de Quevedo y Villegas (1580-1645). En la poesía mística destacan Fray Luis de Granada (1504-1588), Santa Teresa de Jesús (1515-1582). Fray Luis de León (1528-1591) y San Juan de la Cruz (1542-1591); En las crónicas históricas sobresalen Hernán Cortés (1485-1547) con sus *Cartas de relación*, Fray Bartolomé de las Casas (1474-1566) con su *Historia de las Indias* y Bernal Díaz del Castillo (1492-1581) con la *Historia Verdadera de la conquista de la Nueva España*. En el teatro aparecen las figuras de Lope de Rueda (1510-1565), Lope de Vega (1562-1636) y Calderón de la Barca (1600-1680). En la novela, están las de caballería, las de pícaros y la obra cumbre de la literatura española, *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, de Miguel de Cervantes Saavedra (1547-1616), catalogada como la última novela de caballería.





## DON QUIJOTE

**Corresponde a la sesión de GA 4.61 UN CABALLERO ANDANTE**

Don Miguel de Cervantes Saavedra, el más grande de los escritores de nuestra lengua, nació en Alcalá de Henares, España, en el año de 1547 y murió en 1616.

Durante su vida ejerció varios oficios, entre ellos el de soldado, en el que dio muestras de gran valor. Tomó parte en la batalla de Lepanto, donde perdió el brazo izquierdo, por lo que se le conoce como “el manco de Lepanto”.

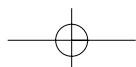
Durante la vida de Cervantes confluyen dos momentos históricos: el Renacimiento (finales del siglo XVI) y el Barroco (principios del siglo XVII); además, él es testigo presencial de la grandeza y decadencia de España, tanto en lo económico como en lo social y político.

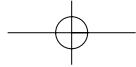
Estos acontecimientos, aunados a la vida tan intensa que vivió y a su alta sensibilidad, le permitieron recoger una gran variedad de tipos humanos y de situaciones que luego plasmó a lo largo de su obra.

Cervantes fue poeta, dramaturgo y novelista; en este último género destacó mayormente. Algunas de sus obras son: *Novelas ejemplares*, donde se presentan una serie de relatos cortos y moralizantes con un lenguaje claro y expresiones irónicas, con las que Cervantes nos muestra su profundo conocimiento de las costumbres y la sociedad del siglo XVII. La novela más importante, de Cervantes y de la Literatura Española, es *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, obra que corresponde al género narrativo. En las obras de este género se relatan o cuentan sucesos o acontecimientos en forma de historia, mismos que pueden ser reales o imaginarios.

**El Quijote** es una novela compuesta por varias historias: pastoriles, sentimentales, picarescas, moriscas y de caballería; además, de minuciosas descripciones de lugares y objetos, e incluye interesantes diálogos puestos en boca de los personajes.

En esta obra se relatan las hazañas de un hidalgo y su escudero, que recorren los caminos de la Mancha “deshaciendo entuertos” y repitiendo los actos heroicos de los caballeros andantes narrados en los libros de caballería. Al igual que ellos, Don Quijote necesita una dama que inspire sus batallas. A partir del recuerdo de una muchacha campesina, crea a Dulcinea del Toboso, su dama ideal.





Don Quijote encarna el idealismo, la búsqueda del bien, la fe ilimitada en alcanzar un ideal de justicia y libertad. Se instala en un mundo transformado, alejado de la realidad, donde los seres y las cosas se confunden en su mente, como puede verse en el fragmento que sigue.

#### Capítulo I. QUE TRATA DE LA CONDICIÓN Y EJERCICIO DEL FAMOSO HIDALGO DON QUIJOTE DE LA MANCHA.

En efecto, rematado ya su juicio, vino a dar en el más extraño pensamiento que jamás dio loco en el mundo, y fue que le pareció conveniente y necesario, así para el aumento de su honra como para el servicio de su república, hacerse caballero andante, e irse por todo el mundo con sus armas y caballo a buscar las aventuras y a ejercitarse en todo aquello que él había leído que los caballeros andantes se ejercitaban, deshaciendo todo género de agravio, y poniéndose en ocasiones y peligros donde, acabándolos, cobrase eterno nombre y fama.<sup>1</sup>

En cambio, Sancho Panza, el escudero, encarna el realismo, un modo de ser acorde con las situaciones que se viven, con los ojos y los pies muy bien puestos sobre la tierra para mirar lo que le rodea y llamar a las cosas por su verdadero nombre. Es por esto que Sancho se vale de infinidad de refranes en su diálogo con don Quijote para expresar de una manera popular la sabiduría de la gente del pueblo, como puede apreciarse en el siguiente fragmento.

#### Capítulo X. DE LOS GRACIOSOS RAZONAMIENTOS QUE PASARON ENTRE DON QUIJOTE Y SANCHO PANZA, SU ESCUDERO.

"Yo iré y volveré pronto—dijo Sancho—; y ensanche vuesa merced, señor mío, ese corazoncillo, que le debe tener ahora no mayor que una avellana, y considere que se suele decir que **buen corazón quebranta mala aventura**, y que de **donde no hay tocinos, no hay estacas**; y también se dice: **donde no piensan salta la liebre**".

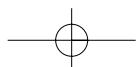
- "Por cierto, Sancho—dijo Don Quijote—, que siempre traes tus refranes tan a pelo de lo que tratamos cuanto me dé Dios mejor ventura en lo que deseo".<sup>2</sup>

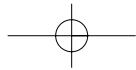
Según transcurre la obra estos personajes se van transformando hasta el punto de que don Quijote aprende de Sancho a poner los pies sobre la tierra, y Sancho aprende de su señor a formular y a creer en sus propios sueños.

Uno de los aciertos más grandes de esta obra es la exaltación que hace de los valores universales del hombre, tales como el respeto e idealización de la

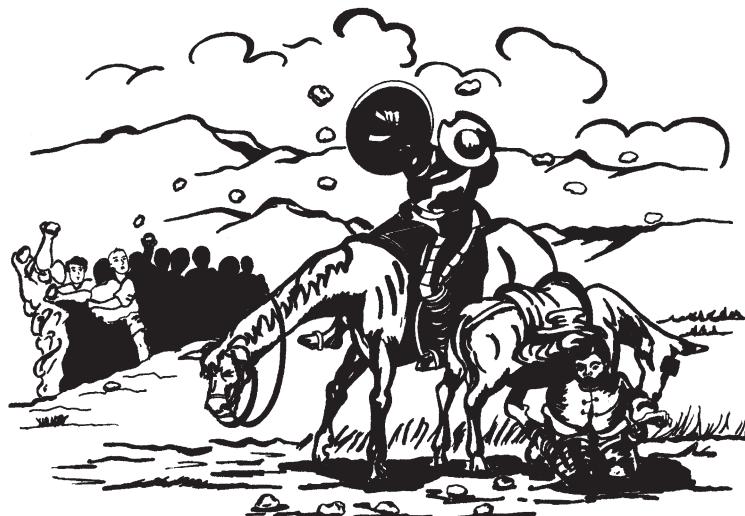
<sup>1</sup> Cervantes Saavedra, Miguel de, *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, Madrid, Pueyo, 1975, p. 38.

<sup>2</sup> *Op. cit.*, p. 65





mujer, la libertad, la justicia y la ayuda y protección al débil y necesitado, misma que puede observarse en el siguiente fragmento del capítulo XXII.



**Capítulo XXII. DE LA LIBERTAD QUE DIO DON QUIJOTE A MUCHOS DESDICHADOS QUE MAL DE SU GRADO, LOS LLEVABAN DONDE NO QUISIERAN IR.**

(...) Don Quijote alzó los ojos y vió que por el camino que llevaban venían hasta doce hombres a pie, ensartados como cuentas en una gran cadena de hierro, por los cuellos, y todos con esposas en las manos. Venían asimismo con ellos dos hombres de a caballo y dos a pie; los de a caballo, con escopetas de rueda, y los de a pie, con dardos y espadas; y que así como Sancho Panza los vió, dijo:

—Esta es cadena de galeotes, gente forzada del rey, que va a las galeras.

—¿Cómo gente forzada?—preguntó Don Quijote—. ¿Es posible que el rey haga fuerza a ninguna gente?

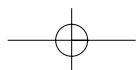
—No digo eso—respondió Sancho—, sino que es gente que por sus delitos va condenada a servir al rey en las galeras, de por fuerza.

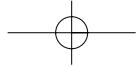
—En resolución—replicó Don Quijote—: como quiera que ello sea, esta gente, aunque les llevan, van de por fuerza, y no de su voluntad.

—Así es—dijo Sancho.

—*Pues de esa manera —dijo su amo—, aquí encaja la ejecución de mi oficio: deshacer tuertos y socorrer y acudir a los miserables.*

—Advierta vuestra merced—dijo Sancho—que la Justicia, que es el mismo rey, no hace fuerza ni agravio a semejante gente, sino que los castiga en pena de sus delitos.





Llegó, en esto, la cadena de los galeotes, y Don Quijote, con muy corteses razones, pidió a los que iban en su guardia fuesen servidos de informarle y decirle la causa o causas por que llevaban aquella gente de aquella manera. Una de las guardas de a caballo respondió que eran galeotes, gente de su majestad, que iban a galeras, y que no había más que decir, ni él tenía más que saber.

—Con todo eso—replicó Don Quijote—, querría saber de cada uno de ellos en particular la causa de su desgracia.

Añadió a éstas otras tales y tan comedidas razones para moverlos a que le dijesen lo que deseaba, que la otra guarda de a caballo le dijo:

—Aunque llevamos aquí el registro y la fe de las sentencias de cada uno de estos malaventurados, no es tiempo éste de detenernos a sacarlas ni a leerlas; vuestra merced llegue y se lo pregunte a ellos mismos, que ellos lo dirán si quisieren, que sí querrán, porque es gente que recibe gusto de hacer y decir bellaquerías.

Con esta licencia, que Don Quijote se tomara aunque no se la dieran, se llegó a la cadena, y al primero le preguntó que por qué pecados iba de tan mala guisa. El le respondió que por enamorado iba de aquella manera.

—¿Por eso no más?—replicó Don Quijote-. Pues si por enamorados echan a galeras, días ha que pudiera yo estar bogando en ellas.

—No son los amores como los que vuestra merced piensa —dijo el galeote—; que los míos fueron que quise tanto a una canasta de colar, atestada de ropa blanca, que la abracé commigo tan fuertemente, que a no quitármela la Justicia por fuerza, aún hasta ahora no la hubiera dejado de mi voluntad. Fué en fragante, no hubo lugar de tormento, concluyóse la causa, acomodáronme las espaldas con ciento, y por añadidura tres años de gurapas, y acabóse la obra.

—¿Qué son gurapas?—preguntó Don Quijote.

—Gurapas son galeras—respondió el galeote.

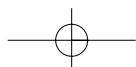
El cual era un mozo de hasta edad de veinticuatro años, y dijo que era natural de Piedrahita. Lo mismo preguntó Don Quijote al segundo, el cual no respondió palabra, según iba de triste y melancólico; mas respondió por él el primero, y dijo:

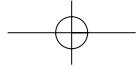
—Este, señor, va por canario, digo, por músico y cantor.

—Pues ¿cómo?—repitió Don Quijote—. ¿Por músicos y cantores también van a galeras?

—Sí, señor—respondió el galeote—que no hay peor cosa que cantar en el ansia.

—Antes he yo oído decir—dijo Don Quijote— que quien canta, sus males espanta.





—Acá es al revés —dijo el galeote—; que quien canta una vez, llora toda la vida.

—No lo entiendo —dijo Don Quijote.

Mas una de las guardas le dijo:

—Señor caballero, cantar en el ansia se dice entre esta gente *non sancta* confesar en el tormento. A este pecador le dieron tormento y confesó su delito, que era ser cuatrero, que es ser ladrón de bestias, y por haber confesado le condenaron por seis años a galeras, amén de doscientos azotes, que ya lleva en las espaldas; y va siempre pensativo y triste, porque los demás ladrones que allí quedan y aquí van le maltratan, y aniquilan, y escarnecen, y tienen en poco, porque confesó y no tuvo ánimo de decir nones. Porque dicen ellos que tantas letras tiene un *no* como un *sí*, y que harta ventura tiene un delincuente, que está en su lengua su vida o su muerte, y no en la de testigos y probanzas; y para mí tengo que no van muy fuera de camino.

—Y yo lo entiendo así —respondió Don Quijote.

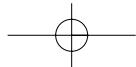
El cual, pasando al tercero, preguntó lo que a los otros, el cual, de presto y con mucho desenfado, respondió y dijo:

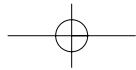
—Yo voy por cinco años a las señoritas gurapas por faltarme diez ducados.

—Yo daré veinte de muy buena gana —dijo Don Quijote— por librados de esa pesadumbre.

—Eso me parece—respondió el galeote— como quien tiene dineros en mitad del golfo y se está muriendo de hambre, sin tener adónde comprar lo que ha de menester. Dígolo, porque si a su tiempo tuviera yo esos veinte ducados que vuestra merced ahora me ofrece, hubiera untado con ellos la péndola del escribano y avivado el ingenio del procurador, de manera que hoy me viera en mitad de la plaza de Zocodover, de Toldedo, y no en este camino, atrallado como galgo; pero Dios es grande, de paciencia y basta (...)

—De todo cuanto me habéis dicho, hermanos carísimos, he sacado en limpio que, aunque os han castigado por vuestras culpas, las penas que vais a padecer no os dan mucho gusto, y que vais a ellas de muy mala gana y muy contra vuestra voluntad; y que podría ser que el poco ánimo que aquél tuvo en el tormento, la falta de dineros de éste, el poco favor del otro y, finalmente, el torcido juicio del juez, hubiese sido causa de vuestra perdición, y de no haber salido con la justicia que de vuestra parte teníais. Todo lo cual se me representa a mí ahora en la memoria, de manera que me está diciendo, persuadiendo y aun forzando, que muestre con vosotros el efecto para que el Cielo me arrojó al mundo, y me hizo profesor en él la orden de caballería que profeso, y el voto que en ella hice de favorecer a los menesterosos y opresos de los mayores. Pero, por que sé que una de las partes de la prudencia es que lo que se puede hacer por bien no se haga por mal, quiero rogar a estos señores guardianes y comisario sean serviros de desataros y dejaros ir en paz; que no faltarán otros que sirvan al rey en mejores ocasiones; porque me parece duro





caso hacer esclavos a los que Dios y Naturaleza hizo libres. Cuanto más, señores guardas —añadió Don Quijote—, que estos pobres no han cometido nada contra vosotros. Allá se lo haya cada uno con su pecado; Dios hay en el cielo, que no se descuida de castigar al malo, ni de premiar el bueno, y no es bien que los hombres honrados sean verdugos de los otros hombres, no yéndoles nada en ello. Pido esto con esta mansedumbre y sosiego, porque tenga, si lo cumplís, algo que agradecerlos; y cuando de grado no lo hagáis, esta lanza y esta espada, con el valor de mi brazo, harán que lo hagáis por la fuerza.

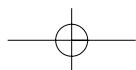
—¡Donosa majadería! —respondió el comisario—. ¡Bueno está el donaire con que ha salido a cabo de rato! ¡Los forzados del rey quiere que le dejemos, como si tuviéramos autoridad para soltarlos, o él la tuviera para mandárnoslo! Váyase vuestra merced, señor, norabuena su camino adelante, y enderécese ese bacín que trae en la cabeza, y no ande buscando tres pies al gato.

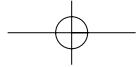
—¡Vos sois el gato, y el rato, y el bellaco! —respondió Don Quijote.

(...)

Y, diciendo y haciendo, arremetió con él tan presto, que, sin que tuviese lugar de ponerse en defensa, dió con él en el suelo, malherido de una lanzada; y avínole bien: que éste era el de la escopeta. Las demás guardas quedaron atónitas y suspensas del no esperado acontecimiento; pero, volviendo sobre sí, pusieron mano a sus espadas los de a caballo, y los de a pie a sus dardos, y arremetieron a Don Quijote, que con mucho sosiego los aguardaba; y sin duda lo pasara mal, si los galeotes, viendo la ocasión que se les ofrecía de alcanzar libertad, no la procuraran, procurando romper la cadena donde venían ensartados. Fué la revuelta de manera que las guardas, ya por acudir a los galeotes, que se desataban, ya por acometer a Don Quijote, que los acometía, no hicieron cosa que fuese de provecho. Ayudó Sancho, por su parte, a la soltura de Ginés de Pasamonte, que fué el primero que saltó en la campaña libre y desembarazado, y, arremetiendo al comisario caído, le quitó la espada y la escopeta, con la cual, apuntando al uno y señalando al otro, sin dispararla jamás, no quedó guarda en todo el campo, porque se fueron huyendo, así de la escopeta de Pasamonte como de las muchas pedradas que los ya sueltos galeotes les tiraban. Entristecióse Sancho de este suceso, porque se le representó que los que iban huyendo habían de dar noticias del caso a la Santa Hermandad, la cual, a campana herida, saldrían a buscar a los delincuentes; y así se lo dijo a su amo y le rogó que luego de allí se partiesen, y se emboscasen en la sierra que estaba cerca (...)

Pasamonte, que no era nada bien sufrido, estando ya enterado que Don Quijote no era muy cuerdo, pues tal disparate había cometido como el de querer darles libertad, viéndose tratar de aquella manera, hizo del ojo a los compañeros, y, apartándose aparte, comenzaron a llover tantas y tantas piedras sobre Don Quijote, que no se daba a manos a cubrirse con la rodela; y el pobre de Rocinante no hacía más caso de la espuela que si fuera hecho de bronce. Sancho se puso tras su asno, y con él se defendía de la nube y pedrisco que sobre entrambos llovía. No se pudo escuchar tan bien don Quijote, que no le acertasesen no sé





cuántos guijarros en el cuerpo, con tanta fuerza, que dieron con él en el suelo; y apensa hubo caído, cuando fué sobre él el estudiante y le quitó la bacía de la cabeza, y dióle con ella tres o cuatro golpes en las espaldas y otros tantos en la tierra, con que la hizo casi pedazos. Quitáronle una ropilla que traía sobre las armas, y las medias calzas le querían quitar, si las glebas no le estorbaran. A Sancho leizaron el gabán, y, dejándolo en pelota, repartiendo entre sí los demás despojos de la batalla, se fueron cada uno por su parte, con más cuidado de escaparse de a Hermandad, que temían, que de cargarse de la cadena e ir a presentarse ante la señora Dulcinea del Toboso.

Solos quedaron jumento y *Rocinante*, Sancho y Don Quijote; el jumento, cabizbajo y pensativo, sacudiendo de cuando en cuando las orejas, pensando que aún no había cesado la borrasca de las piedras, que le perseguían los oídos; *Rocinante*, tendido junto a su amo, que también vino al suelo de otra pedrada; Sancho, en pelota, y temeroso de la Santa Hermandad; Don Quijote, mohínísimo de verse tan malparado por los mismos a quien tanto bien había hecho.<sup>3</sup>

El gran tesoro que contiene esta extraordinaria novela en sus páginas consiste, no sólo en su contenido moral y filosófico, sino en el estilo impecable y la perfección de su lenguaje, todo lo cual la ha convertido en una obra inmortal de la literatura universal.

## AVENTURAS CONTRA LOS MOLINOS DE VIENTO

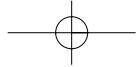
**Corresponde a la sesión de GA 4.62 LUCHA CONTRA COLOSOS**

La inmortal novela de Miguel de Cervantes, *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, es una novela de caballería, escrita en prosa, que es la manera más frecuente de presentar el género narrativo. La obra está dividida en capítulos que relatan diferentes historias. Algunos narran las aventuras de don Quijote; en otros se presentan historias relacionadas con estas aventuras; otras más son relatos independientes, como es el caso del relato “El Curioso impertinente” (cap. XXIII).

El hilo conductor que da unidad y coherencia a toda la obra es la extraña locura que aqueja a don Quijote de la Mancha.

La novela está dividida en dos partes. La primera, publicada en el año 1605, consta de 52 capítulos. En ella se narran dos salidas del Quijote, una solo, y otra acompañado de su fiel escudero Sancho Panza. La segunda parte aparece en el año 1615, es decir, diez años después de la primera, consta de 74 capítulos y en ella se relata una salida de don Quijote y su regreso a casa para morir, después de haber recobrado la cordura.

<sup>3</sup> *Op. cit.*, p. 114.



Los personajes más importantes de la obra son: don Quijote, Sancho Panza y Dulcinea del Toboso.

Don Quijote encarna los sentimientos más elevados del ser humano. Su extraordinaria locura está llena de valores humanos como la justicia, la bondad, la belleza y la libertad. Montado en un flaco caballo al que llama **Rocinante** y enfundado en una vieja armadura, recorre los caminos de la Mancha persiguiendo un ideal.

Sancho Panza, escudero de don Quijote, lo acompaña en sus locas aventuras, encarna las virtudes y los defectos del pueblo español, es sencillo, auténtico, realista, avaro y chismoso. Conforme transcurren los capítulos de la obra, Sancho va quedando contagiado del idealismo de su señor.

Dulcinea del Toboso es la dama idealizada de todo caballero andante. Encarna la belleza, el amor, la pureza, y simboliza el amor platónico.

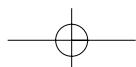
En cuanto al marco geográfico, la obra se desarrolla, a decir del propio Cervantes.

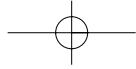
“En un lugar de la Mancha de cuyo nombre no quiero acordarme”. La Mancha es una región de España. El tiempo de la obra es doble: uno exterior, que se puede medir con el reloj y que determina un año, como el tiempo real en que transcurren las aventuras del Quijote, y otro tiempo interior, que manejan los personajes en su mente y que puede llevarlos, en un tiempo presente y exterior de un minuto, hacia el pasado en busca de sus recuerdos, o hacia el futuro en pos de la realización de sus sueños y esperanzas.

El lenguaje del narrador —que en este caso es omnisciente, pues conoce y sabe todo acerca de los personajes, inclusive sus sentimientos más íntimos— es el lenguaje natural, descriptivo y sencillo, propio de Miguel de Cervantes. En algunos capítulos de la obra aparece un narrador testigo. Este narrador presencia los acontecimientos y los relata, pero no conoce la intimidad de los personajes.

El lenguaje empleado por don Quijote y los duques es culto, retórico y antiguo, pues es semejante al empleado en los libros de caballería escritos tiempo atrás.

El lenguaje usado por Sancho Panza, los venteros y las mozas del pueblo es un lenguaje rico, sencillo, ingenioso y popular, donde sobresale el uso de refranes.





A continuación presentamos un fragmento del capítulo VIII que habla *Del buen suceso que el valeroso don Quijote tuvo en la espantable y jamás imaginada aventura de los molinos de viento, con otros sucesos dignos de felice recordación.*

En este ejemplo puede apreciarse cómo el narrador omnisciente, es decir, Cervantes, introduce al lector en el relato e intercala en su narración el diálogo de don Quijote y Sancho Panza narrando sus aventuras.

Narrador omnisciente

En esto, descubrieron treinta o cuarenta molinos de viento que hay en aquel campo, y así como Don Quijote los vió, dijo a su escudero:

Don Quijote

La ventura va guiando nuestras cosas mejor de lo que acertáramos a desear; porque ves allí, amigo Sancho Panza, dónde se descubren treinta, o poco más, desaforados gigantes, con quien pienso hacer batalla y quitarles a todos las vidas, con cuyos despojos comenzaremos a enriquecer; que ésta es buena guerra, y es gran servicio de Dios quitar tan mala simiente de sobre la faz de la Tierra.

Sancho Panza

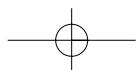
—¿Qué gigantes? —dijo Sancho Panza.

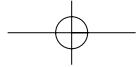
Don Quijote

—Aquellos que allí ves—respondió su amo— de los brazos largos, que los suelen tener algunos de casi dos leguas.

Sancho Panza

—Mire vuestra merced—respondió Sancho— que aquellos que allí se parecen no son gigantes, sino molinos de viento, y lo que en ellos parecen brazos son las aspas, que, volteadas del viento, hacen andar la piedra del molino.





Don Quijote

—Bien parece —respondió Don Quijote— que no estás cursado en esto de las aventuras; ellos son gigantes; y si tienes miedo, quitate de ahí, y ponte en oración en el espacio que yo voy a entrar con ellos en fiera y desigual batalla.

Narrador omnisciente

Y diciendo esto, dió de espuelas a su caballo "Rocinante", sin atender a las voces que su escudero Sancho le daba, advirtiéndole que sin duda alguna eran molinos de viento, y no gigantes, aquellos que iba a acometer. Pero él iba tan puesto en que eran gigantes, que ni oía las voces de su escudero Sancho, ni echaban de ver, aunque estaba ya bien cerca, lo que eran; antes iba diciendo en voces altas:

Don Quijote

Non fuyades, cobardes y viles criaturas, que un solo caballero es el que os acomete

Narrador omnisciente

Levantóse en esto un poco de viento, y las grandes aspas comenzaron a moverse, lo cual visto por Don Quijote, dijo:

Don Quijote

—Pues aunque mováis más brazos que los del gigante Briareo, que lo habéis de pagar.

Narrador

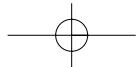
Y en diciendo esto, y encomendándose de todo corazón a su señora Dulcinea, pidiéndole que en tal trance le socriese, bien cubierto de su rodela, con la lanza en el omnisciente ristre, arremetió a todo galope de "Rocinante" y embistió con el primer molino que estaba delante; y dándole una lanzada en el aspa, la volvió el viento con tanta furia, que hizo la lanza pedazos, llevándose tras sí al caballo y al caballero, que fue rodando muy maltrecho por el campo. Acudió Sancho Panza a socorrerle, a todo correr de su asno, y cuando llegó halló que no se podía menear: tal fue el golpe que dio con el "Rocinante".

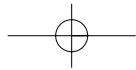
Sancho Panza

—Válgame Dios! —dijo Sancho—. No le dije yo a vuestra merced que mirase bien lo que hacía, que no eran sino molinos de viento, y no lo podía ignorar sino quien llevase otros tales en la cabeza?

Don Quijote

—Calla, amigo Sancho—respondió Don Quijote—; que las cosas de la guerra, más que otras, están sujetas a continua mudanza; cuanto más que yo pienso, y es así verdad, que aquel sabio Frestón que me robó el aposento y los libros ha vuelto estos gigantes en molinos por quitarme la gloria de su vencimiento: tal es la enemistad que me tiene; mas al cabo, han de poder poco sus malas artes contra la bondad de mi espada.





Sancho Panza —Dios lo haga como puede respondió Sancho Panza.

Narrador omnisciente Y, ayudándole a levantar, tornó a subir sobre "Rocinante", que medio despaldado estaba. Y, hablando en la pasada aventura, siguieron el camino del Puerto Lápice, porque allí decía Don Quijote que no era posible dejar de hallarse muchas y diversas aventuras, por ser lugar muy pasajero, sino que iba muy pesaroso, por haberle faltado la lanza; y diciéndoselo a su escudero, le dijo:

Don Quijote —Yo me acuerdo haber leído que un caballero español llamado Diego Pérez de Vargas, habiéndosele en una batalla roto la espada, desgajó de una encina un pesado ramo o tronco, y con él hizo tales cosas aquel día y machacó tantos moros, que le quedó por sobrenombrar Machuca, y así él como sus descendientes se llamaron desde aquel día en adelante Vargas y Machuca. Hete dicho esto, porque de la primera encina o roble que se me depare pienso desgajar otro tronco tal y tan bueno como aquel que me imagino y pienso hacer con él tales hazañas, que tú te tengas por bien afortunado de haber merecido venir a verlas y a ser testigo de cosas que apenas podrán ser creídas.<sup>4</sup>

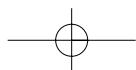
## EL SIGLO FANTÁSTICO

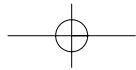
Corresponde a la sesión de GA 4.63 UNA DAMA PARA UN CABALLERO

Se llama Siglo de Oro español a la etapa que abarca la segunda mitad del siglo XVI (Renacimiento) y la primera del siglo XVII (Barroco). El poder y la riqueza que España consolida en lo económico coinciden con el florecimiento del arte y la cultura. En lo literario, la lengua española alcanza sus máximas posibilidades expresivas; durante el Renacimiento, con un retorno a las reglas clásicas, y en el Barroco, en la exageración de las formas artísticas. La pluma magistral de innumerables escritores imprime a sus letras elegantes y cuidados giros, lo mismo que toda la realidad y crudeza que vive la sociedad cuando se inicia la decadencia del Imperio Español.

I. La poesía lírica de este Siglo de Oro está representada principalmente por la escuela culterana y conceptista, así como por la poesía religiosa o mística. Algunos de los autores más representativos son: don Luis de Góngora, hombre culto y refinado, máximo exponente de la escuela

<sup>4</sup> Cervantes Saavedra, Miguel de, *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, Madrid, Pueyo, 1975, p. 59 a 62.





culterana, que se caracteriza por preocuparse más por la forma que por el contenido; creó obras de exquisita belleza, con un vocabulario elegante y lleno de latinismos, palabras que aluden a la mitología y referencias geográficas, con uso frecuente del hipérbaton. Ejemplo de uno de sus poemas más extraordinarios es el que sigue.

#### **Soledad primera**

Era el año de la estación florida  
en que el **mentido** robador de **Europa**  
-media luna las armas de su frente  
y el Sol todos los rayos de su pelo-,  
**luciente** honor del cielo,  
en campos de zafiro pace estrellas,  
cuando el que **ministrar** podía la copa  
a **Júpiter** mejor que el **garzón de Ida**  
náufrago y desdeñado sobre ausente...

Francisco de Quevedo, hombre de gran cultura y agudo ingenio, el representante más digno de la escuela conceptista, que se caracteriza por preocuparse más del contenido que de la forma, capta muy bien en sus poemas la decadente realidad española. Su lenguaje es rápido y enérgico; escribe poesías de tema filosófico, político, amoroso y poesías satíricas. Una muestra es la siguiente.

#### **A una nariz**

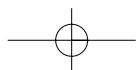
Erase un hombre a una nariz pegado,  
érase una **nariz superlativa**,  
érase una **nariz sayón** y **escriba**,  
érase un pije espada mal barbado...

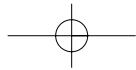
Poesía religiosa o mística es aquella en que el autor nos dice lo que su alma siente acerca de sus experiencias de iluminación y cercanía con Dios.

San Juan de la Cruz, religioso carmelita, gran poeta, inspirado y profundo, de versos elegantes y llenos de un fervor apasionado hacia Dios en símbolos como los del esposo-esposa, nombra en sus versos al alma y a Cristo, como puede verse en el poema "Noche oscura".

#### **Noche oscura**

¡Oh noche que guiate!  
¡Oh noche amable más que el alborada!  
¡Oh noche que juntaste  
**Amado** con **amada**,  
**Amada** en el **amado** transformada!...





III. Al género narrativo corresponde la novela. Durante el Siglo de Oro y como un reflejo de lo que vive la sociedad española en lo económico y en lo social surge la novela picaresca. En ella se narra la vida de los pícaros, individuos que viven del robo o de la limosna que reciben.

Esta novela se caracteriza ante todo por ser autobiográfica, realista, popular y anónima.

*El Lazarillo de Tormes*, novela picaresca en que se reúnen estas características, relata la difícil niñez de Lázaro, en que su amo que era ciego, le enseña con crueldad a sobrevivir de una pícara manera. A continuación se presenta un fragmento.

#### Lazarillo de Tormes (fragmento)

En este tiempo vino a posar al mesón un ciego, el cual, pareciéndole que yo sería para adiestrarle, me pidió a mi madre, y ella me encomendó a él, diciéndole cómo era hijo de un buen hombre, el cual, por enzalsar la fe, había muerto en la de los Gelves, y que ella confiaba en Dios no saldría peor hombre que mi padre, y que le rogaba me tratase bien y mirase por mí, pues era huérfano.

El respondió que así lo haría y que me recibía no por mozo, sino por hijo. Y así lo comencé a servir y adiestrar a mi nuevo y viejo amo.

Como estuvimos en Salamanca algunos días, pareciéndole a mi amo que no era la ganancia a su contento, determinó irse de allí, y cuando nos hubimos de partir, yo fui a ver a mi madre, y, ambos llorando, me dio su bendición y dijo:

—Hijo, ya sé que no te veré más. Procura ser bueno, y Dios te guíe. Criado te he y con buen amo te he puesto. Válete por ti.

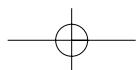
Y así, me fui para mi amo, que esperándome estaba.

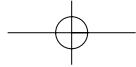
Salimos de Salamanca, y llegando a la puente, estaba a la entrada de ella un animal de piedra, que casi tiene forma de toro, y el ciego mandóme que llegase cerca del animal, y allí puesto, me dijo:

“Lázaro, llega el oído a este toro y oirás gran ruido dentro de él.”

Yo simplemente llegué, creyendo ser así. Y como sintió que tenía la cabeza par de la piedra, afirmó recio la mano y diome una gran calabazada en el diablo del toro, que más de tres días me duró el dolor de la cornada, y díjome:

—Necio, aprende. Que el mozo de ciego un punto ha de saber más que el diablo.





Y rió mucho de la burla.

Parecióme que en aquel instante desperté de la simpleza en que como niño dormido estaba, y dije entre mí:

"Verdad dice éste, que me cumple avivar el ojo y de avisar, pues solo soy, y pensar cómo me sepa valer".

La obra escrita por Miguel Cervantes incluye las Novelas ejemplares y la más grande novela de la literatura española, *El ingenioso hidalgo don Quijote de la Mancha*, obra estudiada en lecciones anteriores.

III. Género dramático. Corresponden a él las obras escritas en forma de diálogo para ser representadas ante el público.

Los dramaturgos más importantes son: Lope de Rueda, Lope de Vega y Pedro Calderón de la Barca.

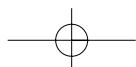
Lope de Rueda vive durante el siglo XVI y escribe pequeñas obras llamadas *Pasos*, en las que presenta escenas sencillas de la vida del pueblo. Su acierto mayor consiste en haber sacado el teatro de los palacios para llevarlo a las plazas públicas acercándolo a la gente del pueblo. El lenguaje dialogado que usa en sus obras es sencillo, popular, intercalado con refranes. Una de sus obras más conocidas es el *Paso de las aceitunas*.

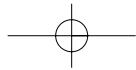
Lope de Vega, el genio del teatro español, escribe cientos de obras dramáticas, por lo que es conocido como el "Fénix de los ingenios".

Lope de Vega crea de una manera genial el teatro nacional español, donde se unen lo culto y lo popular. Los temas que trata en sus obras son de una gran variedad, manejados todos con gran naturalidad y sencillez, plenamente populares. Sus obras son de gran contenido social, como puede apreciarse en *Fuenteovejuna*, en la que el sentimiento del honor se pone de manifiesto, cuando los aldeanos del pueblo Fuenteovejuna se defienden de los atropellos cometidos por el comendador Fernán Gómez y deciden hacerse justicia por propia mano. Cuando el inquisidor les interroga:

- ¿Quién mató al comendador?
- ¡Fuenteovejuna, señor!
- ¿Y quién es Fuenteovejuna?
- ¡Todos a una, señor!

Logran así que todo el pueblo sea perdonado por los Reyes Católicos.





Obras como la anterior, *Peribáñez y el comendador de Ocaña* y *La Estrella de Sevilla* consiguen que Lope de Vega se identifique plenamente con el pueblo español, que le aplaudía con todo entusiasmo durante sus representaciones.

Pedro Calderón de la Barca escribe sus obras con gran cuidado y reflexión. Trata en ellas todos los géneros, pero se distingue en las comedias mitológicas y los autos sacramentales. El tema del honor y la presencia de Dios en todos los actos de la vida son características de su obra. Sus piezas más representativas son: *El alcalde de Zalamea*, *El médico de su honra* y su obra cumbre *La vida es sueño*. Esta obra refleja claramente la profundidad del pensamiento filosófico del autor. La vida y la obra de Calderón de la Barca son de importancia para las letras españolas, pues se afirma que con su muerte se cierra el periodo de los Siglos de Oro.

## LA VIDA EN LA NUEVA ESPAÑA

Corresponde a la sesión de GA 4.73 ECOS DE LA NUEVA ESPAÑA

Se conoce como época colonial al tiempo que dura la dominación española, desde la caída de Tenochtitlan en 1521, hasta la consumación de la Independencia en 1821.

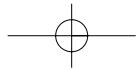
### a) Sistema político

En los primeros años del dominio español, los miembros de la nobleza indígena fueron sometidos a un proceso de desintegración; se ejecutó a los gobernantes principales y se dispersó a sus descendientes. Poco a poco fueron aniquilados o reducidos a condiciones de autoridad intermedia, obligándolos a concentrarse en las encomiendas, en una situación de franca pobreza porque, aun los macehuallis, muy rara vez tenían una parcela.

En la Nueva España no había un Estado soberano; el virreinato dependía de los reyes de España. La clase dominante era la aristocracia española y el virreinato la fuente del poder.

Existía una legislación minuciosa; el Consejo de Indias tenía a su cargo los asuntos más importantes; el virrey y la Real Audiencia se convertían en ejecutores.

El poder supremo estaba depositado en el virrey; sin embargo, la Real Audiencia (órgano de gobierno) tenía también autoridad, ya que servía como freno a las iniciativas del virrey.



### b) Sistema económico

La Corona española protegía a la comunidad a cambio de que ésta le diera un tributo. Existían dos tipos: el tributo a los encomenderos y el tributo al rey. El primero era un mecanismo de transferencia en el que la comunidad proporcionaba un producto sobrante por la protección a su gente. El tributo real, en cambio, tendía un lazo económico de explotación entre la Corona y la comunidad. Los alcaldes mayores y los corregidores fungían como agentes fiscales.

El comunero estaba obligado además a pagar impuestos, diezmos y servicios en obras públicas.

En la Nueva España, la mayoría de la población se dedicaba a la agricultura y trabajaba para el dueño de la encomienda. Los artesanos formaban un grupo más reducido. Los puestos públicos estaban destinados a los españoles y a los criollos.

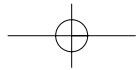
La economía de México no se desarrolló en la época colonial, pues no se creó la tecnología necesaria ni se invirtió parte de la riqueza para producir; sólo se contaba con pequeños talleres artesanales. Los productos se traían de España, siendo ésta una forma más de dominación, porque obligaba a la población a consumirlos.

La Corona española tenía además entre sus principales ingresos los que obtenía de la explotación de las minas, pues cantidades enormes de plata se embarcaban hacia España.

### c) Sistema social

La población estaba constituida por varias clases sociales:

- Los peninsulares: Clase formada por los encomenderos, los grandes terratenientes y los conquistadores, quienes tenían el poder.
- Los criollos: Hijos de los peninsulares, nacidos en la Nueva España, aspiraban a participar en el poder político y veían con recelo a los españoles que los relegaban de los puestos políticos.
- Los mestizos: Formaban una minoría. Se ocupaban de las artesanías y de las labores manuales. Su situación en la sociedad era difícil, pues eran despreciados tanto por los españoles como por los indígenas.



- Los indios: Constituían la mayoría de la población; también eran los más desprotegidos. Tenían a su cargo las actividades más pesadas, como la minería, la ganadería y la agricultura.

Los misioneros tuvieron en sus manos la educación de los indígenas con una orientación religiosa; no existían escuelas y se enseñaba en las iglesias. La población indígena no hablaba español y muy pocos recibían instrucción.

Los misioneros fundaron también colegios de artesanías para los mestizos e indios, que al paso del tiempo se convirtieron en centros educativos muy avanzados que rivalizaban con la Universidad.

La introducción de la imprenta agilizó el proceso de evangelización y se produjeron libros religiosos en ambas lenguas. Los indígenas empezaron a hablar español, tuvieron acceso a los centros educativos y produjeron obras notables en náhuatl.

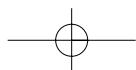
#### d) Costumbres y tradiciones

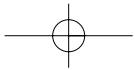
La conquista impuso una forma de vida diferente a la que ya existía y una religión y un idioma que modificaron las costumbres de los indígenas. Sin embargo, se conservaron algunas tradiciones como la fiesta del día de muertos y la leyenda de la llorona en la que ya se mezclan elementos indígenas y españoles.

Entre las primeras producciones literarias que surgieron en la Nueva España están las crónicas. Los cronistas plasmaron en sus relatos hechos ocurridos en la Conquista, todo desde su particular punto de vista.<sup>5</sup>



<sup>5</sup> Cf. Semo, Enrique *et al.*, *Méjico, un pueblo en la historia*, México, Alianza (ed. esp. SEP), 1991.





## UNA MUJER EXTRAORDINARIA

Corresponde a la sesión de GA 4.74 LA DÉCIMA MUSA



Como un reflejo de lo que sucede en España durante el Siglo de Oro, la literatura barroca en México alcanza su más alta expresión en la pluma inigualable de la décima musa.

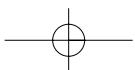
Juana de Asbaje, hija de un español y una criolla, nace en San Miguel Nepantla, Estado de México, en 1651 y muere en 1695.

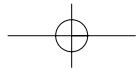
De su abuelo hereda sus libros, por lo que, sin asistir a la escuela, aprende a leer desde los tres años.

Aunque Juana tiene una inteligencia sobresaliente y muy grandes deseos de aprender, no era costumbre de la época que las mujeres asistieran a las universidades, por lo que ella misma, de manera autodidacta, aprende latín, filosofía, teología, música y otras ciencias.

Muy joven viene a México y entra al servicio de la virreina de Mancera. Tras permanecer un tiempo en la corte, sale de ella para profesar como monja en el convento de las Jerónimas, tomando el nombre de Sor Juana Inés de la Cruz. Allí escribe la mayor parte de su creación literaria.

La poesía de Sor Juana es barroca, llena de giros en el lenguaje, metáforas, uso de palabras en latín, referencias a la mitología y casos de hipérbaton, en un estilo que unas veces es culterano, como el de Góngora, y otras conceptista, como el de Quevedo, aunque también en ocasiones escribe versos sencillos que pueden ser comprendidos por toda la gente, como es el caso de *Hombres*





*necios que acusáis*, redondillas en las cuales ella dice cómo los hombres juzgan y acusan a las mujeres de todo aquello que en cuestiones de amor ellos mismos provocan.

Hombres necios que acusáis  
a la mujer sin razón,  
sin ver que sois la ocasión  
de lo mismo que culpáis.

Si con ansia sin igual  
solicitáis su desdén,  
¿por qué queréis que obren bien  
si las incitáis al mal?

Combatís su resistencia  
y luego, con gravedad,  
decís que fue liviandad  
lo que hizo la diligencia.

Parecer quiere el denuedo  
de vuestro parecer loco,  
al niño que pone el coco  
y luego le tiene miedo...<sup>6</sup>

Su producción de obras líricas es la más abundante, aunque también escribe obras de teatro como *Los empeños de una casa* y *Amor es más laberinto*. Los temas de su poesía son muy variados, pues en ellos se encuentran lo mismo asuntos religiosos y filosóficos, que morales, de circunstancias y amorosos, aunque éstos siempre fueron hechos por encargo de otras personas.

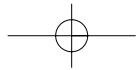
En la poesía de Sor Juana se encuentran varias formas de versificación usadas en la época como: sonetos, liras, silvas, romances, redondillas, endechas y villancicos.

A continuación se presenta un hermoso soneto de Sor Juana, donde se muestra una extraña forma de amor en que la amada encuentra felicidad aun sin la presencia física del amado, ya que él es sólo una sombra que huye.

#### **Detente, sombra de mi bien esquivo**

Detente, sombra de mi bien esquivo,  
imagen del hechizo que más quiero,  
bella ilusión por quien alegre muero,  
dulce ficción por quien penosa vivo.

<sup>6</sup> Sor Juana Inés de la Cruz, *Obras Completas*, México, Porrúa, 1992, p. 109.



Si al imán de tus gracias, atractivo,  
sirve mi pecho de obediente acero,  
¿para qué me enamoras lisonjero  
si has de burlarme luego fugitivo?

Mas blasonar no puedes, satisfecho,  
de que triunfa de mí tu tiranía:  
que aunque dejas burlado el lazo estrecho

que tu forma fantástica ceñía,  
poco importa burlar brazos y pecho  
si te labra prisión mi fantasía.<sup>7</sup>

Sor Juana es una mujer extraordinaria. Su ansia de obtener una amplia cultura la distingue de todas las mujeres de su tiempo. Su pluma magistral, que maneja con soltura gran variedad de recursos literarios, la coloca en el mundo de las letras como la décima musa y como una gloria del Barroco mexicano del siglo XVII.

## **UNA MUJER DEL SIGLO XVII**

**Corresponde a la sesión de GA 4.75 ALTA INTELIGENCIA FEMENINA**

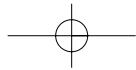
Sor Juana Inés de la Cruz, también conocida como la décima musa, vive en la Nueva España durante el siglo XVII. En una época en que las mujeres se preparaban únicamente para el matrimonio, ella, dueña de una inteligencia sobresaliente y privilegiada, dedica gran parte de su vida al estudio de la ciencia y a escribir obras literarias de singular belleza y perfección.

Su poesía es barroca. Existen en ella rasgos de conceptismo y culteranismo y se halla escrita en una gran variedad de combinaciones métricas, como la endecha y el soneto.

La endecha es una composición formada por cuartetos de seis o siete sílabas, por lo general de rima asonante. Su característica es que en ella se encuentra un pensamiento triste. Ejemplo:

o - ye en - tris tes - en - de – chas  
las - tier - nas - con - so - nan – cias  
que al - mo - ri - bun - do - cis - ne  
sir - ven - de exe - quias - blan - das.

<sup>7</sup> *Ibid.*, p. 143.



El soneto es una composición formada por catorce versos, endecasílabos, divididos en dos cuartetos y dos tercetos con rima consonante, es decir, con igualdad en las vocales y las consonantes de la última sílaba de los versos y alterna, pues el primer verso rima con el cuarto y el segundo con el tercero.

### Soneto

Al que ingrato me deja, busco amante;  
al que amante me sigue, dejo ingrata;  
constante adoro a quien mi amor maltrata;  
maltrato a quien mi amor busca constante.

Cuarteto

Al que trato de amor, hallo diamante,  
y soy diamante al que de amor me trata;  
triunfante quiero ver al que me mata,  
y mato a quien me quiere ver triunfante.

Terceto

Si a éste pago, padece mi deseo:  
si ruego a aquél, mi pundonor enojo:  
de entrados modos infeliz me veo.

Pero yo, por mejor partido, escojo  
de quien no quiero ser violento empleo,  
que de quien no me quiere, vil despojo.<sup>8</sup>

En este soneto, Sor Juana pone de manifiesto su gran ingenio cuando juega con ideas contrarias para expresar el sentimiento amoroso en cada uno de los versos; este recurso se llama en literatura antítesis.

mujer

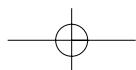
1. busca \_\_\_\_\_ a quien la deja
2. deja \_\_\_\_\_ a quien la sigue

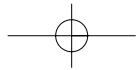
mujer

3. adora \_\_\_\_\_ a quien la maltrata
4. maltrata \_\_\_\_\_ a quien la busca

En las siguientes estrofas el juego de ideas contrarias continúa hasta que, en el último terceto, la situación se define mediante el mismo juego de contrarios.

<sup>8</sup> *Ibid.*, p. 145





mujer  
escoge

a quien ella quiere  
a quien la quiere a ella

dejar de rogarle  
corresponderle

La producción lírica con tema religioso escrita por Sor Juana es muy abundante; esto por vivir ella como monja en un convento. En estas poesías se intercalan frecuentemente palabras en latín, como puede verse en las coplas que a continuación se presentan.

### Coplas

De par en par se abre el Cielo  
para que entre en él María, por-  
que a la puerta del Cielo puerta  
del cielo reciba.

—Janua Caeli. - Ora pro nobis<sup>9</sup>

### Palabras en latín

Ianua	Puerta del
Caeli	cielo
Ora	ruega
pro	por
nobis	nosotros

De la producción en prosa de Sor Juana, se presenta un fragmento de la carta *Respuesta a Sor Filotea de la Cruz*, que era el seudónimo que ocultaba la personalidad del obispo de Puebla, conductor espiritual de la monja. En esta carta se pueden observar pasajes autobiográficos, es decir, momentos de su vida escritos por la misma Sor Juana con lenguaje muy refinado y a la vez claro.

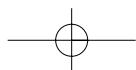
(fragmento)

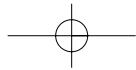
“Ya la verdad, yo nunca he escrito sino violentada y forzada y sólo para dar gusto a otros; no sólo sin complacencia, sino con positiva repugnancia, porque nunca he juzgado de mí que tenga el caudal de letras e ingenio que pide la obligación de quien escribe; y así, es la ordinaria respuesta a los que me instan, y más si es asunto sagrado” ...<sup>10</sup>

En el género dramático, Sor Juana escribe, entre otras, piezas llamadas autos sacramentales, como *El Cetro de José y Mártir del Sacramento*. Esta producción es más abundante que la de teatro profano, pues Sor Juana vivió en el convento desde los diecisiete años. Sin embargo, la obra *Los empeños de una*

<sup>9</sup> *Ibid.*, p. 248.

<sup>10</sup> *Ibid.*, p. 829.





casa le dio gran renombre; en ella la protagonista Leonor cuenta su vida, que refleja la de la misma Sor Juana: sabia, bella, inteligente y codiciada.

En conclusión, Sor Juana Inés es la inteligencia femenina más destacada del siglo xvii en México. Su poesía barroca llena las páginas de la literatura mexicana con su agudo ingenio, vasto conocimiento y extensa cultura.

## LITERATURA DE LA NUEVA ESPAÑA

Corresponde a la sesión de GA 4.76 AMOR O DESAMOR

Con el fin de tener un panorama acerca de la literatura que se escribió en la Nueva España durante los siglos xvi y xvii, es necesario recordar que en el año de 1551, el español Hernán Cortés conquistó la Gran Tenochtitlan, capital del Imperio Azteca.

En esa época es cuando se escriben crónicas históricas para relatar los hechos de la conquista, como un testimonio de quien la vivió personalmente.

### Crónicas de historiadores del siglo xvi

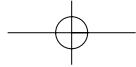
El conquistador Hernán Cortés, escribe a los Reyes de España unas cartas, que después llamaron *Cartas de Relación*, en las cuales informa el desarrollo de los acontecimientos de la conquista.

Cortés narra con acierto los hechos y sus descripciones logran que el lector los vea con claridad, aunque algunas veces los deforma para adaptarlos a sus propósitos. Con la escritura de estas crónicas el castellano se enriquece, pues emplea palabras que nombran lugares y cosas desconocidas en España como: Tenochtitlan, Coyoacán, Tlatelolco, Texcoco, chocolate, chile, molcajete, etcétera.

Bernal Díaz del Castillo fue un soldado del ejército de Cortés, él escribió *Verdadera historia de la conquista de la Nueva España*, en ella cuenta sus experiencias como soldado, su libro es un testimonio fiel de la conquista pues Bernal Díaz, es testigo de los hechos que narra.

### Misioneros historiadores

Son los frailes misioneros los encargados de llevar a cabo la evangelización de los indios, algunos frailes también escriben la historia de la conquista, con un punto de vista diferente a los soldados conquistadores.



Fray Bernadino de Sahagún, enseña a los indígenas en el colegio de Santa Cruz de Tlatelolco y de sus labios, recoje tradiciones, himnos y cantos, en su propia lengua, para después traducirlos al castellano. Su obra, *Historia general de las cosas de la Nueva España*, se encuentra reunida en 12 libros.

Fray Bartolomé de las Casas, obispo de Chiapas, escribe *Historia de las Indias de la Nueva España*, en su libro señala los abusos y errores cometidos por los conquistadores y encomenderos contra los indígenas.

Fray Toribio de Benavente, llamado por los indígenas Motolinía, fue un firme defensor de ellos, en su obra *Historia de los indios de la Nueva España*, narra con un lenguaje sencillo, las fiestas y costumbres de los mexicanos, antes de que se completara su evangelización.

### UN POETA ITALIANIZANTE

A fines del siglo xvii llegan a la Nueva España varios poetas españoles, entre ellos Gutierre de Cetina (1518-1554), sevillano y viajero incansable.

En sus versos sigue la huella del español Garcilaso de la Vega, su obra tiene características italianizantes: versificación perfecta, musicalidad y delicadeza en los sentimientos. Su figura es de gran interés, puesto que es el primer artista renacentista que viene a la Nueva España. Escribió hermosos **madrigales** llenos de una pasión, como el que a continuación se presenta.

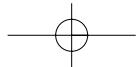
#### Ojos claros, serenos

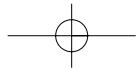
Ojos claros, serenos,  
si de un dulce mirar sois alabados,  
¿por qué si me miráis, miráis airados?  
si cuanto más piadosos,  
más bellos parecéis a aquél que os mira,  
no me miréis con ira,  
porque no parezcáis menos hermosos.  
¡Ay tormentos rabiosos!  
ojos claros, serenos,  
ya que así me miráis, miradme al menos.<sup>11</sup>

### El teatro

Por lo que se refiere al teatro, existen pruebas de que los aztecas y los mayas realizaban representaciones dramáticas, de carácter religioso, en que se alternaban diálogos con algunos monólogos.

<sup>11</sup> Lozano Lucero, *Español Activo, segundo curso*, México, Porrúa 1975, pp. 163.





Estas representaciones se llevaban a cabo en honor de los dioses y frente a sus templos, los frailes aprovecharon esta tradición para escribir obras dramáticas llamadas **Autos**, que estuvieron al servicio de la nueva fe.

Estos **Autos** presentaban escenas del *Nuevo Testamento* o de la historia sagrada, entre los más conocidos están: *La Destrucción de Jerusalén* y *La Adoración de los Reyes*.

#### SIGLO xvII

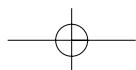


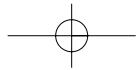
Durante el siglo xvII la cultura española se ha cimentado en la Nueva España, la fe y el idioma español se han extendido, se abren nuevas oportunidades para los criollos, el virreinato llega a su plenitud.

Es en este ambiente que surgen tres autores cumbres de la literatura mexicana: Sor Juana Inés de la Cruz, de quien ya se estudió en sesiones pasadas; Don Juan Ruiz de Alarcón, dramaturgo y Don Carlos de Sigüenza y Góngora poeta y prosista.

Don Juan Ruiz de Alarcón escribe obras de teatro, nace en la ciudad de Taxco, Guerrero (1581-1639), estudia en la Nueva España, después viaja a España, donde permanece por varios años, es allí donde escribe gran parte de su obra. Contemporáneo de Lope de Vega y Tirso de Molina, grandes dramaturgos del Siglo de Oro, recibe influencia de ambos.

Características de la obra de Ruiz de Alarcón son: la cortesía, finura, discreción y malicia en la observación, no moraliza con ejemplos tomados de la historia sagrada, ni deja para después el castigo de las culpas, las condena de acuerdo con el derecho humano; los criados de sus obras son confidentes leales, crea estupendos personajes femeninos.





La producción dramática de Juan Ruiz, no es muy extensa, pero se puede clasificar en comedias de enredo como: *El desdichado en fingir* y *Quien mal anda mal acaba*.

Comedias de caracteres: *Las paredes oyen* y *La verdad sospechosa*, esta última una de las más conocidas.

Comedias heróicas son: *El dueño de las estrellas* y *Los pechos privilegiados*.

Una de sus obras más destacada es **La verdad sospechosa**, en ella un joven simpático y embustero hace que sus mentiras lo lleven a un final contrario debido a la confusión que éstas provocan.

En el diálogo que se presenta a continuación entre Don García y su criado, se puede notar el carácter profundamente humano que Ruiz de Alarcón imprime a sus personajes.

**La verdad sospechosa**  
(fragmento)

Tristán

Y agora, antes que reviente,  
dime, por Dios, ¿qué fin llevas  
en las ficciones que he oído,  
siquiera para que pueda  
ayudarte....? Que cogernos  
en mentira será afrenta.  
Perulero<sup>12</sup> te fingiste  
con las damas.

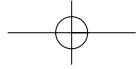
Don García

Cosa cierta,  
Tristán, que los forasteros  
tienen más dicha con ellas,  
y más si son de las Indias,  
información de riqueza.

Tristán

Ese fin está entendido;  
mas pienso que el medio yerras,  
pues han de saber al fin  
quién eres.

<sup>12</sup> Del Perú



Don García

Cuando lo sepan,  
habré ganado en su casa  
o en su pecho ya las puertas  
con este medio, y después. . .  
yo me entenderé con ellas.

Tristán

Digo que me has convencido,  
señor. Mas agora venga  
lo de haber un mes que estás  
en la corte. ¿Qué fin llevas,  
habiendo llegado ayer?

Don García

Y sabes tú que es grandeza  
esto de estar encubierto  
o retirado en su aldea,  
o en su casa descansando.

Tristán

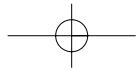
Vaya muy enhorabuena.  
Lo del convite entra agora.

Don García

Fingílo, porque me pesa  
que piense nadie que hay cosa  
que mover mi pecho pueda  
a invidia o admiración,  
pasiones que al hombre afrentan;  
que admirarse es ignorancia,  
como invidiar es bajezas.  
Tú no sabes a qué sabe,  
cuando llega un portanuevas  
muy orgulloso a contar  
una hazaña o una fiesta,  
taparle la boca yo  
con otra tal, que se vuelva  
con sus nuevas en el cuerpo,  
y que reviente con ellas.<sup>13</sup>

Por todo lo anterior podemos considerar a Juan Ruiz de Alarcón como uno de los más grandes exponentes de la literatura novohispana, ya que logró

<sup>13</sup> Moguel, Idolina, *Lengua y Literatura, tercer curso*, México, Herrero, 1972, pp. 378.



diferenciar a través de su estilo cuidadoso y pulcro la literatura escrita en España de la que se produjo en la Nueva España.

## EL SIGLO XIX

Corresponde a la sesión de GA 5.84 AL COMPÁS DE BEETHOVEN

En el siglo xix se producen grandes movimientos sociales que influyen en el surgimiento de varias corrientes literarias, entre ellas: **El Romanticismo** que se desarrolla durante la primera mitad del siglo xix y el **Realismo** en la segunda.

### Primera mitad del siglo xix – Romanticismo

#### Panorama político

Una de las luchas que influyó de manera determinante en los cambios del siglo xix fue la Revolución Francesa (1789-1794), pues con ella se impulsó un nuevo régimen basado en la libertad, igualdad y justicia.

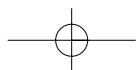
Después de este movimiento se realizan muchos otros, primero se enfrenta la burguesía contra la aristocracia, la cual pretende mantener la monarquía como forma de gobierno; la burguesía busca un gobierno republicano. Más tarde ésta lucha contra el proletariado que abandona el campo y llega a las ciudades para trabajar en las fábricas, en situaciones deprimentes, con horarios hasta de 18 horas de trabajo en condiciones insalubres, pues las fábricas eran galerones sin luz y no tenían ventilación adecuada.

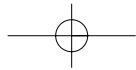
En América, los Estados Unidos se independizaron de Inglaterra (1776) y aceleran la independencia de algunos pueblos de Hispanoamérica.

Las invasiones napoleónicas despiertan un profundo sentimiento nacionalista en España, Italia y Alemania.

A partir de 1810, en América Latina, empieza un periodo de movimientos sociales, cuyo propósito es independizarse del Imperio Español.

Estos movimientos sociales se reflejan en la temática de las obras que se escriben en esta época.





## Panorama económico

Los talleres artesanales son sustituidos por fábricas, la producción ya no es para autoconsumo, sino para vender en grandes cantidades. Asimismo aumentan el comercio y los servicios; también se acrecienta el proletariado industrial (obreros) y la burocracia.

La máquina sustituye definitivamente al taller artesanal; el barco de vapor y el ferrocarril desplazan al velero, a la lancha y al transporte en carreta. Es una serie de inventos que se condicionan y exigen mutuamente lo que provoca esta modificación revolucionaria de los sistemas de producción.

El rendimiento de la jornada del trabajador sube en varias veces.<sup>14</sup>

Al emigrar los campesinos a las ciudades, cambia su forma de vida, obtienen satisfactores sin embargo tienen que vivir en espacios reducidos y sus mujeres e hijos se incorporan a la planta productiva.

## Panorama literario

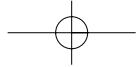
Una de las características generales del arte romántico, tanto en la pintura la música y la literatura, es la búsqueda de la libertad y la expresión personal de los sentimientos del artista, es un arte subjetivo porque refleja su yo interno.

En la música Ludwig Van Beethoven (1770-1827) expresa en sus notas nuevos compases entre lo clásico y lo romántico, y muchos otros músicos siguen la tendencia romántica, entre ellos destacan Liszt y Federico Chopin.

En el ámbito de la literatura los escritores románticos se rebelan contra el Neoclasicismo, el cual los sujeta a normas, ellos prefieren escribir en forma emotiva, sin reglas establecidas. Le cantan al amor, a la libertad, a la mujer amada; se escriben obras llenas de melancolía; otros autores se refugian en el pasado y relatan historias que se ubican en la época medieval. Se imponen la imaginación y el sentimiento sobre la razón.

Algunas obras románticas notables son: *Don Juan Tenorio*, de Zorrilla y *Rimas*, de Bécquer.

<sup>14</sup> Brom, Juan, *Esbozo de Historia Universal*, México, Grijalbo, 1973, p. 159.



## Segunda mitad del siglo XIX – Realismo

### Panorama político

Al desarrollarse la industria, se concentran grandes masas de trabajadores en las ciudades; sin embargo, al saturarse el mercado y no encontrar una salida a la producción, viene una etapa de crisis; algunas empresas se cierran despidiendo a los trabajadores.

El empleo de mayor cantidad de máquinas provoca que el trabajador sea desplazado. Se inician los movimientos obreros y el odio contra las máquinas. Entre esos movimientos están el Ludismo, el Cartismo, el Socialismo y el Anarquismo. Nacen los sindicatos para defender al trabajador, las empresas pierden poder.

### Panorama económico

Los cambios en la forma de vida hacia la segunda mitad del siglo XIX en Europa se dan gracias a los adelantos científicos y tecnológicos que promueven el establecimiento de grandes fábricas, los medios de comunicación y transporte aumentan para cubrir las necesidades de la zona urbana. Los obreros se agrupan en grandes núcleos y la economía progresiona.

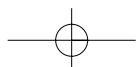
La sociedad se transforma en una sociedad de consumo, en la que sus necesidades de orden económico aumentan.

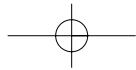
Hay gran auge y ganancias para los dueños de las fábricas; sin embargo, el trabajador gana lo mínimo y es explotado. El capital se concentra en grandes monopolios.

### Panorama literario

Los escritores toman conciencia de su realidad, se sienten parte de un grupo social al que están unidos por intereses afines; se preocupan por los problemas cotidianos y procuran reproducirla de manera objetiva en sus obras, tal y como lo ven; rechazan la forma subjetiva, es decir, la emotividad y la exaltación de los sentimientos propios del Romanticismo.

Los realistas cultivan principalmente el género narrativo y en especial la novela y en ella los personajes son representativos de todos los estratos sociales, ricos y pobres. La literatura realista tiene una tendencia moralizante.





Lo anterior se refleja en obras como *Misericordia* de Benito Pérez Galdós, *Los miserables* de Víctor Hugo y *Pepita Jiménez* de Juan Valera.<sup>15</sup>

## UN POEMA ROMÁNTICO

Corresponde a la sesión de GA 5.86 SERENATA ROMÁNTICA

A finales del siglo XVIII surge el Romanticismo y durante la primera parte del XIX alcanza su máxima expresión. Hay una clara tendencia literaria a exaltar los sentimientos; los poetas expresan libremente sus estados de ánimo, y en muchos casos, el mundo subjetivo del autor se opone a la realidad que lo rodea.

El género más cultivado en esta época es el lírico, en el cual el autor manifiesta su mundo interior y en donde se advierten numerosos rasgos de su personalidad.

Por su contenido, los poemas románticos tratan los siguientes temas: la soledad, la noche, la luna, la muerte, el suicidio, la evasión del presente, el ensueño, lo fantástico, lo exótico, el amor por la naturaleza, el amor idealizado, la mujer perfecta, el amor patriótico y religioso.

A continuación se presenta un poema romántico que reúne algunas de las características anteriores.

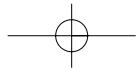
### Amémonos (fragmento)

Buscaba mi alma con afán tu alma,  
buscaba yo la virgen que mi frente  
tocaba con su labio dulcemente  
en el febril insomnio del amor.

Buscaba la mujer pálida y bella  
que en sueños me visita desde niño,  
para partir con ella mi cariño  
para partir con ella mi dolor.

Como en la sacra soledad del templo  
sin ver a Dios se siente su presencia,  
yo presentí en el mundo tu existencia  
y como a Dios, sin verte, te adoré.

<sup>15</sup> Cfr. Vela, Arqueles, *Literatura Universal*, México, Botas, 1974, pp. //Cfr. *Español, 3er. grado*, Telesecundaria, México, SEP, 1988, pp. 94, 95 y 154.



y demandando sin cesar al cielo  
la dulce compañera de mi suerte,  
muy lejos yo de ti, sin conocerte  
el ara de mi amor te levanté.<sup>16</sup>

*Manuel M. Flores, mexicano*

Para comprender un poema es necesario seguir un procedimiento; fijarse en el título, leer con atención el contenido, relacionarlo con el título y con las experiencias del lector.

Después de la lectura analiza el contenido y contesta las siguientes preguntas:

#### **Nivel de comprensión literal**

1. ¿De qué trata el texto leído? ¿Podrías expresarlo brevemente?
2. ¿Qué sentimientos o emociones se expresan en el texto?

#### **Nivel de comprensión interpretativo**

3. ¿Qué pretende comunicar el autor del mensaje?
4. ¿Con qué razones apoyas tu afirmación?
5. ¿Qué semejanzas encuentras entre el contenido del mensaje y la realidad?

#### **Nivel de comprensión valorativo**

6. ¿Estás de acuerdo con lo que el autor comunica en la obra?
7. ¿Por qué?
8. ¿Qué opinas de la obra que leíste?

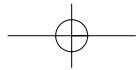
Análisis del poema “Amémonos” de acuerdo con las respuestas a las cuestiones planteadas.

El poema “Amémonos” trata del sentimiento amoroso que tiene el poeta hacia una mujer, es un amor puro, limpio, pues a pesar de no conocer a la amada se enamora de ella.

Ejemplo:

Buscaba la mujer pálida y bella  
que en sueños me visita desde niño

<sup>16</sup> Alarcón Jiménez, Moisés, *Literatura Hispanoamericana*, México, Herrero, 1973, p. 264.



para partir con ella mi cariño  
para partir con ella mi dolor.

El mensaje tiene relación con la realidad que se vive hoy, porque el amor es un sentimiento universal presente en nuestros días; en este poema el autor habla del amor con mucho entusiasmo porque es correspondido, dice que presentía la existencia de su amada y sin conocerla levantó un altar a su amor. Las razones por las que lo afirma es porque no existen palabras que hablen de sufrimiento o desamor.

Aunque el poema es hermoso y me gusta, no estoy de acuerdo con el autor porque para mí el amor hacia una persona nace del trato cotidiano de compartir gustos e ideales y no de idealizarla.

A continuación se presentan algunos poemas románticos:

### Loreley

No sé por qué me invade la tristeza,  
una tristeza sin igual...  
Hace mucho que mi alma vive presa  
de una leyenda inmemorial.

El aire, fresco y límpido... atardece...  
Tranquilamente mancha al Rin...  
El sol, en las montañas, resplandece  
—luz vespacial— de oro y carmín.

La virgen más hermosa está sentada  
arriba, en el milagro azul;  
brilla de oro y de gemas constelada  
y aliña su greña garzul.

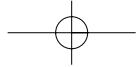
De oro es el peine, oro es la greña undosa;  
la virgen se acompaña con  
una canción... ¡Qué inmensa y prodigiosa  
melodía en esa canción!...

que su tristeza es frenesí;  
por ver la altura, no recuerda cuánto  
oculto escollo hay por allí.

Creo que, al fin las olas han llegado  
nave y marino a devorar:  
es Loreley quien esto ha ocasionado...  
es Loreley con su cantar... <sup>17</sup>

*Enrique Heine, alemán.*

<sup>17</sup> Montes de Oca, Francisco, *La literatura en sus fuentes*, México, Porrúa, 1975, p. 388.



### El lago

¡Oh lago! El año apenas a sus confines toca,  
y cerca de las ondas de ellas tomar pensó,  
mírame, solo y triste, sentarme en la roca  
donde ella se sentó.

Así tú resonabas bajo estas peñas hondas,  
y en tus rasgados flancos te rompías también;  
así arrojaba el viento la espuma de tus ondas  
a tus amados pies.

Una tarde ¿recuerdas? bogábamos callados;  
solo, entre cielo y agua, se dilataba allá  
el golpe de los remos, que herían acompañados  
tu armonioso raudal.<sup>18</sup>

*Alfonso Lamartine, francés*

### La poesía

No digáis que agotado su tesoro,  
de asuntos falta, enmudeció la lira.  
Podrá no haber poetas, pero siempre  
habrá poesía.

Mientras las ondas de la luz al beso  
palpitén encendidas;  
mientras el sol las desgarradas nubes  
de fuego y oro vista;

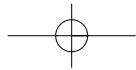
Mientras el aire en su regazo lleve  
perfumes y armonías;  
mientras haya en el mundo primavera,  
¡habrá poesía!

Mientras la ciencia a descubrir no alcance  
las fuentes de la vida,  
y en el mar o en el cielo haya un abismo  
que el cálculo resista;

Mientras la humanidad, siempre avanzando  
no sepa a dónde camina;  
mientras haya un misterio para el hombre  
¡habrá poesía!

Mientras haya unos ojos que reflejen  
los ojos que los miran;  
mientras responda el labio suspirando  
al labio que suspira;

<sup>18</sup> *Op. cit.*, p. 388.



mientras sentirse puedan en un beso  
dos almas confundidas;  
mientras exista una mujer hermosa  
¡habrá poesía!<sup>19</sup>

*Gustavo Adolfo Bécquer, español*

**Los naranjos**  
(fragmento)

En los verdes tamarindos  
enmudecen las palomas;  
en los nardos no hay aromas  
para los ambientes ya.  
Tú languideces; tus ojos  
ha cerrado la fatiga,  
y tu seno, dulce amiga  
estremeciéndose está.<sup>20</sup>

*Ignacio M. Altamirano, mexicano*

## POEMAS CON ESTILO ROMÁNTICO

Corresponde a la sesión de GA 5.87 PASIÓN Y HEROISMO

La emoción que produce una obra literaria es causada tanto por el contenido del mensaje como por la forma de expresión. Las obras románticas se caracterizan por el yo interno del poeta y por su personalidad melancólica a diferencia de los neoclásicos que no manifiestan espontáneamente sus sentimientos porque están sujetos a normas de fondo y forma.

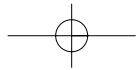
Los románticos se rebelan contra todas las reglas del arte, ellos impulsan un movimiento de renovación que se distingue por anteponer los sentimientos a la razón. Ellos crean poemas, leyendas y dramas muy emotivos, llenos de ideales patrióticos, de pasiones arrebatadoras, de amores sublimes, de melancolía y muerte.

Para identificar los rasgos formales del estilo romántico, debe hacerse una lectura de estudio, un análisis del vocabulario y de los recursos literarios que emplea el autor (objetivos, comparaciones y metáforas).

Una forma sencilla de proceder en el análisis es plantearse y responder las siguientes preguntas:

<sup>19</sup> *Op. cit.*, p. 247.

<sup>20</sup> *Op. cit.*, p. 263.



1. ¿Qué palabras son poco comunes en el poema?
2. ¿Qué relación tienen entre sí esas palabras en cuanto a la significación?
3. ¿Qué expresa el autor cuándo emplea tales palabras?
4. ¿Cómo expresa el autor su ideal?

A continuación se presenta un ejemplo de cómo analizar un poema. Se estudiará la forma que reviste el poema “Amémonos” del mexicano Manuel M. Flores.

En páginas anteriores se dijo que el poema “Amémonos” expresaba un amor ideal, tan puro, que lo compara con el amor a Dios.

En el contenido del poema existen palabras poco comunes, que no utilizamos en la vida diaria, como **afán**, **febril** e **insomnio**, que nos indican que el poeta evade la realidad para vivir su propia fantasía, construida en sueños e ideales, esas palabras ayudan al poeta a expresar su mundo interior. En el poema se advierte que el poeta ha idealizado el amor, cuando lo compara con el amor que se le debe tener a un Dios y para expresarlo emplea palabras que nos remiten a la religión católica, como virgen, sacra, templo, Dios, adoré, cielo, ara.

En su poema Manuel M. Flores utiliza un recurso literario llamado **metáfora**, la cual cambia el sentido recto en sentido figurado.

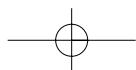
Ejemplo:

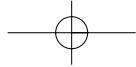
Buscaba mi alma con afán tu alma.

El alma es un concepto abstracto, por tanto, no puede buscar otra alma, sin embargo, el autor le da esa significación para expresar la búsqueda de un amor espiritual. Otras metáforas son:

Muy lejos yo de ti sin conocerte  
el ara de mi amor te levanté.

Otro de los recursos que usa el autor es la adjetivación, que consiste en el empleo abundante de adjetivos para expresar cualidades que embellecen el texto.





Ejemplo:

**febril** insomnio  
**mujer pálida y bella**  
**sacra** soledad del templo  
**dulce** compañera.

La **comparación**, también llamada símil es utilizada en este poema; se reconoce porque emplea la palabra **como**, que conduce a establecer una semejanza entre dos o más objetivos o personas.

Ejemplo:

**Como** en la sacra soledad del templo  
 sin ver a Dios se siente su presencia,  
 yo presentí en el mundo tu existencia  
 y **como** a Dios sin verte te adoré.

La estrofa anterior explica que así como el poeta cree en Dios sin verlo, de esa manera, sin ver a la mujer de sus sueños, la presente. Se advierte a lo largo del poema una exaltación del amor puro, limpio y espiritual.

Esta tendencia de los románticos a idealizar la realidad, el amor, la vida y la muerte, los orillaba al fracaso, a mantener una actitud pesimista ante la vida.

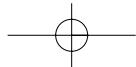
En el caso del ideal amoroso expresado en el poema, se observa que, es imposible vivir un amor semejante, pues el amor es algo más allá que adoración.

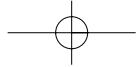
El análisis de la forma en que Manuel M. Flores estructura el mensaje del poema “Amémonos”, ha permitido profundizar en la comprensión de su significado.

## VERSOS EN FLOR

Corresponde a la sesión de GA 5.88 RAMILLETE DE POEMAS

El afecto se manifiesta en formas distintas. Actualmente, los jóvenes regalan tarjetas, muñecos de peluche; otros obsequian bonitos ramos de flores. Para esto seleccionan el color, la clase de flores, el papel que las envolverá y hasta el tono del listón que adornará su presente. La jovencita merecedora de tan bonito gesto es posible que guarde una de esas flores en las páginas de un libro. Al pasar el tiempo, se encontrará aquella flor ya marchita y vendrá a su mente un caudal de recuerdos, ecos de palabras, una noche de luna, un





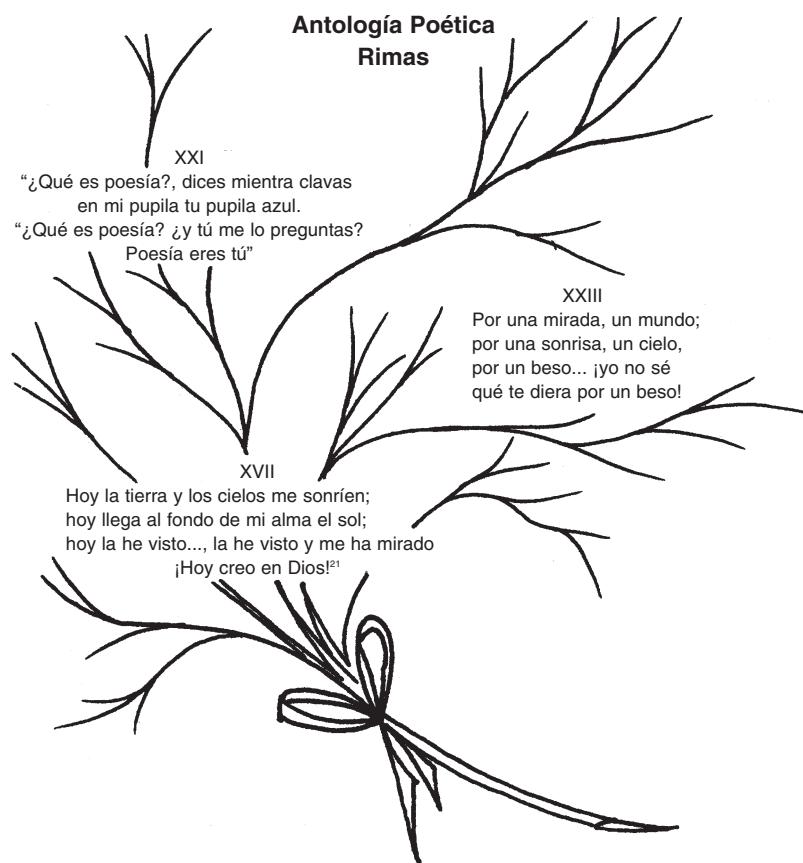
parque; como si se abriera un cofre, del cual brotaran joyas preciosas. Regalar un ramillete de flores es romántico, pero si se obsequia un ramillete de poesía resultará aún más romántico.

Las antologías poéticas se parecen a los ramales de flores, pues así como a éstos se les envuelve, se les pone moño y una tarjetita, en la antología, una vez seleccionados los poemas, a modo de envoltura, se escriben unas palabras que la presentarán, explicarán el propósito y el criterio con que se seleccionaron los poemas.

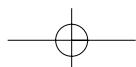
Para ilustrar el párrafo anterior, se presenta un ejemplo de antología y otro de prólogo.

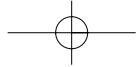
Aunque ya se sabe que el prólogo siempre va colocado antes que la selección poética, en este ejemplo ocupará el segundo lugar, tomando en cuenta que primero se hace la selección y después se presenta la obra.

La antología que a continuación se muestra es como un pequeño ramillete de violetas:



<sup>21</sup> Bécquer, Gustavo Adolfo, *Rimas, leyendas y tradiciones*, México, Porrúa, 1981, pp. 10-12.





El prólogo es como la tarjeta de presentación de los poemas que se incluyen en una antología:

### Prólogo

Esta breve antología se realizó con el propósito de dar a conocer la poesía del Romanticismo, la corriente literaria en la que el amor se manifiesta como uno de los sentimientos más importantes. Yo soy una persona romántica y por eso elegí este tipo de poemas.

Me llamó la atención Gustavo Adolfo Bécquer porque su vida es muy interesante. Nace en Sevilla (1836); muere muy joven en Madrid (1870). La desocupación, las tabernas, los amigos, lo poco duradero de la existencia lo hacen llevar una vida bohemia; sin embargo, según leí en su biografía, es uno de los poetas más populares de España, pues su poesía reúne las características románticas más sensibles a las emociones. Amor, patria, naturaleza, religión son los temas románticos que más trata en su poesía.

Espero que esta selección de versos sirva para transmitir a mis compañeros el placer que sentí al hacer la lectura y adviertan que la poesía es una forma de expresar lo que llevamos dentro.

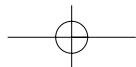
## REALISMO

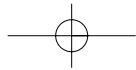
Corresponde a la sesión de GA 5.89 SONATA DE UN SIGLO

En el siglo XIX se desarrollan dos corrientes literarias, en la primera mitad prevalece el Romanticismo y en la segunda, el Realismo. Las características de ambas corrientes son diferentes, mientras el escritor romántico está preocupado por los ideales de libertad, justicia y amor, el realista se preocupa por describir y explicar la realidad en que vive.

El gusto romántico por lo peculiar y pintoresco se opone al Realismo que estudia los modos de vivir y los ambientes en que se mueven los personajes, actitud que se refleja en la novela costumbrista.

El género característico del Romanticismo es la lírica, donde se manifiesta el yo interno del autor y la manera subjetiva de captar la realidad. Del Realismo es la narrativa (novela y cuento), a través de ella el escritor muestra la vida tal y como es (objetivamente), retrata el carácter y los rasgos psicológicos de los personajes, así como las circunstancias que lo rodean; para lograrlo, investiga





los hechos antes de escribir, se somete al método científico; observa, toma nota, interpreta y escribe, evitando que se mezclen en "su informe" sus sentimientos.

Algunos representantes del Realismo son: en Francia, Honorato de Balzac (1799-1850) con *La comedia humana*, Gustavo Flaubert (1821-1880) con *Madame Bovary*; en Inglaterra Charles Dickens (1812-1870) con *Oliver Twist*; en Rusia, León Tolstoi (1826-1910) con *Ana Karenina*; en España, Benito Pérez Galdós (1843-1920) con *Marianela*; en México, Emilio Rabasa (1856-1930) con *La bola y Rafael Delgado* (1853-1914) con la *Calandria*.

El Realismo en su grado extremo se llama Naturalismo y se caracteriza por el análisis descarnado de la realidad en todos sus aspectos y la predilección por temas sórdidos. La figura representativa del Naturalismo es el francés Emilio Zolá (1840-1902) con *Naná*.

A continuación se presenta un fragmento de *Marianela* donde se describe al personaje principal de la novela.

#### **Un diálogo que servirá de exposición**

Golfin deteniéndose dijo:

—Aguarda, mi querida niña, no vayas tan aprisa: déjame encender un cigarro.

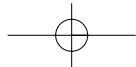
Estaba tan serena la noche, que no necesitó emplear las precauciones que generalmente adoptan contra el viento los fumadores. Encendido el cigarro, acercó la cerilla al rostro de Nela, diciendo con bondad:

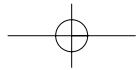
—A ver, enséñame tu cara.

Mirábale asombrado la muchacha, y sus negros ojuelos brillaron con un punto rojizo, como chispa, en el breve instante que duró la luz del fósforo. Era como una niña, pues su estatura debía contarse entre las más pequeñas, correspondiendo a su talle delgadísimo y a su busto mezquinamente constituido. Era como una jovencuela, pues sus ojos no tenían el mirar propio de la infancia, y su cara revelaba la madurez de un organismo que ha entrado o debido entrar en el juicio. A pesar de esta disconformidad, era admirablemente proporcionada, y su cabeza chica remataba con cierta gallardía el miserable cuerpecillo.

Alguien la definía mujer mirada con vidrio de disminución; alguno, como una niña con ojos y expresión de adolescente. No conociéndola, se dudaba si era un asombroso progreso o un deplorable atraso.

—¿Qué edad tienes tú?—Preguntóle Golfin, sacudiéndose los dedos para arrojar el fósforo, que empezaba a quemarle.





—Dicen que tengo dieciséis años—replicó la Nela, examinando a su vez al doctor.

—¡Dieciséis años! Atrasadilla estás, hija. Tu cuerpo es de doce, a lo sumo.

—¡Madre de Dios! Si dicen que yo soy como un fenómeno...—manifestó ella en tono de lástima de sí misma.

—¡Un fenómeno!—repitió Golfín, poniendo su mano sobre los cabellos de la chica—. Podrá ser. Vamos, guíame.

Comenzó a andar la Nela resueltamente sin adelantarse mucho, antes bien, cuidando de ir siempre al lado del viajero, como si apreciara en todo su valor la honra de tan noble compañía. Iba descalza: sus pies ágiles y pequeños denotaban familiaridad consuetudinaria con el suelo, con las piedras, con los charcos, con los abrojos. Vestía una falda sencilla y no muy larga, denotando en su rudimentario atavío, así como en la libertad de sus cabellos sueltos y cortos, rizados con nativa elegancia, cierta independencia más propia del salvaje que del mendigo. Sus palabras, al contrario, sorprendieron a Golfín por lo recatadas y humildes, dando indicios de un carácter formal y reflexivo.

Resonaba su voz con simpático acento de cortesía, que no podía ser hijo de la educación; sus miradas eran fugaces y momentáneas, como no fueran dirigidas al suelo o al cielo.

—Dime—le preguntó Golfín—, ¿vives tú en las minas?

¿Eres hija de algún empleado de esta posesión?

—Dicen que no tengo madre ni padre.

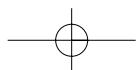
—¡Pobrecita! Tu trabajarás en las minas...

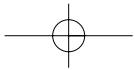
—No, señor. Yo no sirvo para nada—replicó sin alzar del suelo los ojos.

—Pues a fe que tienes modestia.

Teodoro se inclinó para mirarle el rostro. Este era delgado, muy pecoso, todo salpicado de manchitas parduscas. Tenía pequeña la frente, picudilla y no falta de gracia la nariz, negros y vividores los ojos; pero comúnmente brillaba en ellos una luz de tristeza. Su cabello, dorado oscuro, había perdido el hermoso color nativo a causa de la incuria y de su continua exposición al aire, al sol y al polvo. Sus labios apenas se veían de puro chicos, y siempre estaban sonriendo; más aquella sonrisa era semejante a la imperceptible de algunos muertos cuando han dejado de vivir pensando en el cielo. La boca de la Nela, estéticamente hablando, era desabrida, fea; pero quizá podía merecer elogios, aplicándole el verso de Polo de Medina:

“Es tan linda su boca que no pide.”





En efecto, ni hablando, ni mirando, ni sonriendo, revelaba aquella miserable el hábito degradante de la mendicidad.

Golfín le acarició el rostro con su mano, tomándole por la barba y abarcándolo casi todo entre sus gruesos dedos.

—¡Pobrecita! —exclamó—. Dios no ha sido generoso contigo.<sup>22</sup>

## IDEALES Y REALIDADES

**Corresponde a la sesión de GA 5.91 MESA DE DISCUSIÓN**

A lo largo del siglo XIX, los escritores adoptaron principalmente dos actitudes diferentes con respecto a sus propios sentimientos y a la realidad. En la primera mitad de la centuria, se inclinaron, sobre todo, por expresar impulsos pasionales y sus emociones más personales e intensas, así como sus anhelos de libertad y justicia. Así, formaron una corriente literaria denominada Romanticismo, que puede definirse como la expresión de ideales (sentimentales y liberales), en la que predominó la poesía.

En cambio, aproximadamente a partir de 1850, otros autores prefirieron describir pormenorizadamente la realidad, tanto para criticarla y oponerse a hipócritas comportamientos sociales, como para expresar con viveza lo trágico de la existencia humana, y formaron así el movimiento denominado Realismo, en el que sobresalió la narrativa.

A continuación se presentan algunos ejemplos de ambas corrientes.

### Romanticismo

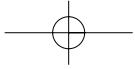
#### LÍRICA

Muchos poetas románticos se expresaron respecto al amor de una forma parecida a la del alemán Enrique Heine (1797-1856) en este pequeño poema:

#### Dicha y llanto

Cuando miro tus ojos sin agravios,  
mi loco afán se calma;  
cuando en tus labios pósanse mis labios,  
curada siento el alma.  
Cuando en tu seno aduérnmense felices  
mis sienes, miro al cielo;  
cuando “yo te amo” extática me dices,  
rompo a llorar con insensato anhelo.

<sup>22</sup> Pérez Galdós, Benito, *Marielena*, México, Fernández Editores, 1986, pp.26-29.



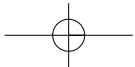
Como puede verse, el poeta afirma que su amor y las emociones que experimenta al corresponderle la persona amada son *sublimes*, es decir, de intensidad y fuerza admirables e insuperables. Así, al escuchar las palabras de su pareja, en vez de reír y complacerse, estalla en lágrimas, porque cuando la felicidad llega a ser tan grande, provoca una reacción que parecería contradecirla: el llanto. El amor, como algo sublime, es uno de los ideales románticos.

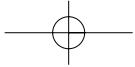
También Samuel Taylor Coleridge (1772-1834) lleva la expresión de sus emociones hasta el más elevado grado, al hablar de la *maravillosa* imagen dejada en su memoria por una campesina que canta al trabajar.

#### La segadora solitaria

¡Mírala! ¡Pobre campesina  
del solitario monte agreste!  
Oye cuál canta para ella;  
párate o pasa gentilmente.  
Canta una copla melancólica  
mientras en gavillas ata el trigo.  
¡Oh, cómo el hondo y triste valle  
llena el dulzor de su gemido!  
No ofreció nunca un ruiseñor  
notas más dulces al viajero,  
bajo la sombra de una choza,  
sobre la arena del desierto.  
Nunca se oyó tal voz, ni aun  
cuando el gentil cuclillo canta  
sobre el silencio de los mares,  
allá en las Híbridas lejanas.  
¿Quién saber puede lo que gime?  
Tal vez el ritmo triste mana  
de muy lejanas tradiciones  
o de antiquísimas baladas;  
o acaso fluya su cantar  
de íntimas penas que la aguardan,  
de unos pasados sufrimientos  
que ahora de nuevo la amenazan.  
Lo que cantó la moza a solas  
cual infinita melodía,

sobre la hoz curvado el cuerpo  
o entrelazando las gavillas,  
lo vi tranquilo y silencioso;  
mas al volver a esas montañas  
mucho después de haberla oído  
vibró esa música en mi alma.





Igualmente, Gustavo Adolfo Bécquer (1836-1870) habla del amor y la belleza del ser amado con encendido entusiasmo, como en este poema, al referirse a la embriagadora mirada de su pareja.

### Tu pupila es azul

Tu pupila es azul, y cuando ríes,  
su claridad suave me recuerda  
el trémulo fulgor de la mañana  
que en el mar se refleja.

Tu pupila es azul, y cuando lloras  
las transparentes lágrimas en ella  
se me figuran gotas de rocío  
sobre una violeta.

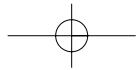
Tu pupila es azul, y si en su fondo  
como un punto de luz radia una idea  
me parece en el cielo de la tarde  
¡una perdida estrella!

Aunque los autores románticos abordan también otros temas, como los ideales liberales de la época (libertad, igualdad, fraternidad; reducción del poder de la Iglesia y el Estado, etcétera), países exóticos y hechos legendarios de personajes caballerescos, en general lo hacen con la misma actitud que ha podido apreciarse en los textos anteriores; con idealismo, imaginación y un gran entusiasmo, expresan intensas y a veces incontrolables emociones, con el fin de alcanzar lo maravilloso, lo fantástico, lo *sublime*.

Algunos poetas románticos extendieron tal actitud a todos los aspectos de su vida. Por ejemplo, Percy Bysshe Shelley, uno de los más importantes líricos ingleses, rompió con el medio aristocrático en que había nacido, se separó de su mujer y, después de una vida desordenada y escandalosa, murió ahogado en Italia cuando sólo tenía 30 años. Otro inglés, *Lord Byron* (en realidad llamado George Gordon), escritor de inagotable pasión, asombró e indignó a la sociedad de su tiempo con acciones provocadoras y exhibicionistas, como sus aventuras estudiantiles, su conflictivo matrimonio, su admiración por la Revolución Francesa y sus frecuentes explosiones de furiosa violencia; además, murió en Grecia, donde iba a luchar por la independencia de ese país.

### NARRATIVA

También hay una importante narrativa romántica, representada ante todo por el escocés Walter Scott (1771-1832), autor de la inmortal novela sobre el héroe



medieval *Ivanhoe*, y por el francés Víctor Hugo (1802-1885), creador de la célebre *Nuestra Señora de París*. En sus amenos relatos, manifiestan una perspectiva muy parecida a la de los poetas.

### Realismo

#### NARRATIVA

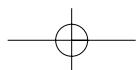
Los narradores realistas, por su parte, se expresan de modo parecido al de Gustave Flaubert (1821-1880) en los siguientes pasajes de su célebre novela *Madame Bovary*.

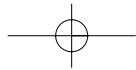
...La plaza, desde por la mañana, estaba obstruida por una fila de carretas que, todas con las varas al aire, se extendían a lo largo de las casas, desde la iglesia hasta la posada. Del otro lado había barracas de arpillería donde se vendían telas de algodón, mantas y medias de lana, ronzales para los caballos y paquetes de cintas azules que se agitaban al viento. La quincallería ordinaria se extendía por el suelo entre pirámides de huevos y canastas de quesos de las que sobresalían pajas pegajosas; junto a arados y trillos, gallinas que cacareaban en sus jaulas toscas, sacando sus cuellos por los barrotes. La multitud se aglomeraba en el mismo sitio, amenazando a veces romper el escaparate de la farmacia.

Los miércoles ésta no se desocupaba, y se iba allí, no tanto para comprar medicamentos como para hacer consultas; tan famosa era la reputación del señor Homais en las aldeas circunvecinas. Su majestuoso aplomo había fascinado a los campesinos y lo miraban como un médico superior a todos los médicos.

En el texto anterior se aprecian, al menos parcialmente, varios de los rasgos propios del Realismo; el ambiente local, la descripción minuciosa de detalles, sucesos y costumbres, y, en suma, un deseo de “fotografiar” la realidad con palabras.

El interés de los escritores realistas por describir lógica y razonadamente la conducta humana y sus circunstancias materiales llevó a algunos a analizar descarnadamente todos sus aspectos, sin faltar los más groseros y desagra-





dables. Unas veces, lo que se pretendía con ello era reflejar un conocimiento lúcido y objetivo de la realidad; otras, desafiar la convenciones sociales, y otras más inquietar espiritual y moralmente al lector al referirle hechos en extremo trágicos y crudos de la existencia del hombre.

## CONTRA LOS IMPERIOS Y EN BUSCA DE IDENTIDAD

Corresponde a la sesión de GA 5.92 ÉPOCA DE IDEALES

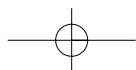
Durante el siglo xix nacieron y se reafirmaron las actuales naciones hispanoamericanas, incluyendo México. Para ello, tuvieron que librar largas luchas contra España y, más tarde, contra potencias como Francia, Inglaterra y Estados Unidos; también debieron realizar arduos esfuerzos para definir su identidad. Por ambas razones, el periodo fue propicio para que se desarrollaran en nuestro continente y se adaptaran a sus peculiaridades, las dos corrientes literarias predominantes en Europa: el Romanticismo y el Realismo.

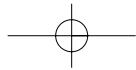
En efecto, a lo largo de la pasada centuria, en el territorio de Hispanoamérica ocurrió una serie de hechos propicios para que los americanos adoptaran *ideales* propios del Romanticismo y, más tarde, *actitudes descriptivas* de su entorno asociadas con el Realismo. A continuación se examinan algunos de ellos.

Durante tres siglos de dominio español en Hispanoamérica, los indígenas fueron diezmados, humillados y condenados a la miseria; la población mestiza creció, también en condiciones de pobreza extrema; los criollos prosperaron y tuvieron privilegios, pero estaban subordinados a los intereses de los españoles peninsulares. En general, el desarrollo de la industria en América fue escaso y enfrentó múltiples obstáculos impuestos por la Corona, en tanto que el comercio estuvo muy restringido por leyes que también favorecían al Imperio.

Al iniciar el siglo, España impuso en las colonias americanas algunas reformas administrativas que provocaron gran malestar entre los criollos, pues les impedían prosperar por su cuenta.

Las ideas de la Ilustración, que proclamaban los derechos del hombre, la soberanía del pueblo y la limitación del poder de los reyes, se manifestaron claramente en la independencia de las colonias británicas de Norteamérica—parte de los actuales Estados Unidos— (1774-1783), y en la Revolución Francesa (1789-1794); más tarde, se difundieron con cierta amplitud entre los





criollos de los países hispanoamericanos, quienes se inspirarían en ellas para independizarse de España.

El poder político y militar de España se debilitó a causa de la guerra que libraba contra Francia y que perdió definitivamente en 1808. Dos años después, cuando algunos pueblos de América iniciaron movimientos independentistas, la península española se encontraba invadida y dominada por los franceses, y, por lo tanto, a la Corona le resultó imposible enviar tropas para sofocar a los rebeldes. Después, cuando por fin venció al país invasor, ya no pudo recuperar sus colonias, entre otras razones porque Inglaterra apoyó la independencia de los americanos, pues así convenía a sus intereses económicos.

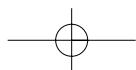
A pesar de que los pueblos hispanoamericanos no parecían maduros para gozar de la autonomía, entablaron largas y continuas luchas contra los españoles y, entre 1810 y 1824, los territorios que hoy forman parte de México, Argentina y Colombia alcanzaron su independencia. En años posteriores del siglo XIX, casi todos los países americanos restantes hicieron lo mismo.

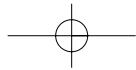
Aparte de Hidalgo y Morelos, caudillos de la Independencia Mexicana, sobresalieron como personajes de la historia hispanoamericana del XIX Simón Bolívar, incansable libertador de varios países (Venezuela, Colombia, Ecuador, Perú) y José Martí, noble luchador de la autonomía de Cuba, inteligente crítico del imperialismo estadounidense y célebre poeta.

Luego de independizarse, las nuevas naciones americanas se fragmentaron (por ejemplo, la Gran Colombia se dividió en Colombia, Venezuela y Ecuador, y la Confederación Centroamericana, que se hallaba unida a México, se separó de él y, además, terminó por separarse en cinco pequeños países: El Salvador, Guatemala, Honduras, Nicaragua y Costa Rica).

La Independencia produjo transformaciones positivas, pues suprimió la Inquisición, acabó parcialmente con los tributos indígenas y con la esclavitud, y liberó el comercio. Sin embargo, los nuevos Estados autónomos no establecieron cambios profundos para ser más justos. Además, para organizarse políticamente, copiaron el modelo de los Estados Unidos de Norteamérica, es decir, se convirtieron en repúblicas regidas por constituciones, con no muy buenos resultados, porque carecían de la unidad interna propia de aquel país.

Durante las guerras de independencia surgieron caudillos, es decir, hombres que habían alcanzado cierto conocimiento de las armas y de las estrategias de combate, y conseguido la obediencia de grupos más o menos amplios de





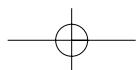
combatientes. Esos caudillos no reconocían una autoridad superior, peleaban constantemente entre sí para disputarse el poder, provocaban constantes guerras civiles e impedían que las naciones lograran un mínimo de estabilidad. Algunos de esos líderes deseaban mantener o recuperar los privilegios de que disfrutaban antes de la independencia y se les llama por lo tanto *conservadores*. Otros, en cambio, buscaban una organización social más justa e independiente de los imperios, se inspiraban en los ideales de la Ilustración y reciben el nombre de *liberales*. Estos últimos en su mayoría, lucharon por sus ideales con igual pasión y valentía en los campos de las letras, las armas y la política.

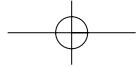
En casi toda Hispanoamérica, desde que se alcanzó la independencia hasta el final del siglo, los *conservadores* y los *liberales* combatieron incesantemente entre sí por el poder.

La fragmentación de los países y las luchas internas que cada uno padeció los volvieron sumamente inestables y, además, muy vulnerables a los ataques de las potencias internacionales. Así, por ejemplo, de 1821 a 1911, México sufrió constantes pugnas entre los miembros de los partidos Conservador y Liberal, entre ellas la Guerra de Reforma; Estados Unidos de Norteamérica lo invadió en 1846 y le arrebató aproximadamente la mitad del territorio nacional; Francia ocupó el país en 1862 y lo constituyó en una monarquía gobernada por Maximiliano de Habsburgo; por último, México padeció dos largas dictaduras: la de Antonio López de Santa Anna y la de Porfirio Díaz.

Entre los acontecimientos culturales más notables del siglo XIX figuran la aparición, en 1808, del primer periódico hispanoamericano —*La Gazeta de Caracas*, de la que Andrés Bello fue redactor— y, a partir de él, la proliferación de múltiples publicaciones de la prensa periódica; la publicación en 1816 de la primera novela hispanoamericana, *El Periquillo Sarniento*, de José Joaquín Fernández de Lizardi, y la edición en 1847 de la *Gramática de la lengua castellana destinada al uso de los americanos*, de Andrés Bello.

Debido a los ideales políticos y sociales que inspiraban a los escritores de inicios del siglo XIX, y a la influencia que la cultura europea ejercía sobre ellos, se expresaron a la manera del Romanticismo. Hacia la segunda mitad de la centuria, otros autores creyeron necesario referirse a la vida, las costumbres típicas, los sentimientos y el lenguaje del pueblo, unas veces para criticarlos y mejorar la sociedad, y otras para identificar la personalidad original de su nación y darla a conocer a compatriotas y extranjeros; así, sus obras forman parte del Realismo, pues describen minuciosamente la realidad material y social.





## IDEAS INCOMPATIBLES

**Corresponde a la sesión de GA 3.46 PENSAMIENTOS RIVALES**

Las oraciones compuestas útiles para exponer procesos verbales incompatibles son las oraciones adversativas, en el cuento siguiente se destacan este tipo de oraciones.

### En el insomnio

El hombre se acuesta temprano, mas no puede conciliar el sueño. Da vueltas, como es lógico, en la cama. Se enreda entre las sábanas. Enciende un cigarrillo. Lee un poco. Vuelve a apagar la luz, pero no puede dormirse. A las tres de la madrugada se levanta. Despierta al amigo de al lado y le confía que no puede dormir. Le pide consejo. El amigo le aconseja que haga un pequeño paseo a fin de cansarse un poco. Que en seguida tome una taza de tila y que apague la luz. Hace todo esto pero no logra dormir. Se vuelve a levantar. Esta vez acude al médico. Como siempre sucede, el médico habla mucho pero el hombre no se duerme. A las seis de la mañana carga un revólver y se levanta la tapa de los sesos. El hombre está muerto pero no ha podido quedarse dormido. El insomnio es una cosa muy persistente.<sup>1</sup>

Virgilio Piñera

En el texto anterior las oraciones subrayadas son coordinadas adversativas.

Ejemplo:

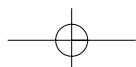
El hombre se acuesta temprano, mas no puede conciliar el sueño.

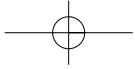
La primera oración afirma la intención de dormir:

El hombre se acuesta temprano y luego la segunda oración tiene una idea que se opone a la primera: No puede conciliar el sueño.

Las oraciones coordinadas adversativas expresan dos juicios, uno de ellos resulta incompatible o se contrapone al otro, las conjunciones que se emplean en estas oraciones son **sino, pero, mas, aunque**, y otras expresiones con valor adversativo como **no obstante, sin embargo, con todo, excepto, salvo, menos, antes bien, que no**, etcétera.

<sup>1</sup> Valadés, Edmundo, *op. cit.*, p. 23.





Conjunciones	Usos	Ejemplos
<b>Sino</b> Une dos elementos entre los que existe incompatibilidad	1. Opone dos verbos 2. Opone dos sujetos 3. Opone dos complementos	1. No recapacitó, <b>sino</b> siguió adelante 2. No era Javier, <b>sino</b> Rodrigo 3. No te pedí un block, <b>sino</b> hojas sueltas
<b>Pero</b> Liga dos oraciones entre las que existe oposición; pero no incompatibilidad	1. Reafirma la idea expresada con anterioridad 2. Equivale a empero que se usa poco y va en la segunda oración	1. Es muy creativo <b>pero</b> estudia poco 2. Tiene presencia <b>empero</b> carece de iniciativa
<b>Mas</b> Conjunción que en menor grado limita la significación de la primera oración	1. Se emplea en el lenguaje literario 2. Se sustituye pero en el lenguaje común 3. Se puede unir a también o aún	1. Recuerdo que apenas amanecía <b>mas</b> recibí la orden de salir 2. Vino a la fiesta <b>mas</b> no bailó Vino a la fiesta <b>pero</b> no bailó. 3. Quisiera salir temprano, <b>mas</b> aún no termino <sup>2</sup>

## CONJUNCIONES

Corresponde a la sesión de GA 3.47 DISTRIBUIR IDEAS Y PONER PEROS

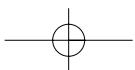
Cuando las personas establecen una comunicación utilizan, entre otros nexos, conjunciones para unir las oraciones con las que expresan sus pensamientos.

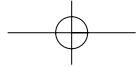
El hablante puede distribuir sus acciones y poner peros al emplear conjunciones distributivas y adversativas.

La conjunción es una palabra o grupo de palabras que se utilizan para enlazar o unir, generalmente, dos oraciones; según el tipo de conjunción que se emplee se clasifica a las oraciones.

A continuación se presenta un diálogo donde se puede observar el uso de las conjunciones distributivas y adversativas.

<sup>2</sup> Revilla, Santiago, *Gramática Española Moderna*, México, McGraw-Hill, 1981, p. 81.





Tere: —Hola, Javier, ¿cómo estás?, me enteré que fuiste a la fiesta de Aidé, ¿cómo estuvo?

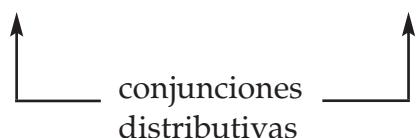
Javier:—Divertida, fue de traje, unos prepararon las botanas, **otros** llevaron los refrescos. Todo resultó bien **aunque** faltaron invitados.

Tere: —Qué bueno, lo importante fue que festejaron a Aidé; recuerdo que **unas veces** lloraba, **otras** se emocionaba por su fiesta, **sin embargo**, siempre estaba esperando que la celebraran...

Las palabras destacadas con color oscuro son conjunciones y se emplearon para coordinar oraciones distributivas y adversativas.

Ejemplos:

**Unos** llevaron las botanas, **otros** prepararon los refrescos



Todo resultó bien **aunque** faltaron invitados



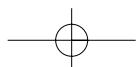
Las oraciones anteriores reciben el nombre de la conjunción que las relaciona, en el ejemplo anterior quedan clasificadas como oraciones coordinadas distributivas y coordinadas adversativas, respectivamente.

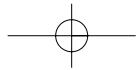
El uso de las conjunciones adecuadas permite expresar con mayor precisión lo que se desea comunicar.

## UN ASPECTO PARA CADA OCASIÓN

Corresponde a la sesión de GA 3.51 EL JUEGO DE LAS SUSTITUCIONES

Con mucha frecuencia, al hablar o escribir es preciso referirse a una misma persona, animal o cosa, en una serie sucesiva de oraciones como *Isabel vendió*



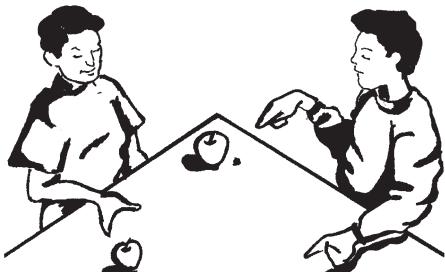


*su televisión. Su televisión le costó muy cara, pero al vender la televisión tuvo que dar la televisión baratísima.* En este ejemplo, el mensaje es reiterativo, complicado y nada conciso, debido a que se repite innecesaria y torpemente el término televisión. Para evitar la monotonía y el enredo de tales repeticiones, se recurre a los pronombres, que sustituyen al sustantivo y le dan variados aspectos como se ilustra con la oración anterior modificada: ***Isabel vendió su televisión. Esta le costó muy caro, pero al venderla tuvo que darla baratísima.***

Como se aprecia arriba, el nombre televisión es evocado en las oraciones mediante los pronombres ésta y la (venderla, darla). El primero de ellos es un pronombre demostrativo y los que te siguen son pronombres enclíticos.

### Pronombres demostrativos

En la lengua oral, se emplean en situaciones como la que se esboza aquí:



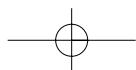
- Quiero una manzana.
- ¿Me regalas ésta?
- ¿No prefieres ésa?
- O mejor aquélla?

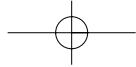
—¿Qué es esto?



Al igual que en la situación representada por el dibujo de la izquierda, los pronombres demostrativos expresan una relación de cercanía o lejanía:

—Se emplea éste (y el femenino ésta, los plurales éstos y éstas, y el neutro esto) para hacer referencia a lo que se halla cerca de quien habla.





—Se usa ése (y el femenino ésa, los plurales éssos y éssas, y el neutro eso) para evocar lo que se encuentra cerca de la persona a quien se habla.

—Se recurre a aquél (y el femenino aquélla, los plurales aquélllos y aquéllas, y el neutro aquello) cuando se habla de lo que está lejos tanto de quien habla como de la persona a la que se dirige.

En la imagen de la derecha, el pronombre demostrativo usado es neutro, pues no denota género, y se emplea por lo común para referirse a objetos, hechos y conceptos que precisamente no tienen género. Ej: *Mis amigos celebraron mi cumpleaños. Eso me agradó*. Aquí, eso sustituye completo al hecho de que mis amigos celebraron mi cumpleaños.

Para distinguirlos de los adjetivos demostrativos, conviene escribir los pronombres demostrativos con tilde, tal como se hace en los ejemplos de arriba. Sin embargo, los neutros esto, eso y aquello jamás llevan acento ortográfico.

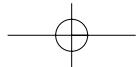
En la lengua escrita los pronombres demostrativos éste, ésta y el neutro esto se usan dentro de una oración cuando el sustantivo que evocan se encuentra apenas unas palabras antes.

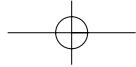
En cambio, se emplea ése, ésa, eso, o aquél, aquélla, o aquello, cuando dicho sustantivo se encuentra más atrás y es preciso distinguirlo de otro más cercano. Ej. *Mi padre visitó a mi hermano, porque éste lo invitó. Las calificaciones que obtuvieron Jorge, Luis y Adolfo fueron muy diferentes porque aquél sí estudió y éstos flojearon*.

### Pronombres enclíticos

Se llaman así porque se pronuncian y escriben unidos a verbos, como en estos ejemplos:

Cállate, por favor!  
 Tú sabes lo que pasó. Dilo pronto.  
 Marchémonos de inmediato.  
 Voy a informárselo mañana.  
 Luis quería reservártelo.  
 Quería sorprenderte.  
 Están ocultándotelo.  
 Me encontraba esperándolo.  
 Cuando Fernanda llegó, propúsele ir al cine.





Como se ve, los pronombres enclíticos están unidos a imperativos, infinitivos, gerundios y verbos conjugados. Aparecen en formas verbales pronominales (como en cállate, que viene de callarse) o con objeto directo o indirecto, al cual representan (como en dilo). A veces llegan a unirse hasta dos de esos pronombres (como en infórmase-se-lo, donde el pronombre se representa al objeto indirecto y lo al directo).

## LOS SINÓNIMOS

Corresponde a la sesión de GA 3.55 Dicho de otra manera

El español, la lengua hablada en Guatemala, es muy rica, en ella existen palabras que son diferentes y significan lo mismo, se llaman sinónimos.

Algunos casos en que el uso de sinónimos es adecuado para mejorar la comunicación verbal:

- Cuando en una misma oración es necesario mencionar varias veces el mismo concepto.

Ejemplo: Los **estudiantes** más aventajados del colegio son **alumnos** de los cuales sus profesores se sienten orgullosos por ser buenos **discípulos**.

En este caso se emplearon los sinónimos de la palabra alumno, que son: estudiantes y discípulos, y no hubo necesidad de repetir ninguna palabra.

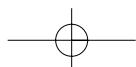
- Algunas veces se emplean sinónimos, según el nivel del lenguaje que se maneja.

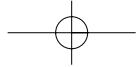
Una misma idea manejada con diferentes sinónimos corresponde en un caso al habla culta y en otro al habla popular.

Ejemplos: El **niño ardía en fiebre** y fue **preciso** que el **médico** **diagnosticara el padecimiento**.

El **patojo se quemaba por la calentura** y fue **necesario** que el **doctor determinara la enfermedad**.

- Cuando en un texto se emplean sinónimos debe procurarse emplear aquel que no cambie el significado de la idea que se expresa.





Ejemplo: Durante su largo **régimen**, Netzahualcóyotl, **amante** del arte y de la cultura se **dedicó** a revivir en Texcoco las antiguas **tradiciones** de los toltecas. Si se quisiera sustituir por el sinónimo adecuado las palabras subrayadas, se tiene que buscar en un diccionario de sinónimos y elegir aquel que no cambie el sentido de lo que expresa el texto.

régimen, **gobierno**, dirección, administración,  
amante, inclinado, **aficionado**,  
dedicó, **consagró**, ofrenda,  
revivir, renovar, **resucitar**, resurgir,  
tradiciones, usos, **costumbres**, hábitos.

La palabra régimen debe ser sustituida por la palabra gobierno, pues es la que no altera la idea expresada, en cambio las palabras dirección y administración sí alteran el sentido.

Cambiando las cinco palabras subrayadas en el texto por el sinónimo adecuado, éste quedaría así:

Durante su largo **gobierno** Netzahualcóyotl, **aficionado** del arte y de la cultura, se **consagró** a **resucitar** en Texcoco las antiguas costumbres de los toltecas.

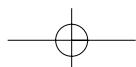
Como se puede ver, el uso de sinónimos enriquecen la capacidad comunicativa de los hablantes.

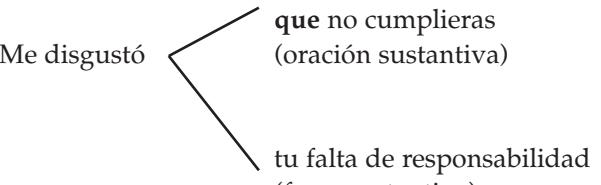
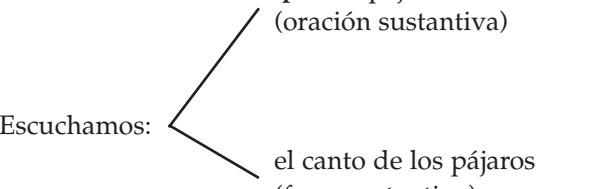
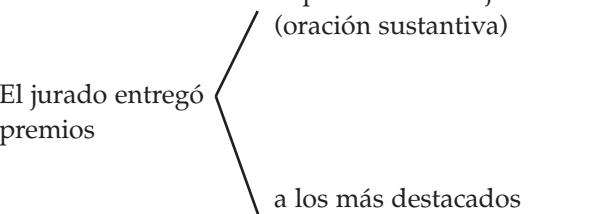
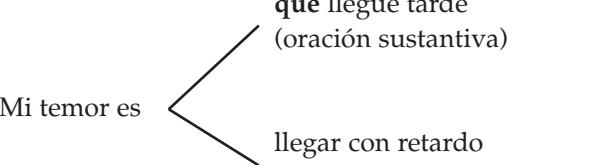
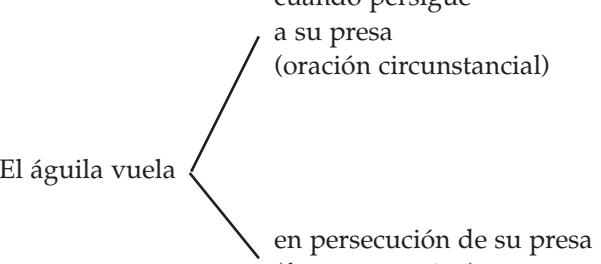
## SUBORDINADAS SUSTANTIVAS

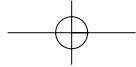
Corresponde a la sesión GA 4.64 UN SUJETO MUY PRECISO

En la formulación de mensajes se emplea un tipo de oraciones que funcionan como parte de otra oración que es la principal. A este tipo de oraciones se les conoce como oraciones subordinadas, ya que no se entienden por sí mismas, sino que su significado depende de otra oración.

Las oraciones subordinadas sustantivas desempeñan varias funciones: de sujeto, objeto directo, indirecto, circunstancial o predicativo; tal como se observa en el cuadro que se presenta en la siguiente página.



Funciones	Ejemplos
<b>SUJETO</b> Se construye con la conjunción <b>que</b>	Me disgustó  <b>que</b> no cumplieras (oración sustantiva)  tu falta de responsabilidad (frase sustantiva)
<b>OBJETO DIRECTO</b> Se construye: 1. con las conjunciones <b>que, si, como</b> 2. sin conjunción 3. con el verbo en infinitivo	Escuchamos:  <b>que</b> los pájaros cantaban (oración sustantiva)  el canto de los pájaros (frase sustantiva)
<b>OBJETO INDIRECTO</b> Se construye con la preposición <b>a, para, por</b> y la conjunción <b>quien</b>	El jurado entregó premios  a quien más trabajó (oración sustantiva)  a los más destacados (frase sustantiva)
<b>PREDICATIVO</b> Se construye con la conjunción <b>que</b>	Mi temor es  <b>que</b> llegue tarde (oración sustantiva)  llegar con retardo (frase sustantiva)
<b>CIRCUNSTANCIAL</b> Se construye con preposición más la conjunción <b>que</b>	El águila vuela  cuando persigue a su presa (oración circunstancial)  en persecución de su presa (frase sustantiva)



Las oraciones subordinadas siempre se unen a la principal por un **nexo subordinante**:

que, cual, quien, el que, la cual, con, quien.

Para comprobar si una oración es subordinada se puede sustituir por una palabra o por una construcción equivalente.

Ejemplo:

El que tocó a la puerta era mi padre.

O. principal	Era mi padre
O. subordinada	El que tocó a la puerta
Sustitución	El sustituye a quien tocó a la puerta

El saber cómo se redactan permite expresar mensajes más precisos.

Las oraciones sustantivas que realizan la función del sujeto pueden formularse como la que se presenta a continuación:

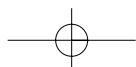
Los que **terminaron** primero      **saldrán** temprano

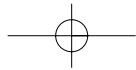
(1) sujeto

(2) Predicado

Se puede observar que es una oración compuesta que encierra dentro de sí otra oración que forma parte del sujeto. También se puede ver que tiene dos verbos: **terminaron** y **saldrán**. Además, la oración **los que terminaron** no se entiende por sí misma; depende de la oración **saldrán temprano**. Finalmente, puede verse que tiene un nexo subordinante, en este caso **que**.

En conclusión: **los que terminaron primero saldrán temprano** es una oración compuesta subordinada, en la cual **los que terminaron primero** es una subordinada sustantiva que realiza la función del sujeto. Para comprobar que es el sujeto, se hace la pregunta: ¿de quién se habla? o ¿de qué se habla?





## SIEMPRE EN DESACUERDO

Corresponde a la sesión de GA 4.66 SIEMPRE EN DESACUERDO

En la lengua existen palabras que tienen un significado muy semejante y se escriben de diferente manera; se llaman **sinónimos**. Los que siguen son ejemplos:

anciano, viejo - alegre, contento - flaco, delgado.

También existen palabras que tienen significación opuesta o contraria, distinto sonido y escritura; se llaman **antónimos**. Veamos algunos ejemplos:

luz, oscuridad - blanco, negro - nuevo, viejo.

La utilidad de los antónimos en la expresión es lograr contrastes que la enriquecen.

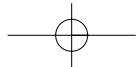
1. Mientras unos **disfrutan** en la **luz**, otros **padecen** en la más espantosa **oscuridad**.
2. La **noche** muere para dar vida al **día**.

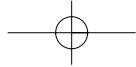
Sin embargo, el abuso de antónimos en un texto es negativo, ya que se puede volver confuso.

1. A veces la **maldad** va disfrazada de **bondad**. No te dejes engañar por el **mal** que parece **bueno**, ni juzgues mal al **bueno** que parece **mal**.

A continuación se presenta una lista de antónimos de uso común.

PALABRAS	ANTÓNIMOS
1. Condenar	absolver
2. abrir	cerrar
3. confirmar	desmentir
4. apresar	libertar
5. aprobar	reprobar
6. añadir	quitar
7. enfermizo	sano
8. feliz	desgraciado
9. elegante	desarrapado
10. liso	áspero





En conclusión, los antónimos son palabras con sentidos contrarios y su uso adecuado enriquece la expresión.

## ASÍ HABLAMOS...

### Corresponde a la sesión de GA 4.77 ASÍ HABLAN LOS HUERCOS

El español se habla en distintas partes del mundo y cada región le imprime su sello particular que permite conocer la procedencia de los hablantes: españoles, argentinos, mexicanos, guatemaltecos.

El mismo fenómeno ocurre en la República Guatemalteca, donde, por su manera de hablar, se puede reconocer a un costeño de un oriental y a éste de un occidental.

Las diferencias que encontramos en el lenguaje son, principalmente, de dos tipos:

- a) La entonación que se les da a las palabras al pronunciarlas
- b) el vocabulario particular que se utiliza en cada región que, en muchas ocasiones, es incomprendible en otra.

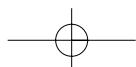
Ejemplo:

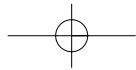
- a) En las zonas costeras existe una tendencia a aspirar el sonido /s/ *Vamoh por pehcao*; mientras que en el centro se pronuncian todos los sonidos: *Vamos por pescado*.
- b) En la zona de **oriente** se dice ischoco para nombrar a un niño, mientras que en el centro se dice patojo.

Para evitar confusiones entre los hablantes del español a causa de las diversas maneras de hablarlo, es necesario conocer el español universal, en el que se maneja la norma panhispánica, es decir, estructuras y vocabulario que pueden ser comprendidos por los hispanohablantes de todas las regiones.

Por ejemplo, la palabra **bíceps** (músculo con dos cabezas, especialmente el del brazo) corresponde al español universal, mientras que gato o gatillo, conejo, mollero, pucha, son regionalismos que designan el mismo concepto.<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Véase Avila, Raúl, *La lengua y los hablantes*, 3ed., México, Trillas, 1990, p. 90.





Conviene utilizar el español regional en la comunidad, con familiares y amigos, en situaciones informales; el español universal es mejor usarlo con personas ajena a la comunidad, al escribir, en situaciones formales, de esta manera los mensajes que se transmitan podrán ser interpretados por aquellos que conozcan la norma panhispánica.

Las normas del español universal están consignadas en la gramática de la lengua española, algunas de esas reglas son:

Utilizar un orden en la formulación de oraciones.

Sujeto + verbo + complemento.

Por ejemplo:

1 ) Juan va a la escuela; este orden (sujeto, verbo, complemento), se puede alterar (complemento, verbo, sujeto), siempre y cuando no se pierda la claridad del mensaje: 2) A la escuela va Juan. Sin embargo es preferible el orden de la primera oración, pues es más fácil de comprender.

Respecto al vocabulario, la norma marca evitar en la escritura y en situaciones formales el uso de regionalismos.

Para concluir, en lo relativo a la pronunciación, se pide a los hablantes una dicción clara, es decir, una adecuada pronunciación de las palabras.

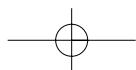
## PARTICIPIOS IRREGULARES

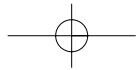
Corresponde a la sesión de GA 4.78 DE COMPORTAMIENTO IRREGULAR

En la lengua hablada y en la lengua escrita se emplean participios. Por ejemplo:  
Lengua hablada: El ha platicado toda la tarde con su hermana.

Lengua escrita

Te me mueres de casta y sencilla:  
estoy convicto, amor, estoy confeso  
de que, raptor intrépido de un beso,  
yo te libé la flor de la mejilla.





Las palabras subrayadas son participios y éstos se clasifican en regulares, cuando terminan en **ado** (**platicado**) e **ido** (**salido**), y en irregulares, cuando su terminación es **to** (**convicto**), **so** (**confeso**) y **cho** (**dicho**).

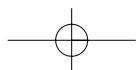
Los participios, tanto regulares como irregulares, cumplen las siguientes funciones:

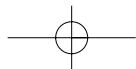
- a) Formar parte de los tiempos compuestos:  
Yo **he visto** cosas prodigiosas.
- b) Funcionar como sustantivo:  
El **escrito** estaba sobre la mesa.
- c) Funcionar como adjetivo:  
El hombre **atento** ayudó a un anciano.

La mayoría de los verbos tiene un participio regular, sin embargo, algunos tienen uno regular y otro irregular, como se puede observar en las listas siguientes:

#### Verbos con un participio irregular

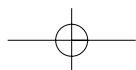
INFINITIVO	PARTICIPIO	INFINITIVO	PARTICIPIO
abrir	- abierto	imprimir	- impreso
cubrir	- cubierto	inscribir	- inscrito
decir	- dicho	morir	- muerto
describir	- descrito	romper	- roto
escribir	- escrito	ver	- visto
hacer	- hecho	volver	- vuelto

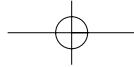




<b>Verbos con dos participios</b>		
<b>INFINITIVO</b>	<b>PARTICIPIO REGULAR</b>	<b>PARTICIPIO IRREGULAR</b>
absorber	absorbido	absorto
atender	atendido	atento
bendecir	bendecido	bendito
bienquerer	bienquerido	bienquisto
comprimir	comprimido	compreso
concluir	concluido	concluso
confesar	confesado	confeso
confundir	confundido	confuso
convencer	convencido	convicto
convertir	convertido	converso
corregir	corregido	correcto
corromper	corrompido	corrupto
despertar	despertado	despierto
difundir	difundido	difuso
elegir	elegido	electo
expresar	expresado	expreso
freír	freído	frito
hartar	hartado	harto
incluir	incluido	incluso
presumir	presumido	presunto

Generalmente, los verbos que tienen dos participios se utilizan de dos formas: el regular, para la formación de los tiempos compuestos, y el irregular, cuando se emplea como adjetivo.





Por ejemplo:

Joaquín **ha corregido** sus errores.  
verbo

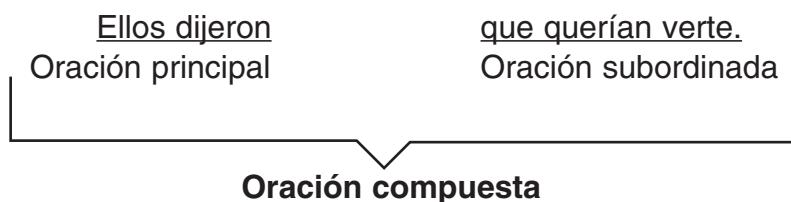
El es un hombre **correcto**.  
adjetivo

Aprender los participios irregulares permitirá que se empleen correctamente tanto en la lengua hablada como en la escrita.

## ORACIONES SUBORDINADAS

**Corresponde a la sesión de GA 4.81 COMO UN SOLO NOMBRE**

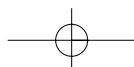
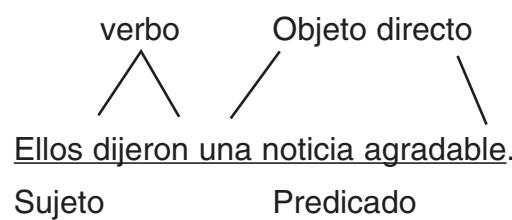
Al comunicarse, las personas utilizan diferentes tipos de oraciones, uno de ellos es la oración subordinada, cuya característica es que depende de una oración principal para su total comprensión.

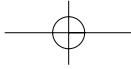


Una oración compuesta es similar a una oración simple en lo relativo a sus elementos: sujeto, verbo, modificadores (adjetivo, predicativo, objeto directo, indirecto, circunstancial). La peculiaridad de la oración compuesta consiste en que la oración subordinada puede ser sujeto, predicativo, adjetivo, objeto directo, indirecto o circunstancial.

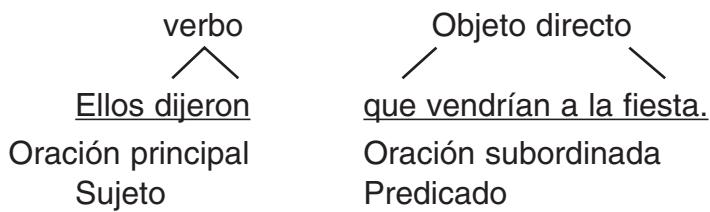
Ejemplo:

### Oración simple





## Oración compuesta



Las oraciones subordinadas sustantivas tienen las mismas funciones que el sustantivo en la oración simple, son sujeto, objeto directo, objeto indirecto y circunstancial.

A continuación se presentan algunas sugerencias para elaborar oraciones subordinadas sustantivas.

### 1) Subordinadas de sujeto

—Formular una oración que describa las características del sujeto (el que hable, el más alto, los que sepan, etcétera); agregar una oración principal adecuada al sujeto.

El que baile mejor irá a la fiesta.  
Oración subordinada de sujeto

Los que aprobaron que levanten la mano.  
Oración subordinada de sujeto

A fin de comprobar si las oraciones subordinadas son de sujeto, se formula la pregunta que se utiliza para localizar el sujeto. Ejemplo:

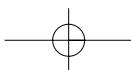
¿Quién irá a la fiesta? El que baile mejor.

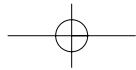
¿Quiénes levantarán la mano? Los que aprobaron.

Las respuestas son oraciones subordinadas sustantivas que realizan la función de sujeto.

### 2) Subordinadas de objeto directo

—Formular la oración principal con verbos transitivos, es decir, verbos cuya acción recae en una persona o cosa (creer, decir, desear, disponer,





oír, pensar, saber, soportar, etcétera); agregar el nexo *que* y una oración subordinada adecuada.

Deseo que vengas a verme.

nexo Oración subordinada de Objeto directo

Ellos creen que Luis ganará la carrera.

nexo O. subordinada de O. directo

Para comprobar si las oraciones subordinadas son de objeto directo, es necesario hacer la pregunta para localizar el objeto directo o sustituir la oración por el pronombre **lo**.

¿Qué deseo?	que vengas a verme
Sustitución	<b>Lo</b> deseo

¿Que creen?	que Luis ganará la carrera
Sustitución	<b>Lo</b> creen

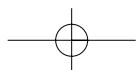
Las respuestas son oraciones subordinadas sustantivas que realizan la función de objeto directo.

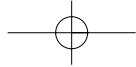
### 3) Subordinadas de objeto indirecto

—Formular la oración principal puede tener un complemento de objeto directo, agregar un nexo para objeto indirecto ( *a*, *para* ) y la oración subordinada apropiada.

Dirigió unas palabras a quien quisiera escucharlas  
nexo Oración Subordinada de Objeto indirecto

Representaba sus obras para quien apreciaba su arte  
nexo Oración subordinada de Objeto indirecto





Para comprobar si las oraciones subordinadas son de objeto indirecto, se puede formular la pregunta para localizar el objeto indirecto.

¿A quién dirigió unas palabras? A quien quisiera escucharlas.

¿Para quién representaba sus obras? Para quien apreciaba su arte.

Las respuestas son oraciones subordinadas sustantivas que realizan la función de objeto indirecto.

#### 4) Subordinadas de circunstancial

—Formular una oración principal con modificadores de objeto directo y objeto indirecto, o sin ellos, y agregar una oración subordinada que explique las circunstancias en que sucede la acción de lugar, el tiempo, la compañía, la finalidad. Algunos nexos pueden ser cuando, como, hasta, en, etcétera.

Las mujeres veían jugar a sus hijos hasta que el sol empezaba a ocultarse  
nexo O. subordinada circunstancial

La oración subordinada circunstancial no siempre se encuentra al final de la oración.

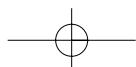
Hasta que el sol empezaba a ocultarse las mujeres veían jugar a sus hijos.  
O. subordinada circunstancial

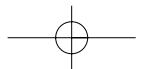
Para comprobar si se trata de una oración subordinada circunstancial hay que realizar la pregunta, en este caso refiriéndose al tiempo:

¿Hasta cuándo las mujeres veían jugar a sus hijos? Hasta que el sol empezaba a ocultarse.

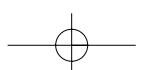
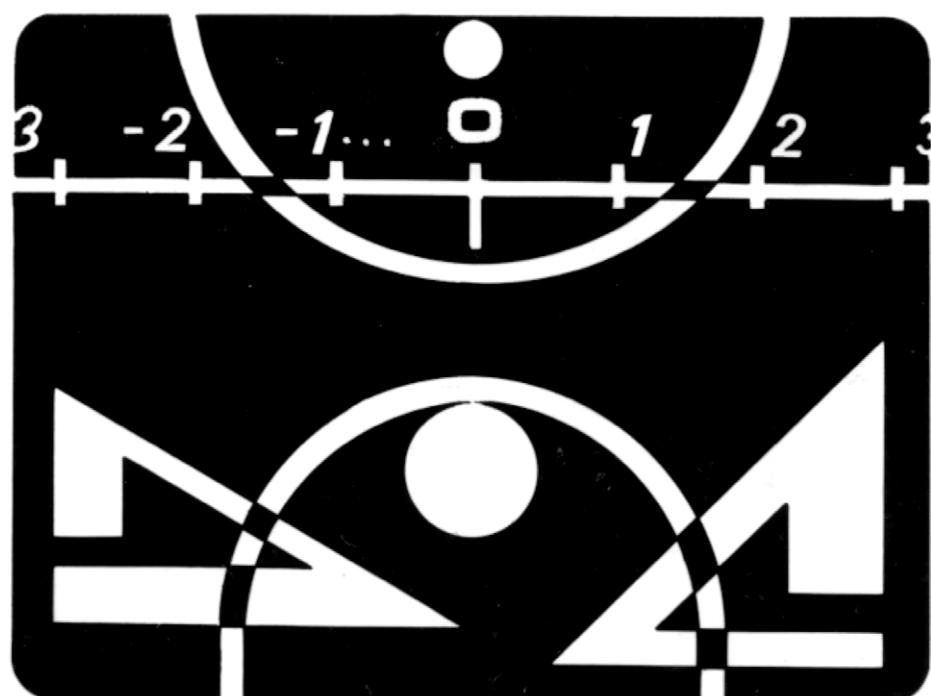
Las respuestas son una oración subordinada sustantiva con función de circunstancial.

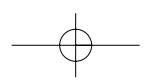
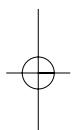
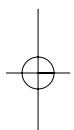
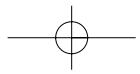
El manejo de oraciones simples y compuestas permite ampliar las posibilidades de expresión de las personas.

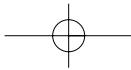




# MATEMATICAS







## EL CUADRADO DE UN BINOMIO

Corresponde a la sesión de GA 3.46 ¡POR FIN! ¿ES CUADRADO O NO?

La importancia de la matemática como ciencia deriva de su utilidad para comprender y resolver problemas que enfrentamos en la vida cotidiana.

Existen reglas y principios matemáticos que dan rigor a nuestros razonamientos, y son de gran ayuda en la búsqueda para encontrar caminos convenientes para vencer obstáculos. Por tanto, conociendo las características de un problema se puede encontrar una regla que nos permita resolverlo por simple inspección, es decir, sin realizar los pasos de la operación. Así, el cuadrado de un binomio puede ser resuelto por medio de una regla que nos permita obtener su resultado sin realizar toda la operación.

Un binomio es una expresión algebraica formada por dos términos, los cuales pueden tener signo igual o diferente. El elevar al cuadrado el binomio  $a + b$  equivale a multiplicar este binomio por sí mismo:

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b)$ . Si se realiza esta multiplicación se tiene:

$$\begin{array}{r} a + b \\ a + b \\ \hline a^2 + ab \\ \quad + ab + b^2 \\ \hline a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

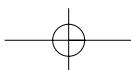
en donde se tiene que:

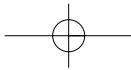
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

al elevar al cuadrado el binomio  $a - b$  se tiene que:

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b)$$

$$\begin{array}{r} a - b \\ a - b \\ \hline a^2 - ab \\ \quad - ab + b^2 \\ \hline a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$



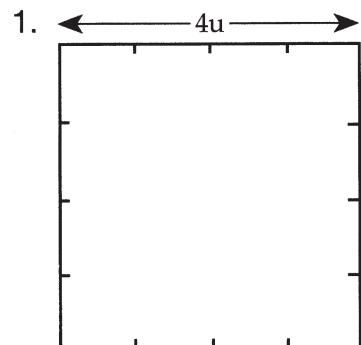


Considerando que **a** es el primer término y **b** el segundo; el resultado en los casos estudiados se puede generalizar en la siguiente regla:

El cuadrado de un binomio es igual al cuadrado del primer término más o menos, el doble producto del primer término por el segundo más el cuadrado del segundo.

Una forma sencilla para resolver un binomio al cuadrado de la forma  $(a + b)^2$ , es por medio de las siguientes consideraciones:

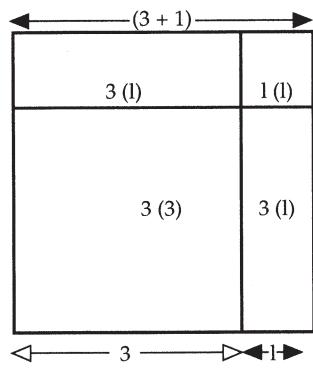
Obsérvese la siguiente figura:



Se sabe que el área de un cuadrado se obtiene elevando al cuadrado la medida del lado. Por lo que el área de esta figura es:

$$\ell^2 = A; \quad 4^2 = 16$$

2. Ahora obsérvese lo siguiente:



Se tiene entonces que el área de este cuadrado está dada por:

$(3 + 1)^2 = (3 + 1)(3 + 1)$ . Bien, aplicando la regla se obtiene:

$$\begin{aligned} (3+1)^2 &= 3(3) + 3(1) + 3(1) + 1(1) \\ &= 3^2 + 2(3)(1) + 1^2 \\ &= 9 + 6 + 1 \\ &= 16 \end{aligned}$$

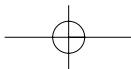
Los dos cuadrados anteriores tienen las mismas dimensiones, lo cual significa que sus áreas son de la misma medida:

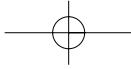
$$4^2 = 16$$

$$(3 + 1)^2 = 4^2$$

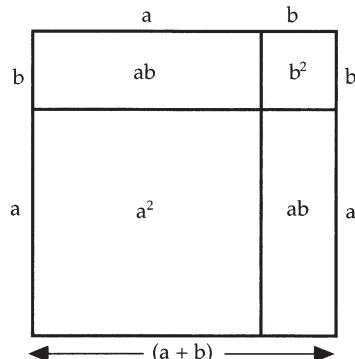
$$(3 + 1)^2 = 16$$

$$(3 + 1)^2 = 3^2 + 2(3)(1) + 1^2 = 9 + 6 + 1 = 16$$





La siguiente figura representa un caso general:



De acuerdo con los datos del lado del cuadrado y de acuerdo con el área del mismo, se puede expresar ésta así:

$$(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 \text{ o bien:}$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Obsérvese que esta expresión es similar a la que se obtuvo en la figura anterior, la cual es un trinomio cuyo primer término es el cuadrado de un número, el segundo es el doble del producto de dos números, y el tercero también es el cuadrado de un número; así se llega a la expresión que es la fórmula para calcular el cuadrado de un binomio. En general se puede afirmar que:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

### Ejemplos

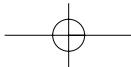
$$\begin{aligned} a) (2x + y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(y) + (y)^2 \\ &= 4x^2 + 2(2xy) + y^2 \\ &= 4x^2 + 4xy + y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) (3x^2 - 2y)^2 &= (3x^2)^2 + 2(3x^2)(-2y) + (-2y)^2 \\ &= 9x^4 + 2(-6x^2y) + (4y^2) \\ &= 9x^4 - 12x^2y + 4y^2 \end{aligned}$$

## PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CONJUGADOS

Corresponde a la sesión de GA 3.47 JUEGO CON DOS TERMINOS

La diversidad de los problemas con los que a diario nos encontramos presenta entre ellos distintos grados de complejidad. Para obtener de ellos la solución más adecuada a las necesidades se pretende siempre encontrar una forma sencilla que permita ahorrar pasos en la obtención del resultado buscado, sin



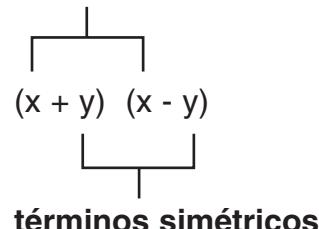
que por ello se pierda rigor y claridad en los fundamentos de la ciencia matemática.

Al igual que en el caso del cuadrado de un binomio resuelto por medio de una regla, el producto de dos binomios conjugados se puede resolver por el mismo procedimiento.

Antes de encontrar la regla que permita calcular el producto de binomios conjugados es necesario determinar las características de dicha expresión.

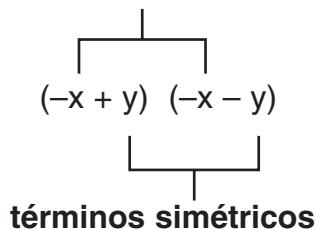
Los binomios conjugados tienen un término común que se identifica por llevar el mismo signo, mientras que los otros términos que llevan signos contrarios se les conoce como términos simétricos.

#### términos comunes

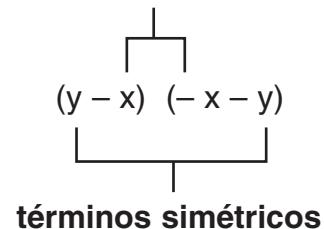


Otros ejemplos de binomios conjugados son:

#### términos comunes



#### términos comunes

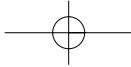


Ahora se procede a obtener el producto de estos binomios y reducir sus términos semejantes, así se tiene:

$$\begin{array}{r} x + y \\ x - y \\ \hline x^2 + xy \\ - xy - y^2 \\ \hline x^2 - y^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x + y \\ -x - y \\ \hline x^2 - xy \\ + xy - y^2 \\ \hline x^2 - y^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} y - x \\ -x - y \\ \hline -xy + x^2 \\ + xy - y^2 \\ \hline x^2 - y^2 \end{array}$$



Resolviendo los mismos productos en forma horizontal se tiene lo siguiente.

$$\begin{aligned}(x + y)(x - y) &= x(x - y) + y(x - y) \\&= x^2 - xy + yx - y^2 \\&= x^2 - y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(-x + y)(-x - y) &= -x(-x - y) + y(-x - y) \\&= x^2 + xy - yx - y^2 \\&= x^2 - y^2\end{aligned}$$

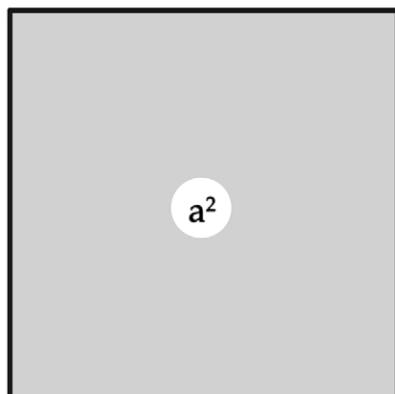
$$\begin{aligned}(y - x)(-x - y) &= y(-x - y) - x(-x - y) \\&= -yx - y^2 + x^2 + xy \\&= x^2 - y^2\end{aligned}$$

Analizando el resultado se puede deducir la regla que permite obtener el producto de dos binomios conjugados.

El producto de dos binomios conjugados es igual al cuadrado del término común menos el cuadrado del término simétrico.

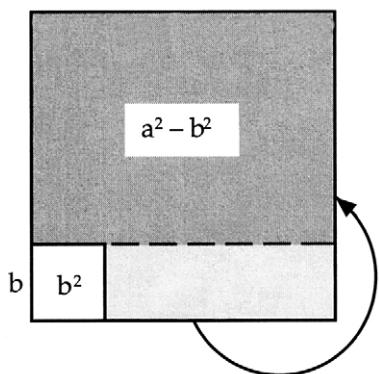
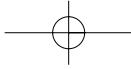
### Ejemplos

De manera similar a lo que se hizo en el cuadrado de un binomio, la siguiente secuencia gráfica permitirá obtener la forma en que se calcula el producto de binomios conjugados.



Como el área de un cuadrado es igual al cuadrado de la medida de su lado, entonces, el área de esta figura queda representada por  $a^2$  que es la parte sombreada de la figura.

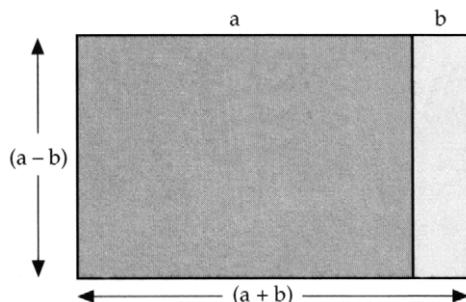
Si a esta área le quitamos un cuadrado menor, cuya medida de su lado sea  $b$ , se tiene:



Como al área mayor  $a^2$  se le quitó un cuadrado cuya área es  $b^2$ , entonces el área restante será:  $a^2 - b^2$

Como lo indica la flecha en la figura, hacemos un recorte del rectángulo que queda en la parte inferior y se coloca de la siguiente manera:

El nuevo rectángulo tiene como medida  $(a + b)$  y  $(a - b)$  de largo y ancho, respectivamente, por lo tanto, su área se puede representar como el producto  $(a + b)(a - b)$ ; pero este rectángulo resultó de la figura cuya área era:



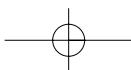
$$a^2 - b^2, \text{ entonces: } (a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

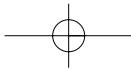
al reducir términos semejantes se tiene:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\begin{aligned} a) (2x + 3b)(2x - 3b) &= (2x)^2 - (3b)^2 \\ &= 4x^2 - 9b^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) (a^3 + 2b)(-2b + a^3) &= (a^3)^2 - (2b)^2 \\ &= a^6 - 4b^2 \end{aligned}$$





$$\begin{aligned}
 c) \left(-\frac{1}{2}m + n\right) \left(-n - \frac{1}{2}m\right) &= \left(-\frac{1}{2}m\right)^2 - (n)^2 \\
 &= \frac{1}{4}m^2 - n^2
 \end{aligned}$$

Este es otro caso en el cual se obtiene el resultado en forma clara y rápida de dos binomios conjugados.

## PRODUCTO DE DOS BINOMIOS CON TÉRMINO COMÚN

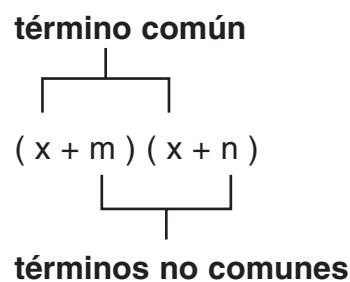
**Corresponde a la sesión de GA 3.48 UNA REPRODUCCIÓN NECESARIA**

En este siglo, la humanidad ha logrado grandes avances en la ciencia y la tecnología y, en buena medida, las matemáticas han contribuido a realizar esos logros.

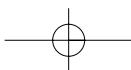
El dominio de la herramienta matemática ha incrementado la habilidad del hombre para resolver problemas, lo que ha dado como resultado cambios sustanciales en su desarrollo económico, social y cultural.

Los conocimientos adquiridos en las sesiones pasadas requieren de cierto dominio para el estudio del tema “producto de dos binomios con término común”. Este, al igual que los casos anteriores, tiene un tratamiento semejante en su resolución, mediante la aplicación de una regla.

Los binomios de la forma  $(x + m)(x + n)$  en donde “x” es el término común y **m** y **n** son los términos no comunes, se les conoce con el nombre de producto de binomios con un término común:



De forma algorítmica se resolverá el producto de dos binomios con término común, y después se deducirá su regla:



Obteniendo el producto de los siguientes binomios y reduciendo términos semejantes se tiene:

$$\begin{array}{r} x + 4 \\ x + 3 \\ \hline x^2 + 4x \\ \quad + 3x + 12 \\ \hline x^2 + 7x + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ x - 4 \\ \hline x^2 - 3x \\ \quad - 4x + 12 \\ \hline x^2 - 7x + 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ x + 4 \\ \hline x^2 - 3x \\ + 4x - 12 \\ \hline x^2 + x - 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + 3 \\ x - 4 \\ \hline x^2 + 3x \\ - 4x - 12 \\ \hline x^2 - x - 12 \end{array}$$

Ahora, tomamos un ejemplo ya resuelto  $(x + 4)(x + 3)$  para mostrar las características de estos binomios y encontrar la regla que permite realizar este producto sin necesidad de realizar el algoritmo.

$$\begin{aligned} \text{Así: } (x + 4)(x + 3) &= x(x + 3) + 4(x + 3) \\ &= x^2 + 3x + 4x + 12 \\ \text{semejantes, se tiene: } &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

## Reduciendo términos

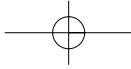
Del procedimiento anterior se observa que:

- a) Se obtiene el cuadrado del término común:  $x^2$
  - b) La suma de los términos no comunes ( $4 + 3$ ) multiplicada por el término común:  $7x$
  - c) El producto de los términos no comunes es  $(4)(3) = 12$

Al integrar los tres términos, el trinomio que se obtiene es:

$$(x + 4)(x + 3) = x^2 + 7x + 12$$
$$(x + 3)(x - 4)$$

- a) El cuadrado del término común:  $x^2$ .
  - b) La suma de los términos no comunes ( $3 - 4$ ) multiplicada por el término común:  $-x$ .



c) El producto de los términos no comunes es  $(3)(-4) = -12$

Integrando los tres términos, el trinomio que se obtiene es:

$$(x + 3)(x - 4) = x^2 - x - 12;$$

$$(x - 3)(x - 4)$$

a) El cuadrado del término común:  $x^2$

b) La suma de los términos no comunes  $(-3 - 4)$  multiplicada por el término común:  $-7x$

c) El producto de los términos no comunes  $(-3)(-4) = 12$

$$(x - 3)(x + 4)$$

a) El cuadrado del término común:  $x^2$

b) La suma de los términos no comunes  $(-3 + 4)$  multiplicada por el término común:  $x$

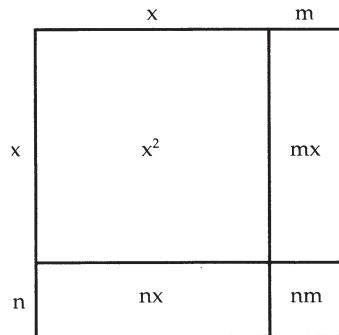
c) El producto de los términos no comunes  $(-3)(4) = -12$

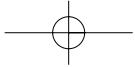
Ahora el trinomio que se obtiene es:  $x^2 + x - 12$

A continuación se obtendrá gráficamente el producto de dos binomios con un término común, ilustrándolo al igual que los anteriores por medio de áreas; con el propósito de encontrar la fórmula que ayude a resolver con mayor facilidad el producto que nos interesa encontrar.

Considérese un rectángulo, cuyas dimensiones son:

$$x + m \text{ y } x + n$$





El área de este rectángulo está dada por la expresión:

$$(x + m)(x + n)$$

al sumar las áreas parciales que lo integran, se obtiene:

$$x^2 + mx + nx + mn$$

Y como  $mx + nx = (m + n)x$ , se llega a:

$$x^2 + (m + n)x + mn$$

al igualar este resultado con la expresión  $(x + m)(x + n)$ , resulta que:

$$(x + m)(x + n) = x^2 + (m + n)x + mn$$

Al analizar el resultado se puede enunciar la regla del producto de dos binomios con término común: este es el cuadrado del término común, más o menos el producto de la suma de los términos no comunes por el común, más o menos el producto de los términos no comunes.

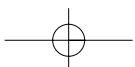
## EXTRACCIÓN DEL FACTOR COMÚN

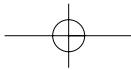
Corresponde a la sesión de GA 3.49 IDENTIFICALO EN TODOS

El proceso que consiste en encontrar varios números cuyo producto sea igual a un número dado se conoce con el nombre de factorización.

Por ejemplo, el 30 puede factorizarse de varias maneras:

$$\begin{aligned} 30 &= (6)(5) \\ 30 &= (2)(15) \\ 30 &= (2)(3)(5) \end{aligned}$$





Ya se han estudiado procesos para encontrar el producto de dos polinomios, ahora se analizará el problema inverso: conocido el polinomio, encontrar sus factores.

Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccc} 4x^2 + 16x + 15 & = & (2x + 5)(2x + 3) \\ \text{polinomio} & & \text{factores del polinomio} \end{array}$$

Para iniciar el estudio de la factorización de expresiones algebraicas se explicará el procedimiento mediante el cual se extrae el máximo factor común de un polinomio, y luego se factoriza.

El máximo factor común de un polinomio se forma con el máximo común divisor (MCD) de los coeficientes y las literales comunes de cada uno de los términos. Por ejemplo, en la expresión  $6x^3 + 3x^2 + 9x$ , 3 es el MCD de 6, 3 y 9 y  $x$  el factor común literal, entonces  $3x$  es el máximo factor común.

### Ejemplos

- a) Factorizar  $6a^4 + 36a^3 + 60a^2$  encontrando el máximo factor común.

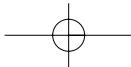
Se inicia el proceso encontrando el MCD de los coeficientes del polinomio:

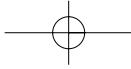
$$\begin{array}{r|rr} 6, 36, 60 & 2 \\ 3 \ 18 \ 30 & 3 \\ 1 \ 6 \ 10 & \end{array}$$

$$\text{El MCD } (6, 36, 60) = (2)(3) = 6$$

Para encontrar la literal común hay que observar cuál es común a cada uno de los términos y escoger la que tenga el mínimo exponente con que aparezca en el polinomio;  $a$  aparece en todos los términos y el exponente mínimo es 2, por lo tanto  $a^2$  es el factor común literal, y  $6a^2$  el máximo factor común del polinomio.

$$\begin{array}{l} 6a^4 + 36a^3 + 60a^2 = 6a^2( \quad ) \\ \qquad\qquad\qquad | \\ \qquad\qquad\qquad \text{máximo factor común} \end{array}$$





El otro factor se obtiene dividiendo cada uno de los términos del polinomio entre  $6a^2$ .

$$\frac{6a^4 + 36a^3 + 60a^2}{6a^2} = \frac{6a^4}{6a^2} + \frac{36a^3}{6a^2} + \frac{60a^2}{6a^2} = a^2 + 6a + 10$$

Por tanto, la factorización del polinomio queda así:

$$6a^4 + 36a^3 + 60a^2 = 6a^2(a^2 + 6a + 10)$$

Para comprobar el resultado se multiplica el factor común  $6a^2$  por cada uno de los términos del otro factor; el producto obtenido deberá ser igual al polinomio original.

$$6a^2(a^2 + 6a + 10) = 6a^4 + 36a^3 + 60a^2$$

\_\_\_\_\_

b) Factorizar  $18x^3y^3 + 24x^2y^4$

Se encuentra el MCD de 18 y 24

18, 24	2
9 12	3
3 4	

$$\text{El MCD (18, 24)} = (2)(3) = 6$$

Las letras **x** y **y** aparecen en todos los términos y los exponentes mínimos son 2 y 3 respectivamente; por tanto  $6x^2y^3$  es el máximo factor común.

El otro factor se obtiene de dividir  $18x^3y^3 + 24x^2y^4$  entre el factor común.

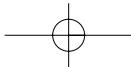
$$\frac{18x^3y^3 + 24x^2y^4}{6x^2y^3} = \frac{18x^3y^3}{6x^2y^3} + \frac{24x^2y^4}{6x^2y^3} = 3x + 4y$$

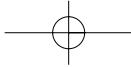
La factorización queda así:

$$18x^3y^3 + 24x^2y^4 = 6x^2y^3(3x + 4y)$$

Comprobación:

$$6x^2y^3(3x + 4y) = 18x^3y^3 + 24x^2y^4$$





Para concluir, se puede afirmar que para factorizar un polinomio por un factor común se procede así:

- 1o. Se obtiene el máximo factor común de los términos del polinomio.
- 2o. Se divide todo el polinomio entre el factor común obtenido.

## **COMPLETAR EXPRESIONES DE LA FORMA $x^2 + bx = c$ A TRINOMIO CUADRADO PERFECTO**

**Corresponde a la sesión de GA 3.50 PERFECTO ES MEJOR**

Recuérdese que el cuadrado de un binomio es igual al cuadrado del primer término, **más** o **menos** el doble producto del primer término por el segundo, **más** el cuadrado del segundo, esto es:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Al producto que se obtiene al elevar un binomio al cuadrado se le conoce como **trinomio cuadrado perfecto**, dicho trinomio tiene las siguientes características:

- a) Consta de tres términos.
- b) De dichos términos, dos son cuadrados, es decir, tienen raíz cuadrada exacta.
- c) El otro término es el doble del producto de las raíces de los términos cuadráticos.

### **Ejemplo**

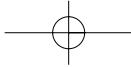
$$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4,$$

de donde  $x^2$  y 4 son términos cuadrados, ya que ambos tienen raíz cuadrada exacta.

$$\sqrt{x^2} = x \qquad \qquad \sqrt{4} = 2$$

y el término  $4x$  es el doble producto de las raíces cuadradas anteriores:

$$4x = 2(x)(2)$$



El conocimiento de las características de un trinomio cuadrado perfecto es esencial por la utilidad que tiene esta expresión en la resolución de ecuaciones de segundo grado que se verán más adelante.

Por ello es conveniente que expresiones como  $x^2 + 6x = 5$  o  $x^2 - 7x = 3$ , que no son trinomios cuadrados perfectos, se representen como trinomios cuadrados perfectos para simplificar su manejo.

Véase la manera en que se completa un trinomio cuadrado perfecto a partir de la expresión:

$$x^2 + 6x = 5$$

- a) Considérese el primer miembro de la igualdad en el cual se completará el trinomio cuadrado perfecto. En este miembro se tiene un término elevado al cuadrado:  $x^2$
- b) El término  $6x$  se considera como el resultado del **doble** producto de la raíz cuadrada de  $x^2$  y de la raíz cuadrada del tercer término, por lo que para encontrar este último se divide entre  **$2x$**  el término  **$6x$** , y el resultado obtenido se eleva al cuadrado:

$$\frac{6x}{2x} = 3; 3^2 = 9$$

- c) El número obtenido es el término faltante, el cual se agrega tanto en el primero como en el segundo miembro de la igualdad para que ésta se mantenga:

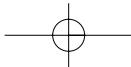
$$x^2 + 6x + 9 = 5 + 9$$

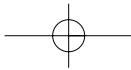
Nótese que en el primer miembro se completó un trinomio cuadrado perfecto, pues se observan dos términos cuadráticos ( $x^2$  y 9), y otro ( $6x$ ), que es el doble producto de las raíces cuadradas de esos dos términos.

Póngase atención en el siguiente ejemplo.

Completar el trinomio cuadrado perfecto en la expresión  $x^2 - 7x = 3$ .

- a) En el primer miembro de la igualdad se tiene un término cuadrático:  $x^2$





- b) El término  $-7x$  es el resultado del **doble** producto de la raíz cuadrada de  $x^2$  y de la raíz cuadrada del tercer término, por lo que para encontrar a este último se divide entre  $2x$  el término  $-7x$  y el resultado obtenido se eleva al cuadrado:

$$x^2 - 7x = 3$$

$$\frac{-7x}{2x} = -\frac{7}{2} \longrightarrow \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

- c) El número obtenido es el término faltante, el cual se agrega a ambos miembros de la igualdad para que ésta se mantenga:

$$x^2 - 7x + \frac{49}{4} = 3 + \frac{49}{4}$$

Obsérvese que en el primer miembro se ha completado el trinomio cuadrado perfecto.

## COMPLETAR EXPRESIONES DE LA FORMA $ax^2 + bx = c$ A TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Corresponde a la sesión de GA 3.51 BUSCA LA PERFECCIÓN

En el tema anterior se mostró la manera en que se completa un trinomio cuadrado perfecto dada una expresión de la forma  $x^2 + bx = c$ , donde el coeficiente del término cuadrático era igual a 1.

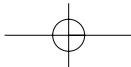
Ahora se verá cómo completar un trinomio cuadrado perfecto a partir de una expresión de la forma  $ax^2 + bx = c$ , donde el coeficiente del término cuadrático sea distinto de 1.

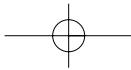
Obsérvese con atención el siguiente ejemplo:

Dada la expresión  $9x^2 + 24x = 20$ , completar el trinomio cuadrado perfecto.

- a) Considérese el primer miembro de la igualdad para completar el trinomio cuadrado perfecto. En este caso se tiene un término cuadrático que tiene raíz cuadrada exacta:

$$\sqrt{9x^2} = 3x$$





- b) En ese mismo miembro, el término  $24x$  es el **doble** producto de la raíz cuadrada anterior y de la raíz cuadrada del tercer término, por lo que para obtener este último se divide  $24x$  entre  $2(3x)$  y el resultado se eleva al cuadrado, esto es:

$$\frac{24x}{2(3x)} = \frac{24x}{6x} = 4$$

$$4^2 = 16$$

- c) El número obtenido es el término faltante, el cual se agrega a ambos miembros de la igualdad para que ésta se mantenga:

$$9x^2 + 24x + 16 = 36$$

Obsérvese que en el primer miembro se completó el trinomio cuadrado perfecto, ya que se tienen dos términos cuadrados ( $9x^2$  y  $16$ ) y el término ( $24x$ ) es el doble producto de las raíces cuadradas de los dos primeros.

## FACTORIZACIÓN DEL TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Corresponde a la sesión de GA 3.52 ¿DE DÓNDE VIENE?

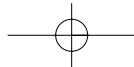
Un trinomio cuadrado perfecto es el resultado de elevar un binomio al cuadrado. Para identificarlo se ve si dos de sus términos son cuadrados perfectos y si el otro corresponde al doble producto de las raíces cuadradas de ambos.

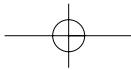
### Ejemplo

$x^2 + 2xy + y^2$  es trinomio cuadrado perfecto (T.C.P.) porque  $x^2$ ,  $y^2$  son cuadrados perfectos y  $2xy$  es el doble producto de las raíces de los primeros.

Una vez que se ha identificado un T.C.P., se puede proceder a factorizarlo, estableciendo la relación que hay entre él y el binomio que lo origina; obsérvese:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$





Se puede ver que un binomio elevado al cuadrado tiene por resultado un T.C.P.; entonces, al factorizar un T.C.P. se obtendrá un binomio al cuadrado. Para obtener ese binomio se extrae la raíz cuadrada a los términos cuadráticos del T.C.P. y se separan con el signo que tenga el doble producto, esto es:

$$\begin{array}{c} \boxed{a^2 - 2ab + b^2} = (a - b)^2 \\ \sqrt{a^2} = a \quad | \\ \sqrt{b^2} = b \end{array}$$

Obsérvese cómo se factoriza la siguiente expresión:

$$9x^2 + 12xy + 4y^2$$

Nótese que es un T.C.P., ya que tiene dos términos cuadráticos ( $9x^2$ ,  $4y^2$ ) y el otro término ( $12xy$ ) es el doble producto de las raíces de los primeros. Entonces, para factorizarlo se obtienen las raíces cuadradas de los términos cuadráticos y se separan por el signo que tiene  $12xy$ , en este caso, +.

$$9x^2 + 12xy + 4y^2 = (3x + 2y)^2$$

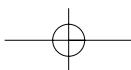
En síntesis, se puede decir que:

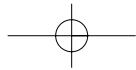
Para factorizar un trinomio cuadrado perfecto, se extrae la raíz cuadrada de los términos cuadráticos, los cuales se relacionan con el signo del término que representa el doble producto de ambas raíces para formar un binomio y éste se eleva al cuadrado.

## FACTORIZACIÓN DE UNA DIFERENCIA DE CUADRADOS

Corresponde a la sesión de GA 3.53 UNO MAS Y OTRO MENOS

Recuérdese que todo producto de la forma  $(a + b)(a - b)$  recibe el nombre de producto de binomios conjugados, y su resultado es una diferencia de cuadrados.





binomios conjugados      diferencia de cuadrados

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

\_\_\_\_\_ | \_\_\_\_\_  
 | | | |  
 término común      términos simétricos

Por la propiedad simétrica de la igualdad  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$  es equivalente a  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ; de donde se deduce que la factorización de una diferencia de cuadrados es el producto de binomios conjugados.

diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

| | | |  
 minuendo      sustraendo      término común      términos simétricos

Obsérvese que el término común ( $a$ ) de los binomios conjugados es la raíz cuadrada del minuendo de la diferencia de cuadrados, y los términos simétricos, la raíz cuadrada del sustraendo.

### Ejemplos

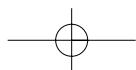
a) Factorizar  $x^2 - 9$

La raíz cuadrada del minuendo  $x^2$  es  $x$

La raíz cuadrada del sustraendo 9 es 3

Entonces:

$$\begin{aligned} \sqrt{9} &= 3 & & \\ x^2 - 9 &= (x + 3)(x - 3) & & \\ \sqrt{x^2} &= x & & \end{aligned}$$



b) Factorizar  $16x^2 - \frac{4}{25} =$

La raíz cuadrada del minuendo  $16x^2$  es  $4x$

La raíz cuadrada del sustraendo  $\frac{4}{25}$  es  $\frac{2}{5}$

Entonces:

$$\begin{array}{c} \sqrt{\frac{4}{25}} \text{ es } \frac{2}{5} \\ | \\ 16x^2 - \frac{4}{25} = (4x + \frac{2}{5})(4x - \frac{2}{5}) \\ | \qquad | \\ \sqrt{16x^2} = 4x \end{array}$$

Los factores de una diferencia de cuadrados son dos binomios conjugados, en los que el término común es la raíz cuadrada del minuendo y los términos simétricos tienen por valor absoluto la raíz cuadrada del sustraendo.

## FACTORIZACIÓN DE TRINOMIOS DE LA FORMA $x^2 + (a + b)x + ab$

Corresponde a la sesión de GA 3.54 SE ENCUENTRA ENSAYANDO

Recuérdese que todo producto de binomios de la forma  $(x + a)(x + b)$ , con  $a \neq b$ , recibe el nombre de producto de binomios con un término común, donde  $x$  es llamado término común y  $a$  y  $b$  términos diferentes.

Su resultado es el cuadrado del término común, más o menos la suma algebraica de los términos diferentes multiplicada por el término común, más o menos el producto algebraico de los términos diferentes.

$$\begin{array}{ccc} & \text{términos} & \\ & \text{diferentes} & \\ (x + a) & & (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab \\ & \text{término común} & \end{array}$$



La expresión de la forma  $x^2 + (a + b)x + ab$  recibe el nombre de trinomio de segundo grado.

Por la propiedad simétrica, los miembros de una igualdad pueden permutar sus lugares, entonces:

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$  puede expresarse también como:

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

De donde se puede afirmar que la factorización de un trinomio de la forma  $x^2 + (a + b)x + ab$  es el producto de dos binomios con término común  $(x + a)(x + b)$ .

Obsérvese que el término común de los binomios es la raíz cuadrada del término cuadrático ( $x^2$ ) del trinomio de segundo grado, y los términos diferentes son factores del término numérico **ab**, y que sumados representan el coeficiente ( $a + b$ ) del término de primer grado.

### Ejemplos

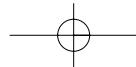
a) Factorizar  $x^2 + 6x + 8$

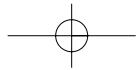
La raíz cuadrada del término cuadrado ( $x^2$ ) es  $\sqrt{x^2} = x$

El término numérico o independiente es 8; 2 y 4 son dos factores de él cuya suma da el coeficiente del término de primer grado (x).

Entonces la factorización queda así:

$$\begin{array}{c} x^2 = x \quad | \\ | \\ x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4) \\ | \quad | \\ 8 = (2)(4) \\ 6 = (2) + (4) \end{array}$$





b) Factorizar  $x^2 - 2x - 15$

La raíz cuadrada del término cuadrado ( $x^2$ ) es:  $\sqrt{x^2} = x$

El término numérico o independiente es  $-15$ , y los factores de él cuya suma da el coeficiente del término de primer grado ( $x$ ) son  $-5$  y  $3$ .

Entonces la factorización queda así:

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2} &= x && | \\ x^2 - 2x - 15 &= (x - 5)(x + 3) && | \\ && \quad | \quad | \\ & \quad -15 = (-5)(3) && | \\ & \quad -2 = (-5) + (3) && |\end{aligned}$$

De los ejemplos anteriores se concluye que los factores de un trinomio de segundo grado de la forma  $x^2 + (a + b)x + ab$  son dos binomios con un término común, el cual se obtiene de la raíz cuadrada del término cuadrático, y los términos no comunes son aquellos números cuya suma es el coeficiente del término de primer grado y cuyo producto es igual al término independiente.

La factorización estudiada en esta sesión es útil para resolver situaciones como la siguiente:

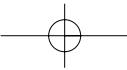
Expresa las dimensiones del largo y el ancho de un rectángulo, cuya área se expresa con el polinomio  $x^2 + 5x + 4$ .

$x^2 + 5x + 4$

Para su resolución es necesario encontrar los factores de  $x^2 + 5x + 4$ .

$$x^2 + 5x + 4 = (x + 4)(x + 1)$$

Por tanto: largo = (  $x + 4$  ) y ancho (  $x + 1$  )



## FRACCIONES ALGEBRAICAS, CONCEPTO Y EQUIVALENCIA

Corresponde a la sesión de GA 3.55 ¡LO QUE NOS FALTABA!

Una fracción es la comparación de dos números mediante la división. Por ejemplo, si **a** es el dividendo y **b** es el divisor diferente de cero, el cociente de **a** y **b** se representa con la fracción  $\frac{a}{b}$ , recibiendo **a** el nombre de numerador y **b** el de denominador.

Las fracciones algebraicas son las expresiones que se pueden escribir como el cociente de dos polinomios.

Ejemplos de fracciones algebraicas:

$$\frac{3x^2}{2}, \frac{4x^4}{2x}, \frac{mn}{n}, \frac{3x^2 + 6x}{3x}, \frac{xy}{x^3y^2}$$

Dos fracciones algebraicas son **equivalentes** cuando el numerador del primero, multiplicado por el denominador del segundo, es igual al producto del numerador del segundo por el denominador del primero.

Por ejemplo:

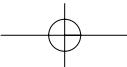
$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} \text{ porque } 2 \times 6 = 3 \times 4$$

En las siguientes fracciones algebraicas, obsérvese que si se multiplica el numerador de  $\frac{2x}{5y}$  por el denominador de  $\frac{6x}{15y}$ , es decir  $(2x)(15y)$  y el numerador de  $\frac{6x}{15y}$  por el denominador de  $\frac{2x}{5y}$ , o sea  $(6x)(5y)$ , se obtienen dos productos iguales.

Por ello:

$$\frac{2x}{5y} = \frac{6x}{15y}, \text{ porque } (2x)(15y) = (6x)(5y)$$

$30xy = 30xy$





Por tanto, las fracciones algebraicas  $\frac{2x}{5y}$  y  $\frac{6x}{15y}$  son equivalentes.

Dos fracciones algebraicas  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  son equivalentes si, y sólo si,  
 **$ad = bc$** , siendo **b** y **d** distintos de cero.

**Ejemplos:**

1.  $\frac{3x}{2a}$  y  $\frac{6x}{4a}$  son equivalentes, porque  $(3x)(4a) = (6x)(2a)$

$$12ax = 12ax$$

2.  $\frac{4m^3}{2x}$  y  $\frac{20m^3}{10x}$  son equivalentes, porque  $(4m^3)(10x) = (20m^3)(2x)$

$$40m^3x = 40m^3x$$

3.  $\frac{x^2}{zw}$  y  $\frac{4x^2}{4zw}$  son equivalentes, porque  $(x^2)(4zw) = (4x^2)(zw)$

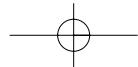
$$4x^2zw = 4x^2zw$$

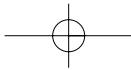
4.  $\frac{5a(x+y)^3}{a^2(x+y)^2}$  y  $\frac{5(x+y)}{a}$  son equivalentes, porque

$$a[5a(x+y)^3] = a^2(x+y)^2 [5(x+y)]$$

$$5a^2(x+y)^3 = 5a^2(x+y)^3$$

Dos fracciones algebraicas son equivalentes cuando son iguales los productos cruzados de sus términos.





## FRACCIONES ALGEBRAICAS SIMPLES

Corresponde a la sesión de GA 3.56 DIETA

La simplificación de fracciones algebraicas se realiza aplicando, correctamente, las leyes de los exponentes y las propiedades de las operaciones con números fraccionarios.

En todos los casos se considera que la expresión que figura como divisor representa un número distinto de cero.

Simplificar una fracción común es transformarla en otra equivalente que tenga sus términos más sencillos.

La simplificación de una fracción común es posible si su numerador y denominador son divisibles entre un mismo número.

De acuerdo con lo anterior, para simplificar una fracción algebraica, cuyos términos sean monomios, se aplican los criterios de divisibilidad en los coeficientes del numerador y denominador de la fracción algebraica. A continuación del coeficiente obtenido se factorizan las literales en ambos elementos de la fracción, según el exponente de la literal, y se simplifica aplicando la propiedad cancelativa.

### Ejemplo

Simplificar a su mínima expresión las fracciones algebraicas siguientes:

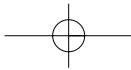
1.  $\frac{4a^2}{8a} = \frac{4a}{8}$  Aplicando el criterio de divisibilidad entre 4 y simplificando las literales, resulta:

$$\frac{4a^2}{8a} = \frac{1a}{2} = \frac{a}{2}$$

En caso de que el coeficiente sea 1 no se escribe junto a la parte literal.

2.  $\frac{5y^3}{10y^2} = \frac{5yy^2}{10yy}$  Aplicando el criterio de divisibilidad entre 5 y simplificando las literales, resulta:

$$\frac{1y}{2} = \frac{y}{2}$$



3.  $\frac{15a}{25a^2} = \frac{15a}{25a^2}$  Aplicando el criterio de divisibilidad entre 5, y simplificando las literales, resulta:

$$\frac{3}{5a} = \frac{3}{5a}$$

4.  $\frac{9m^3n^2}{15m^2n^4} = \frac{9m^3n^2}{15m^2n^4}$  Aplicando el criterio de divisibilidad entre 3, y simplificando las literales, resulta:

$$\frac{3m}{5nn} = \frac{3m}{5n^2}$$

5.  $\frac{18b^4c^3}{6b^5c^2} = \frac{18b^4c^3}{6b^5c^2}$  Aplicando los criterios de divisibilidad entre 6 y simplificando las literales, resulta:

$$\frac{3c}{1b} = \frac{3c}{b}$$

6.  $\frac{3x^3y^2}{5xy^4} = \frac{3x^3y^2}{5xy^4}$  En este caso, no se puede aplicar ningún criterio de divisibilidad en los coeficientes, porque están en su mínima expresión. Por lo tanto sólo se pueden simplificar las literales; de esta manera resulta:

$$\frac{3xx}{5yy} = \frac{3x^2}{5y^2}$$

De acuerdo con lo anterior, el proceso de simplificar una fracción algebraica hasta hacerla irreducible es uno de los procesos para encontrar una fracción algebraica equivalente.

## MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

**Corresponde a la sesión de GA 3.57 EL TODO POR EL TODO**

La multiplicación de fracciones comunes se obtiene multiplicando entre sí los numeradores y los denominadores, dando como resultado otra fracción común formada por los productos obtenidos.



De la misma forma, el producto de dos fracciones algebraicas es también una fracción algebraica, cuyo numerador corresponde al producto de los numeradores, y el denominador al producto de los denominadores de las fracciones propuestas. Es decir:

Si  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{b}{d}$  son dos fracciones algebraicas, entonces:

$$\left(\frac{a}{b}\right) \left(\frac{b}{d}\right) = \frac{ac}{bd}$$

Para la solución práctica de estas operaciones se deben factorizar las expresiones que aparezcan en los numeradores y en los denominadores. Luego, indicar los productos correspondientes y, finalmente, se harán todas las simplificaciones posibles para llegar a su mínima expresión.

### Ejemplos

$$1. \left[ \frac{3x^2}{4y} \right] \left[ \frac{2y}{3x^3} \right] = \frac{(2)(3)(x^2)(y)}{(4)(3)(y)(x^3)} = \frac{6x^2y}{12yx^3} \quad \text{Este resultado se puede simplificar a su mínima expresión aplicando los aspectos que se mencionaron en el tema anterior.}$$

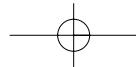
$$\text{Por tanto resulta: } \frac{6x^2y}{12yx^3} = \frac{1}{2x}$$

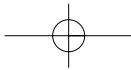
$$2. \frac{3(a+b)^3}{(a+b)^2} = \frac{3(a+b)^2(a+b)}{(a+b)^2} \quad \text{simplificando, resulta: } = 3(a+b)$$

$$3. \left[ \frac{a+1}{a-8} \right] \left[ \frac{5(a-8)}{a-1} \right] = \frac{5(a-8)(a+1)}{(a-8)(a+1)} \quad \text{simplificando, resulta: } = 5$$

$$4. \left[ \frac{8a^3}{4b} \right] \left[ \frac{2a^2}{3b^3} \right] = \frac{(8)(2)(a^3)(a^2)}{(4)(3)(b)(b^3)} = \frac{16a^5}{12b^4} \quad \text{simplificando, resulta: }$$

$$= \frac{8a^5}{6b^4} = \frac{4a^5}{3b^4}$$





$$5. \left[ \frac{4abc}{5a} \right] \left[ \frac{2a^2b^3c}{3c} \right] = \frac{(4)(2)(a)(a^2)(b)(b^3)(c)(c)}{(5)(3)(a)(c)} \text{ simplificando, resulta:}$$

$$\frac{8a^3b^4c^2}{15ac} = \frac{8a^2b^4c}{15}$$

Muchas veces no es necesario factorizar para llegar a encontrar su mínima expresión, porque se puede hacer de una manera mental y recordando las leyes de los exponentes.

## DIVISIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

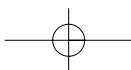
Corresponde a la sesión de GA 3.58 PRODUCTO CRUZADO

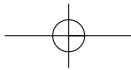
Para comprender el algoritmo de la división con fracciones algebraicas es conveniente recordar cómo se utiliza y efectúa la división con fracciones comunes, en la cual se emplea el recíproco de un número.

### Ejemplos

Número		Recíproco
$\frac{2}{6}$	Se intercambia el numerador y el denominador.	$\frac{6}{2}$
$9, \frac{9}{1}$	Se escribe como fracción. Se intercambia el numerador y el denominador.	$\frac{1}{9}$
$1 \frac{2}{3}$	Se escribe como fracción.	$\frac{5}{3}$
$\frac{5}{3}$	Se intercambia el numerador y el denominador.	$\frac{3}{5}$

Con un bote de loción de  $1 \frac{2}{3} \ell$  se llenan frascos con  $\frac{2}{6} \ell$ .





¿Cuántos frascos se podrán llenar con la loción?

Los datos  $1 \frac{2}{3}$  y  $\frac{2}{6}$  se dividen:

	<b>dividendo</b>	<b>divisor</b>	
	$1 \frac{2}{3}$	$\div$	$\frac{2}{6} =$
El número mixto se convierte en fracción común para tener una <b>división de fracciones comunes</b> .	$\frac{5}{3}$	$\div$	$\frac{2}{6} =$
1. El dividendo se multiplica por el recíproco del divisor.	$\frac{5}{3} \cdot \frac{6}{2} = \frac{30}{6}$		
2. Se obtiene el cociente.			$= \frac{5}{1} = 5$

Resultado:

**Se pueden llenar 5 frascos.**

Obsérvese la operación:

$$\frac{5}{3} \div \frac{2}{6} = \frac{30}{6}$$

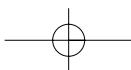
Puede notarse que al efectuar **productos cruzados** se abrevia el procedimiento, al no registrar la multiplicación del dividendo por el recíproco del divisor y al escribir sólo el resultado.

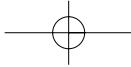
#### Algoritmo o procedimiento de la división de fracciones algebraicas

- 1o.** Se multiplica la primera fracción por la recíproca de la segunda fracción que significa lo mismo que obtener:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

↑                   ↓  
Recíproco





el producto cruzado del numerador del dividendo por el denominador del divisor y el denominador del dividendo por el numerador del divisor

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

- 2o.** Después de efectuada la división se simplifica la fracción obtenida como cociente, factorizando y cancelando términos comunes.

### Ejemplo 1

- 1o.** Se multiplica por el recíproco

$$\frac{5w^2xy^5}{2wx^2y^3} \div \frac{10w^3xy}{6wx^2y^3} = \frac{5w^2xy^5}{2wx^2y^3} \cdot \frac{6wx^2y^3}{10w^3xy}$$

- 2o.** Para simplificar se factoriza, se simplifica y se aplica la segunda ley de los exponentes

$$= \frac{30w^3x^3y^8}{20w^4x^3y^4} = \frac{10(3)w^5x^3y^8}{10(2)w^4x^5y^4} = \frac{3y^4}{2w}$$

### Ejemplo 2

- 1o.** Se multiplica por el recíproco

$$\frac{4}{10x^2} \div \frac{7}{15x} = \frac{4}{10x^2} \cdot \frac{15x}{7} = \frac{60x}{70x^2}$$

- 2o.** Se factoriza y se cancelan términos

$$= \frac{(10x)6}{(10x)7x}$$

$$= \frac{6}{7x}$$

### Ejemplo 3

- 1o.** Se multiplica por el recíproco

$$\frac{(x^2 - 9)}{x + 4} \div \frac{x^2 + 6x + 9}{2(x + 3)} =$$

$$\frac{x^2 - 9}{x + 4} \cdot \frac{2(x + 3)}{x^2 + 6x + 9} =$$

- 2o.** Se simplifica factorizando la diferencia de cuadrados y el trinomio cuadrado perfecto

$$\frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 4} \cdot \frac{2(x + 3)}{(x + 3)(x + 3)} =$$



Se cancelan términos comunes

$$\frac{2(x - 3)}{x + 4}$$

Como se ha podido observar, en la división de fracciones algebraicas se aplican conocimientos como: la división de fracciones, las leyes de los exponentes, la simplificación, la factorización y la propiedad cancelativa. Por lo que estos temas deben dominarse para poder efectuar la división de fracciones algebraicas correctamente.

## ADICIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS I

Corresponde a la sesión de GA 3.59 LETRAS MAS...

Las fracciones algebraicas en sus términos tienen una parte literal, por ejemplo:

$$\frac{3x}{2y}, \quad \frac{5ab}{6a}, \quad \frac{(4x + 2)}{x + y}$$

Este tipo de fracciones, al igual que las fracciones comunes, se pueden sumar o restar.

Obsérvese las siguientes adiciones y sustracciones de fracciones comunes:

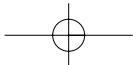
$$a) \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$$

$$b) \frac{15}{9} + \frac{7}{9} - \frac{8}{9} = \frac{15+7-8}{9} = \frac{14}{9}$$

$$c) \frac{9}{6} - \left( \frac{7}{6} \right) = \frac{9-(-7)}{6} = \frac{9+7}{6} = \frac{16}{6}$$

$$d) \frac{5}{8} - \left( \frac{+3}{8} \right) = \frac{5-(+3)}{8} = \frac{5-3}{8} = \frac{2}{8}$$

Puede notarse que en cada adición y sustracción las fracciones tienen el mismo denominador o denominador común.





Además, que la suma de dos o más fracciones con el mismo denominador es una fracción que tiene como numerador la suma de los numeradores, y como denominador el denominador común de las fracciones.

Por otra parte, la resta de las fracciones es otra fracción cuyo numerador es la diferencia de los numeradores y el denominador es el denominador común de las fracciones.

El algoritmo de la adición y el de la sustracción de fracciones comunes es similar para la adición y sustracción de fracciones algebraicas.

### Ejemplos

$$\text{a) } \frac{2x}{x-y} + \frac{6y}{x-y} = \frac{2x + 6y}{x-y}$$

Las dos fracciones sumadas tienen el mismo denominador  $x - y$ ; por tanto, el resultado es la fracción cuyo numerador es la suma de  **$2x + 6y$**  y el denominador es  **$x - y$** .

$$\text{b) } \frac{2x}{x-4} + \frac{3x}{x-4} - \frac{4x}{x-4} = \frac{2x + 3x - 4x}{x-4}$$

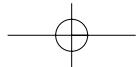
Las tres fracciones tienen como denominador a  **$x - 4$** , por tanto sus numeradores  $2x, 3x - 4x$  se suman. En este caso como los numeradores son términos semejantes también se reducen:

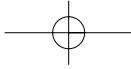
$$\frac{2x}{x-4} + \frac{3x}{x-4} - \frac{4x}{x-4} = \frac{2x + 3x - 4x}{x-4} = \frac{2x}{x-4}$$

$$\text{c) } \frac{7a-3}{b+c} - \frac{2a+8}{b+c} = \frac{(7a-3) - (2a+8)}{b+c}$$

En este caso se tiene en el numerador una resta de polinomios; por tanto, al primero se le suma el inverso aditivo del segundo polinomio, esto es:

$$\frac{7a-3}{b+c} - \frac{2a+8}{b+c} = \frac{(7a-3) - (2a+8)}{b+c}$$





(Los signos de cada término del sustraendo cambiaron)  $= \frac{(7a - 3) + (-2a - 8)}{b + c}$

Se reducen términos semejantes  $= \frac{7a - 3 - 2a - 8}{b + c}$

$= \frac{5a - 11}{b + c}$

Concluyendo, se puede afirmar que:

La suma y resta de fracciones algebraicas con denominador común se obtiene con el siguiente procedimiento:

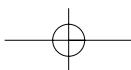
1. El numerador se obtiene con la suma o resta algebraica de los numeradores.
  - a) Si la suma tiene términos semejantes, éstos se reducen.
  - b) Si se obtiene una adición o sustracción de polinomios, ésta debe efectuarse.
2. El denominador es el denominador común de las fracciones.

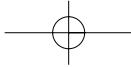
### Ejemplo

$$\frac{p + r^2}{p + q} + \frac{3p + r^2}{p + q} - \frac{2p - 3r^2}{p + q} = \frac{(p + r^2) + (3p + r^2) - (2p - 3r^2)}{p + q}$$

Se efectúa la adición y sustracción de polinomios.  $= \frac{p + r^2 + 3p + r^2 - 2p + 3r^2}{p + q}$

Se reducen términos semejantes.  $= \frac{2p + 5r^2}{p+q}$





También es importante hacer notar que hay ocasiones en donde el resultado se puede simplificar, por ejemplo:

$$\frac{8x^3y^6}{3x^2y^4} + \frac{2x^3y^6}{3x^2y^4} - \frac{3x^3y^6}{3x^2y^4} = \frac{8x^3y^6 + 2x^3y^6 - 3x^3y^6}{3x^2y^4}$$

Se reducen términos semejantes  $\frac{7x^3y^6}{3x^2y^4}$

Se simplifica aplicando la 2a. ley de exponentes. (División de potencias de la misma base.)  $\frac{7xy^2}{3}$

**La suma y la resta deben simplificarse cuando sea posible.**

## ADICIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS II

Corresponde a la sesión de GA 3.60 LETRAS MENOS...

El algoritmo o procedimiento para efectuar la adición o la sustracción de fracciones algebraicas es similar al utilizado para las fracciones comunes.

Obsérvense las siguientes operaciones con fracciones comunes.

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{15} = \frac{35 + 16}{30} = \frac{51}{30} = \frac{17}{10}$$

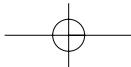
$$\begin{array}{r|l} 6 & 15 \\ 3 & 15 \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

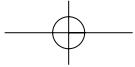
$$\begin{array}{r|l} 6 & 15 \\ 3 & 15 \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$$

$$\text{mcm} = (2) (3) (5) = 30$$

$$\frac{x}{8} - \frac{x}{10} = \frac{20 - 8}{40} = \frac{12}{40} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 8 \\ 2 & 10 \\ 1 & 1 \end{array}$$





$$\begin{aligned}(10) (1) &= 10 \\(10) (2) &= 20 \\(10) (3) &= 30 \\(10) (4) &= \mathbf{40}\end{aligned}$$

Son una adición y una sustracción de fracciones con diferente denominador, en donde fue necesario obtener un denominador común, en seguida se ha dividido éste entre el denominador de cada fracción y el resultado se multiplicó con el numerador respectivo. Al final se sumaron o se restaron los numeradores repitiendo el denominador común. Y se simplificó el resultado cuando fue posible.

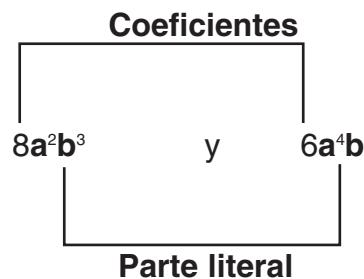
### Adición de fracciones algebraicas

#### Ejemplo 1

$$\frac{5a}{8a^2b^3} + \frac{2b}{6a^4b} =$$

Se trata de una adición con fracciones de diferente denominador, y para efectuarla es necesario:

- Buscar un denominador común.** Existe infinidad de denominadores comunes, pero es más práctico trabajar con el mínimo común denominador. En este caso hay que considerar los coeficientes y la parte literal de los denominadores.



El mínimo común múltiplo de los coeficientes 8 y 6 es **[24]**

Este se puede obtener factorizando o buscando el primer múltiplo del número mayor, que a su vez sea múltiplo del otro número. En este caso, 8 es el mayor

y sus múltiplos son 8, 16, **24**, 32 ... se observa que 8 y 16 no son múltiplos de 6, pero 24 sí lo es porque  $(6)(4) = 24$ .

El mínimo común múltiplo de la parte literal es  $a^4b^3$ , porque la potencia mayor de  $a$  es 4 y de  $b$  es 3.

Por tanto, el mínimo común denominador de  $8a^2b^3$  y  $6a^4b$  es  $24a^4b^3$

2. El común denominador se divide entre el denominador de cada fracción y el resultado se multiplica por el numerador respectivo.

$$\frac{5a}{8a^2b^3} + \frac{2b}{6a^4b} = \frac{24a^4b^3}{\boxed{24a^4b^3}}$$

$$\frac{24a^4b^3}{8a^2b^3} = 3a^2, \quad 3a^2(5a) = 15a^3$$

$$\frac{24a^4b^3}{6a^4b} = 4b^2, \quad 4b^2(2b) = 8b^3$$

De lo anterior se tiene que:

$$\frac{5a}{8a^2b^3} + \frac{2b}{6a^4b} = \frac{15a^3 + 8b^3}{24a^4b^3}$$

### **3. Se suman los productos obtenidos.**

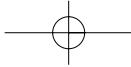
$$\frac{5a}{8a^2b^3} + \frac{2b}{6a^4b} = \frac{15a^3 + 8b^3}{24a^4b^3}$$

Como  $15a^3$  y  $8b^3$  no son términos semejantes su suma queda indicada.

## Ejemplo 2

$$\frac{2xy}{3(x^2 - y^2)} - \frac{y}{6x - 6y}$$

Esta es una sustracción de fracciones con denominadores diferentes.



- 1. Se busca un denominador común.** En este caso, primero debe factorizarse cada denominador.

$$3(x^2 - y^2)$$

Se observa una diferencia de cuadrados, por tanto su factorización es el producto de dos binomios conjugados. Esto es:

$$3(x + y)(x - y)$$

$$6x - 6y$$

Se observa que 6 es factor común, por lo tanto se factoriza como:

$$6(x - y)$$

$$\frac{2xy}{3(x^2 - y^2)} - \frac{y}{6(x - y)}$$

Una vez factorizados los denominadores se obtiene el mcm de los coeficientes 3 y 6 en este caso es 6 porque:

$$(6)(1) = 6 \text{ y } (3)(2) = 6$$

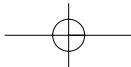
El mcm de la parte literal es (x + y)(x - y)

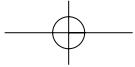
porque son los dos binomios que aparecen en los denominadores y, en este caso, son de 1er. grado.

Por tanto el mínimo común denominador es  $6(x + y)(x - y)$

- 2. Se divide el común denominador entre el denominador de cada fracción y el resultado se multiplica por el numerador respectivo.**

$$\frac{2xy}{3(x + y)(x - y)} - \frac{y}{6(x - y)} = \frac{\cancel{6} \cdot 2xy}{\cancel{6} \cdot 6(x + y)(x - y)} - \frac{\cancel{6} \cdot y}{\cancel{6} \cdot 6(x - y)} = \frac{2xy}{6(x + y)(x - y)} - \frac{y}{6(x - y)}$$





$$\frac{6(x+y)(x-y)}{3(x+y)(x-y)} = 2, \quad 2(2xy) = 4xy$$

$$\frac{6(x+y)(x-y)}{6(x-y)} = (x+y), \quad (x+y)y = xy + y^2$$

$$\frac{2xy}{3(x+y)(x-y)} - \frac{y}{6(x-y)} = \frac{4xy - (xy + y^2)}{6(x+y)(x-y)}$$

### 3. Se restan los productos obtenidos.

Como en este caso en  $4xy$  y en  $(xy + y^2)$  sí hay términos semejantes, se reducen:

$$\frac{3xy - y^2}{6(x+y)(x-y)}$$

Pero el denominador puede sustituirse por una diferencia de cuadrados por ser el producto de binomios conjugados.

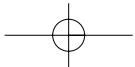
Por tanto:

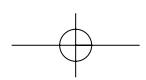
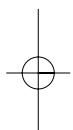
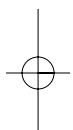
$$\frac{2xy}{3(x^2 - y^2)} - \frac{y}{6x - 6y} = \frac{3xy - y^2}{6(x^2 - y^2)}$$

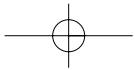
Concluyendo, se puede afirmar que una adición o sustracción de fracciones con diferente denominador se efectúa con el siguiente procedimiento:

1. **Factorizar** los denominadores para obtener un denominador común.
2. **Dividir** el denominador común entre el denominador de cada fracción y **multiplicar** el resultado por el numerador respectivo.
3. **Sumar o restar** los productos obtenidos según sea el caso.

También es importante **simplificar el resultado** siempre que sea posible.

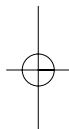
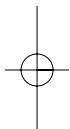






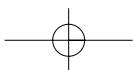
# Capítulo 4

## ECUACIONES



Las matemáticas han sido parte medular en los avances científicos que hasta ahora se conocen.

Sus ramas (aritmética, álgebra, geometría, etcétera) han servido de base para la solución de problemas que brotan por la necesidad del hombre de adaptar las condiciones del medio para mejorar su forma de vida. Así, las ecuaciones surgen de incógnitas que éste plantea, con base en observaciones o conclusiones anteriores y que le proporcionan datos que puede relacionar hasta dar respuesta a su ecuación. Es decir, las ecuaciones surgen del constante cuestionamiento y del deseo de dar solución a la problemática que rodea al hombre.





## ECUACIONES CON PARÉNTESIS

Corresponde a la sesión de GA 4.65 UN PRODUCTO INICIA TODO

Para resolver ecuaciones lineales con una incógnita en las que existen paréntesis deben tenerse en cuenta las leyes de los signos, así como las propiedades de la igualdad.

Cualquier ecuación con una incógnita que lleva paréntesis se puede reducir a otra equivalente, esto sucede cuando se suprimen los paréntesis y se reducen los términos semejantes.

Obsérvense los siguientes ejemplos:

1. Determinar el valor numérico de la incógnita en la ecuación:

$$5x - (2x + 18) = 11 - 4(x + 2)$$

Antes de suprimir los paréntesis es necesario recordar que, cuando hay un coeficiente antes de ellos, dicho coeficiente multiplica a cada uno de los términos de esa expresión; asimismo, debido a que la expresión tiene signo negativo, recuérdese que también deben combinarse los signos.

Como en el primer miembro el signo "menos" precede al paréntesis, se considera que el coeficiente que va con el signo es 1, mientras que en el segundo miembro el coeficiente que precede a la expresión entre paréntesis es  $-4$ , después se efectúan los productos indicados.

$$\begin{aligned} 5x - 1(2x + 18) &= 11 - 4(x + 2) \dots (1) \\ 5x - 2x - 18 &= 11 - 4x - 8 \dots (2) \end{aligned}$$

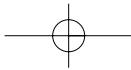
Como se observa, la ecuación número 2 es una ecuación equivalente a la número 1.

Se agrupan los términos semejantes con incógnita en el primer miembro y los términos independientes en el otro; para ello se aplican las propiedades de la igualdad:

$$5x - 2x + 4x = 11 - 8 + 18$$

se reducen los términos semejantes en la ecuación:

$$7x = 21$$



se despeja la incógnita:

$$x = 3$$

se comprueba el resultado, sustituyéndolo en la ecuación número (2):

$$\begin{aligned} 5x - 2x - 18 &= 11 - 4x - 8 \\ 5(3) - 2(3) - 18 &= 11 - 4(3) - 8 \\ 15 - 6 - 18 &= 11 - 12 - 8 \\ -9 &= -9 \end{aligned}$$

Como se obtiene una igualdad, la solución  $x = 3$  es correcta.

2. Determinar el valor numérico de la incógnita en la ecuación:

$$4 + (-5y + 8) = -2(7y - 3)$$

en el primer miembro se observa que el signo positivo precede al paréntesis, por ello, permanecen igual los signos que tiene cada uno de los términos contenidos dentro del paréntesis. En el segundo miembro se efectúa la multiplicación indicada:

$$\begin{aligned} 4 + (-5y + 8) &= -2(7y - 3) \dots (1) \\ 4 - 5y + 8 &= -14y + 6 \dots (2) \end{aligned}$$

se agrupan los términos en ambos miembros de la ecuación, considerando las propiedades de la igualdad:

$$-5y + 14y = 6 - 4 - 8$$

se reducen los términos semejantes:

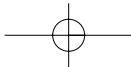
$$9y = -6$$

se despeja la incógnita:

$$y = -\frac{6}{9}$$

se simplifica:

$$y = -\frac{2}{3}$$





para comprobar el resultado, se sustituye  $y = -\frac{2}{3}$  en la ecuación 2.

$$4 - 5y + 8 = 14y + 6$$

$$4 - 5\left(-\frac{2}{3}\right) + 8 = -14\left(-\frac{2}{3}\right) + 6$$

$$4 + \frac{10}{3} + 8 = \frac{28}{3} + 6$$

los números enteros se convierten a tercios para facilitar la comprobación,

con lo que:  $4 = \frac{12}{3}$ ,  $8 = \frac{24}{3}$  y  $6 = \frac{18}{3}$

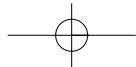
$$\frac{12}{3} + \frac{10}{3} + \frac{24}{3} + \frac{28}{3} + \frac{18}{3}$$

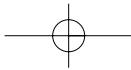
$$\frac{46}{3} = \frac{46}{3}$$

como se llega a la igualdad, la solución  $y = -\frac{2}{3}$  es correcta.

Los pasos que deben seguirse para resolver una ecuación con paréntesis son:

1. Suprimir los paréntesis mediante la multiplicación.
2. Agrupar términos semejantes.
3. Reducir términos semejantes.
4. Despejar la incógnita.
5. Comprobar el resultado.





## EJERCICIOS DE DESPEJE

Corresponde a la sesión de GA 4.66 LA MUDANZA DE LAS LETRAS

Despejar una variable o incógnita de una ecuación dada significa dejar sola dicha variable en un miembro de la igualdad y trasladar, o bien dejar, el resto de los elementos en el otro miembro de la ecuación.

Como recordarás, en el curso anterior se estudiaron las propiedades de la igualdad; ahora aprenderemos a manejar y aplicar estas propiedades.

1. **Propiedad idéntica o reflexiva.** Todo número es igual a sí mismo.

$$1 = 1 ; x = x$$

2. **Propiedad simétrica.** Los miembros de una igualdad pueden permutar sus lugares.

$$\text{si } 2 + 3 = 5, 5 = 2 + 3$$

$$\text{si } x = y \text{ entonces } y = x$$

3. **Propiedad transitiva.** Si dos igualdades tienen un miembro común, los otros dos son iguales.

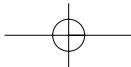
$$\text{si } a = b \text{ y } b = c, \text{ entonces } a = c$$

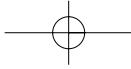
4. **Propiedad uniforme.** Si a los dos miembros de una igualdad se les aumenta, disminuye, multiplica o divide entre la misma cantidad, la igualdad subsiste.

$$\begin{array}{c} \text{si } a = b \\ \hline a + x = b + x \\ a - x = b - x \\ a(x + 1) = b(x + 1) \\ \frac{a}{2} = \frac{b}{2} \end{array}$$

5. **Propiedad cancelativa.** Se pueden suprimir sumandos o factores iguales en los dos miembros de una igualdad y el resultado es otra igualdad.

$$\begin{array}{l} \text{si } x + a = y + a \text{ entonces } x = y \\ \text{si } c(x - 1) = d(x - 1) \text{ entonces } c = d \end{array}$$





Al aplicar estas propiedades se puede despejar en variables una fórmula. Véanse los ejemplos siguientes:

### Ejemplos

1. Para encontrar la aceleración de un cuerpo en movimiento uniformemente acelerado se emplea la fórmula  $a = \frac{v_f - v_i}{t}$ , de ella se quiere despejar la velocidad final ( $v_f$ ).

Se aplica la propiedad simétrica de la igualdad para tener a  $v_f$  en el primer miembro:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t} \text{ entonces } \frac{v_f - v_i}{t} = a$$

Para eliminar la  $t$  del primer miembro, y pasarla al segundo miembro, multiplicamos por  $t$  (propiedad uniforme)

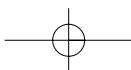
$$\frac{v_f - v_i}{t} \cdot t = a \cdot t$$

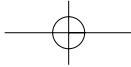
simplificando, se tiene:

$$v_f - v_i = a \cdot t$$

Ahora, para eliminar  $v_i$  del primer miembro, se suma ( $+ v_i$ ) en ambos miembros (propiedad uniforme) y se tiene  $v_f - v_i + v_i = a \cdot t + v_i$ ; simplificando, se tiene el despeje deseado.

$$v_f = a \cdot t + v_i$$





2. El perímetro de un rectángulo se calcula mediante la fórmula  $P = 2a + 2b$ , de ella despejará el lado **a** en función del perímetro y de la base.

Usando la propiedad simétrica de la igualdad, para tener **a** en el primer miembro, se tiene que:

$$P = 2a + 2b \quad \text{entonces} \quad 2a + 2b = P$$

Ahora se suma  $(-2b)$  en ambos miembros, para eliminar  $2b$  en el primer miembro y dejar sólo la variable  $2a$  en función del perímetro y la base (propiedad uniforme).

$$2a + 2b + (-2b) = P + (-2b), \text{ entonces } 2a = P - 2b$$

Para eliminar el 2 del primer miembro, y dejar sola la variable **a**, se dividen entre 2 ambos miembros (propiedad uniforme).

$$\frac{2a}{2} = \frac{P - 2b}{2}$$

simplificando, se tiene la variable despejada:

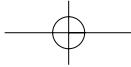
$$a = \frac{P - 2b}{2}$$

## SUSTITUCIÓN ALGEBRAICA

**Corresponde a la sesión de GA 4.67 UN TRUEQUE JUSTO**

Sustituir es cambiar o transformar una función por su equivalente, reemplazando una literal o variable por una nueva literal o literales, de manera que el resultado se exprese en los términos de la nueva variable o letra.

Una variable es una cantidad a la que se le puede asignar un número ilimitado de valores. Las variables se designan usualmente con las últimas letras del alfabeto.



Como se verá en este artículo, “sustituir” no es otra cosa más que cambiar el valor de una letra por su valor equivalente, sin alterar el valor de la función. Por ejemplo, si tenemos una moneda de Q5.00, la podemos cambiar por su valor equivalente en monedas de Q1.00, de .50, de .25 y de .10.

$$\begin{aligned} \text{Q5.00} &= 5 \text{ monedas de Q1.00} \\ &= 10 \text{ monedas de } 50 \text{ ctvs.} \\ &= 20 \text{ monedas de } 25 \text{ ctvs.} \\ &= 100 \text{ monedas de } 5 \text{ ctvs.} \end{aligned}$$

Una sustitución algebraica será aquella en la que se puede expresar el valor de una variable en términos de otra.

### Ejemplos

1. Se tiene que  $t = 3u + 7$  y sabemos que la variable  $u = 5y - 4$ .

Para expresar en términos de  $y$ :

Se hace el cambio de variable, sustituyendo el valor de  $u$  en la función dada:

$$\begin{aligned} t &= 3u + 7 \\ u &= 5y - 4 \\ t &= 3(5y - 4) + 7 \\ t &= 15y - 12 + 7 \\ t &= 15y - 5 \end{aligned}$$

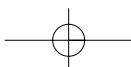
por tanto,  $t = 15y - 5$  donde  $t$  queda expresada en términos de  $y$ .

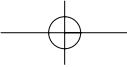
2. Si un triángulo tiene una altura ( $h$ ) de  $\frac{1}{2}x$  y su base ( $b$ ) es de  $4x$  y  $x = y - 3$ ,

expresar el valor de su área en términos de  $y$ .

$$\text{Si se tiene que } A = \frac{(4x)(\frac{1}{2}x)}{2} = \frac{2x^2}{2}$$

$$= \frac{2x^2}{2} = x^2$$





sustituyendo el valor de  $x = y - 3$  se tendrá el área expresada en términos de  $y$ .  $A = (y - 3)^2$ ; por tanto, el área del triángulo expresada en términos de  $y$  será  $A = y^2 - 6y + 9$ .

3. Juan tiene  $40b$  dólares ( $D$ ) y quiere cambiarlos a quetzales. Si el cambio se encuentra a  $b = 4x + 5$ , expresar el equivalente en quetzales en términos de  $x$ .

Se tiene que  $D = 40b$  y  $b = 4x + 5$ ; al sustituir el valor de la variable ( $b$ ) se tendrá el equivalente en quetzales:

$$\begin{aligned} D &= 40b \\ &= 40(4x+5) \\ D &= 160x + 200 \end{aligned}$$

## ECUACIONES CON COEFICIENTES FRACCIONARIOS

Corresponde a la sesión de GA 4.68 DOBLE PERSONALIDAD

Las ecuaciones lineales con una incógnita presentan también la característica de tener coeficientes fraccionarios; para resolver este tipo de ecuaciones se debe utilizar el común denominador y seguir el procedimiento que se mostrará en los siguientes ejemplos:

1. Determinar el valor numérico de la incógnita en la ecuación:

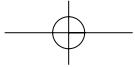
$$\frac{3}{4}x + 5 = -\frac{x}{2} + 10 \text{ ecuación (1)}$$

Para resolver estas ecuaciones, los coeficientes deben ser enteros, lo cual facilita el procedimiento, por lo que se busca el común denominador; después, ambos miembros de la ecuación se multiplican por éste.

Común denominador = 4, ya que es el **mcm** de los denominadores

$$4\left(\frac{3}{4}x + 5\right) = 4\left(-\frac{x}{2} + 10\right)$$

$$\frac{12}{4}x + 20 = -\frac{4x}{2} + 40$$



Se simplifica la ecuación, esto es, a partir de los coeficientes fraccionarios deben obtenerse coeficientes enteros:

$$3x + 20 = -2x + 40 \text{ ecuación (2)}$$

Se agrupan los términos en cada miembro de la ecuación, aplicando las propiedades de la igualdad:

$$3x + 2x = 40 - 20$$

se reducen los términos semejantes:

$$5x = 20$$

se despeja la incógnita:

$$x = 4$$

se comprueba el resultado en la ecuación original:

$$\frac{3}{4}x + 5 = -\frac{x}{2} + 10$$

$$\frac{3}{4}(4) + 5 = -\frac{4}{2} + 10$$

$$\frac{12}{4} + 5 = -2 + 10$$

$$3 + 5 = 8$$

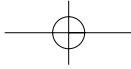
$$8 = 8$$

Como la igualdad se cumple, el valor  $x = 4$  es correcto.

2. Determinar el valor de la incógnita en la ecuación:

$$\frac{7x - 1}{4} + \left(\frac{-3x - 4}{5}\right) = -1$$

Común denominador = 20 ya que es el mcm de los denominadores



ambos miembros de la ecuación se multiplican por 20:

$$20 \left( \frac{7x - 1}{4} \right) + 20 \left( \frac{-3x - 4}{5} \right) = 20 (-1)$$

se efectúan las multiplicaciones indicadas:

$$\frac{140x - 20}{4} + \left( \frac{-60x - 80}{5} \right) = -20$$

se simplifica la ecuación, esto es, se reduce el numerador de cada expresión con su respectivo denominador. Observese que cada denominador afecta a los dos términos de cada numerador, por lo que la ecuación puede expresarse separando cada término:

$$\left[ \frac{140x}{4} - \frac{20}{4} \right] + \left[ \frac{-60x}{5} - \frac{80}{5} \right] = -20$$

$$(35x - 5) + (-12x - 16) = -20 \quad \dots(2)$$

se agrupan los términos semejantes en cada miembro de la ecuación:

$$35x - 12x = -20 + 5 + 16$$

$$23x = 1$$

se despeja la incógnita:

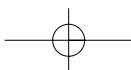
$$x = \frac{1}{23}$$

el valor hallado siempre se sustituye en la ecuación original para comprobarlo; con la finalidad de facilitar la comprobación, ésta se realiza en la ecuación (2).

$$3x - 5 - 12x - 16 = -20$$

$$35 \left( \frac{1}{23} \right) - 5 - 12 \left( \frac{1}{23} \right) - 16 = -20$$

$$\frac{35}{23} - 5 - \frac{12}{23} - 16 = -20$$





los enteros se convierten a veintitresavos, por lo que  $5 = \frac{115}{23}$ ,

$$16 = \frac{368}{23} \text{ y } 20 = \frac{460}{23}$$

$$\frac{35}{23} - \frac{115}{23} - \frac{12}{23} - \frac{368}{23} = -\frac{460}{23}$$

$$-\frac{460}{23} = -\frac{460}{23}$$

como la igualdad se cumple,  $x = \frac{1}{23}$  es correcto.

Para resolver una ecuación cuyos coeficientes sean fracciones comunes, se determina el común denominador, éste multiplica a los dos miembros de la ecuación, se simplifican los coeficientes de manera que queden como enteros y luego se aplica el procedimiento ya conocido para resolver una ecuación de primer grado con una incógnita.

## ECUACIONES FRACCIONARIAS

**Corresponde a la sesión de GA 4.69 MI IDENTIDAD SECRETA**

Otro tipo de ecuaciones lineales con una incógnita son las ecuaciones fraccionarias, reciben este nombre debido a que en su denominador aparece una incógnita.

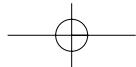
A continuación se presentan dos casos de ecuaciones fraccionarias: cuando en el denominador se tiene un monomio y cuando se tiene un binomio.

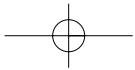
**Primer caso.** Cuando en el denominador se tiene un monomio.

Para el estudio del primero y del segundo caso es necesario tener en cuenta la forma de determinar el **mcm** y el cociente de expresiones algebraicas.

Determinar el valor de la incógnita en la ecuación:

$$\frac{2}{3x} + \frac{3}{5x} = 7$$





se determina el **mcm** de los denominadores, en este caso, el **mcm** es  $15x$ . Aquí únicamente se busca el **mcm** de los coeficientes, ya que la variable, por ser la misma, se conserva.

El **mcm** multiplica a cada miembro de la ecuación:

$$15x \left( \frac{2}{3x} \right) + 15x \left( \frac{3}{5x} \right) = 15x (7)$$

Se efectúan las multiplicaciones indicadas:

$$\frac{30x}{3x} + \frac{45x}{5x} = 105x$$

Se efectúan las divisiones de monomios que se tienen y se obtiene la ecuación con coeficientes enteros.

$$10 + 9 = 105x$$

El procedimiento para hallar el valor de la incógnita es el mismo que se ha visto en sesiones anteriores.

$$105x = 19$$

$$x = \frac{19}{105}$$

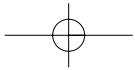
La comprobación de este resultado debe hacerse en la ecuación original, en donde se debe cumplir la igualdad. Si se sustituye el valor de  $x$  en la ecuación equivalente con coeficientes enteros se tiene:

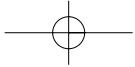
$$\begin{aligned} 10 + 9 &= 105x \\ 19 &= 105 \\ 19 &= 19 \end{aligned} \quad \left[ \frac{19}{105} \right]$$

**Segundo caso.** Cuando en el denominador se tiene un binomio.

Determinar el valor de la incógnita en la ecuación:

$$\frac{11}{6x + 1} = \frac{2}{x + 1}$$





se determina el mcm de los denominadores, aquí únicamente quedará indicado éste, por lo que se tiene:

$$\text{mcm} = (6x + 1)(x + 1)$$

el **mcm** multiplica a cada miembro de la ecuación:

$$(6x + 1)(x + 1)\left(\frac{11}{6x + 1}\right) = (6x + 1)(x + 1)\left(\frac{2}{x + 1}\right)$$

se reducen a la unidad los términos que sean semejantes tanto en el numerador como en el denominador, esto se indica mediante una diagonal.

$$\frac{(6x+1)(x+1) 11}{6x+1} = \frac{(6x+1)(x+1) 2}{x+1}$$

de la reducción se tiene:

$$(x + 1)(11) = (6x + 1)(2)$$

se efectúan las operaciones indicadas:

$$11x + 11 = 12x + 2$$

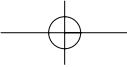
la forma de resolver esta ecuación ya se conoce.

$$\begin{aligned} 11 - 2 &= 12x - 11x \\ 9 &= x \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Otro procedimiento, más corto, para llegar a la ecuación anterior es efectuar un producto cruzado, ya que su forma es la de una proporción; esto es, se multiplica el denominador del primer miembro por el numerador del segundo, y después el denominador del segundo por el numerador del primero.

$$\frac{11}{6x + 1} = \frac{2}{x + 1}$$

$$11(x + 1) = 2(6x + 1)$$



Se efectúan las multiplicaciones indicadas:

$$11x + 11 = 12x + 2$$

Como se ve, esta ecuación es la misma que se obtuvo con el primer procedimiento.

Obsérvese el ejemplo siguiente, en el cual se aplicará el procedimiento corto:

$$\frac{8}{5x - 4} = \frac{5}{3x - 1}$$

$$8(3x - 1) = 5(5x - 4)$$

Se realizan las multiplicaciones indicadas:

$$24x - 8 = 25x - 20$$

El procedimiento para resolver esta ecuación ya es conocido.

De lo expuesto se tiene que:

Para resolver una ecuación fraccionaria cuando se tiene un monomio en el denominador, se determina el **mcm** de los denominadores, éste se multiplica por cada miembro de la ecuación, posteriormente se realizan las divisiones de monomios que se tienen en cada miembro, con ello se obtiene una ecuación con coeficientes enteros.

Si en el denominador se tiene un binomio, se multiplica en forma cruzada y así se obtiene una ecuación con coeficientes enteros.

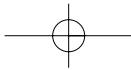
## GRÁFICA DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

**Corresponde a la sesión de GA 4.70 UN PUNTO DE PRINCIPIO A FIN**

En un salón de clases hay 35 alumnos, considerando varones y mujeres, ¿Cuántos varones y cuántas mujeres hay en el salón?

Para resolver este problema se considerará una ecuación de primer grado con dos incógnitas, así, quedará planteada de la siguiente forma:

$$x + y = 35$$



De aquí se considera que  $x$  es el número de varones, mientras que  $y$  es el número de mujeres y 35 el total de alumnos; al igualar a cero esta ecuación se tiene:

$$x + y - 35 = 0$$

En esta sesión se estudiará la forma gráfica de resolver este tipo de ecuaciones.

Las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas son conocidas como **indeterminadas o lineales**, debido a que tienen una infinidad de soluciones y su gráfica es una línea recta, se representan mediante la forma general.  $ax + by + c = 0$ .

Algunos ejemplos de este tipo de ecuaciones son los siguientes:

- a)  $2x - 3y - 5 = 0$ , en esta ecuación  $a = 2$ ,  $b = -3$  y  $c = -5$ .
- b)  $8x + 1 = 0$ , en esta ecuación  $a = 8$ ,  $b = 0$  y  $c = 1$ , aquí se observa que:  $b = 0$ , debido a que no aparece el término  $by$ .
- c)  $-5y - 2 = 0$ , en esta ecuación  $a = 0$ ,  $b = -5$ ,  $c = -2$ , aquí se observa que  $a = 0$ , debido a que no aparece el término  $ax$ .

Las ecuaciones lineales tienen una infinidad de soluciones y esto se podrá apreciar en los siguientes ejemplos:

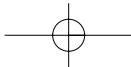
1. Graficar la ecuación  $2x - y = 4$ .

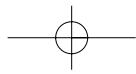
Este tipo de ecuación es de la forma  $ax + by + c = 0$ , para graficarla se asignan dos valores a  $x$  y se obtienen los de  $y$ , ya que para graficar una recta únicamente se necesitan dos puntos.

La tabulación queda:

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>Puntos</b>
-1	-2	(-1, -6)
3	2	(3, 2)

Si  $x = -1$ , entonces:  
 $2(-1) - y = 4$   
 $-2 - y = 4$   
 $-2 - 4 = y$   
 $-6 = y$





Si  $x = 3$ , entonces:

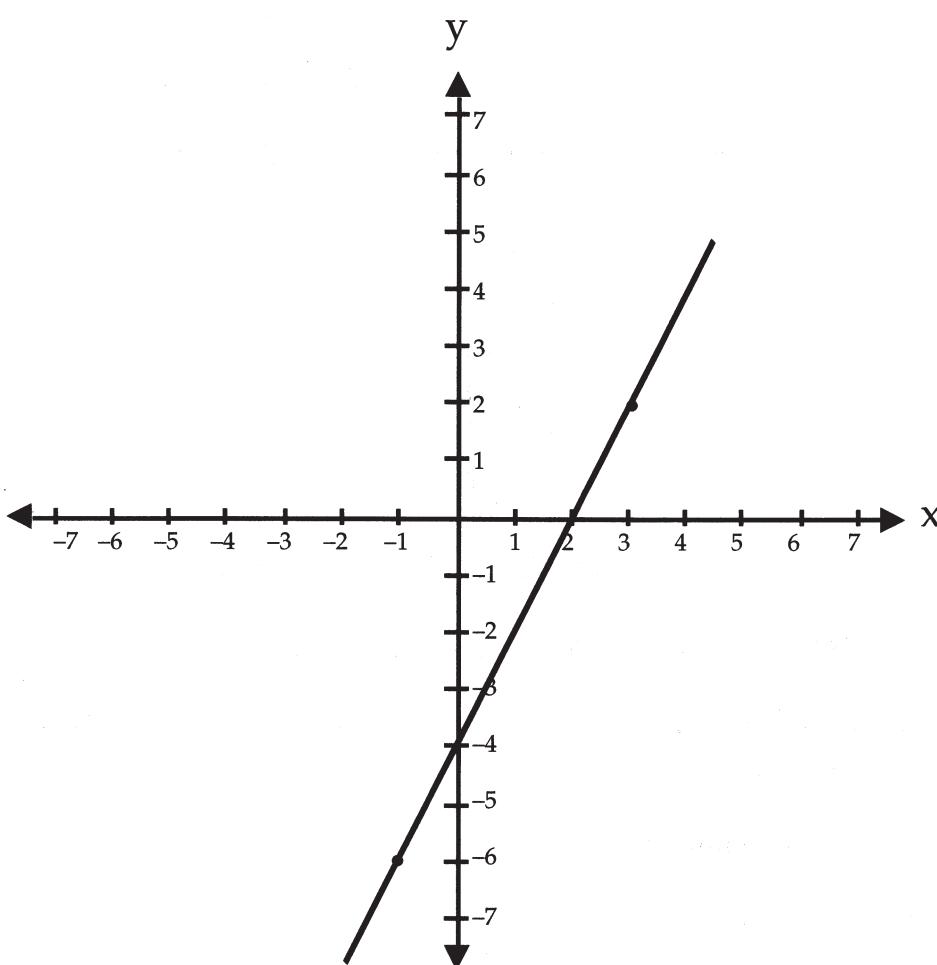
$$2(3) - y = 4$$

$$6 - y = 4$$

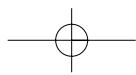
$$6 - 4 = y$$

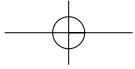
$$2 = y$$

La gráfica queda:

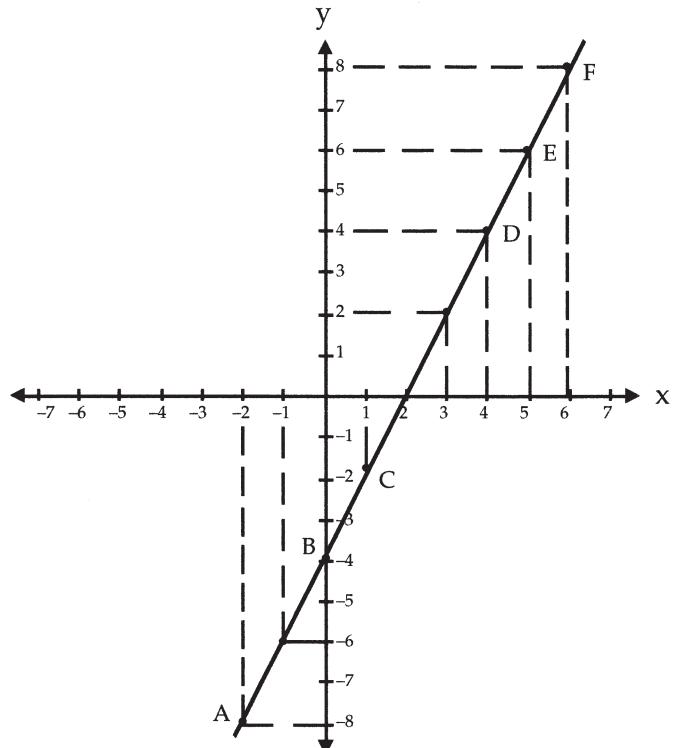


Debido a que las ecuaciones lineales tienen una infinidad de soluciones, algunas se pueden determinar ubicando puntos sobre la recta y obteniendo sus coordenadas; para facilitar el procedimiento se tomarán solamente valores enteros.





Al ubicar puntos sobre la recta se tiene la siguiente gráfica:



Las coordenadas de los puntos localizados en la gráfica son:

A(-2, -8), B(0, -4), C(1, -2), D(4, 4), E(5, 6) y F(6, 8).

Si cualesquiera de estos puntos se sustituye en la ecuación  $2x - y = 4$ , se cumple la igualdad.

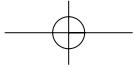
Si se toman los puntos C y F se tiene:

Si C(1, -2), entonces:

$$\begin{aligned} 2(1) - (-2) &= 4 \\ 2 + 2 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

Si F(6, 8), entonces:

$$\begin{aligned} 2(6) - (8) &= 4 \\ 12 - 8 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$



Con lo anterior se afirma que una ecuación lineal tiene una infinidad de soluciones que la satisfacen y éstas se representan mediante puntos en la recta.

## 2. Graficar la ecuación $2x = 6$ .

Esta ecuación es de la forma  $ax + c = 0$ , debido a que no se tiene el término **by**, lo cual indica que  $b = 0$ , por lo que **y** puede tomar cualquier valor entero, ya que al multiplicarlo por cero es igual a 0.

Para graficarla se despeja la incógnita **x**, con lo que se tiene:

$$2x = 6$$

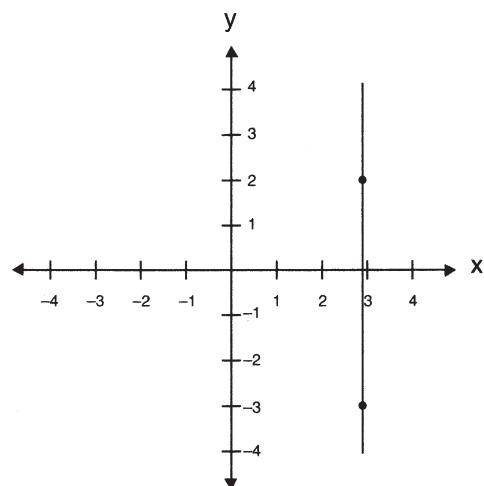
$$x = 3$$

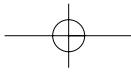
De aquí se observa que **x** siempre tendrá el valor de 3, mientras que **y** tomará cualquier valor, por lo que la tabulación queda:

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>Puntos</b>
3	-3	(3, -3)
3	2	(3, 2)

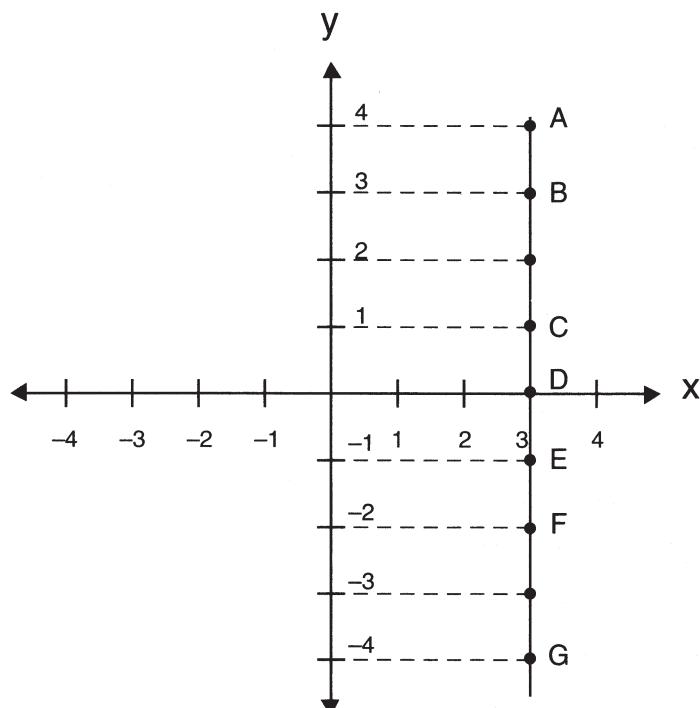
La gráfica de la ecuación  $2x = 6$ , es:

Para obtener otras soluciones que satisfagan a la ecuación  $2x = 6$ , se trazan perpendiculares al eje de las ordenadas de manera que intersequen a la recta obtenida.





Por lo que otros puntos que satisfacen a la ecuación  $2x = 6$ , se tienen en la siguiente gráfica:



Las coordenadas de los puntos ubicados en la recta son:

$A(3, 4)$ ,  $B(3, 3)$ ,  $C(3, 1)$ ,  $D(3, 0)$ ,  $E(3, -1)$ ,  $F(3, -2)$  y  $G(3, -4)$ .

Como ya se mencionó anteriormente  $b = 0$ , por lo que al sustituir cualquier punto en la ecuación dada se tiene:

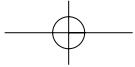
Si  $E(3, -1)$ , entonces:

$$\begin{aligned} 2x &= 6 \\ 2(3) &= 6 \\ 6 &= 6 \end{aligned}$$

Si  $G(3, -4)$ , entonces:

$$\begin{aligned} 2x &= 6 \\ 2(3) &= 6 \\ 6 &= 6 \end{aligned}$$

En la gráfica se observa que, cuando se tiene una ecuación de la forma  $ax + c = 0$ , la recta que se obtiene al graficarla siempre será paralela al eje de las ordenadas.



Cuando se tienen ecuaciones de la forma  $by + c = 0$ , la recta que se obtiene de la gráfica será paralela al eje de las abscisas, en donde **y** tendrá el mismo valor, mientras que **x** tomará cualquier valor.

Una vez que se conoce la forma de graficar las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas, se estará en posibilidad de resolver el problema que se planteó al inicio de la sesión.

De lo anterior se tiene que:

Una ecuación de primer grado con dos incógnitas de la forma  $ax + by + c = 0$  tiene una infinidad de soluciones.

## SISTEMA DE ECUACIONES

**Corresponde a la sesión de GA 3.71 iVOY A TIRAR DOS RECTAS AL MISMO TIEMPO!**

Hay muchos problemas que, para resolverse, necesitan un planteamiento de dos ecuaciones cuyas incógnitas tienen una estrecha relación.

Obsérvese el problema siguiente:

En la compra de un cuaderno y un lapicero se pagan Q8.00, ¿cuál es el precio de cada artículo, si la diferencia de ambos es de Q2.00?

**Datos**

Cuaderno =  $x$

Lapicero =  $y$

**Incógnitas**

Precio del cuaderno

Precio del lapicero

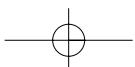
**Ecuaciones**

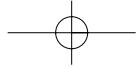
$$x + y = 8 \text{ ecuación (1)}$$

$$x - y = 2 \text{ ecuación (2)}$$

Estas dos ecuaciones son las que representan la situación del problema. La ecuación (1) y la ecuación (2) forman un sistema de ecuaciones de primer grado.

Existen varios métodos para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones, uno de ellos es el **método gráfico**.





Analícese cómo se resuelve el sistema de ecuaciones que representan la situación del problema, por método gráfico.

$$\begin{aligned}x + y &= 8 \\x - y &= 2\end{aligned}$$

Despejando a  $y$  de la ecuación (1) y de la ecuación (2), se tiene:

$$y = 8 - x$$

$$-y = 2 - x$$

$$y = -2 + x$$

$$y = x - 2$$

Tabulando estas dos expresiones con  $x = 1, 2, 3, 4$  y  $5$ , se obtiene:

Tabulación de la ecuación (1)

$$y = 8 - x$$

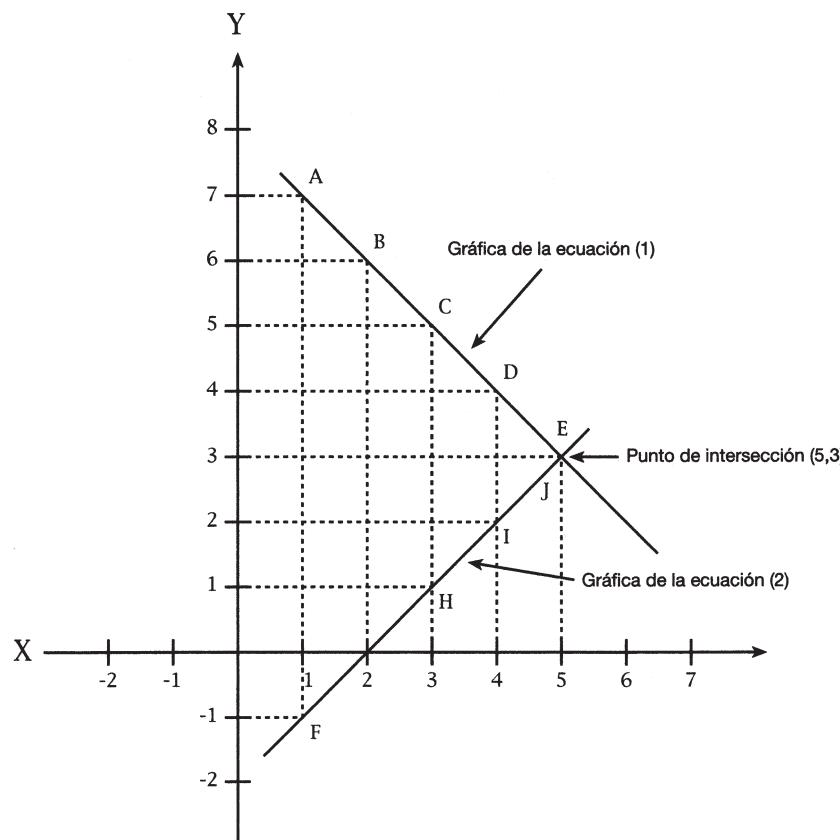
x	y	Puntos
1	7	A (1, 7)
2	6	B (2, 6)
3	5	C (3, 5)
4	4	D (4, 4)
5	3	E (5, 3)

Tabulación de la ecuación (2)

$$y = x - 2$$

x	y	Puntos
1	-1	F (1, -1)
2	0	G (2, 0)
3	1	H (3, 1)
4	2	I (4, 2)
5	3	J (5, 3)

Localizando los puntos A, B, C, D, E, F, G, H, I y J en un sistema de coordenadas cartesianas, se tiene:



Obsérvese que las gráficas de las ecuaciones se cortan en un lugar que, en cada una, corresponde a los puntos E y J; por tanto, las coordenadas de dicho punto, que son  $x = 5$ ;  $y = 3$ , son la solución del problema.

### Comprobación

En el sistema que representa la situación del problema, se sustituyen las dos variables por los valores hallados.

**Para la ecuación (1)**

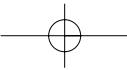
$$\begin{aligned}x + y &= 8 \\5 + 3 &= 8 \\8 &= 8\end{aligned}$$

**Para la ecuación (2)**

$$\begin{aligned}x - y &= 2 \\5 - 3 &= 2 \\2 &= 2\end{aligned}$$

De acuerdo con lo anterior, el precio de cada artículo es:

Cuaderno = Q5.00  
Lapicero = Q3.00



De esta forma, se dice que el sistema es compatible o consistente, cuando en las gráficas se cortan las rectas en un punto de intersección.

Concluyendo, puede decirse que el **método gráfico** consiste en trazar la gráfica que corresponde a cada ecuación, aplicando el método anteriormente descrito, y determinar el punto en que se cortan dichas gráficas. Por su construcción, el punto pertenece simultáneamente a las dos rectas trazadas.

## MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

**Corresponde a la sesión de GA 4.72 BUSCANDO UNA EN OTRA**

Un sistema de ecuaciones llamado **ecuaciones simultáneas** es la agrupación de una serie de ecuaciones con dos o más incógnitas. Para resolver los sistemas de dos incógnitas se utilizan principalmente tres métodos algebraicos, además del método gráfico que se vio anteriormente. El método de sustitución que se tratará en este capítulo es rápido y exacto.

1. Pedro y Armando empacan fruta en cajas. Las cajas de pera deben pesar 25 kg y las de manzana 40 kg; al terminar su turno han empacado entre los dos un total de 25 cajas con un peso total de 790 kg. ¿Cuántas cajas de pera empacaron y cuántas de manzana?

A. Se simbolizan las incógnitas

$x = \text{caja de pera (25 kg)}$

$y = \text{caja de manzana (40 kg)}$

B. Se traducen los datos

$25x + 40y = 790$  peso de cada caja, y peso total.

$x + y = 25$  cajas empacadas.

C. Se soluciona el problema:

Despejar una variable

$$x + y = 25$$

$$x = 25 - y$$

Sustituir la variable despejada

$$25x + 40y = 790$$

$$25(25 - y) + 40y = 790$$

resolver la ecuación resultante

$$625 - 25y + 40y = 790$$

$$15y = 790 - 625$$

$$y = \frac{165}{15}$$

$$y = 11$$

Sustituir el valor hallado en:

$$x = 25 - y$$

$$x = 25 - 11$$

$$\boxed{x = 14}$$

Comprobar los valores en ambas ecuaciones:

$$x = 14 \quad y = 11$$

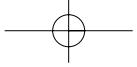
$$25x + 40y = 790$$

$$25(14) + 40(11) = 790 \quad 14 + 11 = 25$$

$$350 + 440 = 790 \quad \underline{25 = 25}$$

$$790 = 790$$

Empacaron 14 cajas de pera y 11 cajas de manzana.



El procedimiento general consiste en:

1. Despejar una variable en función de la otra, en alguna de las dos ecuaciones.
  2. Sustituir la variable despejada en la otra ecuación.
  3. Resolver la ecuación resultante, y encontrar el valor de una variable.
  4. Sustituir el valor hallado en cualquiera de las ecuaciones originales del sistema, para encontrar el valor de la otra variable.
  5. Comprobar en ambas ecuaciones los valores encontrados.

## Ejemplos

$$\begin{aligned}2. \quad & 12x + 15y = 525 \dots\dots\dots(1) \\& x + y = 40 \dots\dots\dots(2)\end{aligned}$$

## Despejar una variable:

$$\begin{aligned}x + y &= 40 \quad (2) \\ x &= 40 - y\end{aligned}$$

Sustituir la variable  
despejada

$$12x + 15y = 525 \dots \dots \dots (1)$$

$$12(40 - y) + 15y = 525.$$

Resolver la ecuación resultante:

$$\begin{aligned}12(40 - y) + 15y &= 525 \\480 - 12y + 15y &= 525 \\3y &= 525 - 480 \\y &= \frac{45}{3}\end{aligned}$$

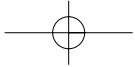
→ Sustituir el valor hallado

$$\begin{aligned}x + y &= 40 \quad \dots \dots \dots (2) \\x + 15 &= 40 \\x &\equiv 40 - 15\end{aligned}$$

$$x = 25$$

## Comprobar los valores en las ecuaciones:

$$\begin{aligned} 12x + 15y &= 525 \dots (1) & x + y &= 40 \dots (2) \\ 12(25) + 15(15) &= 525 & 25 + 15 &= 40 \\ 300 + 225 &= 525 & 40 &= 40 \\ 525 &= 525 \end{aligned}$$



## MÉTODO DE IGUALACIÓN I

Corresponde a la sesión de GA 4.73 SOMOS EQUIVALENTES

Ahora tocará analizar la solución de ecuaciones simultáneas por el método de igualación. Una igualdad expresa la equivalencia de dos cantidades.

Para conocer este método considérese el siguiente ejemplo:

$$x + y = 15 \text{ ecuación (1)}$$

$$x - 2y = 3 \text{ ecuación (2)}$$

En primer lugar, se procede a despejar **x** en la ecuación (1)

$$x + y = 15$$

Para despejar **x**, se elimina **y** en el primer miembro, sumando (**-y**) en ambos miembros:

$$x + y - y = 15 - y$$

Se realizan operaciones y se obtiene:

$$x = 15 - y \text{ ecuación (A)}$$

Una vez despejada **x** en la primera ecuación, se procede a despejar la misma incógnita en la ecuación (2)

$$x - 2y = 3$$

Para despejar **x**, se elimina **-2y** del primer miembro, sumando **2y** en ambos miembros:

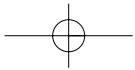
$$x - 2y + 2y = 3 + 2y$$

Realizando operaciones se obtiene:

$$x = 3 + 2y \text{ ecuación (B)}$$

Ahora se igualan (A) y (B) para obtener una tercera ecuación, que será:

$$3 + 2y = 15 - y \text{ ecuación (3)}$$



Para eliminar el término independiente del primer miembro de la igualdad, se suma  $(-3)$  en los dos miembros:

$$3 - 3 + 2y = 15 - 3 - y$$

De lo cual resulta:

$$2y = 12 - y$$

Se agrupan las **y** en el primer miembro, al sumar **y** en ambos miembros de la igualdad:

$$2y + y = 12 - y + y$$

Reduciendo términos semejantes, se tiene:

$$3y = 12$$

Se divide a los dos miembros de la ecuación entre 3, para despejar **y**:

$$\frac{3y}{3} = \frac{12}{3}$$

$$y = 4$$

Se sustituye **y** por su valor en la ecuación (A) ya despejada, y se obtiene:

$$x = 15 - 4$$

$$x = 11$$

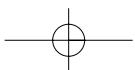
Y, al comprobar el resultado en el sistema de ecuaciones propuesto, se tiene:

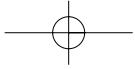
$$x + y = 15 \dots\dots\dots(1)$$

$$x - 2y = 3 \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) \quad 11 + 4 = 15 \\ 15 = 15$$

$$(2) \quad 11 - 2(4) = 3 \\ 11 - 8 = 3 \\ 3 = 3$$





Al confirmar que con estos valores se cumplen las dos igualdades, se puede decir que la solución del sistema de ecuaciones es:

$$x = 11 \quad y = 4$$

Considérense los siguientes sistemas de ecuaciones de primer grado, con el objeto de identificar plenamente el resultado por medio del método de igualación:

$$2x - 3y = 12 \text{ ecuación (1)}$$

$$3x - 4y = -8 \text{ ecuación (2)}$$

Se despeja **x** en la primera ecuación:

$$2x - 3y = 12$$

$$x = 6 + \frac{3}{2}y \text{ ecuación (A)}$$

Se despeja **x** en la segunda ecuación:

$$3x - 4y = -8$$

$$x = -\frac{8}{3} + \frac{4}{3}y \text{ ecuación (B)}$$

Igualando (A) y (B) se obtendrá:

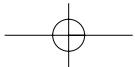
$$6 + \frac{3}{2}y = -\frac{8}{3} + \frac{4}{3}y$$

Eliminar el término independiente del primer miembro, sumando (-6) en ambos miembros:

$$6 - 6 + \frac{3}{2}y = -6 - \frac{8}{3} + \frac{4}{3}y$$

De lo cual resulta:

$$\frac{3}{2}y = -\frac{26}{3} + \frac{4}{3}y$$



Se agrupa  $y$  en el primer miembro al sumar  $(-\frac{4}{3}y)$  en los dos miembros y reduciendo términos semejantes:

$$\frac{3}{2}y - \frac{4}{3}y = -\frac{26}{3} + \frac{4}{3}y - \frac{4}{3}y$$

$$\frac{1}{6}y = -\frac{26}{3}$$

Se elimina el denominador 6, multiplicando los dos miembros por 6:

$$6 \left( \frac{1}{6}y \right) = \left( -\frac{26}{3} \right) 6$$

Con lo que se obtiene:

$$y = 52$$

Al sustituir y por su valor en la ecuación (1) se obtendrá:

$$2x - 3y = 12$$

$$2x - 3(-52) = 12$$

$$2x + 156 = 12$$

$$2x = 12 - 156$$

$$x = -\frac{144}{2} \quad \boxed{x = -72}$$

Se comprueba el sistema de ecuaciones propuesto:

$$2x - 3y = 12 \dots\dots\dots (1)$$

$$(1) \quad 2(-72) - 3(-52) = 12$$

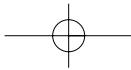
$$(2) \quad 3(-72) - 4(-52) = -8$$

$$-144 + 156 = 12$$

$$-216 + 208 = -8$$

$$12 = 12$$

$$-8 = -8$$



Como se observa, se han cumplido las igualdades en cada ecuación y queda comprobado que la solución del sistema es  $x = -72$  y  $y = -52$ .

El método de igualación es otra forma de resolver un sistema de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas.

## MÉTODO DE IGUALACIÓN II

**Corresponde a la sesión de GA 4.74 LA UNIÓN DA LA SOLUCIÓN**

El método de igualación es otra de las formas empleadas para resolver un sistema de ecuaciones simultáneas con dos incógnitas.

Este método trabaja paralelamente con las dos ecuaciones; el procedimiento general consiste en:

1. Despejar en ambas ecuaciones la misma incógnita.
2. Igualar los segundos miembros y hallar el valor de una incógnita.
3. Sustituir este valor en alguna de las ecuaciones para hallar el valor de la otra incógnita.
4. Comprobar los valores encontrados en las dos ecuaciones.

Obsérvese cómo se soluciona el siguiente problema, por medio del método de igualación.

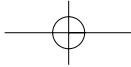
1. Isidro y Juan sembraron maíz en parcelas contiguas; si juntas miden 860 m<sup>2</sup> de área, y la de Isidro mide 120 m<sup>2</sup> más que la de Juan, ¿cuál es el área de cada parcela?

Se simbolizan las incógnitas con las variables:

$$x = \text{parcela de Isidro} \quad y = \text{parcela de Juan}$$

Planteado el problema por medio de un sistema de ecuaciones se tiene:

$$\begin{aligned} x + y &= 860 \\ x &= y + 120 \end{aligned}$$



Si se despeja en ambas ecuaciones la misma incógnita se tendrá:

$$x = 860 - y \quad x = y + 120$$

Como el primer miembro en ambas ecuaciones es el mismo ( $x$ ), se igualan los segundos miembros y se halla el valor de una incógnita.

$$x = 860 - y \quad x = y + 120$$

$$\begin{aligned} 860 - y &= y + 120 \\ 740 &= 2y \\ y &= 370 \end{aligned}$$

Al sustituir el valor de  $y$  en alguna de las dos ecuaciones se encuentra el valor de la otra incógnita.

$$\begin{aligned} x &= y + 120 \\ x &= 370 + 120 \\ x &= 490 \end{aligned}$$

Por tanto, la parcela de Isidro mide  $490 \text{ m}^2$  y la de Juan  $370 \text{ m}^2$ .

Al comprobar los valores encontrados en las dos ecuaciones se tiene:

$$\begin{array}{ll} x + y = 860 & x = y + 120 \\ 490 + 370 = 860 & 490 = 370 + 120 \\ 860 = 860 & 490 = 490 \end{array}$$

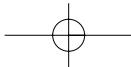
2. Resolver y comprobar el sistema:

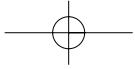
$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} \dots \text{(A)}$$

$$\frac{y}{3} = \frac{x}{3} - 1 \dots \text{(B)}$$

Despejar en A y B la misma incógnita:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} \dots \text{(A)} \qquad \frac{y}{3} = \frac{x}{3} - 1 \dots \text{(B)}$$





También se puede representar como:

$$\frac{1}{5}x = \frac{1}{4}y \quad \frac{1}{3}y = \frac{1}{3}x - 1$$

Para despejar  $y$ , se multiplica por el inverso del coeficiente:

$$4\left(\frac{1}{5}\right)x = \left(\frac{1}{4}\right)(4)y \quad 3\left(\frac{1}{3}\right)y = \left(\frac{1}{3}x - 1\right)3$$

$$y = \frac{4}{5}x \quad y = \frac{3}{3}x - 3$$

$$y = x - 3$$

Igualando los segundos miembros hallaremos el valor de la incógnita.

$$y = \frac{4}{5}x \quad y = x - 3$$

$$\frac{4}{5}x = x - 3$$

Despejando  $x$ :

$$3 = x - \frac{4}{5}x \quad (5)(3) = 5\left(\frac{1}{5}\right)x$$

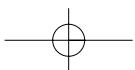
$$3 = \left(\frac{1}{5} - \frac{4}{5}\right)x \quad x = 15$$

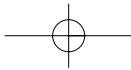
$$3 = \frac{1}{5}x$$

Se sustituye el valor de  $x$  en alguna ecuación y se halla el valor de la otra variable:

$$y = x - 3$$

$$y = 12$$





Se comprueban los valores encontrados en ambas ecuaciones:

$$\frac{x}{5} = \frac{y}{4} \quad \dots \dots \dots \text{(A)}$$

$$\frac{y}{3} = \frac{x}{3} - 1 \quad \dots \dots \dots \text{(B)}$$

$$\frac{15}{5} = \frac{12}{4}$$

$$\frac{12}{3} = \frac{15}{3} - 1$$

$$3 = 3$$

$$\begin{aligned} 4 &= 5 - 1 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

Como puede observarse, el sistema de ecuaciones con coeficientes fraccionarios también se resuelve por el método de igualación, con el mismo procedimiento.

## MÉTODO DE REDUCCIÓN I

Corresponde a la sesión de GA 4.75 ¡ELIMÍNALA!

Para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones existen varios métodos; uno de ellos es el llamado de **reducción o eliminación por suma y resta**, ya que consiste en eliminar una de las literales sumando o restando los miembros de las dos igualdades.

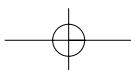
Obsérvense los siguientes ejemplos:

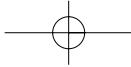
### Ejemplo 1

$$\begin{aligned} x + 2y &= 10 \\ -x + y &= -1 \end{aligned}$$

Se observa en el sistema anterior que las **x** son simétricas, por lo cual es posible sumar ambas ecuaciones y eliminar dicha literal.

$$\begin{array}{r} x + 2y = 10 \\ + \\ -x + y = -1 \\ \hline 0 + 3y = 9 \end{array}$$





Con la igualdad resultante se obtiene el valor de **y**, aplicando las propiedades de la igualdad.

$$3y = 9$$

$$\frac{3y}{3} = \frac{9}{3}$$

$$y = 3$$

Se sustituye **y** por su valor numérico en una de las dos ecuaciones para obtener el valor de **x**:

$$\begin{aligned} x + 2y &= 10 \\ x + 2(3) &= 10 \\ x + 6 &= 10 \\ x + 6 - 6 &= 10 - 6 \end{aligned}$$

$$x = 4$$

Y se comprueba sustituyendo ambos valores en la segunda ecuación:

$$\begin{aligned} -x + y &= -1 \\ -4 + 3 &= -1 \\ -1 &= -1 \end{aligned}$$

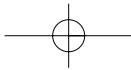
### Ejemplo 2

$$\frac{2}{3}x + 3y = 10$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 3$$

La literal **x** tiene el mismo coeficiente en las dos ecuaciones; como no son simétricas, se resta la segunda ecuación a la primera, cambiando los signos en el sustraendo, y se busca el valor de **y**.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3}x + 3y = 10 \\ -\frac{2}{3}x + \frac{1}{2}y = -3 \\ \hline 3\frac{1}{2}y = 7 \end{array}$$



Como  $3\frac{1}{2} = 3.5$  entonces, es posible convertir la fracción común en una **fracción decimal finita**, se convierte, ya que resulta más fácil realizar las operaciones de esta forma. En cambio, si la fracción decimal resulta infinita, se trabaja con la fracción común.

Entonces:  $3.5y = 7$

$$\frac{3.5y}{3.5} = \frac{7}{3.5}$$

$y = 2$

Se sustituye **y** en una de las ecuaciones para encontrar el valor de **x**.

$$\frac{2}{3}x + 3y = 10$$

$$\frac{2}{3}x + 3(2) = 10$$

$$\frac{2}{3}x + 6 = 10$$

$$\frac{2}{3}x + 6 - 6 = 10 - 6$$

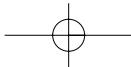
$$\frac{2}{3}x = 4$$

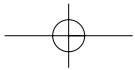
$$3(\frac{2}{3}x) = 3(4)$$

$$2x = 12$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$

$x = 6$





Y se comprueba en la otra ecuación, sustituyendo las literales por los valores encontrados.

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y = 3$$

$$\frac{2}{3}(6) - \frac{1}{2}(2) = 3$$

$$4 - 1 = 3$$

$$3 = 3$$

En los ejemplos anteriores se emplearon los siguientes pasos del método de reducción:

1. Eliminar una de las dos incógnitas por medio de la suma o resta de las ecuaciones.
2. Sustituir el valor encontrado en una de las ecuaciones.
3. Comprobar los resultados en la otra ecuación.

## MÉTODO DE REDUCCIÓN II

**Corresponde a la sesión de GA 4.76 BUSCA SU RECÍPROCO**

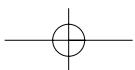
El método de reducción se aplica en un sistema de ecuaciones compatible, cuyos términos son simétricos o términos semejantes con igual coeficiente, pero también se aplica en otros casos.

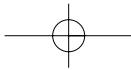
### Ejemplo 1

$$2x + 3y = 6 \text{ ecuación (1)}$$

$$3x + 2y = 14 \text{ ecuación (2)}$$

En este sistema de ecuaciones no es posible aplicar directamente el método de reducción, pues no existen términos simétricos o semejantes con igual





coeficiente. Se inicia escogiendo la literal que se desea eliminar, en este caso se eliminará **y**, para lo cual se multiplica la ecuación 1 por el coeficiente de **y** en la ecuación 2:

$$\begin{aligned} 2(2x + 3y = 6) \\ 4x + 6y = 12 \end{aligned}$$

Y la ecuación 2 por el coeficiente de **y** en la ecuación 1:

$$\begin{aligned} 3(3x + 2y = 14) \\ 9x + 6y = 42 \end{aligned}$$

De donde resultan las ecuaciones 3 y 4:

$$\begin{aligned} 4x + 6y = 12 \text{ ecuación (3)} \\ 9x + 6y = 42 \text{ ecuación (4)} \end{aligned}$$

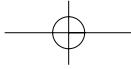
En este sistema, **y** tiene coeficientes iguales. Como no son simétricos se resta la ecuación 4 a la 3, cambiando los signos de los términos del sustraendo, y se despeja **x**:

$$\begin{array}{r} 4x + 6y = 12 \\ -9x - 6y = -42 \\ \hline -5x = -30 \\ x = \frac{-30}{-5} \end{array}$$

$$x = 6$$

Este valor se sustituye en la ecuación 1 para encontrar el valor de **y**.

$$\begin{aligned} 2(6) + 3y &= 6 \\ 12 + 3y &= 6 \\ 12 - 12 + 3y &= 6 - 12 \\ 3y &= -6 \\ y &= \frac{-6}{3} \\ y &= -2 \end{aligned}$$



Esos valores se comprueban sustituyéndolos en la ecuación 2:

$$\begin{aligned}3x + 2y &= 14 \\3(6) + 2(-2) &= 14 \\18 + (-4) &= 14 \\18 - 4 &= 14\end{aligned}$$

$$14 = 14$$

### Ejemplo 2

$$\begin{aligned}2x + 3y &= -3 \text{ ecuación (1)} \\x + 4y &= 1 \text{ ecuación (2)}\end{aligned}$$

En este sistema resulta más fácil eliminar a  $x$ , pues en la ecuación 2 su coeficiente es uno, así que ésta se multiplica por el coeficiente de  $x$  en (1).  
 $2(x + 4y = 1)$

$$2x + 8y = 2 \text{ ecuación (3)}$$

Y se cambian los signos de la ecuación (3) para encontrar el valor de  $y$ :

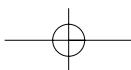
$$\begin{array}{r}2x + 3y = -3 \\-2x - 8y = -2 \\ \hline -5y = -5 \\ y = \frac{-5}{-5}\end{array}$$

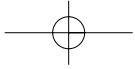
$$y = 1$$

Y se sustituye en la ecuación (1).

$$\begin{aligned}2x + 3 &= -3 \\2x &= -3 - 3 \\2x &= -6 \\x &= \frac{-6}{2}\end{aligned}$$

$$x = -3$$





Estos valores se sustituyen en la ecuación (2) para comprobarlos:

$$\begin{aligned}x + 4y &= 1 \\ -3 + 4(1) &= 1 \\ -3 + 4 &= 1 \\ 1 &= 1\end{aligned}$$

### Ejemplo 3

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y = 6 \text{ ecuación (1)}$$

$$x + \frac{2}{3}y = 16 \text{ ecuación (2)}$$

En este sistema se eliminará a  $x$  por lo que se multiplica la ecuación 2 por  $\frac{1}{4}$  ya que es el coeficiente de  $x$  en la ecuación 1 quedando la ecuación:

$$\frac{1}{4}\left[x + \frac{2}{3}y = 16\right]$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{2}{12}y = \frac{16}{4}$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{6}y = 4 \text{ ecuación (3)}$$

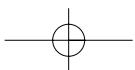
Al obtener la ecuación (3), se observa que las  $x$  en las ecuaciones 1 y 3 no son simétricas, por lo que se resta la ecuación (3) a la (1) cambiando los signos de la (3).

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y = 6$$

$$\begin{array}{r} -\frac{1}{4}x - \frac{1}{6}y = -4 \\ \hline \frac{1}{6}y = 2 \end{array}$$

$$6\left[\frac{1}{6}y\right] = (2)6$$

$$y = 12$$





El valor de **y** se sustituye en la ecuación (2) para encontrar el valor de **x**.

$$x + \frac{2}{3}y = 16$$

$$x + \frac{2}{3}(12) = 16$$

$$x + \frac{24}{3} = 16$$

$$\begin{aligned} x + 8 &= 16 \\ x + 8 - 8 &= 16 - 8 \end{aligned}$$

$x = 8$

Para comprobar los valores de **x** y **y** se sustituyen en la ecuación (1):

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y = 6$$

$$\frac{1}{4}(8) + \frac{1}{3}(12) = 6$$

$$\frac{8}{4} + \frac{12}{3} = 6$$

$$2 + 4 = 6$$

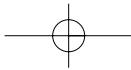
$6 = 6$

Con lo cual se comprueban los valores encontrados.

## SISTEMAS DE ECUACIONES 3 x 3

**Corresponde a las sesiones de GA 4.77 y 4.78 ¡BUSCANDO UNA SOLUCIÓN A TRES PROBLEMAS!**

De alguna manera, hasta ahora se conoce un sistema de ecuaciones con dos incógnitas que representan la situación de un problema. Pero sin embargo,



también existen problemas que generan un sistema de ecuaciones con tres incógnitas. Obsérvese el problema siguiente:

Luis compra 2 lápices, 1 pluma y 1 goma, pagando por ello Q5.00. Juan compra 1 lápiz, 3 plumas y 2 gomas iguales a los de Luis en Q9.00. Por último, Pedro también compra 3 lápices, 1 pluma y 2 gomas iguales a los de Luis y Juan, pagando un total de Q7.00.

¿Cuál es el precio de cada artículo?

Si se representa a **x** como el número de lápices, a **y** como el número de plumas y a **z** como el número de gomas, entonces se generan tres ecuaciones con tres incógnitas.

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 5 \quad \text{ecuación (1)} \\ x + 3y + 2z &= 9 \quad \text{ecuación (2)} \\ 3x + y + 2z &= 7 \quad \text{ecuación (3)} \end{aligned}$$

Esto se conoce como un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas.

Para resolver este sistema simultáneamente, se selecciona arbitrariamente la tercera incógnita **z** como la variable por eliminar en primer lugar.

En las ecuaciones (1) y (2) el mcm de los coeficientes de **z** es 2. Por tanto, para eliminar **z**, la ecuación (1) se multiplica por 2 y la ecuación (2) por 1 y se restan las ecuaciones resultantes.

$$\begin{array}{r} 4x + 2y + 2z = 10 \quad \text{ecuación (1) por 2} \\ x + 3y + 2z = 9 \quad \text{ecuación (2) por 1} \\ \hline 3x - y = 1 \quad \text{ecuación (A)} \end{array}$$

Para seguir eliminando **z** de las tres ecuaciones, se observa que el coeficiente de **z** en la ecuación (3) es el doble del coeficiente de **z** en la ecuación (1); así que se multiplican los miembros de la ecuación (1) por 2 y se restan de la ecuación (3) como sigue:

$$\begin{array}{r} 3x + y + 2z = 7 \quad \text{ecuación (3)} \\ 4x + 2y + 2z = 10 \quad \text{ecuación (1) por 2} \\ \hline -x - y = -3 \quad \text{ecuación (B)} \end{array}$$



Con las dos ecuaciones (A) y (B) de dos incógnitas que resultaron, se forma un sistema y se resuelve para obtener los valores de **x** y de **y**.

$$\begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ -x - y = -3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{ecuación (A)} \\ \text{ecuación (B)} \end{array}$$

En este caso, como la variable **y** tiene el mismo coeficiente en las dos ecuaciones, se resuelve el sistema por resta para eliminar a la variable **y**.

$$\begin{array}{rcl} 3x - y = 1 & \longrightarrow & \text{ecuación (A)} \\ -x - y = -3 & \longrightarrow & \text{ecuación (B)} \\ \hline 4x & = 4 & \end{array}$$

$$x = 1$$

Ahora se obtiene el valor de **y** al sustituir  $x = 1$  en cualquier ecuación (A) o (B). En este caso en ecuación (A), se tiene:

$$\begin{array}{rcl} 3x - y = 1 & \longrightarrow & \text{ecuación (A)} \\ 3(1) - y = 1 & & \\ 3 - y = 1 & & \end{array}$$

$$y = 2$$

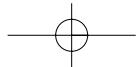
Finalmente, se puede obtener el valor de **z** sustituyendo  $x = 1$  y  $y = 2$  en cualquiera de las tres ecuaciones dadas. Empleando la ecuación (1), se tiene:

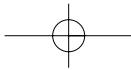
$$\begin{array}{rcl} 2x + y + z = 5 & \longrightarrow & \text{ecuación (1)} \\ 2(1) + 2 + z = 5 & & \end{array}$$

$$z = 1$$

Así que, la solución del problema es:

Costo de un lápiz = Q1.00  
 Costo de una pluma = Q2.00  
 Costo de una goma = Q1.00





La solución se verifica sustituyendo esos valores en cualquiera de las ecuaciones (2) o (3), obteniéndose:

$$\begin{aligned} x + 3y + 2z &= 9 \longrightarrow \text{ecuación (2)} \\ 1 + 3(2) + 2(1) &= 9 \end{aligned}$$

$$9 = 9$$

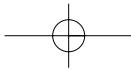
Concluyéndose, para resolver un sistema de tres ecuaciones lineales, se siguen los pasos siguientes:

- Paso 1.** Combinar dos de las ecuaciones dadas y se elimina una de las incógnitas (por suma o resta) y con ello se obtiene una ecuación con dos incógnitas.
- Paso 2.** Eliminar la misma incógnita o variable, utilizando una ecuación del paso 1 con otra que no se haya utilizado; con esto se obtiene otra ecuación con dos incógnitas.
- Paso 3.** Resolver las dos ecuaciones obtenidas del paso 1 y 2 formando un sistema con dos incógnitas y con ello se obtiene el valor de cada una de las dos incógnitas.
- Paso 4.** Sustituir el valor de las dos incógnitas encontradas en el paso 3 en cualquier ecuación de sistemas  $3 \times 3$ , para encontrar finalmente el valor de la tercera incógnita.
- Paso 5.** Sustituir el valor de cada incógnita en el sistema de ecuaciones  $3 \times 3$ , para comprobar si realmente satisfacen al sistema.

## GRÁFICA DE FUNCIONES CUADRÁTICAS

Corresponde a la sesión de GA 4.80 VA Y VIENE

Algunas gráficas de funciones reciben nombres especiales, hay funciones cuya gráfica es una línea recta y a las cuales se les llama funciones lineales. En esta ocasión se verá la gráfica de las funciones cuadráticas. Obsérvese la forma en que se obtienen.



### 1. Graficar la función $y = x^2$

A  $x$ , al igual que en las funciones lineales, se le considera como la variable independiente, ya que se le puede asignar cualquier valor, mientras que  $y$ , es la variable dependiente, porque sus valores están en función o dependen de los valores que tenga  $x$ . Para facilitar el procedimiento se asignarán valores a  $x$  comprendidos entre  $-2$  y  $2$ .

La tabulación queda de la siguiente manera:

$$y = x^2$$

<b>x</b>	<b>y</b>	<b>Puntos</b>
-2	4	(-2, 4)
-1	1	(-1, 1)
0	0	(0, 0)
1	1	(1, 1)
2	4	(2, 4)

Si  $x = -2$ , entonces:

$$y = (-2)^2 = 4$$

$$y = 4$$

Si  $x = -1$ , entonces:

$$y = (-1)^2 = 1$$

$$y = 1$$

Si  $x = 0$ , entonces:

$$y = (0)^2 = 0$$

$$y = 0$$

Si  $x = 1$ , entonces:

$$y = (1)^2 = 1$$

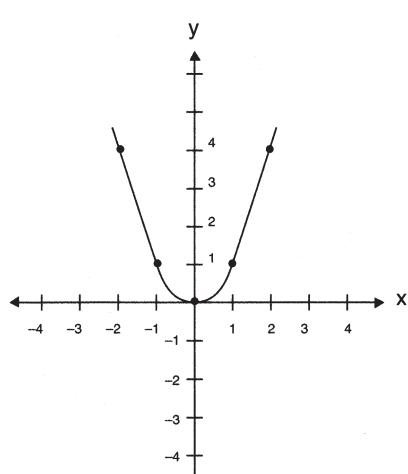
$$y = 1$$

Si  $x = 2$ , entonces:

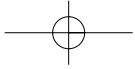
$$y = (2)^2 = 4$$

$$y = 4$$

Una vez que ya se tienen los puntos, se traza la gráfica.



Como se observa, esta gráfica tiene su vértice o punto más bajo en el origen; este tipo de gráfica se conoce como parábola.



## 2. Graficar la función $y = -2x^2 - 1$

La tabulación queda:

$$y = -2x^2 - 1$$

x	y	Puntos
-2	-9	(-2, -9)
-1	-3	(-1, -3)
0	-1	(0, -1)
1	-3	(1, -3)
2	-9	(2, -9)

Si  $x = -2$ , entonces: Si  $x = 1$ , entonces:

$$\begin{aligned} y &= -2(-2)^2 - 1 & y &= -2(1)^2 - 1 \\ y &= -2(4) - 1 = -8 - 1 & y &= -2 - 1 \\ y &= -9 & y &= -3 \end{aligned}$$

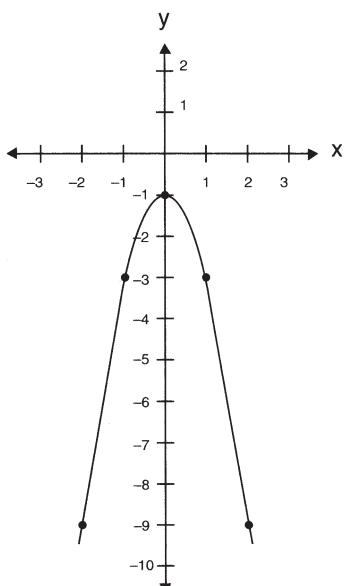
Si  $x = -1$ , entonces: Si  $x = 2$ , entonces:

$$\begin{aligned} y &= -2(-1)^2 - 1 & y &= -2(2)^2 - 1 \\ y &= -2(-1)^2 - 1 & y &= -2(4) - 1 = -8 - 1 \\ y &= -3 & y &= -9 \end{aligned}$$

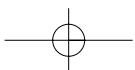
Si  $x = 0$ , entonces:

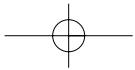
$$\begin{aligned} y &= -2(0)^2 - 1 \\ y &= -1 \end{aligned}$$

La gráfica queda de la siguiente forma:



Como se observa, la gráfica abre hacia abajo debido a que el coeficiente del término cuadrático es negativo, y el vértice, que es el punto más bajo de la parábola, queda sobre el eje de las ordenadas.





### 3. Graficar la función $y = x^2 + 2x$

La tabulación queda:

$$y = x^2 + 2x$$

x	y	Puntos
-3	3	(-3, 3)
-2	0	(-2, 0)
-1	-1	(-1, -1)
0	0	(0, 0)
1	3	(1, 3)

Si  $x = -3$ , entonces:  
 $y = (-3)^2 + 2(-3) = 9 - 6$   
 $y = 3$

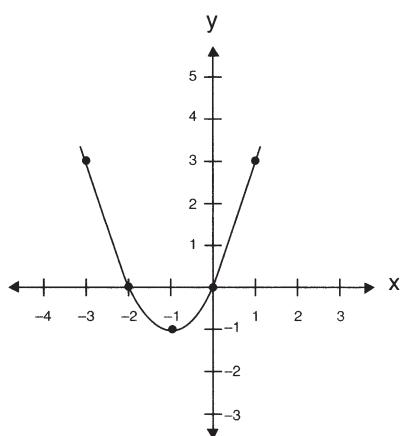
Si  $x = -2$ , entonces:  
 $y = (-2)^2 + 2(-2) = 4 - 4$   
 $y = 0$

Si  $x = -1$ , entonces:  
 $y = (-1)^2 + 2(-1) = 1 - 2$   
 $y = -1$

Si  $x = 0$ , entonces:  
 $y = 0^2 + 2(0) = 0$   
 $y = 0$

Si  $x = 1$ , entonces:  
 $y = 1^2 + 2(1) = 1 + 2$   
 $y = 3$

La gráfica queda así:



Aquí se observa que el vértice queda fuera del eje de las ordenadas, lo cual caracteriza a este tipo de funciones.

4. Graficar la función  $y = x^2 - x + 1$

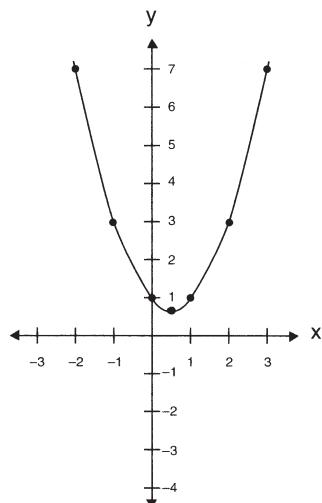
La tabulación queda de la siguiente forma:

$$y = x^2 - x + 1$$

x	y	Puntos
-2	7	(-2, 7)
-1	3	(-1, 3)
0	1	(0, 1)
1	1	(1, 1)
2	3	(2, 3)

- Si  $x = -2$ , entonces:  
 $y = (-2)^2 - (-2) + 1 = 4 + 2 + 1$   
 $y = 7$
- Si  $x = -1$ , entonces:  $y = 3$   
 Si  $x = 0$ , entonces:  $y = 1$   
 Si  $x = 1$ , entonces:  $y = 1$   
 Si  $x = 2$ , entonces:  $y = 3$

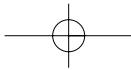
La gráfica queda así:



En la gráfica se observa que el vértice de la parábola queda sobre el eje de las abscisas.

Con base en lo anterior se tiene que:

La gráfica de una función cuadrática siempre es una parábola, el sentido de ésta lo determina el coeficiente del término cuadrático; cuando éste es negativo, la parábola abre hacia abajo, esto es, su vértice es el punto más alto



de ella; si el coeficiente del término cuadrático es positivo abre hacia arriba. Asimismo, el vértice puede quedar en el origen, sobre el eje de las ordenadas, en el de las abscisas o en cualquier otro punto del plano cartesiano.

## ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

**Corresponde a la sesión de GA 4.81 PASA TU TIEMPO... SIENDO CURIOSO**

Existen infinidad de problemas que se resuelven directamente a través de fórmulas, con una ecuación lineal, con un sistema de ecuaciones, sin embargo, hay problemas como el siguiente:

El perímetro de un rectángulo es de 70 cm, y su área es de 300 cm<sup>2</sup>. ¿Cuál es la medida de la base y la altura?

Se sabe que la fórmula para calcular el perímetro del rectángulo es:

$P = 2(a + b)$  y la fórmula de su área es:  $A = bh$ , entonces:

$$\begin{aligned} a + b &= 35 \text{ (semiperímetro)} && \longrightarrow \text{ecuación (1)} \\ ab &= 300 \text{ (base por altura)} && \longrightarrow \text{ecuación (2)} \end{aligned}$$

Despejando **b** de la ecuación (1), se tiene:

$b = 35 - a$  Sustituyendo en ecuación (2), resulta:

$a(35 - a) = 300$ , efectuando las operaciones en el primer miembro e igualando con cero, se obtiene:

$$-a^2 + 35a - 300 = 0$$

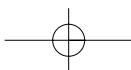
Esto se considera una ecuación de segundo grado, ya que el exponente mayor es dos.

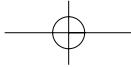
De este modo, una ecuación de segundo grado con una incógnita es cualquier ecuación que se puede escribir de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde:

**x** es la incógnita.  
**a**, **b** y **c** son constantes.





Obsérvese cómo se transforma la siguiente ecuación, que parece ser de primer grado:

$$2x(x - 4) + 3 = 0$$

Al resolver operaciones se obtiene  $2x^2 - 8x + 3 = 0$ , que tiene la forma anterior.

Obsérvense estos ejemplos:

1.  $x^2 + 3x - 15 = 0$

2.  $4x^2 - 7 = 0$

3.  $3x^2 + 4x = 0$

4.  $x^2 + 5x = 18$ , porque pasando 18 al primer miembro, resulta  
 $x^2 + 5x - 18 = 0$

5.  $x^3 + 3x^2 = x^3 + 18$ , porque pasando todos los términos al primer miembro y reduciendo términos semejantes, se obtiene  $3x^2 - 18 = 0$

6.  $x = \frac{2}{x} - \frac{3}{4}$ , porque puede reducirse lo siguiente:  $4x^2 + 3x - 8 = 0$

De acuerdo con lo anterior, las ecuaciones de segundo grado se clasifican en:

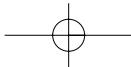
a) **Ecuaciones completas**  $ax^2 + bx + c = 0$

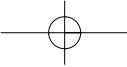
b) **Ecuaciones incompletas**  $ax^2 + bx = 0$

$ax^2 + c = 0$

### Ecuaciones completas de segundo grado

Se llama ecuación completa de segundo grado con una incógnita, aquella operación en que, después de haber realizado las transformaciones y reducciones posibles, se cuenta con un término cuadrático (**tc**), con un término lineal (**tl**) y con un término independiente (**ti**).





### Ejemplos

	(tc)	(tl)	(ti)
1. $x^2 - 3x + 6 = 0$	$x^2$	$-3x$	6
2. $x^2 - x - 2 = 0$	$x^2$	$-x$	-2
3. $3x^2 + 5x - 28 = 0$	$3x^2$	$5x$	-28
4. $2x^2 - 6x - 30 = 0$	$2x^2$	$-6x$	-30

La forma general de la ecuación completa de segundo grado es la siguiente:

$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ donde:}$$

ax<sup>2</sup> es el término cuadrático  
 bx es el término lineal  
 c es el término independiente

### Ecuaciones incompletas de segundo grado

En toda ecuación de segundo grado, después de haber hecho las transformaciones y reducciones posibles, debe figurar necesariamente el término de segundo grado, pero puede faltar el término de primer grado o el término independiente; estos casos reciben la denominación de **incompleta**.

$3x^2 - 6x = 0$  Ecuación incompleta de segundo grado por carecer de término independiente.

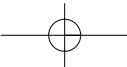
$x^2 - 25 = 0$  Ecuación incompleta de segundo grado por carecer de término de primer grado.

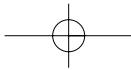
La forma general de una ecuación incompleta de segundo grado en la que no existe término independiente, es:

$$ax^2 + bx = 0$$

Si la ecuación carece del término de primer grado, la forma general es:

$$ax^2 + c = 0$$





## Ejemplos

$$x^2 + 5x = 0$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$3x^2 + 9x = 0$$

$$5x^2 = 15x$$

Carece de término independiente,  
por tanto pertenecen a la forma  
 $ax^2 + bx = 0$

$$9x^2 - 7 = 0$$

$$4x^2 + 25 = 0$$

$$m^2 - 12 = 0$$

$$y^2 - 45 = 0$$

Carecen de término lineal, por tanto  
pertenece a la forma  $ax^2 + c = 0$

## SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS

### DE LA FORMA $ax^2 + c = 0$

**Corresponde a la sesión de GA 4.82 ¡TU SIEMPRE PUEDES!**

Las soluciones o raíces de una ecuación son los valores de las incógnitas que satisfacen a esa ecuación.

Las ecuaciones de primer grado con una incógnita admiten una sola solución o raíz. Las ecuaciones de segundo grado tienen siempre dos soluciones o raíces, porque existen dos valores de la incógnita que satisfacen a la ecuación.

Obsérvese, mediante algunos ejemplos sencillos, el procedimiento que se debe seguir para resolver este tipo de ecuaciones.

1. Sea resolver la ecuación  $x^2 - 36 = 0$

Pasando el término independiente al segundo miembro, se tiene:

$$x^2 = 36$$

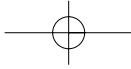
Extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros, se obtiene

$$x = \pm\sqrt{36}$$

Por tanto, las raíces son:

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = -6$$



### Comprobación

Para  $x_1 = 6$   
 $(6)^2 - 36 = 0$

$$36 - 36 = 0$$

Para  $x_2 = -6$   
 $(-6)^2 - 36 = 0$

$$36 - 36 = 0$$

2. Resolver la ecuación  $3x^2 - 15 = 0$

Pasando el término independiente al segundo término, resulta:

$$3x^2 = 15$$

Dividiendo los dos miembros entre 3, coeficiente del término de segundo grado, se tiene:

$$x^2 = 5$$

Extrayendo la raíz cuadrada de los dos miembros, se obtiene:

$$x = \pm \sqrt{5}$$

Las raíces son:

$$x_1 = +\sqrt{5}$$

$$x_2 = -\sqrt{5}$$

En este caso, resulta también que las raíces son números simétricos.

### Comprobación

Para  $x_1 = +\sqrt{5}$

$$3[+\sqrt{5}]^2 - 15 = 0$$

$$3(5) - 15 = 0$$

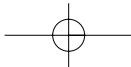
$$15 - 15 = 0$$

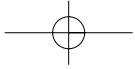
Para  $x_2 = -\sqrt{5}$

$$3[-\sqrt{5}]^2 - 15 = 0$$

$$3(5) - 15 = 0$$

$$15 - 15 = 0$$





En general, la ecuación incompleta de segundo grado de la forma

$$ax^2 + c = 0$$

se resuelve siguiendo el procedimiento de los ejemplos anteriores.

Se pasa el término independiente **c** al segundo miembro

$$ax^2 = -c$$

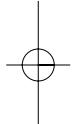
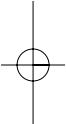
Debe tenerse muy en cuenta que el término **-c**, que figura en el segundo miembro, representa únicamente el término independiente, con signo contrario al que poseía en el primer miembro.

Dividiendo los dos miembros entre el coeficiente de  $x^2$  queda:

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

Extrayendo la raíz cuadrada de los dos miembros

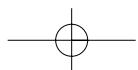
$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$$

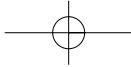


Las dos raíces de la ecuación son:

$$\begin{aligned} x_1 &= +\sqrt{\frac{-c}{a}} \\ x_2 &= -\sqrt{\frac{-c}{a}} \end{aligned}$$

Con base en lo anterior, se concluye que:





La ecuación incompleta de segundo grado de la forma  $ax^2 + c = 0$  tiene siempre dos soluciones, que son dos valores simétricos. Estos se encuentran extrayendo la raíz cuadrada del cociente que resulta de dividir el término independiente, con signo contrario, entre el coeficiente de  $x^2$ , teniendo en cuenta el doble signo  $\pm$  de la raíz cuadrada.

Obsérvese los ejemplos siguientes:

1. Resolver la ecuación  $5x^2 - 125 = 0$

Aplicando la fórmula anterior, se tiene:

$$x = \pm \sqrt{\frac{-(-125)}{5}}$$

$$x = \pm \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

Por tanto, las raíces son:

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -5$$

2. El área de un triángulo es de  $37.5 \text{ m}^2$  y su altura es el triple de la base. Hallar sus dimensiones.

#### Datos

$$A = 37.5 \text{ m}^2$$

$$h = 3b$$

#### Incógnitas

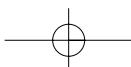
base

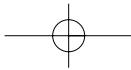
altura

#### Fórmula del área

$$A = \frac{bh}{2}$$

sustituyendo los datos, se tiene:





$\frac{b(3b)}{2} = 37.5$  despejando y simplificando, resulta:

$$\begin{aligned}3b^2 &= 75 \\b^2 &= 25\end{aligned}$$

$$b = \sqrt{25}$$

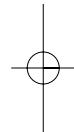
$b_1 = +5$  En este caso, sólo se toma el valor positivo para la solución del problema; por tanto sustituyendo  $b$   
 $b_2 = -5$

en la igualdad  $h = 3b$ , entonces, se obtiene:  $h = 3(5) = 15$

Por tanto, la altura es de 15 m y la base es de 5 m.

## GRÁFICA DE ECUACIONES DE LA FORMA $ax^2 + c = 0$

Corresponde a la sesión de GA 4.83 SOLUCIONES SIMÉTRICAS



En la resolución de ecuaciones cuadráticas es conveniente ver el método gráfico, ya que en éste se visualiza el comportamiento que presentan dichas ecuaciones, para ello se debe tener en cuenta que las ecuaciones son igualdades con respecto a cero, las que se estudiarán en esta sesión son de la forma  $ax^2 + c = 0$ , para obtener su gráfica se debe considerar como una función de la forma  $y = ax^2 + c$ , con base en algunos ejemplos se mostrará ésta. Finalmente se podrá determinar las raíces de una ecuación de este tipo.

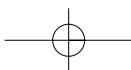
1. Se desea cercar un jardín de forma cuadrangular, el cual tiene un área de 4 m<sup>2</sup>. ¿Cuántos metros de alambre se deben comprar para cercarlo?

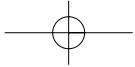
Los datos que se obtienen del enunciado son:

$$\begin{aligned}\text{lado} &= x \\ \text{área} &= 4 \text{ m}^2\end{aligned}$$

La fórmula para determinar el área de un cuadrado es  $A = l^2$ , por lo que al sustituir los datos que se tienen en la fórmula se tiene:

$$\begin{aligned}A &= l^2 \\ 4 &= x^2\end{aligned}$$





Al igualar a cero dicha expresión, se obtiene la siguiente ecuación:

$$x^2 - 4 = 0$$

Para obtener la gráfica de esta ecuación, se considera como una función, la cual queda:

$$y = x^2 - 4$$

Debido a que se trata de una función cuadrática, al asignarle valores a  $x$ , se obtienen los valores de  $y$ , aquí los valores que se le asignarán a  $x$  estarán comprendidos de  $-3$  a  $3$  para facilitar la tabulación.

Como se observa la ecuación es  $x^2 - 4 = 0$ , para graficarla se expresa como una función, por lo que ésta queda así:  $y = x^2 - 4$ , la forma de tabular la función es la siguiente:

$$y = x^2 - 4$$

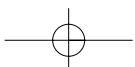
<b>x</b>	<b>y</b>	<b>Puntos</b>
-3	5	(-3, 5)
-2	0	(-2, 0)
-1	-3	(-1, -3)
0	-4	(0, -4)
1	-3	(1, -3)
2	0	(2, 0)
3	5	(3, 5)

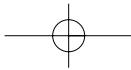
Al efectuar las sustituciones correspondientes en la función  $y = x^2 - 4$ , se tiene:

Si  $x = -3$ , entonces:  
 $y = (-3)^2 - 4$   
 $y = 9 - 4$

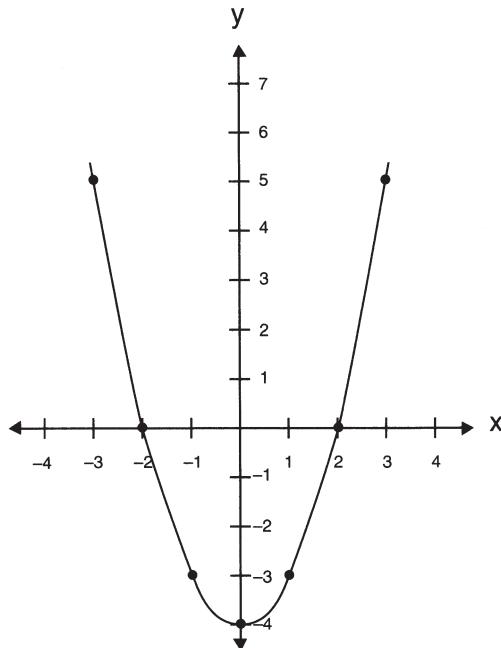
$$y = 5$$

Si  $x = -2$ , entonces  $y = 0$   
 Si  $x = -1$ , entonces  $y = -3$   
 Si  $x = 0$ , entonces  $y = -4$   
 Si  $x = 1$ , entonces  $y = -3$   
 Si  $x = 2$ , entonces  $y = 0$   
 Si  $x = 3$ , entonces  $y = 5$





La gráfica que se obtiene es:



De la gráfica se observa que la parábola corta al eje de las abscisas, en los puntos 2 y -2, los cuales son las raíces de la ecuación  $x^2 - 4 = 0$ , por lo que éstas son:

$$x_1 = 2 \quad y \quad x_2 = -2$$

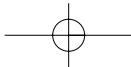
De las raíces que se tienen para dar solución al problema inicial, únicamente se toma el valor positivo, debido a que las dimensiones siempre son positivas, razón por la cual se toma la raíz positiva, por tanto las dimensiones del jardín son 2 m por lado.

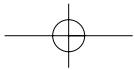
Ahora, la cantidad de alambre que se debe comprar son 8 m para cercarlo.

## 2. Encontrar la solución gráfica de la ecuación $-x^2 + 11 = 2$

Para convertir esta ecuación de la forma  $ax^2 + c = 0$ , se debe igualar a cero, por lo que ésta queda así:

$$\begin{aligned} -x^2 + 11 - 2 &= 0 \\ -x^2 + 9 &= 0 \end{aligned}$$





Como la ecuación es de la forma deseada, ahora se considera como una función y ésta queda como  $y = x^2 + 9$ , se procede a realizar la tabulación de la función correspondiente por lo que ésta queda:

$$y = -x^2 + 9$$

x	y	Puntos
-3	0	(-3, 0)
-2	5	(-2, 5)
-1	8	(-1, 8)
0	9	(0, 9)
1	8	(1, 8)
2	5	(2, 5)
3	0	(3, 0)

Al efectuar las sustituciones correspondientes en la función  $y = -x^2 + 9$ , se tiene:

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 9 \\ &= -(-3)^2 + 9 = -9 + 9 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

De manera análoga se obtienen los otros valores de y, esto es:

- Cuanto  $x = -2$ , se obtiene  $y = 5$
- Cuanto  $x = -1$ , se obtiene  $y = 8$
- Cuanto  $x = 0$ , se obtiene  $y = 9$
- Cuanto  $x = 1$ , se obtiene  $y = 8$
- Cuanto  $x = 2$ , se obtiene  $y = 5$
- Cuanto  $x = 3$ , se obtiene  $y = 0$

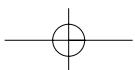
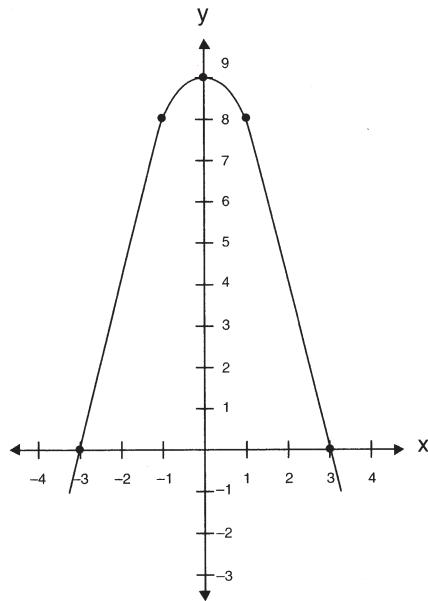
La gráfica queda de la siguiente forma:

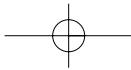
Nuevamente se observa que la parábola corta el eje de las abscisas en los puntos  $-3$  y  $3$ , lo cual indica que las raíces de la ecuación  $-x^2 + 9 = 0$  son:

$$x_1 = -3 \text{ y } x_2 = 3$$

Con base en lo mostrado se tiene que:

La gráfica de una ecuación de la forma  $ax^2 + c = 0$ , es una parábola, la que va a tener siempre su vértice en el eje de las ordenadas y además cortará al eje de las abscisas en puntos diferentes de cero.





## SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE LA FORMA $ax^2 + bx = 0$ I

Corresponde a la sesión 4.84 SEPARACIÓN NECESARIA

Las ecuaciones cuadráticas pueden ser completas o incompletas; en este caso corresponde hablar de las incompletas, pero del tipo llamado mixtas.

Una ecuación mixta es la que carece de término independiente, ejemplo:

$$ax^2 + bx = 0.$$

Obsérvese el siguiente problema que requiere de resolver una ecuación de estas características. Se sabe que el cuadrado de un número es igual que el cuadrado de dicho número. ¿De qué número se trata?

$$\text{Sea } x^2 = 2x$$

En este caso, primero conviene igualar con cero la ecuación para tener juntos los dos términos en  $x$ , esto es,  $x^2 - 2x = 0$ .

A continuación se descompone en factores, es decir, se factoriza quedando de la forma siguiente:

$$x(x - 2) = 0$$

Como puede verse, el producto obtenido es igual a cero, lo que quiere decir que el valor de uno de los factores es cero; o sea, un valor de  $x$  será cero.

De esta forma se tiene:

$$\begin{array}{l} x(x - 2) = 0 \\ \quad\quad\quad | \\ \quad\quad\quad x_1 = 0 \end{array}$$

Para el segundo valor de  $x$  será necesario resolver el paréntesis:

$$x - 2 = 0$$

$$\boxed{x_2 = 2}$$

Se comprueban ambos valores en la ecuación  $x^2 = 2x$

$$\begin{array}{l} \text{1er. valor} \\ 0^2 = 2(0) \\ 0 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{2do. valor} \\ 2^2 = (2)(2) \\ 4 = 4 \end{array}$$



Analícese este otro ejemplo:

$$\begin{aligned}x^2 - 16x &= 0 \\x(x - 16) &= 0\end{aligned}$$

$$x_1 = 0$$

$$x - 16 = 0$$

$$x_2 = 16$$

Se comprueban ambos valores en la ecuación  $x^2 - 16x = 0$

1er. valor	2do. valor
$0^2 - 16(0) = 0$	$16^2 - 16(16) = 0$
$0 - 0 = 0$	$256 - 256 = 0$
$0 = 0$	$0 = 0$

En conclusión se puede decir que:

Cuando se tiene una ecuación incompleta mixta, se factoriza y una de las raíces será igual a cero y la otra raíz se obtendrá resolviendo la operación dentro del paréntesis, lo que llevaría a obtener la siguiente fórmula general:

Para  $ax^2 + bx = 0$   
 $x(ax + b) = 0$

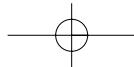
$$x_1 = 0 \quad x_2 = \frac{-b}{a}$$

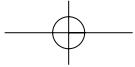
## SOLUCIÓN DE ECUACIONES DE LA FORMA $ax^2 + bx = 0$ II

Corresponde a la sesión de GA 4.85 ¡QUÉ EXIGENTES!

Otra alternativa para resolver una ecuación de la forma  $ax^2 + bx = 0$ , es utilizar el procedimiento que se denomina: completar el trinomio cuadrado perfecto.

Consiste en completar un trinomio cuadrado perfecto (TCP) en la expresión del miembro izquierdo, y posteriormente factorizarlo para resolver la ecuación.





## Ejemplos

- a) El cuadrado de un número, más diez veces su valor es igual a cero. ¿Cuál es ese número?

Sea  $x$  el número, su cuadrado es  $x^2$  y diez veces su valor es  $10x$ ; entonces se plantea la siguiente ecuación:

$$x^2 + 10x = 0$$

Para resolver la ecuación se sigue este procedimiento:

Se suma el cuadrado de la mitad del coeficiente de  $x$  a ambos miembros.

$$x^2 + 10x + \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 0 + \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

Quedando en el primer miembro un trinomio cuadrado perfecto.

$$x^2 + 10x + 25 = 25$$

Se factoriza el primer miembro obteniéndose un binomio al cuadrado.

$$(x + 5)^2 = 25$$

Se extrae la raíz cuadrada a los dos miembros de la igualdad.

$$\sqrt{(x + 5)^2} = \pm \sqrt{25}$$

De donde queda:

$$x + 5 = \pm 5$$

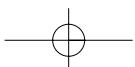
Para encontrar  $x_1$ , se toma el segundo miembro como  $+5$  y para  $x_2$  se considera como  $-5$ .

Para  $x_1$

Para  $x_2$

$$x + 5 = 5$$

$$x + 5 = -5$$





Restando 5 a ambos miembros de la igualdad se tiene:

$$\begin{array}{ll} x + 5 - 5 = 5 - 5 & x + 5 - 5 = -5 - 5 \\ x_1 = 0 & x_2 = -10 \end{array}$$

Entonces, las raíces de la ecuación son:  $x_1 = 0$  y  $x_2 = -10$

### Comprobación

**Sustituyendo  $x_1 = 0$  en**

$$\begin{aligned} x^2 + 10x &= 0 \\ (0)^2 + 10(0) &= 0 \\ 0 + 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

**Sustituyendo  $x_2 = -10$  en**

$$\begin{aligned} x^2 + 10x &= 0 \\ (-10)^2 + 10(-10) &= 0 \\ 100 - 100 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

### Solución del problema

El número buscado puede ser 0 o -10

b) Obtener las raíces de la ecuación  $3x^2 - 6x = 0$

Se convierte la ecuación original en otra equivalente, donde  $a = 1$ , para ello, se multiplican ambos miembros de la igualdad por  $\frac{1}{3}$ .

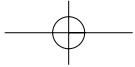
$$\frac{1}{3}(3x^2 - 6x) = \frac{1}{3}(0)$$

$$x^2 - 2x = 0$$

Para completar en el primer miembro el trinomio cuadrado perfecto, se suma el cuadrado de la mitad del coeficiente de  $x$  a ambos miembros.

$$x^2 - 2x + \left(\frac{2}{2}\right)^2 = 0 + \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 1$$



Se factoriza el primer miembro:

$$(x - 1)^2 = 1$$

Se extrae la raíz cuadrada a ambos miembros de la igualdad.

$$\sqrt{(x - 1)^2} = \pm \sqrt{1}$$

$$x - 1 = \pm 1$$

$$x = \pm 1 + 1$$

A partir de esta expresión se derivan las dos raíces de la ecuación.

Para  $x_1$  se considera en el segundo miembro a  $+1$  y para  $x_2$  a  $-1$ :

Para  $x_1$

$$x_1 = +1 + 1$$

Para  $x_2$

$$x_2 = -1 + 1$$

Al realizar las operaciones de segundo miembro se tiene:

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 0$$

Entonces, las raíces de la ecuación son:  $x_1 = 2$  y  $x_2 = 0$

### Comprobación

**Sustituyendo  $x_1 = 2$  en**

$$\begin{aligned} 3x^2 - 6x &= 0 \\ 3(2)^2 - 6(2) &= 0 \\ 12 - 12 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

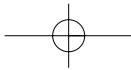
**Sustituyendo  $x_2 = 0$  en**

$$\begin{aligned} 3x^2 - 6x &= 0 \\ 3(0)^2 - 6(0) &= 0 \\ 0 - 0 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Nótese que una de las raíces de una ecuación de la forma  $ax^2 + bx = 0$  es cero.

Se puede concluir que una ecuación de la forma  $ax^2 + bx = 0$ , se puede resolver completando el trinomio cuadrado perfecto, siguiendo los pasos siguientes:

- Si  $a = 1$ , se suma a cada miembro el cuadrado de la mitad del coeficiente de  $x$ . Si  $a \neq 1$  se convierte la ecuación a otra equivalente con  $a = 1$ .
- Se factoriza el trinomio cuadrado perfecto.



- c) Se extrae la raíz cuadrada a ambos miembros.
- d) Se calcula  $x_1$  despejando  $x$ ; para tal efecto se considera el número positivo del segundo miembro.
- e) Se obtiene  $x_2$ , despejando  $x$ ; se lleva a cabo considerando el número negativo del segundo miembro.

## GRÁFICA DE ECUACIONES CUADRÁTICAS DE LA FORMA $ax^2 + bx = 0$

Corresponde a la sesión de GA 4.86 UNA SIEMPRE ES CERO

Se ha venido estudiando, el tipo de ecuación cuadrática de la forma  $ax^2 + bx = 0$ , a continuación se explicará cuál es la característica de estas ecuaciones, para ello se tienen los siguientes ejemplos:

1. Graficar la función que corresponde a la ecuación  $x^2 + 2x = 0$

Al asignarle valores a  $x$ , la forma de tabular la función queda:

$x^2 + 2x = y$		
x	y	Puntos
-2	0	(-2, 0)
-1	-1	(-1, -1)
0	0	(0, 0)
1	3	(1, 3)

Si  $x = -2$ , entonces:  
 $y = (-2)^2 + 2(-2)$   
 $= 4 - 4$

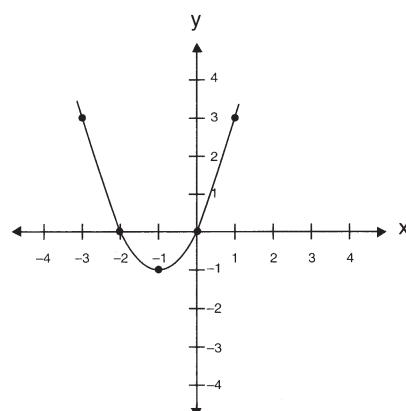
$$y = 0$$

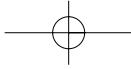
Si  $x = -1$ , entonces  $y = -1$   
 Si  $x = 0$ , entonces  $y = 0$   
 Si  $x = 1$ , entonces  $y = 3$

Por lo tanto, la gráfica queda así:

De la gráfica se observa que la parábola corte al eje de las abscisas en los puntos  $-2$  y  $0$ , por lo que las raíces de la ecuación original son:

$$x_1 = -2 \quad y \quad x_2 = 0$$





2. Graficar la función correspondiente a la ecuación  $-x^2 - x = 0$

La forma de tabular la función queda de la siguiente forma:

$$-x^2 - x = y$$

x	y	Puntos
-2	-2	(-2, -2)
-1	0	(-1, 0)
1/2	1/4	(1/2, 1/4)
0	0	(0, 0)
1	-2	(1, -2)

Cuando  $x = -2$ , se tiene:

$$\begin{aligned} y &= -(-2)^2 - (-2) \\ &= -4 + 2 \\ y &= -2 \end{aligned}$$

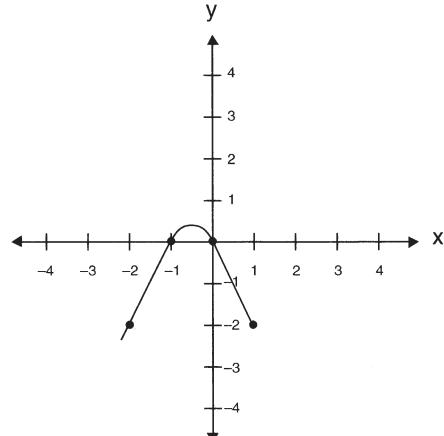
Cuando  $x = -1$ , se tiene  $y = 0$

Cuando  $x = -1/2$  se tiene  $y = 1/4$

Cuando  $x = 0$ , se tiene  $y = 0$

Cuando  $x = 1$ , se tiene  $y = -2$

La gráfica queda así:

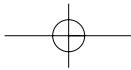


La parábola abre hacia abajo debido a que el término cuadrático es negativo, asimismo corta al eje de las abscisas en los puntos  $-1$  y  $0$ , por lo que las raíces son:

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 0$$

De lo anterior se tiene que:

La gráfica de una función de la forma  $ax^2 + bx = y$ , es una parábola que tiene su vértice fuera del origen y del eje de las ordenadas; además, la parábola al cortar al eje de las abscisas siempre lo hace en el origen y cualquier otro punto.



## SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS COMPLETAS

Corresponde a la sesión de GA 4.87 DOBLE SOLUCIÓN

Omar tiene Q8.00 más que Rogelio, pero la suma de los cuadrados de ambas cantidades es Q544.00 ¿Qué cantidad de dinero tiene cada uno? Si las cantidades de Omar y Rogelio se consideran así:

$$\begin{aligned} \text{Rogelio} &= x \\ \text{Omar} &= x + 8 \end{aligned}$$

El enunciado dice: "la suma de los cuadrados de ambas cantidades es Q544.00". Esto indica que la ecuación que resulta es:

$$x^2 + (x + 8)^2 = 544$$

Al desarrollar el cuadrado del binomio en la ecuación, se tiene:

$$x^2 + x^2 + 16x + 64 = 544$$

Al reducir términos e igualar a cero la ecuación queda:

$$\begin{aligned} 2x^2 + 16x + 64 - 544 &= 0 \\ 2x^2 + 16x - 480 &= 0 \end{aligned}$$

Se divide toda la ecuación entre 2, para que el término cuadrático tenga coeficiente 1.

$$\frac{2x^2 + 16x - 480}{2} = 0$$

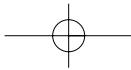
$$x^2 + 8x - 240 = 0$$

Como se observa, esta expresión es llamada ecuación cuadrática completa y en esta sesión se verá la forma de resolverla o de obtener sus raíces por factorización.

Las ecuaciones cuadráticas completas son de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde **a**, **b** y **c** son constantes y además  $a \neq 0$ .

Obsérvense los siguientes ejemplos:

- a)  $x^2 - 2x + 1 = 0$ , aquí se tiene que  $a = 1$ ,  $b = -2$  y  $c = 1$
- b)  $12x^2 - x - 6 = 0$ , aquí se tiene que  $a = 12$ ,  $b = -1$  y  $c = -6$



Las ecuaciones cuadráticas completas se pueden resolver por diversos procedimientos, aquí se mostrará el procedimiento por factorización, el cual consiste en encontrar dos binomios que son factores y dan como producto el trinomio cuadrático que se ha igualado a cero.

Los casos que se pueden encontrar cuando se factoriza una ecuación cuadrática son:

1. Cuando se pueden obtener como factores dos binomios que tienen un término común.
2. Cuando se obtiene el cuadrado de un binomio.

A continuación se mostrará la forma en que se obtienen las raíces de una ecuación cuadrática para cada uno de los casos.

**Caso 1.** Cuando se factoriza el primer miembro en dos binomios con un término común.

### Ejemplo

Hallar las raíces de la ecuación  $x^2 + 4x - 5 = 0$

Esta ecuación puede factorizarse como el producto de dos binomios con un término común, ya que existe una pareja de números enteros que dan como producto  $-5$  y como suma  $4$ , estos números son  $5$  y  $-1$ , por lo que la factorización de la ecuación es:

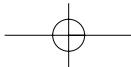
$$\begin{aligned}x^2 + 4x - 5 &= 0 \\(x + 5)(x - 1) &= 0\end{aligned}$$

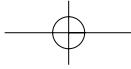
Una vez que ya se tiene la factorización, se observa que cada uno de los binomios se puede igualar a cero y se despejan las incógnitas, con lo cual se obtienen las dos raíces de la ecuación.

$$\begin{aligned}\text{Si } x + 5 &= 0 \\x_1 &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Si } x - 1 &= 0 \\x_2 &= 1\end{aligned}$$

Las raíces de la ecuación son:  $x_1 = -5$  y  $x_2 = 1$





Si se desea comprobar que estas raíces satisfacen a la ecuación basta con sustituir cada una de éstas en la ecuación original y se deberá cumplir la igualdad.

$$x^2 + 4x - 5 = 0 \quad x^2 + 4x - 5 = 0$$

Si  $x_1 = -5$ , entonces:

$$\begin{aligned} (-5)^2 + 4(-5) - 5 &= 0 \\ 25 - 20 - 5 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Si  $x_2 = 1$ , entonces:

$$\begin{aligned} (1)^2 + 4(1) - 5 &= 0 \\ 1 + 4 - 5 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

**Caso 2.** Cuando el primer miembro de la ecuación se puede factorizar con un binomio elevado al cuadrado.

### Ejemplo

Hallar las raíces de la ecuación  $x^2 - 10x + 25 = 0$

Esta ecuación puede factorizarse como el cuadrado de un binomio, debido a que tanto los términos  $x^2$  y 25 son cuadrados perfectos (tienen raíz exacta), y el doble producto de estas raíces es  $-10x$ .

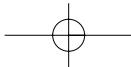
Las raíces de  $x^2$  y 25 son  $x$  y 5, respectivamente, como el segundo término es negativo esto indica que 5 debe ser negativo. La factorización de la ecuación queda así:

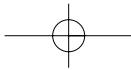
$$\begin{aligned} x^2 - 10x + 25 &= 0 \\ (x - 5)^2 &= 0 \\ (x - 5)(x - 5) &= 0 \end{aligned}$$

Se iguala cada binomio a cero, se despeja la incógnita y se obtienen las raíces de la ecuación.

$$\begin{aligned} x - 5 &= 0 & x - 5 &= 0 \\ x_1 &= 5 & x_2 &= 5 \end{aligned}$$

Como se observó anteriormente, se tiene una raíz repetida, la cual es 5.





## GRÁFICA DE ECUACIONES CUADRÁTICAS COMPLETAS

Corresponde a la sesión de GA 4.88 LA GRAN CURVA

Por último, se verán las ecuaciones cuadráticas de la forma  $ax^2 + bx + c = 0$ , al localizar las raíces de esta ecuación, en la gráfica de la ecuación correspondiente, se observa que el vértice de la parábola puede quedar sobre el eje de las ordenadas o en el de las abscisas, también fuera de ellos, como se muestra a continuación:

1. Obtener la solución gráfica de la ecuación  $x^2 + x - 6 = 0$

Para tabular la ecuación, ésta se expresa como una función y la tabulación queda así:

$$y = x^2 + x - 6$$

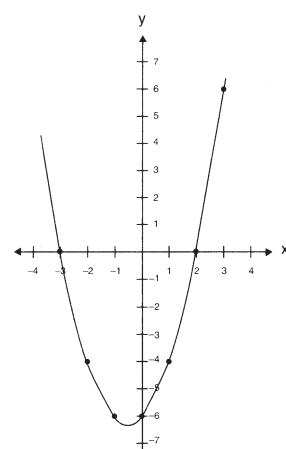
x	y	Puntos
-3	0	(-3, 0)
-2	-4	(-2, -4)
-1	-6	(-1, -6)
-1/2	-25/4	(-1/2, -25/4)
1	-4	(1, -4)
2	0	(2, 0)
3	6	(3, 6)

- Si  $x = -3$ , entonces:  
 $y = (-3)^2 + (-3) - 6 = 0$   
 $= 9 - 3 - 6 = 0$   
 $y = 0$
- Si  $x = -2$ , entonces  $y = -4$   
Si  $x = -1$ , entonces  $y = -6$
- Si  $x = -\frac{1}{2}$  entonces  $y = -\frac{25}{4}$
- Si  $x = 0$ , entonces  $y = -6$   
Si  $x = 1$ , entonces  $y = -4$   
Si  $x = 2$ , entonces  $y = 0$   
Si  $x = 3$ , entonces  $y = 6$

Por tanto, la gráfica queda:

Como se observa, el vértice de la parábola se encuentra fuera del eje de las ordenadas y como la parábola corta al eje de las abscisas en los puntos  $-3$  y  $2$ , esto indica que las raíces de la ecuación original son:

$$x_1 = -3, \quad x_2 = 2$$





Para comprobar que estas raíces satisfacen a la ecuación original, se sustituyen en ésta y se debe cumplir la igualdad, esto es:

$$x^2 + x - 6 = 0$$

Cuando  $x_1 = -3$ , entonces:

$$\begin{aligned} (-3)^2 + (-3) - 6 &= 0 \\ 9 - 3 - 6 &= 0 \\ 9 - 9 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Cuando  $x_2 = 2$ , entonces:

$$\begin{aligned} 2^2 + 2 - 6 &= 0 \\ 4 + 2 - 6 &= 0 \\ 6 - 6 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Esto indica que las raíces de la ecuación  $x^2 + x - 6 = 0$ , son  $x_1 = -3$  y  $x_2 = 2$ .

2. Obtener la solución gráfica de la ecuación  $x^2 + 3x - 4 = 0$ .

La ecuación se expresa como una función, y la tabulación queda así:

$$x^2 + 3x - 4 = y$$

x	y	Puntos
-4	0	(-4, 0)
-3	-4	(-3, -4)
-2	-6	(-2, -6)
-1	-6	(-1, -6)
-3/2	-25/4	(-3/2, -25/4)
0	-4	(0, -4)
1	0	(1, 0)
2	6	(2, 6)

Si  $x = -4$ , entonces:

$$\begin{aligned} y &= (-4)^2 + 3(-4) - 4 \\ &= 16 - 12 - 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Si  $x = -3$ , entonces  $y = -4$

Si  $x = -2$ , entonces  $y = -6$

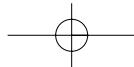
Si  $x = -1$ , entonces  $y = -6$

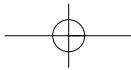
Si  $x = -\frac{3}{2}$ , entonces  $y = -\frac{25}{4}$

Si  $x = 0$ , entonces  $y = -4$

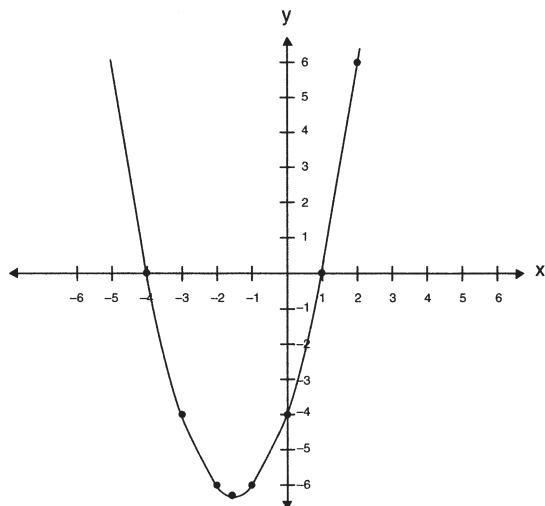
Si  $x = 1$ , entonces  $y = 0$

Si  $x = 2$ , entonces  $y = 6$





Por tanto, la gráfica queda así:



Como se observa, el vértice se halla fuera del eje de las ordenadas, la parábola corta al eje de las abscisas en los puntos  $-4$  y  $1$ , lo cual indica que las raíces de la ecuación original son:

$$x_1 = -4 \text{ y } x_2 = 1$$

Para comprobar que estas raíces satisfacen a la ecuación original, se sustituyen en ésta  $y$  se debe cumplir la igualdad, esto es:

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

Cuando  $x_1 = -4$ , se tiene:

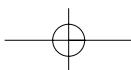
$$\begin{aligned} (-4)^2 + 3(-4) - 4 &= 0 \\ 16 - 12 - 4 &= 0 \\ 16 - 16 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Cuando  $x_2 = 1$ , se tiene:

$$\begin{aligned} 1^2 + 3(1) - 4 &= 0 \\ 1 + 3 - 4 &= 0 \\ 4 - 4 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Esto indica que las raíces de la ecuación  $x^2 + 3x - 4 = 0$ , son:

$$x_1 = -4 \text{ y } x_2 = 1$$



3. Obtener la solución gráfica de la ecuación  $x^2 - 4x + 4 = 0$

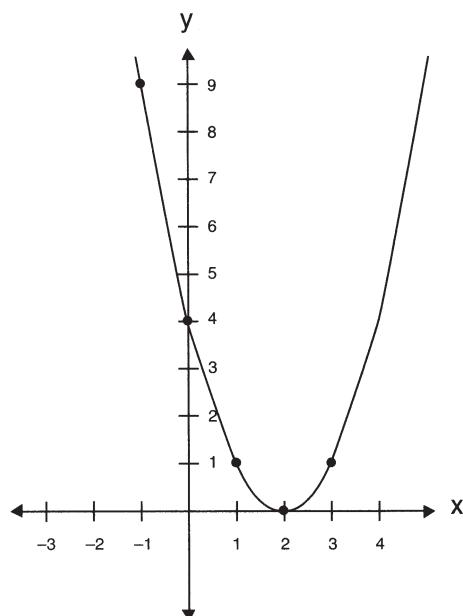
La ecuación se considera como una función y la forma de tabularla queda así:

$$x^2 - 4x + 4 = y$$

x	y	Puntos
-1	9	(-1, 9)
0	4	(0, 4)
1	1	(1, 1)
2	0	(2, 0)
3	1	(3, 1)

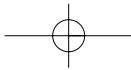
- Si  $x = -1$ , entonces  $y = 9$   
 $y = (-1)^2 - 4(-1) + 4$   
 $= 1 + 4 + 4$   
 $y = 9$
- Si  $x = 0$ , entonces  $y = 4$   
 Si  $x = 1$ , entonces  $y = 1$   
 Si  $x = 2$ , entonces  $y = 0$   
 Si  $x = 3$ , entonces  $y = 1$

La gráfica de esta ecuación queda así:



Como se observa, el vértice de la parábola queda sobre el eje de las abscisas y sólo en un punto, esto indica que la ecuación original tiene una raíz repetida, la cual es:

$$x_1 = 2 \quad y \quad x_2 = 2$$



De lo anterior se deduce que:

La parábola que resulta de graficar una función de la forma  $ax^2 + bx + c = y$ , puede tener su vértice fuera del eje de las ordenadas o sobre el eje de las abscisas, esto es, la ecuación correspondiente puede tener dos raíces diferentes o raíces repetidas.

## FÓRMULA GENERAL PARA ECUACIONES CUADRÁTICAS

Corresponde a la sesión de GA 4.90 PARA TODAS

Una ecuación cuadrática puede resolverse por diferentes métodos, de acuerdo con los elementos que contenga. Sin embargo, existe una fórmula general que resuelve cualquier tipo de estas ecuaciones.

Para deducir esa fórmula se parte de la forma general de la ecuación cuadrática, esto es:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

En donde:

a es el coeficiente del término cuadrático  
 b es el coeficiente del término lineal  
 c es el término independiente

Por tanto, en la ecuación:

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

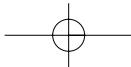
$$a = 1 \quad b = 3 \quad c = -10$$

Al deducir la fórmula general lo que se busca es despejar **x** en la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$

1. Se dividen ambos miembros entre **a**, con el fin de despejar  $x^2$

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$





2. Se elimina  $\frac{c}{a}$  sumando su inverso aditivo a ambos miembros.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} + \left(-\frac{c}{a}\right) = 0 + \left(-\frac{c}{a}\right)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

3. Se suman a ambos miembros el cuadrado de la mitad del coeficiente de x.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

4. Se cambia el orden de los sumandos en el segundo miembro.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} + \left(-\frac{c}{a}\right)$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

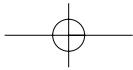
5. Se factoriza el primer miembro y se suman los términos del segundo miembro:

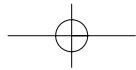
$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

6. Se extrae raíz cuadrada a ambos miembros:

$$\sqrt{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$





$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}}$$

7. Se suma el inverso aditivo de  $\frac{b}{2a}$  a ambos miembros de la igualdad para despejar  $x$ :

$$x + \frac{b}{2a} + \left(-\frac{b}{2a}\right) = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}} + \left(-\frac{b}{2a}\right)$$

$$x = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}} + \left(-\frac{b}{2a}\right)$$

8. Se cambia el orden de los sumandos en el segundo miembro de la igualdad:

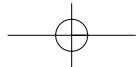
$$x = \frac{-b}{2a} + \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{2a}}$$

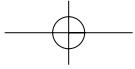
9. Se efectúan operaciones en el segundo miembro:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

10. Como la raíz cuadrada tiene dos raíces, una positiva y una negativa, se llega a las siguientes fórmulas:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad y \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$





Con esta fórmula es posible solucionar cualquier ecuación cuadrática completa e incompleta.

Cuando no existe en una ecuación término lineal o independiente, **b** o **c**, valdrán cero, respectivamente.

Así, en la ecuación  $x^2 - 9 = 0$

$$\begin{aligned}a &= 1 \\b &= 0 \\c &= -9\end{aligned}$$

### Ejemplo

Buscar el valor de **x** en

$$3x^2 + 4x - 4 = 0$$

en donde se puede observar que:  $a = 3$ ,  $b = 4$  y  $c = -4$ .

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(4) \pm \sqrt{4^2 - 4(3)(-4)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 48}}{6}$$

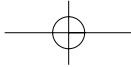
$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{64}}{6}$$

Se toma el valor positivo de la raíz para encontrar  $x_1$ :

$$x = \frac{-4 \pm 8}{6}$$

$$x = \frac{-4 + 8}{6}$$

$$x_1 = \frac{4}{6}$$



Y el valor negativo para encontrar  $x_2$ :

$$x = \frac{-4 - 8}{6}$$

$$x = \frac{-12}{6}$$

$$x_2 = -2$$

## SOLUCIÓN DE ECUACIONES CUADRÁTICAS POR MEDIO DE LA FÓRMULA GENERAL

Corresponde a la sesión de GA 4.91 CON ESTO NO FALLO

Las ecuaciones de segundo grado pueden resolverse por distintos métodos. Sin embargo, el método más seguro en cuanto a la resolución de cualquier forma de una ecuación cuadrática consiste en aplicar la fórmula general.

Como se recordará la fórmula que se dedujo en el tema anterior para la resolución de ecuaciones cuadráticas es la siguiente:

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Fórmula general}$$

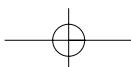
En donde:

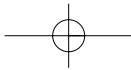
a = coeficiente del término cuadrático

b = coeficiente del término lineal

c = término independiente

Con esta fórmula se puede resolver cualquier tipo de ecuación cuadrática. Debe tenerse en cuenta que muchas veces los problemas que se resuelven por medio de una ecuación cuadrática, tienen una sola solución; es decir, un solo valor de las raíces que se obtienen en una ecuación cuadrática satisface al

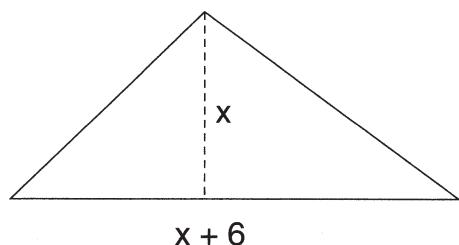




problema. Para ello es necesario ver cuál de las dos es válida, de acuerdo con las condiciones del problema.

### Ejemplo 1

La base de un triángulo mide 6 cm más que la altura y el área es de 20 cm<sup>2</sup>. Calcular la base y la altura.



$$\begin{aligned} \text{altura} &= x \\ \text{base} &= x + 6 \\ \text{área} &= 20 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Al desarrollar la fórmula del área del triángulo  $\left[ A = \frac{b h}{2} \right]$  con los valores anteriores se tiene:

$$20 = \frac{(x + 6)x}{2}$$

Al hacer las operaciones indicadas se obtiene la ecuación cuadrática:

$$40 = x^2 + 6x$$

$$x^2 + 6x - 40 = 0 \text{ Ecuación cuadrática completa}$$

Al determinar los valores de **a**, **b** y **c** y aplicar la fórmula general, se tiene:

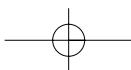
$$a = 1$$

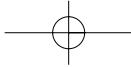
$$b = 6$$

$$c = -40$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{(6)^2 - 4(1)(-40)}}{2(1)}$$





Primero se reducen los paréntesis del radicando:

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 160}}{2}$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{196}}{2}$$

Se extrae la raíz cuadrada

$$x = \frac{-6 \pm 14}{2}$$

Por lo tanto, las dos raíces son:

$$x_1 = \frac{-6 + 14}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-6 - 14}{2} = \frac{-20}{2} = -10$$

En este caso, sólo se tomará en cuenta la primera raíz, ya que la segunda raíz es negativa; es decir, de acuerdo con las condiciones del problema, la altura no puede ser negativa, por lo tanto, la solución del problema es:

altura = 4 cm

base = 4 cm + 6 cm = 10 cm

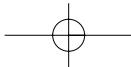
### Comprobación

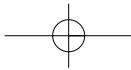
$$A = \frac{b h}{2}$$

$$20 \text{ cm}^2 = \frac{(10 \text{ cm})(4 \text{ cm})}{2}$$

$$20 \text{ cm}^2 = \frac{40 \text{ cm}^2}{2}$$

$$20 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm}^2$$





## Ejemplo 2

Hallar un número distinto de cero, tal que el duplo de su cuadrado sea igual a 4 veces dicho número.

### Planteamiento

#### Datos

Número distinto de cero	$x \neq 0$
Cuadrado del número	$x^2$
Duplo de su cuadrado	$2x^2$
4 veces dicho número	$4x$

#### Incógnita

Número	$\neq 0$
--------	----------

### Ecuación

$2x^2 = 4x$  Al igualar la ecuación a cero, se tiene:

$2x^2 - 4x = 0$  Ecuación cuadrática que carece de término independiente.

Esta ecuación se puede resolver por la fórmula general, por tanto, determinando los valores de **a**, **b**, y **c**, y sustituyendo en la fórmula, se tiene:

$$a = 2$$

$$b = -4$$

En este caso, como el término independiente no existe, se toma como cero.

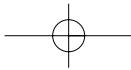
$$c = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(2)(0)}}{2(2)}$$

Al reducir paréntesis dentro y fuera del radical, se obtiene:

$$x = \frac{+4 \pm \sqrt{16 - 0}}{4}$$

$$x = \frac{+4 \pm 4}{4}$$



Por tanto, las raíces son:

$$x_1 = \frac{+4 + 4}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

$$x_2 = \frac{+4 - 4}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

Ahora bien, como en el problema se dice que debe ser un número distinto de cero, por lo tanto, el resultado es el valor de la primera raíz.

Solución

El número es igual a 2

### Comprobación

$$\begin{aligned} 2(2)^2 &= 4(2) \\ 2(4) &= 8 \end{aligned}$$

$8 = 8$

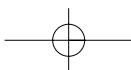
Como se habrá observado, la fórmula general es muy útil para resolver los problemas que generan una ecuación cuadrática de cualquier forma; es decir, de forma completa o incompleta. De esta manera es más fácil llegar a una solución correcta.

## DISCRIMINANTES

Corresponde a la sesión de GA 4.92 UNA DISCRIMINACIÓN NO RACIAL

Como ya se ha visto, existe una fórmula que permite resolver cualquier ecuación cuadrática. Esta es:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$





El radicando de esta fórmula  $b^2 - 4ac$  recibe el nombre de **discriminante** y permite averiguar el tipo de raíces que tiene la ecuación cuadrática

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

$$b^2 - 4ac$$

con  $a \neq 0$  en el discriminante de la fórmula.

De acuerdo con el valor del discriminante, se presentan tres casos:

1.  $b^2 - 4ac > 0$  El discriminante es mayor que cero,  
las raíces de la ecuación son diferentes.

### Ejemplo

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$a = 1$$

$$b = -2$$

$$c = -15$$

Al sustituir **a**, **b** y **c** en el discriminante se tiene:

$$b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-15) = 4 + 60 = 64$$

El discriminante es mayor que cero, por tanto,  
las raíces de la ecuación son diferentes.

Esto se verifica al resolver la ecuación.

$$a = 1$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$b = -2$$

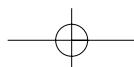
$$c = -15$$

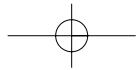
Se sustituyen los valores de **a**, **b**, y **c** en la  
fórmula general y al realizar las operaciones  
indicadas se tiene:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2ac}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(-15)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2}$$





$$x = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2}$$

$$x_1 = \frac{2+8}{2} = \frac{10}{2} = 5 \quad x_2 = \frac{2-8}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

Las raíces de la ecuación son 5 y -3, que son números diferentes.

2.  $b^2 - 4ac = 0$  El discriminante es igual a cero, las raíces de la ecuación son iguales.

### Ejemplo

$$9x^2 + 24x + 16 = 0$$

$$a = 9$$

Al sustituir **a**, **b** y **c** en el discriminante se tiene:

$$b = 24$$

$$c = 16$$

$$b^2 - 4ac = (24)^2 - 4(9)(16) = 576 - 576 = 0$$

El discriminante es igual a cero, por tanto, las raíces de la ecuación son iguales.

Esto se verifica resolviendo la ecuación.

$$9x^2 + 24x + 16 = 0$$

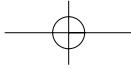
$$a = 9$$

Al sustituir los valores de **a**, **b**, y **c** en la fórmula general y realizar las operaciones indicadas se tiene:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{(24)^2 - 4(9)(16)}}{2(9)}$$

$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{576 - 576}}{18}$$



$$x = \frac{-24 \pm \sqrt{0}}{18}$$

$$x_1 = \frac{-24}{18} = -\frac{4}{3} \quad x_2 = \frac{-24}{18} = -\frac{4}{3}$$

Las raíces de la ecuación son  $-\frac{4}{3}$  y  $-\frac{4}{3}$ , son números iguales.

3.  $b^2 - 4ac < 0$  Cuando el discriminante es menor que cero, no existen raíces dentro de los números que se han trabajado.

### Ejemplo

$$5x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$a = 5$$

Al sustituir **a**, **b** y **c** en el discriminante se tiene:

$$b = -4$$

$$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(5)(4) = 16 - 80 = -64$$

$$c = 4$$

El discriminante es menor que cero, por tanto, no existen raíces dentro de los números que se han trabajado.

Esto se verifica resolviendo la ecuación.

$$5x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$a = 5$$

Al sustituir los valores de **a**, **b** y **c** en la fórmula

$$b = -4$$

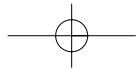
general y realizar las operaciones indicadas

$$c = 4$$

se tiene:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(5)(4)}}{2(5)}$$

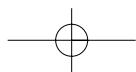
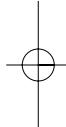
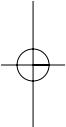


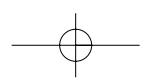
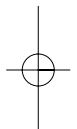
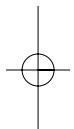
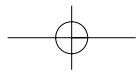
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 80}}{10}$$

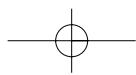
$$x = \frac{4 \pm \sqrt{-64}}{10}$$

Dentro de los números que se han trabajado, un número negativo no tiene raíz cuadrada, por lo que  $\sqrt{-64}$  no es un número conocido.

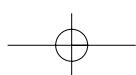
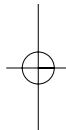
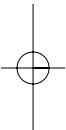
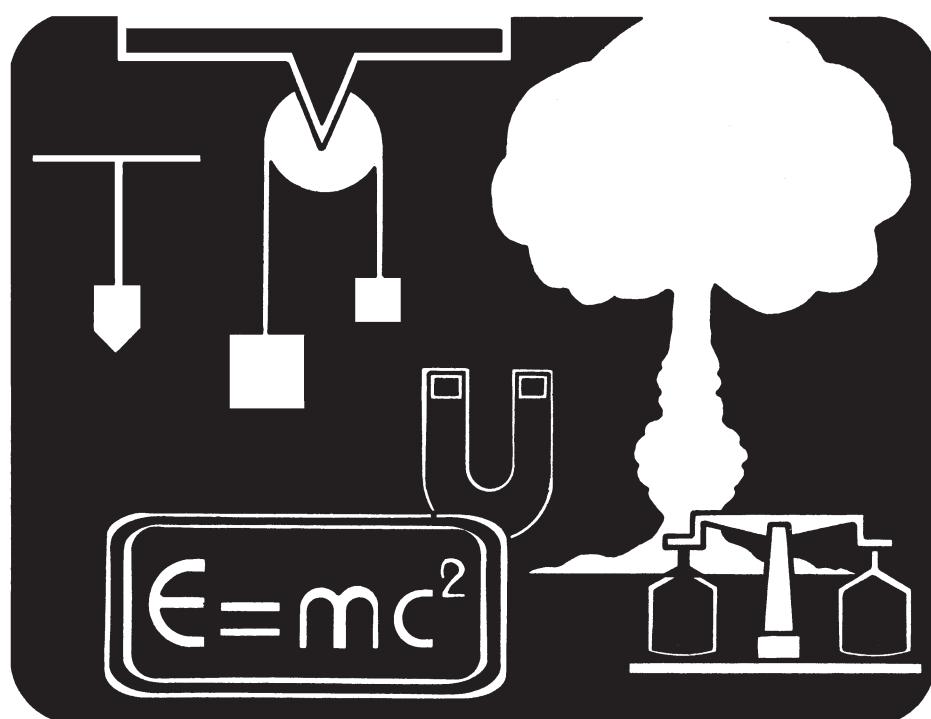
Obsérvese que el discriminante ayuda a tener una idea de las características que deberán tener las raíces de una ecuación cuadrática.

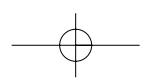
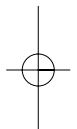
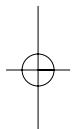
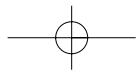


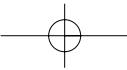




# FISICA







## ESCALA DE KELVIN

Corresponde a la sesión de GA 3.29 ESTA ES LA BUENA

Existe otra escala de temperatura, que al igual que la escala Celsius, se utiliza universalmente, y en particular en trabajos científicos. Esta escala fue propuesta inicialmente por J. Amonton, quien observó que el punto de ebullición del agua no se da siempre a la misma temperatura, ya que éste depende de la presión. Fue el físico inglés William Thomson (Lord Kelvin) quien continuó los trabajos de Amonton y perfeccionó la escala, llamándola escala absoluta, también conocida con el nombre de **escala Kelvin**, en su honor. Los trabajos de Kelvin se relacionaron con la temperatura máxima y mínima que podía adquirir un cuerpo de manera teórica. A través de diversos trabajos se llegó a creer que un cuerpo podía alcanzar una temperatura indeterminada, es decir, que se podía incrementar su temperatura sin límite, y el cuerpo sólo sufriría un cambio de estado físico; por otra parte, se determinó que existe un límite cuando se intenta bajar la temperatura de un cuerpo; este límite se marcó en  $-273^{\circ}\text{C}$ .

### El cero absoluto

Si un gas se introduce en un recipiente y se mantiene a presión constante, al enfriar el gas la presión disminuye. Esta disminución de presión se origina porque las moléculas del gas al enfriarse disminuyen su velocidad, como consecuencia chocan menos entre sí y contra las paredes del recipiente. Cuando un gas se enfria hasta  $-273^{\circ}\text{C}$  las moléculas disminuyen por completo su velocidad manteniéndose en un reposo absoluto. Teniendo en cuenta este factor, se propuso que el cero absoluto debe ser aquél en el cual la energía cinética de las moléculas sea cero, y cualquier temperatura que se obtenga a partir del cero absoluto 0 K se denomina temperatura absoluta; y como regla universal se designa con la letra mayúscula (T).

Es importante observar que en la escala Kelvin no existen temperaturas negativas como en las otras escalas; esto es debido a que estas temperaturas se empiezan a medir a partir del incremento del movimiento de las moléculas cuando éstas se encuentran en reposo absoluto.

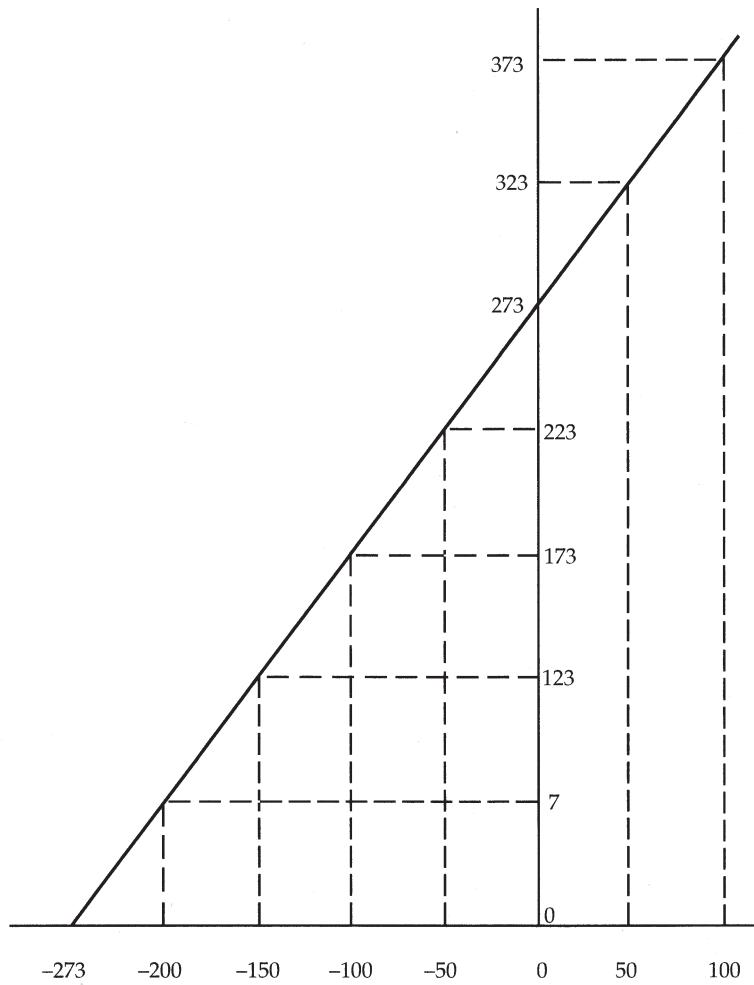
El cero absoluto se determinó de manera teórica, y hasta la fecha no se ha logrado obtener esta temperatura en forma experimental; sin embargo, el físico holandés Kamertin Onnes, en 1931, al evaporar helio logró una temperatura de 0.82 K. Otro intento por lograr el cero absoluto se realizó en la Universidad de California en 1933, en esta ocasión se logró una temperatura de 0.17 K. La

temperatura más baja reportada hasta 1979 fue de  $5 \times 10^{-8}$  K, ésta se alcanzó en un frigorífico nuclear de cascada en Finlandia por Ehnholm y sus colaboradores.<sup>1</sup>

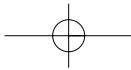
### Deducción del cero absoluto

En una gráfica donde se encuentren relacionados la temperatura y el volumen de un gas, se observa que al acercarse la temperatura al cero absoluto el volumen del gas disminuye, es decir, cuando a un gas se le somete a un enfriamiento tiende a ocupar un volumen más reducido, ¿pero será posible que si a un gas se le lleva al 0 K, deje de ocupar un volumen, como se muestra en la gráfica siguiente.

Gráfica que relaciona la temperatura absoluta y el volumen de un gas



<sup>1</sup> Zemansky, Mark, et al., *Calor y Termodinámica*, México, McGraw-Hill, 1988, p. 255.



Cuando se prolonga hacia abajo, la línea obtenida por la extrapolación de los puntos ( $V, T$ ) de la gráfica, se observa que sobre ésta, al interceptarse con el eje de las abscisas (eje de las temperaturas), se obtiene el cero absoluto. La gráfica también indica que un gas a la temperatura de 0 K carece de volumen, pero esto no puede ser posible por dos razones:

- a) Un gas está formado por moléculas o átomos, y éstos, por muy diminutos que sean, siempre ocupan un volumen propio.
- b) Todos los gases antes de alcanzar la temperatura de 0 K cambian al estado líquido.

La distancia que existe entre 0 K y 1 K es igual a la distancia que existe entre 0 °C y 1 °C, por lo que a 0 K corresponde una temperatura de –273 °C, a la temperatura del hielo fundente (0 °C) corresponde una temperatura de 273 K, y el punto de ebullición del agua 100 °C es igual a 373 K.

La relación que existe entre grados kelvin y grados centígrados se muestra a continuación, donde se puede concluir que la conversión de grados kelvin a grados celsius está dada por la igualdad:

$$K = {}^{\circ}C + 273$$

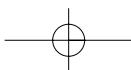
La unidad de temperatura en el Sistema Internacional es el kelvin (K), y es la que se emplea en trabajos científicos.

## PUNTOS DE FUSIÓN Y DE EBULLICIÓN

Corresponde a las sesiones de GA 3.30 y 3.31

Uno de los resultados de la manifestación de las fuerzas intermoleculares son los estados físicos de la materia: **sólido, líquido y gaseoso**.

Una de las sustancias más importantes para los seres vivos es el agua, la cual existe en tres de los estados físicos más evidentes en la naturaleza, sin que para ello se requiera de la intervención del hombre. Sin embargo, existen en la vida cotidiana gran cantidad de sustancias que reportan gran utilidad, y que para obtenerlas es necesario someterlas a procesos industriales o de laboratorio para mantenerlas en el estado físico requerido.





Constantemente se escuchan comerciales en donde se ofrecen productos que no se derriten con facilidad o bien, que se funden al contacto con alguna sustancia caliente, o que se conservan con aspecto cremoso aun cuando se refrigeran; es también muy común oír sobre la existencia de bujías, fusibles, o focos de larga vida o duración.

También el acero, al fundirse, puede adquirir forma de pala, viga, cuchillo, cerradura, bisturí, etcétera. Se habla también del refinamiento y pureza de los aceites, de la pasterización de la leche, o el uso de gases refrigerantes, por citar algunos ejemplos de aplicaciones en la vida cotidiana de dos propiedades específicas importantes como son el punto de ebullición y el punto de fusión.

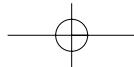
### Punto de fusión

Al exponer gradualmente un sólido al calor se va incrementando su temperatura; este proceso no se da indefinidamente, ya que a partir de una temperatura determinada el sólido se convierte en líquido, es decir, se “funde”.

Este calentamiento de una sustancia sólida incrementa la energía cinética de sus moléculas, por lo tanto, la velocidad de vibración se hace cada vez mayor, aumentándose la distancia entre ellas; así, se presenta el estado líquido. A partir de ese momento, aunque se siga calentando, su temperatura no aumentará mientras exista la sustancia en estado sólido. Esta temperatura corresponde al estado de fusión del sólido, la cual puede ser definida como “la temperatura a la cual una sustancia bajo la presión atmosférica cambia del estado sólido al estado líquido”.

Los metales puros o en aleaciones son utilizados para soportar diferentes temperaturas sin que sean fundidos. Se toma como referencia su punto de fusión para dar seguridad al uso en diversos aparatos, instrumentos o utensilios, por ejemplo, los calentadores de agua y las bujías están hechos de combinaciones de metales y otras sustancias que resisten elevadas temperaturas; los termostatos y los fusibles solamente soportan determinadas temperaturas, por lo que al rebasar este límite, se funden, evitando que un sobrecalentamiento funda el aparato.

La tabla de la siguiente página señala los puntos de fusión de diferentes sustancias.



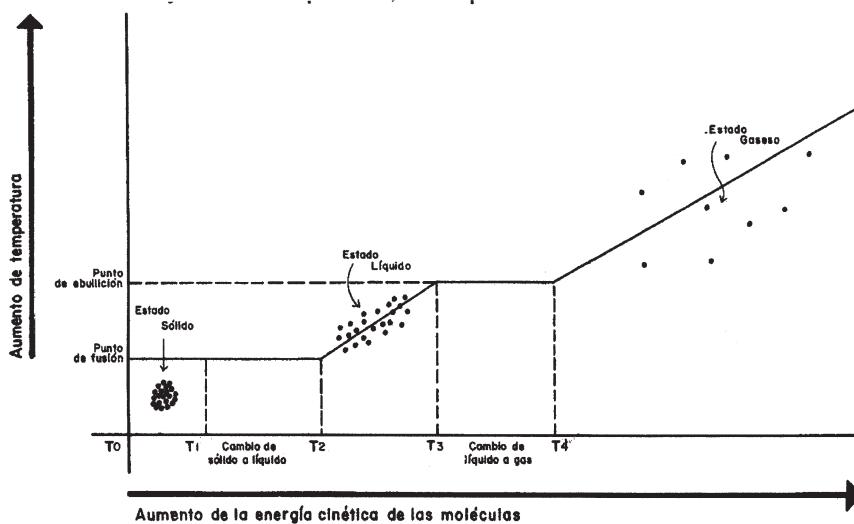
Nombre	Punto de fusión en °C
Agua	0
Aluminio	660
Cobre	1 085
Estaño	232
Mercurio	- 39
Plata	960
Plomo	325
Wolframio	3 460
Parafina	50

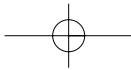
También se observa el fenómeno inverso, es decir, al sustraer calor a un líquido su temperatura decrece, de modo que al disminuir la energía cinética de sus moléculas son menores sus movimientos, se reduce la distancia entre ellas y mientras exista líquido la temperatura no descenderá. Esta temperatura corresponde al punto de solidificación, que es igual a la temperatura del punto de fusión.

Es importante señalar que:

- A presión constante el punto de fusión o de solidificación es constante.
- Mientras el cuerpo se esté fundiendo o solidificando no aumenta o disminuye su temperatura.

Tomando como referencia el punto de fusión, con una temperatura más alta que éste la sustancia sólo puede estar en estado líquido, o a cualquier otra temperatura más baja de este punto, sólo puede encontrarse en estado sólido.

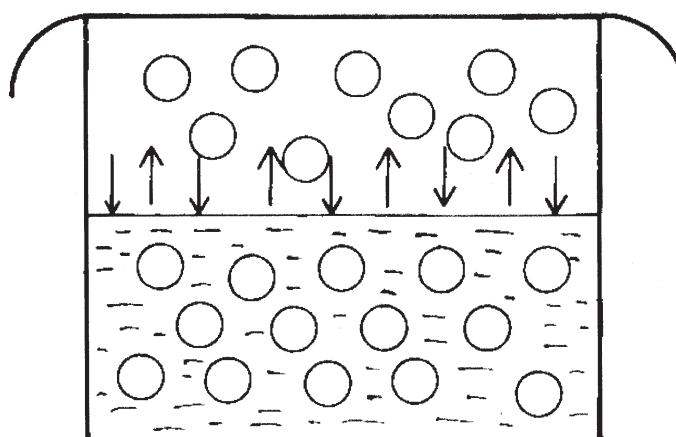




## Punto de ebullición

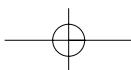
Cuando se somete un líquido a un incremento de calor se incrementa la energía cinética de sus moléculas, la velocidad de vibración se hace cada vez mayor, aumentando el espacio entre ellas. Esto da origen a la fase gaseosa, y mientras no se evapore totalmente, no existirá un aumento en su temperatura.

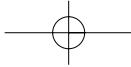
No todas las moléculas de un compuesto presentan la misma energía cinética a una temperatura constante; las energías de sus moléculas varían constantemente, unas se mueven más que otras. Esto se puede observar en un líquido encerrado en un recipiente, si se incrementa la temperatura, las moléculas con mayor energía cinética escapan a la fase gaseosa, otras comienzan a aumentar esta energía, y algunas de ellas regresan de la fase gaseosa a la líquida. A medida que las moléculas se van acumulando al formar vapor, la velocidad de retorno al líquido también aumenta; este fenómeno recibe el nombre de **condensación**. Cuando el número de moléculas que salen del estado líquido es igual al número de las que regresan a él, se manifiesta el fenómeno conocido como **equilibrio dinámico**.



Esto es importante para poder definir el punto de ebullición, que es “la temperatura a la cual la presión de vapor saturado del líquido es igual a la presión atmosférica”.

Debido a que la presión atmosférica varía con la altitud, el punto de ebullición también varía. Los puntos de ebullición que se dan en la tabla, son considerados para una atmósfera o 760 mm de Hg de presión, es decir, al nivel del mar.





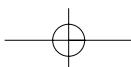
Sustancia	Punto de ebullición en °C
Agua	100
Nitrógeno	-196
Alcohol etílico	78
Oxígeno	-184
Anhídrido sulfuroso	8
Eter sulfúrico	35.5
Acetona	56
Alcohol metílico	63
Cloroformo	63.5
Vinagre	118

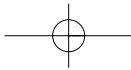
Se puede concluir que:

- A igual presión, un líquido hiere siempre a la misma temperatura.
- La temperatura permanece invariable durante la ebullición.
- La temperatura de ebullición es aquella a la cual la presión del vapor saturado es igual a la presión a que está sometido el líquido.

Si se absorbe el calor de un gas, su temperatura baja; cuando se alcanza la temperatura en que la sustancia entra en ebullición, y se sigue bajando la temperatura, ésta comienza a condensarse, por lo que se dice, que el gas se ha “licuado”. Este proceso es exactamente inverso a la ebullición. La temperatura del punto de condensación es igual a la del punto de ebullición.

Una aplicación práctica de este conocimiento es la obtención de gases “licuados”, como el propano y el butano, que se usan como combustibles, el acetileno para los sopletes; el nitrógeno, amoniaco y helio como refrigerantes. O bien para la obtención de alcohol, vinagre, aldehídos y cetonas, o en la destilación fraccionada del petróleo, para la obtención de diversos productos como las gasolinas, gases combustibles, alcoholes aldehídos y cetonas, entre otras sustancias.





## FACTORES QUE MODIFICAN LOS PUNTOS DE FUSIÓN Y EBULLICIÓN

Correspondiente a la sesión GA 3.32 LOS INTRUSOS

El punto de fusión es la temperatura a la cual una sustancia, bajo presión atmosférica, cambia del estado sólido al líquido; el incremento o descenso de calor determina la velocidad cinética de las moléculas para que se lleve a cabo este cambio.

Se considera que para llegar al punto de fusión, se requieren las siguientes condiciones:

1. Una sustancia pura
2. Disminución de la temperatura
3. Una presión constante

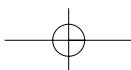
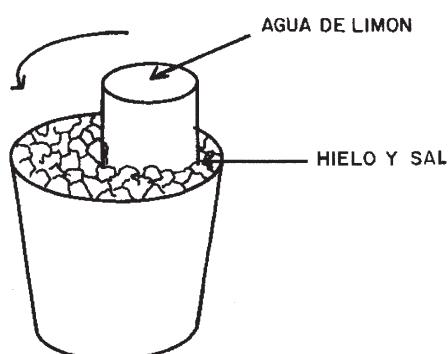
De las condiciones anteriores, cuando:

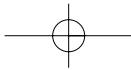
1. La sustancia está contaminada o es impura
2. Existe un cambio en la presión

se producirá una variación en el punto de fusión con respecto a la misma sustancia.

Por ejemplo, el cobre tiene un punto de fusión de 1 085 °C, y el estaño de 232 °C. Al realizar una aleación entre ellos llamada metal de campana, el punto de fusión será distinto en los dos metales, ya que las sustancias no se encuentran puras.

Otro ejemplo se tiene, cuando al hielo se le agrega sal (NaCl) para hacer nieve; entonces su temperatura baja más allá del punto de fusión.





El punto de ebullición se define como **la temperatura a la cual la presión de vapor del líquido es igual a la presión atmosférica**.

El punto de ebullición de una sustancia se puede determinar incrementando el calor de la sustancia hasta lograr que se produzca el cambio de líquido a gas.

Para que ocurra lo anterior son necesarias tres condiciones:

1. Una sustancia pura
2. Aumento de la temperatura
3. Una presión constante

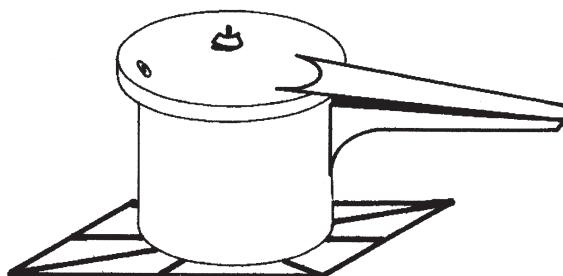
Por tanto si existe:

1. Una sustancia contaminada o una impura
2. Variación de la presión.

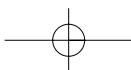
El punto de ebullición será distinto. En este caso, es necesario recordar que si un líquido se encuentra encerrado en un recipiente, al incrementar la temperatura se incrementa la presión de vapor por lo tanto hierve más rápidamente.

Una aplicación práctica se tiene en las ollas de presión, utilizadas por las amas de casa, en donde el aumento de presión hace que se logre una temperatura de ebullición más elevada, cociendo los alimentos en menor tiempo.

OLLA DE PRESIÓN



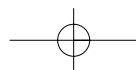
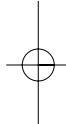
Esto se observa con claridad en las montañas a gran altitud sobre el nivel del mar, donde la presión atmosférica es menor, el agua hierve a menor temperatura; bajo esas condiciones, los alpinistas tardan menos tiempo que los mineros que se encuentran por debajo del nivel del mar para hervir sus alimentos, donde los cocinan más lentamente, esto se debe a que el agua hierve a menor temperatura cuando la presión atmosférica disminuye, y a una temperatura mayor cuando aumenta la presión atmosférica.

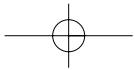




Otro ejemplo se da en la ciudad de Guatemala, donde el punto de ebullición del agua es de 95.3 °C, pues la presión atmosférica es igual a 1011 mm de Hg, en contraste con el nivel del mar, donde el agua hierve a 100 °C a una presión 760 mm de Hg.

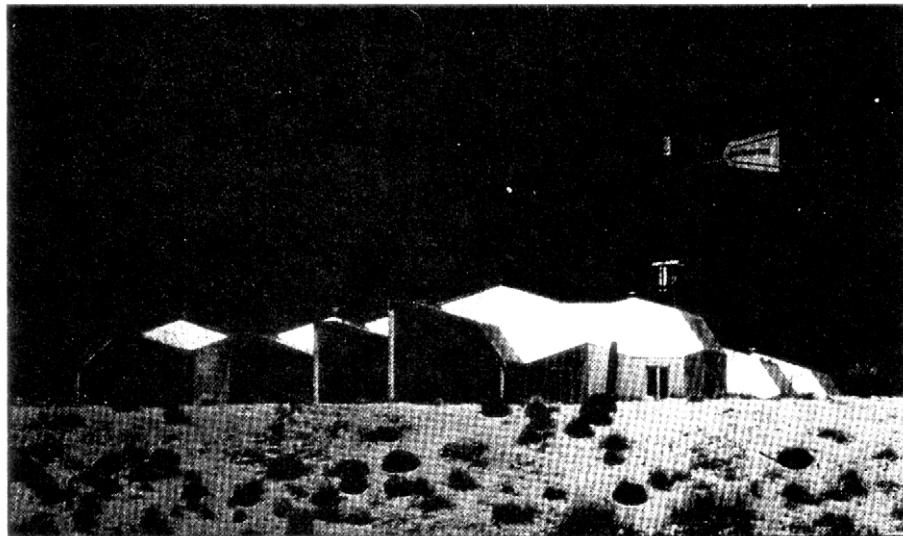
Para poder predecir los puntos de fusión y ebullición es de gran importancia considerar la naturaleza de la sustancia, es decir, su pureza, para que la vibración de sus moléculas al incrementar o disminuir la temperatura no sea interferida por moléculas de unas u otras sustancias, y que la presión sea constante.





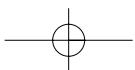
## Capítulo 4

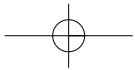
# CALOR



La energía se manifiesta de diferentes maneras: una de ellas es el calor, el cual se transmite de un cuerpo a otro debido a fenómenos de conducción, convección o radiación; al llevarse a cabo este tipo de transmisiones, uno de los cuerpos absorbe el calor y otro lo cede, para medir esas cantidades de calor, se emplea el **joule**, unidad del Sistema Internacional (SI); por otra parte, existe otra unidad, **la caloría**, cuyo uso es más común.

El calor, aplicado a un cuerpo, determina su temperatura, la cual influye en los cambios de estado que sufre la materia; asimismo, al utilizarse en las máquinas térmicas, puede transformarse en trabajo mecánico.





## EL CALOR COMO ENERGÍA DE TRÁNSITO

Corresponde a las sesiones de GA 4.36 y 4.38 ¿CÓMO ME VOY?

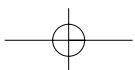
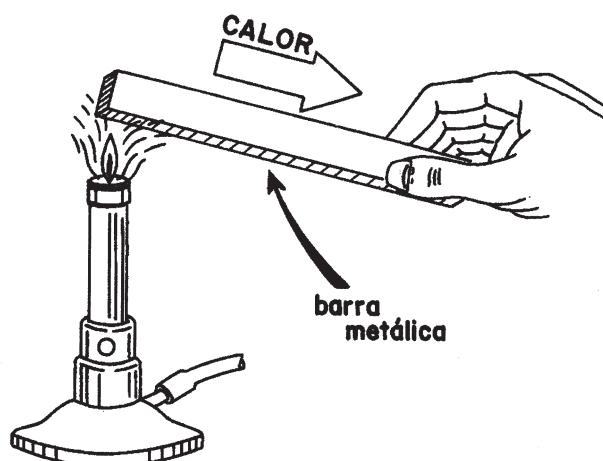
Cuando se coloca un objeto cerca de una fogata, éste se va calentando poco a poco; cuando el hierro que se utiliza para herrar se mete al fuego, al principio se puede sostener con las manos, pero pasado un tiempo se encuentra tan caliente que no es posible mantenerlo más; algo similar sucede cuando se pone a calentar un poco de agua en un recipiente, estos son ejemplos de cómo se puede transmitir el calor.

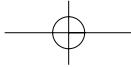
A través de la investigación de cómo se puede transmitir el calor se llegó a establecer que éste se transmite en tres formas diferentes: **conducción, convección y radiación**.

### Conducción

La conducción del calor a través de un cuerpo es consecuencia del incremento de la energía cinética de sus moléculas.

Cuando un cuerpo es calentado con una flama en alguna parte de su superficie, se produce la excitación de sus moléculas, las que están en contacto con la flama empiezan a vibrar más rápido y a ocupar mayor espacio, porque su energía cinética ha aumentado. Estas moléculas empiezan a chocar con las demás que se encuentran a sus lados, transmitiéndoles calor, que les hace incrementar su energía cinética y provoca que empiecen a vibrar más rápido y en un espacio mayor; esta propagación de calor y energía cinética se extiende por todo el cuerpo, fenómeno que se conoce como conducción de calor.





Este mismo fenómeno ocurre en una tubería de metal por la cual circula un fluido caliente, las moléculas del fluido chocan con las moléculas de la pared interna del tubo, haciéndolas vibrar más rápido, éstas han adquirido energía cinética y chocan a su vez con las moléculas que se encuentran a sus lados obligándolas a vibrar más rápido; finalmente el tubo adquiere la temperatura del fluido.

La estructura atómica de los cuerpos sólidos, líquidos y gaseosos es diferente, no todos conducen el calor en la misma medida; dicha diferencia entre los materiales permite clasificarlos en buenos conductores y malos conductores del calor.

#### **Tabla de conductividad térmica**

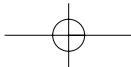
Plata	_____	1	Granito	_____	0.005
Cobre	_____	0.82	Madera	_____	0.0003
Oro	_____	0.62	Parafina	_____	0.0002
Hierro	_____	0.20			
Plomo	_____	0.08			

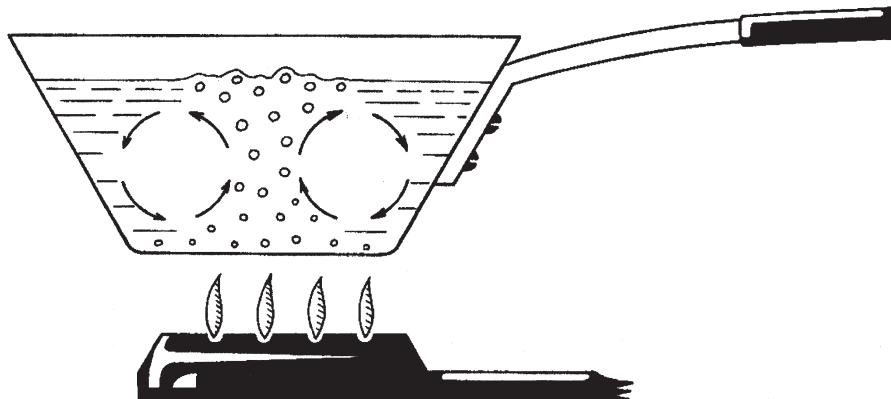
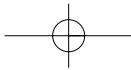
Los cuerpos que son buenos conductores de calor también lo ceden fácilmente; debido a esto es que la plata se enfriá más rápido que un pedazo de plomo a la misma temperatura; por otra parte, también absorben calor con mayor rapidez, por lo que, al tocar un pedazo de hierro y un pedazo de madera, se siente más frío el hierro, pero en realidad lo que pasa es que éste absorbe mayor cantidad de calor que la madera y da la sensación de estar más frío.

#### **Convección**

La transmisión de calor por convección se da en líquidos y gases; en ambos casos cuando sus capas inferiores son calentadas tienden a subir y las capas superiores, frías, tienden a bajar, formando corrientes de convección.

Cuando un recipiente que contiene agua, se calienta, la capa de agua que se encuentra en contacto con el fondo del recipiente, disminuye su densidad. Como las capas superiores de agua son más densas, descienden desplazando a las inferiores, empujándolas hacia arriba. Como constantemente el agua que llega al fondo del recipiente se calienta y a su vez es desplazada, el proceso se continúa, formando un movimiento denominado corriente de convección.





Corrientes de convección en un cazo lleno de agua que se calienta sobre un hornillo

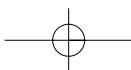
El volumen de agua caliente en su desplazamiento superior cede una cantidad de calor al volumen de agua fría que se desplaza hacia el fondo del recipiente; en este desplazamiento del agua caliente y fría el calor se distribuye en todo el líquido, mediante el movimiento del mismo.

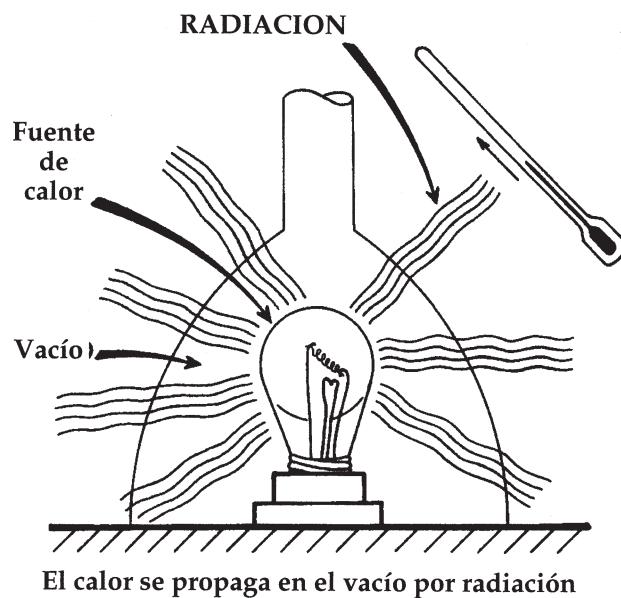
En la vida práctica la transmisión de calor por convección tiene grandes y variadas aplicaciones, que van desde la formación de los vientos hasta el funcionamiento de un refrigerador para mantener la temperatura en su interior; este fenómeno ordinario podemos verlo cuando el agua hierve.

### Radiación

Otro fenómeno de propagación del calor es la transmisión de éste por radiación. Cuando un objeto es colocado en un lugar donde el sol le dé, se calienta; este calor le llega del sol, en forma de energía llamada radiación.

El calor radiante se produce por la vibración que se da en los electrones de los átomos y moléculas; cuando los electrones vibran, pasan a otros niveles energéticos produciendo ondas que son propagadas en línea recta, éstas tienen una frecuencia que es directamente proporcional a la vibración de los electrones. Es decir, que cuando un objeto es calentado, mientras la temperatura del mismo sea alta, la vibración de los electrones será más rápida, por lo tanto, la longitud de onda será más corta (mayor energía radiante). Estas ondas, conocidas como electromagnéticas, viajan en el espacio sin calentar el aire ni los cuerpos transparentes, pero cuando chocan con un objeto opaco, hacen vibrar sus moléculas, tal vibración provoca el calentamiento del cuerpo.





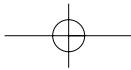
Los cuerpos se pueden clasificar en dos grupos, dependiendo de si pueden ser calentados o no por el calor radiante; así, se conocen como **cuerpos diatérmanos** aquellos que son calentados por el calor radiante (mica, hierro, madera), y los **cuerpos atérmanos** que no son calentados por el calor radiante (vidrio).

Todos los cuerpos, independientemente de su temperatura, tienen sus átomos o moléculas vibrando, por lo que también se encuentran irradiando cierta cantidad de calor, pero éste sólo se percibe cuando son irradiados por un cuerpo con mayor calor, en caso contrario se siente que el otro cuerpo está más frío.

Los cuerpos que se calientan rápido con el calor radiante, reflejan muy poca de la energía que incide en ellos, éstos en general son cuerpos negros a la vista; también existen cuerpos que reflejan gran cantidad de la energía radiante que incide en ellos, por lo mismo se calientan poco, éstos en general son cuerpos de colores claros o de superficies pulidas (reflejantes).

Los **cuerpos negros** irradian la energía que absorben con mayor rapidez que los **cuerpos claros**, es por esto que su temperatura desciende más rápidamente.

La transmisión de calor por radiación tiene gran importancia y utilidad en los invernaderos, ya que el mantener una temperatura superior a la ambiental, favorece el rápido desarrollo de las plantas.



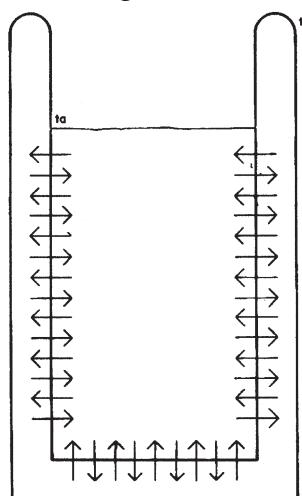
## DIRECCIÓN DE LA TRANSFERENCIA DEL CALOR

Corresponde a la sesión de GA 4.37 TODO PARA ALLÁ

Cuando se ponen en contacto dos objetos que se encuentran a la misma temperatura ésta no varía en ninguno de los cuerpos.

Si en un vaso se vierte agua que se encuentra a la temperatura ambiente, al ponerse, los dos cuerpos que tienen la misma temperatura ( $t_1 = t_2$ ) en contacto, las moléculas del agua tienen la misma energía cinética promedio que las moléculas del vaso.

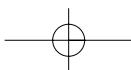
Cuando las moléculas del agua chocan con las moléculas del vaso, no se produce ningún intercambio de energía.

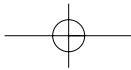


En consecuencia, y dado que se establece un gran número de choques entre las moléculas del vaso y las moléculas de agua, la transformación de energía se encuentra equilibrada, su suma vectorial será cero, es decir, no se presenta una ganancia o pérdida neta de energía en ninguno de los cuerpos.

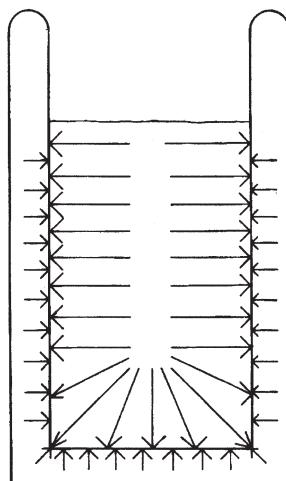
De lo anterior, se puede concluir que: cuando dos o más cuerpos tienen la misma temperatura y están en contacto, la transferencia o flujo de energía neta entre ellos, por choques moleculares, es cero, por lo tanto ninguno de ellos aumenta o disminuye su temperatura, encontrándose, los mismos, en un equilibrio térmico.

Si se ponen en contacto dos cuerpos que tienen temperaturas diferentes, se puede comprobar, por medio de un termómetro, que el cuerpo de mayor





temperatura la disminuye, y el cuerpo con menor temperatura la aumenta. Si en un vaso de plástico vertimos agua hirviendo, ponemos en contacto dos cuerpos con diferentes temperaturas, donde la temperatura del agua es mayor que la temperatura del vaso ( $ta > tv$ ) (FIG. 2), por consiguiente, las moléculas de agua tienen una energía cinética promedio mayor que la energía cinética promedio de las moléculas del vaso.

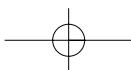


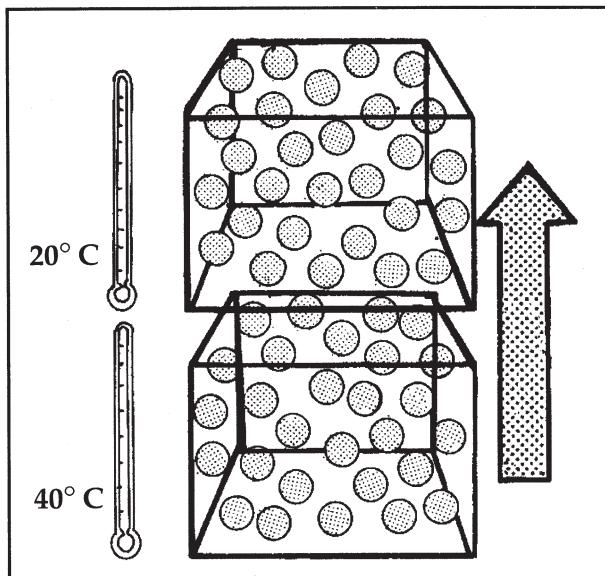
Como consecuencia de esta diferencia de energía, cuando las moléculas de agua chocan contra las moléculas del vaso, es más factible que las moléculas de agua proporcionen mayor energía a las moléculas del vaso. Entre los dos cuerpos se establece una transferencia de energía, por choques, de las moléculas del agua hacia las moléculas del vaso; esta transferencia de energía se puede percibir con el termómetro o con el tacto al sentir cómo se incrementa la temperatura del vaso. Esto indica que las moléculas del vaso han ganado una cierta cantidad de calor.

De lo anterior se puede concluir que dos cuerpos con diferentes temperaturas, y que se encuentran en contacto, establecen una transferencia de energía (calor), que se da del cuerpo con mayor temperatura (cuerpo más caliente) al cuerpo de menor temperatura (cuerpo más frío).

El término **calor** se aplica en los mecanismos de **transferencia de energía de un cuerpo a otro a través de choques moleculares**.

Los cuerpos que ganan calor (energía) a través de los choques moleculares son cuerpos que absorben calor, y los cuerpos que pierden calor (energía), a través de los choques moleculares son cuerpos que ceden calor. El calor se considera que es positivo cuando es absorbido por un cuerpo, y negativo cuando un cuerpo lo cede.





Cuando se prolonga el contacto entre cuerpos con diferentes temperaturas la energía cinética de las moléculas del cuerpo más caliente tiende a disminuir poco a poco, y la energía cinética de las moléculas del cuerpo más frío tiende a incrementarse, como producto de la energía transferida del cuerpo más caliente al cuerpo mas frío; esta transferencia se mantiene hasta que la energía cinética promedio de los cuerpos se iguala; esto es, hasta que los cuerpos adquieren la misma temperatura, llegando así, a un **equilibrio térmico**.

## EQUIVALENTE MECÁNICO DEL CALOR

Corresponde a la sesión GA 4.39 SI NO ESTOY NO LO HACES

### Caloría

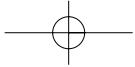
El calor es una forma de manifestación de la energía, a pesar de que éste no puede guardarse o almacenarse es medible por los efectos que produce.

La unidad más utilizada desde hace tiempo es la **caloría** cuyo símbolo es **cal**, definiéndose como el **calor necesario para aumentar en un grado celsius la temperatura de un gramo de agua**, esto es, elevar la temperatura de esa cantidad de agua de 14.5 °C a 15.5 °C.

En el **SI** la unidad para el calor es el joule, el kilogramo para la masa, y el kelvin para la temperatura.

La capacidad calorífica o calor específico es la cantidad de calor que hay que suministrarle a una unidad de masa para elevar en un grado su temperatura. Así, en el **SI** la capacidad calorífica (**Ce**) tiene unidades de J/kg.

Sin embargo en la industria, la mayor parte de las mediciones de temperatura se hacen en °C o en °F, y la caloría y el Btu son las unidades que predominan para medir la cantidad de calor (**Q**).



En ocasiones la caloría no es una unidad de medida práctica, pues es muy pequeña y no puede ser utilizada en algunas mediciones de calor, por tanto, se creó un múltiplo, la **kilocaloría**, cuyo símbolo es **kcal**, siendo ésta igual a 1 000 calorías.

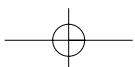
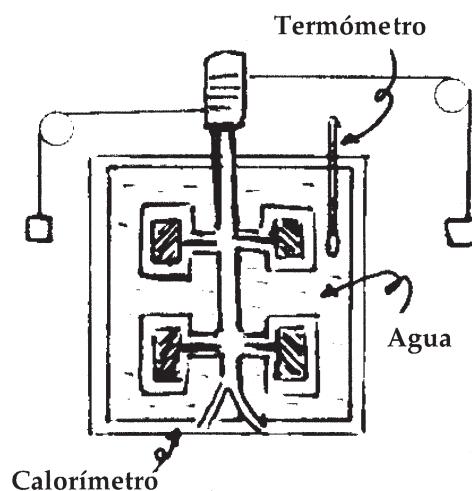
Ahora bien, como el calor es una forma o manifestación de la energía, éste puede transformarse en otras. Este puede cambiar y producir **trabajo**, el cual también se mide en **joules (J)**.

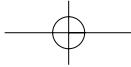
### **Equivalente mecánico del calor**

Existen muchas formas de transformar la energía mecánica en calor, por ejemplo al frotarse las palmas de las manos, al rodar en el pavimento las llantas de un automóvil, cuando se desliza el lazo en la cabeza de la silla de montar al Lazar un caballo, al pasar la cuerda por las manos cuando se escapa la cubeta en un pozo, cuando se sujetan en forma violenta la punta del trompo al girar; todos estos son ejemplos de transformación de energía mecánica en calor.

James Prescott Joule (1818-1889), físico inglés, demostró que cuando un cuerpo móvil se lleva al reposo, la energía que “desaparece” está en relación directa con la cantidad de calor producido. O bien que para reducir una caloría por métodos mecánicos se necesitan consumir 4.18 joules.

Para comprobarlo se utiliza un aparato formado por unas pesas que al bajar hacen girar unas aspas, que a su vez calientan el agua de un depósito, mediante frotamiento. Es decir, la cantidad de energía potencial de las pesas es igual a la cantidad de energía cinética que adquieren las aspas, que a su vez se transforma en el calor que se suministra al agua.





Joule encontró en todos los experimentos realizados que sin importar el tipo de materiales utilizados, el trabajo consumido se convertía en calor.

Al número de unidades de energía que se convierte en una unidad calorífica se le llama: equivalente mecánico del calor.

$$\text{Equivalente mecánico} = \frac{\text{trabajo}}{\text{calor}}$$

$$\text{Equivalente mecánico} = \frac{4.18 \text{ joules}}{1 \text{ caloría}} = 4.18 \frac{\text{joules}}{\text{caloría}}$$

$$J_Q = 4.18 \text{ J/cal}$$

La equivalencia entre caloría y joule es:

$$1 \text{ caloría} = 4.18 \text{ joules}$$

$$1 \text{ joule} = 0.24 \text{ calorías}$$

Al valor 4.18 joules/caloría se le llama equivalente mecánico del calor o número de joule.

### Ejemplos

1. ¿A cuántos joules equivalen  $3 \times 10^2$  calorías?

A las calorías, por ser una forma de medir la cantidad de calor, se les representa como (Q).

#### Datos

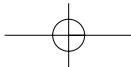
$$\begin{aligned} 1 \text{ caloría} &= 4.18 \text{ joules} \\ Q &= 3 \times 10^2 \text{ calorías} \end{aligned}$$

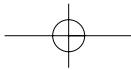
#### Fórmula

$$\begin{aligned} 1 \text{ caloría} &\quad 4.18 \text{ joules} \\ 3 \times 10^2 \text{ calorías} &\quad \text{---} \quad \text{joules} \end{aligned}$$

### Sustitución

$$\text{joules} = \frac{(3 \times 10^2 \text{ calorías}) (4.18 \text{ joules})}{1 \text{ caloría}}$$



**Operaciones**

$$\frac{4.18 \times 3 \times 10^2}{12.54 \times 10^2 \text{ joules}}$$

**Resultado**

$$12.54 \times 10^2 = 1.254 \times 10^3 \text{ joules}$$

2. ¿A cuántas calorías equivalen  $6.3 \times 10^3$  joules?

**Datos**

$$\begin{aligned} T &= 6.3 \times 10^3 \text{ joules} \\ 1 \text{ caloría} &= 4.18 \text{ joules} \end{aligned}$$

**Fórmula**

$$\begin{aligned} 4.18 \text{ joules} &\quad \text{--- } 1 \text{ caloría} \\ 6.3 \times 10^3 \text{ joules} &\quad \text{--- calorías} \end{aligned}$$

**Sustitución**

$$\text{calorías} = \frac{(6.3 \times 10^3 \text{ joules}) (1 \text{ caloría})}{4.18 \text{ joules}}$$

**Operaciones**

$$\begin{array}{r} 1.507 \\ 4.18 \overline{) 630.000} \\ 212 \ 0 \\ 03 \ 000 \\ 074 \end{array}$$

**Resultado**

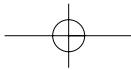
$$1.507 \times 10^3 \text{ calorías}$$

Es posible transformar el trabajo en calor en forma total y constante, pero la conversión de calor en trabajo es mucho más difícil. El estudio de la transformación del calor en trabajo es objeto de estudio de la termodinámica.

La Primera Ley de la Termodinámica explica el equivalente mecánico del calor, considerando que la energía mecánica y la térmica son interconvertibles sin pérdida. Es decir, el calor se puede convertir en energía mecánica y la energía mecánica en calor; corresponde a la termodinámica encargarse del estudio de la conversión del calor en otras formas de energía.

**Primera Ley de la Termodinámica:** una cantidad de calor puede transformarse en una cantidad de trabajo, y una cantidad de trabajo puede convertirse en una cantidad de calor.

Dicho en otras palabras, la energía puede transformarse pero no se puede destruir.



La Primera Ley de la Termodinámica puede enmarcarse “**El aumento de energía interna de un cuerpo es igual al calor absorbido más el trabajo realizado por las fuerzas externas sobre el cuerpo.**”

Por ejemplo, a un gas se le puede comprimir y al dilatarse realizar un trabajo; esto tiene aplicación en los motores diesel, donde el aumento de la temperatura proviene de una compresión rápida del combustible para producir la combustión, ya que estos motores carecen de bujías para producir la chispa.

La Segunda Ley de la Termodinámica puede expresarse: “**El calor absorbido de un cuerpo caliente no se puede transformar en trabajo sin ceder una cantidad igual de calor a un cuerpo frío**”.

Esto significa que para transformar el calor en trabajo se necesitan dos cuerpos con diferente cantidad de calor.

El calor no se transforma totalmente en energía mecánica cuando el calor pasa de un cuerpo caliente a uno frío. Una parte del calor se transforma en trabajo y otra es absorbida por el cuerpo frío; por eso disminuye la capacidad de producir trabajo.

**Se llama eficiencia** (o rendimiento), **R**, a la relación entre el trabajo que se realiza y el calor que se recibe, a partir de la fuente caliente, durante cada ciclo.

$$R = \frac{W}{Q}$$

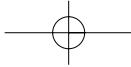
La eficiencia de una máquina se mide en relación con el trabajo que efectúa con el calor recibido.

## RELACIÓN ENTRE EL CALOR Y LA ELEVACIÓN DE LA TEMPERATURA

Corresponde a la sesión GA 4.40 DE SUBIDA

Se escuchan las expresiones, “está muy caliente” o “está muy frío” cuando se toca un objeto. Esto es a través de uno de los sentidos, el del tacto. Lo que se aprecia es la cantidad de calor del objeto.

En los textos anteriores ha quedado claro cuáles son los efectos del calor y cómo se mide la temperatura. En esta sesión se estudiará cuál es la relación entre el calor y la elevación de la temperatura.



El calor es una forma de energía que pasa de un cuerpo a otro en virtud de una diferencia de temperatura entre ellos.

Por ejemplo, un trozo de hielo, cuyo punto de fusión es de 0 °C, al ser colocado en un plato comienza a fundirse, esto sucede porque “toma” calor del aire y del plato, cuyas temperaturas son mayores.

Cuando gira un trompo, la punta del mismo genera una elevación de la temperatura por la fricción con el piso. Es decir, se presenta energía mecánica convertida en calor y se eleva la temperatura.

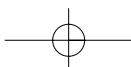
Un cuerpo a una temperatura definida tiene una determinada energía de movimiento, para explicar la transferencia de calor se puede señalar que a mayor temperatura existe mayor energía de movimiento de las partículas y a menor temperatura, la energía de movimiento de dichas partículas es menor. Cuando entran en contacto, sus moléculas o partículas atómicas chocan, y las del cuerpo con mayor energía de movimiento transmiten una mayor agitación a las del cuerpo que podemos considerar como frío, produciendo en ellas un aumento de temperatura, he aquí una transferencia de energía. Si permanecen en contacto llegará el momento en que se iguale la temperatura de los dos cuerpos y la energía de movimiento en promedio será la misma.

En forma individual los cuerpos tienen moléculas con diferentes energías de vibración, pero su promedio será su temperatura, esta energía se transmite de los cuerpos que tienen mayor temperatura hacia los de menor temperatura.

Es importante señalar que la temperatura de dos cuerpos es independiente de sus respectivas cantidades de calor. En dos cuerpos a la misma temperatura fabricados del mismo material y de masas distintas, la cantidad de calor es mayor en aquel cuya masa es mayor, ya que tiene mayor número de moléculas y la energía de movimiento es por tanto mayor.

Las moléculas de un cuerpo contienen energía potencial, por las fuerzas que ejercen entre sí, y energía cinética por su movimiento; a esto se le llama **energía interna**. Por ejemplo, si un cuerpo recibe calor pero no cambia de estado, las moléculas se separan manifestando su energía potencial, moviéndose más rápido, aumentando su energía cinética.

La energía interna y el calor se miden en joules, sin embargo, aún se emplea la caloría para medir el calor, la cual se define como el calor necesario para aumentar en un grado celsius la temperatura de un gramo de agua, esto es, elevar la temperatura de esa cantidad de agua.



Ahora bien, se ha determinado que el calor suministrado a la unidad de masa de un cuerpo homogéneo, es directamente proporcional a su elevación de temperatura. Mas la cantidad de calor que se debe suministrar a la unidad de masa de cualquier sustancia para que eleve su temperatura 1 °C es distinta para cada una, esto se define como calor específico.

CALOR ESPECÍFICO		
	$\frac{\text{cal}}{\text{g } ^\circ\text{C}}$	$\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$
Agua	1	4 180
Hielo	0.5	2 090
Aluminio	0.22	920
Cobre	0.09	376
Plomo	0.031	130
Aceite de oliva	0.41	1 715
Hidrógeno	3.42	14 300

En la tabla se observa que el calor específico del cobre es 0.09 cal/g °C, esto significa que un gramo de cobre necesita recibir 0.09 calorías para elevar su temperatura 1 °C. En el Sistema Internacional de unidades significa que se requieren 376 joules para que a un kg de cobre su temperatura se eleve 1 K.

El calor específico de una sustancia se calcula a partir de la fórmula de obtención de calor cedido o absorbido por un cuerpo.

$$Q = m C_e (t_2 - t_1) \text{ donde}$$

$Q$  = calor cedido o absorbido por un cuerpo

$m$  = masa

$C_e$  = calor específico

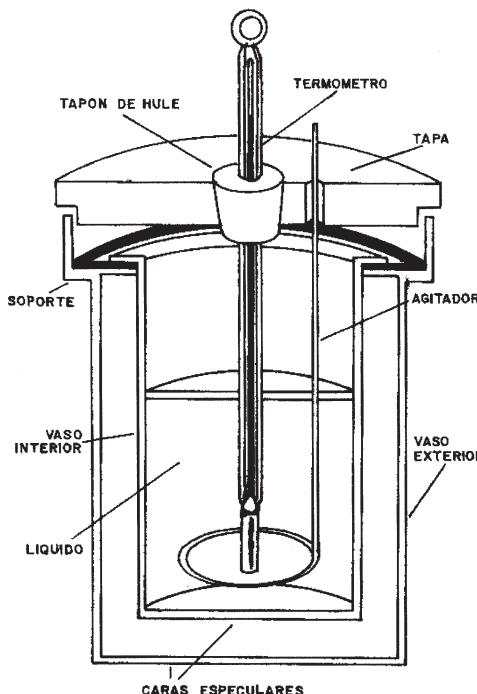
$t_1$  = temperatura inicial

$t_2$  = temperatura final

Si se despeja el calor específico, de la ecuación se tiene:

$$C_e = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}$$

El calorímetro es el aparato que se utiliza para obtener los datos para calcular el calor específico de las sustancias.



### Ejemplo

1. Calcular el calor que deben recibir 5 g de plomo para que su temperatura se eleve de 20 °C a 60 °C

#### Datos

$$Q = X$$

$$m = 5 \text{ g}$$

$$t_1 = 20^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 60^\circ\text{C}$$

$$C_e = 0.031 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

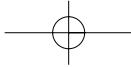
#### Fórmula

$$Q = m C_e (t_2 - t_1)$$

$$Q = 5 \text{ g} (0.031 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}) (60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C})$$

#### Sustitución

$$Q = 5 \text{ g} (0.031 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}) (40^\circ\text{C})$$

**Operaciones**

$$(0.031 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}) (5 \text{ g}) (40^\circ\text{C})$$

**Resultado**

6.2 calorías

2. Calcular el calor específico de una sustancia cuya masa es de 1 000 g, si para elevar su temperatura de 15 °C a 100 °C se necesitaron  $8.5 \times 10^4$  calorías.

**Datos****Fórmula****Despeje****Sustitución**

$$Ce = ?$$

$$Q = m c(t_2 - t_1)$$

$$Ce = \frac{Q}{m(t_2 - t_1)}$$

$$Ce = \frac{8.5 \times 10^4 \text{ cal}}{10^3 \text{ g} (100^\circ\text{C} - 15^\circ\text{C})}$$

$$m = 10^3 \text{ g}$$

$$t_1 = 15^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 100^\circ\text{C}$$

$$Q = 8.5 \times 10^4 \text{ calorías}$$

$$Ce = \frac{85 \times 10^3 \text{ cal}}{10^3 \text{ g} (85^\circ\text{C})}$$

**Operaciones****Resultado**

$$\frac{85 \times 10^3 \text{ cal}}{85 \times 10^3 \text{ g}^\circ\text{C}}$$

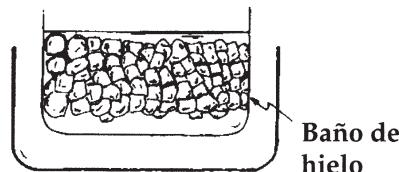
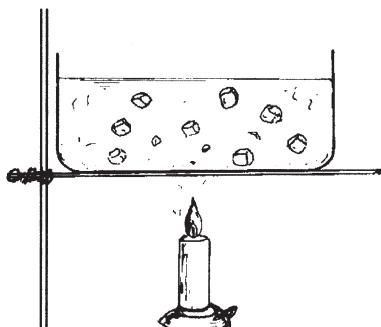
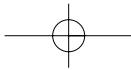
$$Ce = 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$$

## EL CALOR Y LAS TRANSFORMACIONES DE LOS ESTADOS DE LA MATERIA

Corresponde a las sesiones de GA 4.41 y 4.42 OTRA DE MIS FUNCIONES

Cuando se aplica o disminuye calor a un cuerpo, éste puede llegar a sufrir un cambio de estado, es decir, pasar de un estado físico a otro; este tipo de fenómenos no involucra un cambio en la composición química de la materia. Un ejemplo es lo que sucede cuando se pone a hervir agua, en este caso se observa que el agua disminuye su volumen poco a poco y esto es debido a que se está evaporando.

Se sabe que cuando se calienta o enfriá un objeto, se efectua la energía cinética de sus moléculas provocando que éstas se separen cuando se calientan y se cohesionen cuando se enfrián.



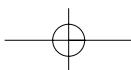
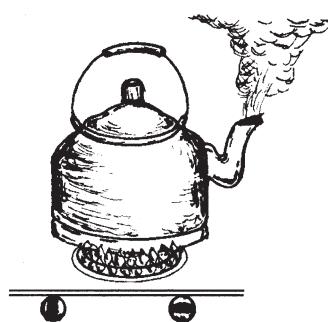
Baño de hielo

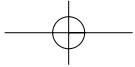
El aplicar calor a una sustancia causa tal agitación en sus moléculas que es posible llegar a romper el orden de las mismas, provocando que éstas adquieran más energía y movimiento, con lo cual la sustancia cambia de estado. Este tipo de cambio de estado se conoce como **fusión**. Los sólidos que pasan a líquidos tienen características semejantes, por lo que se pueden enunciar las **leyes de la fusión**:

- 1) La temperatura a la que se produce la fusión es un valor característico de cada sustancia.
- 2) Durante la fusión es necesario seguir aplicando calor al material, hasta que se logre el cambio total al estado líquido, la cantidad de calor que se da por unidad de masa se denomina calor latente de fusión.
- 3) En el momento en que se produce la fusión y durante ella, la temperatura del sólido, del líquido y de la mezcla sólido-líquido es constante.

La **solidificación** es el fenómeno inverso a la fusión e implica la disminución de la temperatura de un líquido para que éste pase al estado sólido. Y como ya se había mencionado, la temperatura a la cual se inicia la solidificación es la misma que se debe alcanzar para empezar la fusión.

Las moléculas de un líquido, que se someten a un aumento de temperatura, tienden a escapar y convertirse en vapor, este cambio de estado se conoce como **vaporización**.





Cabe mencionar que un gas y un vapor no son lo mismo. Un **gas** es aquella sustancia que en condiciones normales de temperatura y presión existe en ese estado, mientras que un **vapor** es aquella sustancia que fue sometida a un cambio de temperatura o presión para alcanzar ese estado.

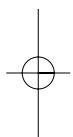
La vaporización puede ocurrir de dos maneras: por evaporación o por ebullición. La **evaporación** es el cambio de estado que solamente se produce en la superficie del líquido, mientras que la **ebullición** es el cambio de estado que se produce en cualquier parte del líquido.

El fenómeno en el que a un vapor se le disminuye la temperatura hasta alcanzar un estado líquido se conoce como **condensación**, y el mismo fenómeno, pero para un gas, se denomina **licuefacción**.

Se llama **sublimación** al cambio de estado de sólido a vapor o gas, sin pasar por el estado líquido.

Se conoce como **depositación** al cambio de estado de gas o vapor a sólido, sin pasar por el estado líquido.

En este tema sólo se vio como se producen cambios de estado al modificar la temperatura, no obstante, la modificación de la presión es otro factor de gran importancia para que se presenten estos fenómenos.



## MÁQUINAS TÉRMICAS

Corresponde a la sesión de GA 4.43 SOY IDEAL

A través de la observación, algunas personas se percataron de que el calor podía transformarse en trabajo mecánico de donde se desprende la **Primera Ley de la Termodinámica, que establece que la cantidad de calor absorbido por un sistema es igual al trabajo realizado.**

Por ejemplo, cuando hace frío y alguna persona no tiene con qué cubrirse, empieza a frotarse con sus manos el cuerpo, lo cual produce una elevación en la energía interna de sus moléculas y por tanto, su temperatura se incrementa; sin embargo, existe una pérdida de calor, que es la absorbida por el aire circundante lo cual no es apreciable en la temperatura adquirida. En el momento que la frotación cesa, se regresa a la temperatura original.

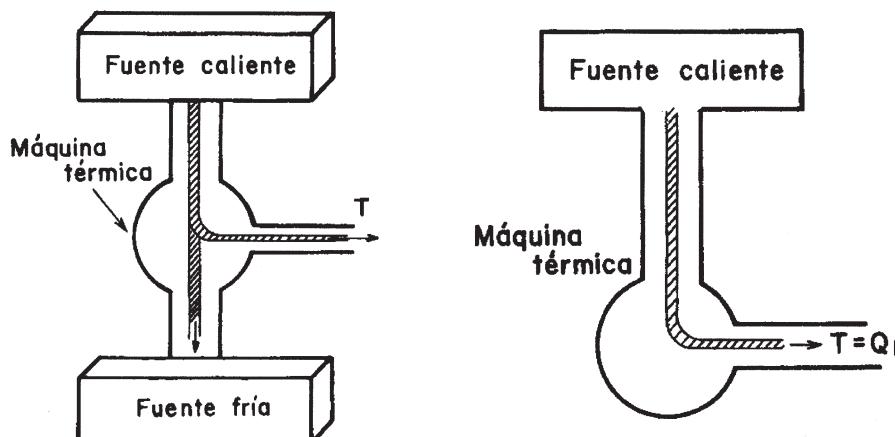
Esto mismo sucede al emplear calor para el funcionamiento de una máquina; el trabajo realizado por ésta tiene pérdidas, por lo que el calor aplicado no es

igual al trabajo mecánico realizado, es decir, que la energía térmica no se convierte al 100% en trabajo, y es necesario contar con otra regla o norma que justifique esta realidad.

Para esto se postula la Segunda **Ley de la Termodinámica** que dice: **es imposible construir una máquina térmica cuya eficiencia sea del 100%**, porque existen factores que impiden que todo el calor aplicado se convierta en trabajo. Se denomina eficiencia de una máquina a la capacidad que tiene ésta para transformar la mayor cantidad de calor suministrado en trabajo mecánico efectivo.

Las **máquinas térmicas** son aquellas que para su funcionamiento utilizan un **gas en expansión o vapor**.

Esquemas de máquinas térmicas real e ideal



Representación esquemática de una máquina térmica cualquiera.

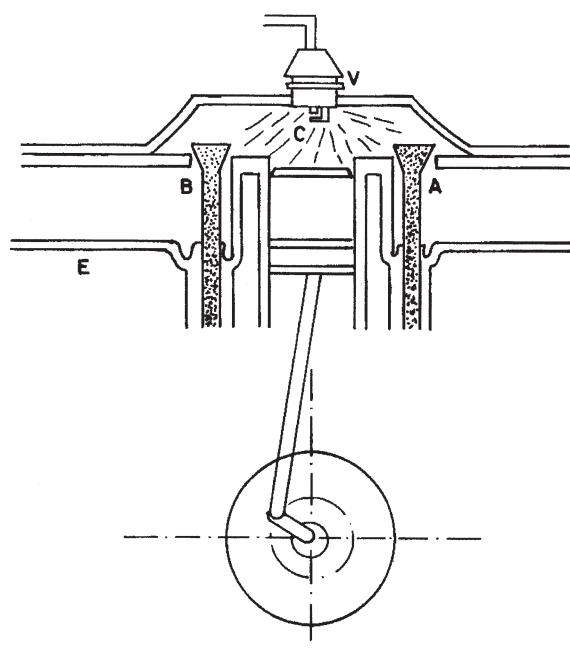
Una máquina térmica como ésta tendría un rendimiento de 100%.

Las máquina que alcanza una eficiencia del 100% es denominada máquina térmica ideal, porque sólo teóricamente se puede obtener una máquina con el máximo de eficiencia.

Las máquinas térmicas en general tienen en común algunos elementos, es decir, para su funcionamiento toman una cierta cantidad de calor de la fuente caliente que lo proporciona, una parte de este calor es empleado para producir trabajo mecánico y lo que resta lo absorbe la fuente fría.

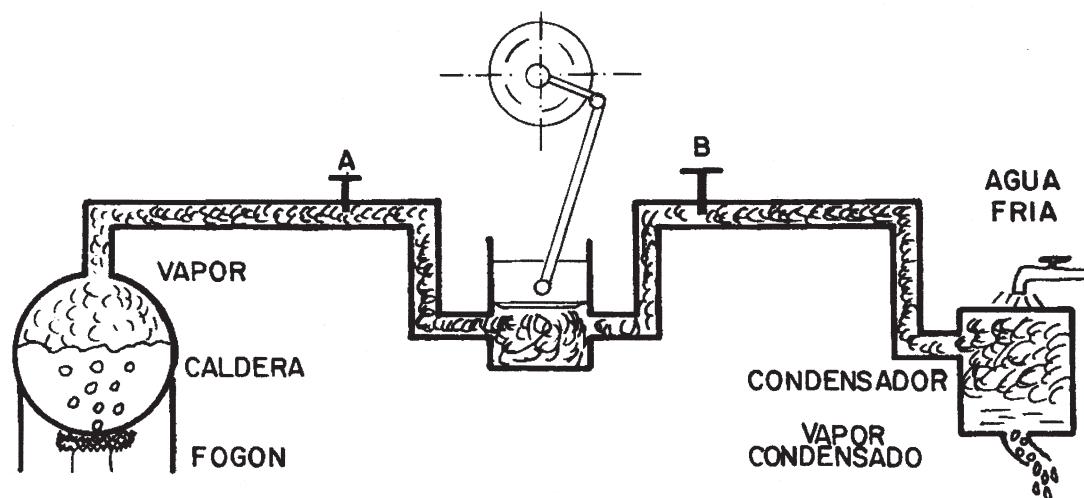
La máquina térmica será más eficiente cuando convierta la mayor cantidad posible de calor suministrado en trabajo efectivo. Un motor de gasolina alcanza una eficiencia del 30%, y una locomotora de vapor el 10%.

Las máquinas térmicas en general se clasifican en máquinas de combustión interna, y de combustión externa; las primeras son aquellas en que el calor se produce dentro de las mismas, como en el caso de los automóviles y los aviones.

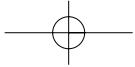


Máquina de combustión interna

Las máquinas de combustión externa utilizan comúnmente vapor de agua que se calienta fuera de la máquina; tal es el caso de la turbina de vapor.



Máquina de combustión externa



Las máquinas térmicas tienen gran importancia porque son utilizadas para realizar trabajo mecánico a gran escala en un periodo más corto de tiempo y a un costo menor; el transporte evolucionó en gran forma con este tipo de máquinas.

## FUNCIONAMIENTO DEL REFRIGERADOR

Corresponde a la sesión de GA 4.44 AQUÍ TE QUITO EL CALOR

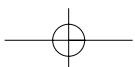
El refrigerador es una máquina térmica muy conocida por su gran utilidad en la industria alimenticia y en el hogar; conserva los alimentos en buen estado por un periodo de tiempo mayor.

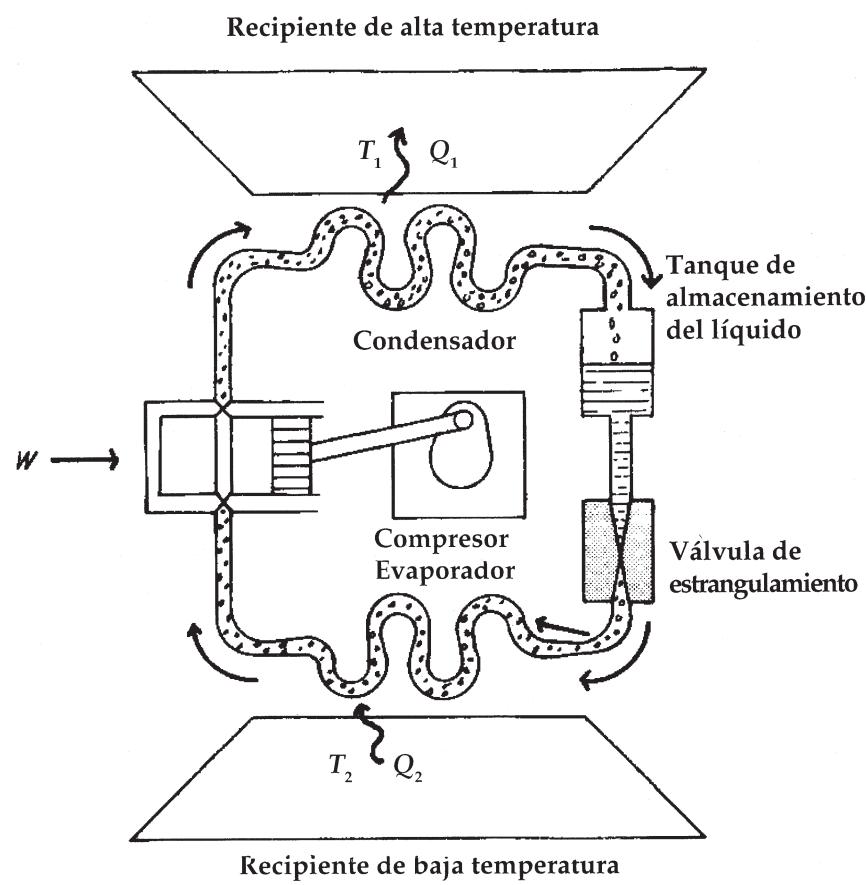
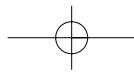
El funcionamiento del refrigerador es inverso de cualquier máquina térmica, se dice esto, porque aplicando la Segunda Ley de la Termodinámica; el calor fluye de un cuerpo de mayor temperatura a uno de menor.

En el caso del refrigerador, se extrae calor del cuerpo frío y se aplica al cuerpo caliente; esto sólo sucede al proporcionar energía por medio de una fuente exterior.

Para que un refrigerador funcione necesita la presencia de un refrigerante; se denomina así a la sustancia gaseosa que en el momento que la presión aumenta o disminuye la temperatura, se licua. Entre los refrigerantes comunes se encuentra al amoniaco, el dióxido de azufre, y el cloruro de metilo. El freón 12 es el refrigerante utilizado en los refrigeradores domésticos.

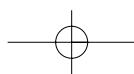
El funcionamiento de cualquier refrigerador con sistema común es el siguiente: Por medio de la bomba (compresor) se comprime al gas refrigerante, éste pasa a un condensador en donde se enfriá y licua a base de agua circulante o por medio de un ventilador eléctrico, el líquido obtenido se almacena en el tanque, para después pasar por la válvula de estrangulamiento donde se provoca el descenso repentino de la temperatura y presión; conforme fluye el líquido condensado por el serpentín evaporador, absorbe una cierta cantidad de calor de los cuerpos que están a su alrededor para provocar un descenso en su temperatura, el gas o vapor caliente fluye al compresor nuevamente y así se repite este proceso o ciclo indefinidamente.

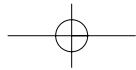




Esquema del funcionamiento del refrigerador

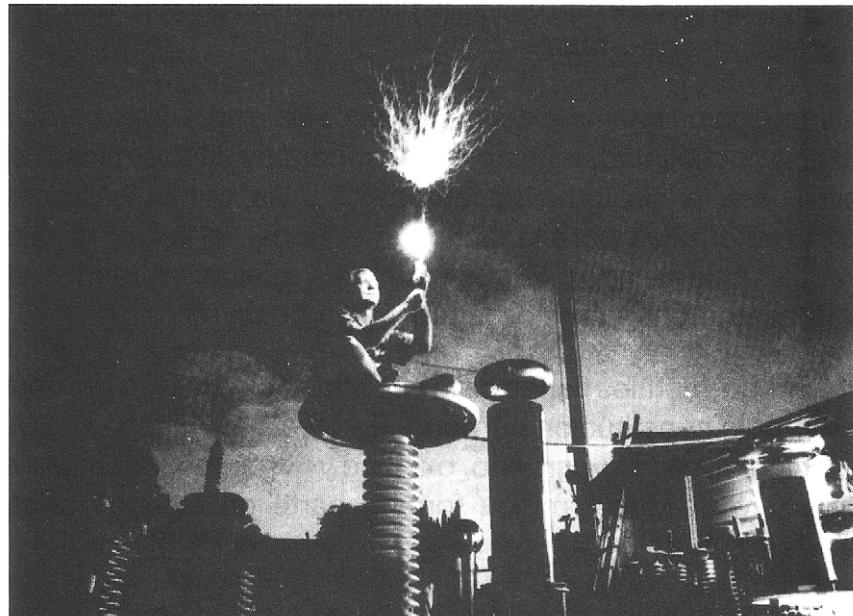
El proceso de descomposición de los alimentos por bacterias, fermentación, o mohos no cesa ni a 0 °C por lo que se recomienda tener cuidado con el manejo de éstos al deshielarse porque su descomposición será más rápida.



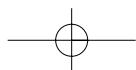


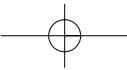
# Capítulo 5

## ELECTRICIDAD



Ciertas sustancias tienen la capacidad de dar o de recibir electrones; esto permite electrizar un cuerpo por frotamiento, contacto o inducción. Los materiales que tienen la capacidad de conducir la electricidad se conocen como conductores; los aislantes, en cambio, no poseen esta característica; ambos materiales se utilizan en la construcción de circuitos eléctricos, en cuyos electrodos debe existir una diferencia de potencial para que fluya la corriente eléctrica, la cual cuenta con cierta intensidad medida en **ampères**. Para transmitir la electricidad, algunas sustancias son disueltas en agua para formar electrolitos; éstos se utilizan en la elaboración de baterías y de pilas eléctricas.





## METALES Y NO METALES

**Corresponde a la sesión de GA 5.47 POSITIVO O NEGATIVO**

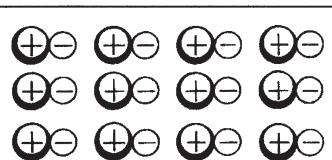
En la historia del hombre los metales han estado relacionados íntimamente con su quehacer diario; unos se han utilizado para la construcción de herramientas básicas y otros como adornos.

En la actualidad, su uso se ha extendido y especializado de acuerdo con sus características: ductibilidad, maleabilidad, conductividad térmica o eléctrica. Se les aplica, así, en la industria automotriz, las comunicaciones, en la elaboración de utensilios para la labranza, el hogar, el taller, la aviación, la medicina, entre otros campos. Si observamos a nuestro alrededor, no existe un sitio en donde no encontraremos la presencia de un metal.

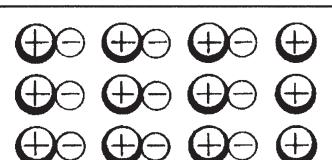
Por su parte, los no-metales tienen gran importancia en la vida del hombre, así como en su propia constitución corporal. En efecto la materia orgánica está formada principalmente por carbono, oxígeno y nitrógeno, además de azufre, cloro, bromo y yodo, que también forman parte de algunos compuestos orgánicos.

La materia está constituida por átomos y éstos a su vez por protones (cuya carga eléctrica es positiva), electrones (con carga eléctrica negativa) y neutrones (sin carga).

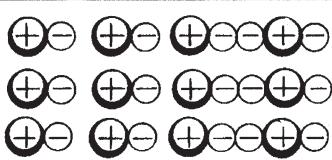
Los átomos son eléctricamente neutros, es decir, contienen igual número de electrones y protones.



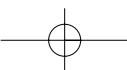
Si los átomos ganan o pierden electrones, se convierten en iones, quedando con carga eléctrica positiva o negativa.

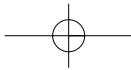


Si un átomo pierde electrones, queda con carga positiva; si gana electrones adquiere carga negativa. Al primero se le llama ion positivo o catión; al segundo se le denomina ion negativo o anión.



Un átomo, para transformarse en catión (ion positivo), tiene que ceder electrones (-), mientras que, para transformarse en anión (ion negativo), debe aceptar electrones (-). Por tanto, cada





cación tendrá tantas cargas eléctricas positivas como electrones ceda; y cada anión tendrá tantas cargas eléctricas negativas como electrones acepte. Las cargas eléctricas de los aniones y de los cationes están relacionadas con el número de valencia del elemento, también conocido como número de oxidación.

### El proceso de ganar o perder electrones se llama ionización

En los compuestos iónicos, los iones que tienen carga positiva son los iones metálicos. Por ejemplo, los átomos de sodio ( $\text{Na}^0$ ) son eléctricamente neutros, pero al formar compuestos iónicos se convierten en iones ( $\text{Na}^+$ ) eléctricamente positivos. Las cargas positivas de los iones metálicos corresponden a sus valencias metálicas.

Otros ejemplos de iones positivos son el ion ferroso ( $\text{Fe}^{+2}$ ), ion férrico ( $\text{Fe}^{+3}$ ), ion zinc ( $\text{Zn}^{+2}$ ), ion potasio ( $\text{K}^{+1}$ ) y ion amonio ( $\text{NH}_4^{+1}$ ).

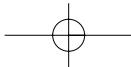
A los iones no metálicos y radicales ácidos les corresponden valencias negativas. Por ejemplo: ion cloro ( $\text{Cl}^{-1}$ ), ion óxido ( $\text{O}^{-2}$ ), ion nitrito ( $\text{NO}_3^{-1}$ ), ion sulfato ( $\text{SO}_4^{-2}$ ), ion fosfato ( $\text{PO}_4^{-3}$ ), ion hidroxilo ( $\text{OH}^{-1}$ ), ion carbonato ( $\text{CO}_3^{-2}$ ).

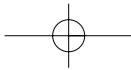
Los iones sólo se pueden obtener como producto de una reacción química, por acción del calor, por cierto tipo de radiaciones como los rayos X o los rayos cósmicos, o a través de una chispa eléctrica.

### Metales

Hay muchos metales con los cuales estamos familiarizados como el oro, cobre, plata, fierro, zinc, plomo, aluminio, estaño. Quizás sus características más evidentes son su brillo metálico, su color gris (exceptuando al cobre, que es rojizo) y la facilidad con que pueden ser forjados en varias formas (maleables) o estirados en alambres (dúctiles). También son buenos conductores del calor y la electricidad.

Ahora bien, la clasificación en la Tabla Periódica nos indica que el carácter metálico está relacionado con su estructura electrónica. La conductibilidad eléctrica de los metales la producen los electrones "libres" que se mueven a través de la masa metálica. La ductilidad y la maleabilidad se explican por los iones que, teniendo todos igual carga, están en posibilidad de deslizarse fácilmente unos sobre otros en varias direcciones. Y el brillo está asociado a la movilidad de los electrones. El carácter metálico se limita a los estados sólido y líquido.





## No-metales

En contraparte, los no metales carecen de electrones libres, lo que impide el paso de la corriente eléctrica y el calor. Se presentan en los tres estados: sólido, líquido y gaseoso. No tienen brillo metálico, a excepción del yodo. Son frágiles y quebradizos, por lo tanto no se pueden hacer láminas ni alambres con ellos. Ejemplos de no-metales son el oxígeno, el nitrógeno, el yodo y el cloro.

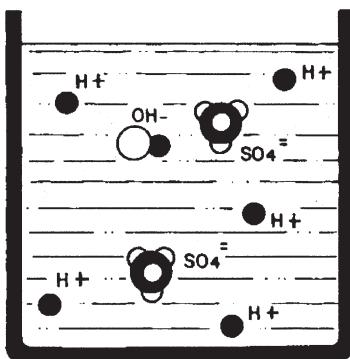
## ELECTROLITOS

Corresponde a la sesión de GA 5.48 SIN MI NO PASAN

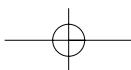
Svante Augusto Arrhenius observó que los ácidos, las bases y las sales, al estar disueltos en agua, presentan la propiedad de conducir la corriente eléctrica, por lo que los llamó electrólitos.

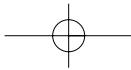
Existen también sustancias que, disueltas en agua, no conducen la corriente eléctrica; éstos son los llamados no-electrólitos.

Arrhenius, para explicar el comportamiento de los electrólitos, creó una teoría llamada Teoría Iónica que dice: los electrólitos en solución se ionizan o disocian, es decir, se rompen en dos o más partículas cargadas eléctricamente (iones), que son las que transportan la corriente eléctrica.

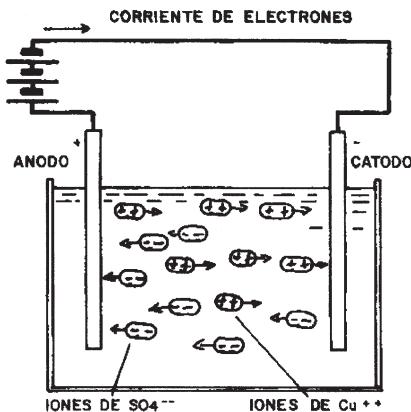


Al fenómeno de descomposición físico-química producido por el paso de la corriente eléctrica a través de las soluciones usadas como electrólitos se le llama electrólisis. En un recipiente que recibe el nombre de cuba electrolítica, se vierte la solución (electrólito) y se sumergen en ella las placas conductoras por donde entra y sale la corriente. A estas últimas se les llama electrodos. El polo positivo es el electrodo por donde entra la corriente y se llama ánodo; el polo negativo es el electrodo por donde sale la corriente y se llama cátodo.





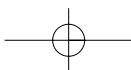
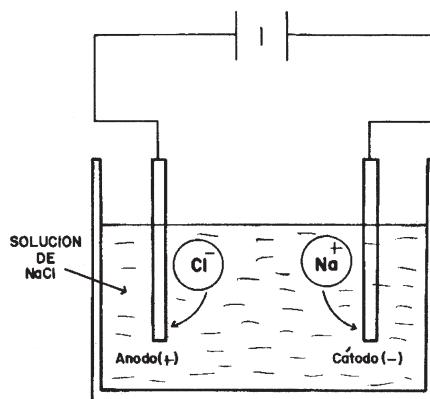
Un electrólito, al disolverse en agua, se ioniza, dando iones positivos (llamados cationes) y iones negativos (llamados aniones). Los cationes, al paso de la corriente eléctrica, siempre se dirigen al cátodo, que es el electrodo negativo, puesto que los polos opuestos se atraen. Así los aniones, que tienen carga negativa, se dirigen al ánodo, que es el electrodo positivo.

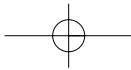


Todos los ácidos, sales y bases, al estar disueltos en agua, conducen la corriente eléctrica, es decir, son electrólitos.

Los compuestos orgánicos normales, como la glicerina, el azúcar, la urea, el éter y el cloroformo no conducen la corriente eléctrica cuando se disuelven en agua porque no se disocian en iones.

Por ejemplo, si se disuelve NaCl (cloruro de sodio) en agua, se descompone su molécula en dos iones, el ion positivo ( $\text{Na}^+$ ) debido a que el átomo de sodio pierde un electrón y el ion negativo cloro ( $\text{Cl}^-$ ) absorbe un electrón. Cuando los electrodos se introducen en la solución, los iones positivos ( $\text{Na}^+$ ) se dirigen al electrodo negativo o cátodo y los iones negativos ( $\text{Cl}^-$ ) se dirigen al electrodo positivo o ánodo.





La electrólisis tiene muchas aplicaciones en la industria, lo mismo para la obtención de metales como plata, aluminio, sodio, y de sustancias como la sosa cáustica, el agua oxigenada y los gases de cloro, como para la galvanización y la galvanoplastia.

La galvanización consiste en recubrir cuerpos metálicos con oro, plata, cromo, que son de gran utilidad en joyería y en la industria automotriz. La galvanoplastia se aplica para obtener reproducciones de objetos mediante el depósito de los productos de la electrólisis en los moldes conectados con el electrodo adecuado. Así, por ejemplo, sirve para hacer llaveros y, en general, figuras y moldes de usos diversos en el hogar y la industria.

## FORMAS DE ELECTRIZAR UN CUERPO

Corresponde a la sesión de GA 5.49 TOQUES

La electrización fue observada por primera vez en la antigüedad por Tales de Mileto 700 años a.n.e., quien, al tratar el ámbar (que en griego se llama “elektron”) con un pedazo de seda o piel, observó que el material adquiere la propiedad de atraer a otros cuerpos ligeros. Esta propiedad también la encontró en la ebonita y el vidrio. Este fenómeno sucede cuando dos cuerpos se frotan entre sí sufren una transferencia de electrones. Si un cuerpo gana electrones, adquiere carga negativa. Al proceso de ganar o perder electrones se le denomina ionización.

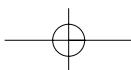
El principio de la conservación de la carga eléctrica expresa: “Las cargas no se crean ni desaparecen, sino que se trasladan de un cuerpo o lugar a otro.”

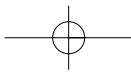
Con base en este principio, la electrización se puede producir por:

- inducción
- frotamiento
- contacto
- polarización
- efecto piezoelectrónico
- efecto termoiónico y
- efecto fotoeléctrico

### Electrización por inducción

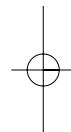
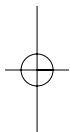
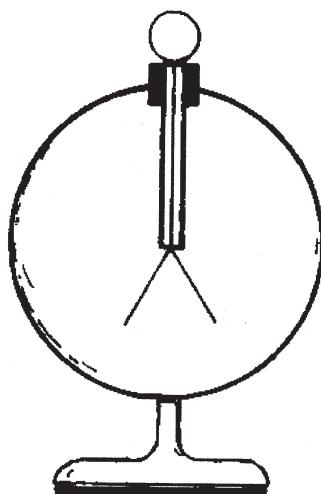
Un cuerpo neutro puede adquirir carga negativa o positiva si se le acerca a otro cuerpo cargado eléctricamente, ya que algunos electrones libres pueden



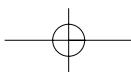
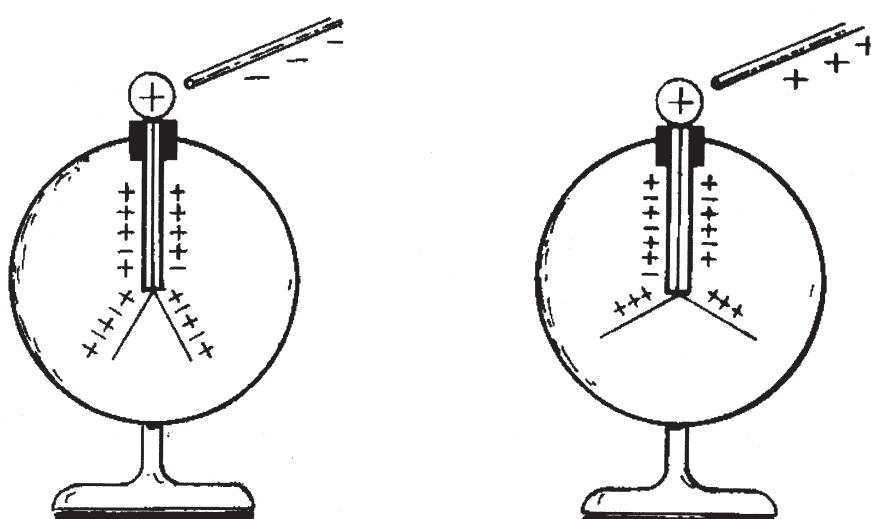


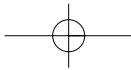
transferirse de uno a otro provocando tal fenómeno. Los materiales aislantes no poseen electrones libres por lo que no es posible que se dé en ellos una electrización por inducción.

El electroscopio es un aparato que se emplea para indicar el signo de las cargas que se le acercan aprovechando la acción inductiva que ejercen éstas sobre él; consta de un globo de vidrio en el cual se ha introducido una varilla metálica provista en su extremo inferior de 2 hojas finísimas de metal (por ejemplo, oro o estaño), las cuales se encuentran cargadas con el mismo signo. En el extremo superior de la varilla se encuentra un platillo.



Si se les acerca un objeto con carga negativa, las 2 hojas se cargarán con el mismo signo y se repelerán. Lo mismo sucederá si se les acerca un objeto con carga positiva: las 2 hojas se alejarán.





### **Electrización por frotamiento**

Este tipo de electrización se produce por los choques de los átomos de un cuerpo sobre los átomos de otro, con lo cual se da lugar a una trasferencia electrónica.

### **Electrización por contacto**

Ocurre cuando dos cuerpos, uno neutro y otro cargado negativamente, se ponen en contacto, repartiéndose los electrones libres que poseen en exceso.

### **Electrización por polarización**

Esta electrización no se da por movimiento de cargas sino por un reacomodo de las existentes. El fenómeno se produce cuando a un material se le acerca otro que sólo posee un tipo de carga, de tal forma que provoca en el primero la reacomodación de sus cargas.

### **Electrización por efecto piezoelectrónico**

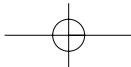
Los cristales tienen la propiedad de poseer un arreglo bien definido de sus átomos, de tal forma que en sus caras existen sólo cargas positivas o negativas. Estas cargas pueden verse afectadas si se somete al cristal a una dilatación o contracción, ya que estos fenómenos provocan que las cargas de las caras cambien de signo. Tal es el efecto piezoelectrónico. Este tipo de electrización se utiliza en la grabación y reproducción del sonido.

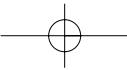
### **Electrización por efecto termoiónico**

Este tipo de electrización se produce por efecto del calor, ya que cuando los cuerpos se someten a altas temperaturas, la vibración de los electrones puede llegar a ser tal que cause que éstos escapen, quedando el cuerpo cargado positivamente. Este fenómeno se presenta en el funcionamiento electrónico de las válvulas o bulbos, el más sencillo de los cuales es el diodo, cuya principal función es transformar una corriente alterna en continua.

### **Electrización por efecto fotoeléctrico**

Es causada por la luz, ya que las ondas que la componen pueden incidir sobre una superficie (por ejemplo, de metal), provocando la emisión de electrones, con lo que el cuerpo queda cargado positivamente.





## NÚMERO DE AVOGADRO Y MOLES DE ELECTRONES O IONES

Corresponde a la sesión de GA 5.50 JUNTOS LO HACEMOS MEJOR

Para medir la masa de los átomos se utiliza la unidad de masa atómica (uma), que equivale a  $1.66 \times 10^{-24}$  g. Siendo ésta una cantidad de masa muy pequeña, se buscó la manera de medir la masa de las sustancias en unidades más prácticas. Como la unidad de masa en uso convencional en los laboratorios es el gramo, los investigadores se dieron a la tarea de expresar la uma en gramos, y experimentalmente se encontró que una unidad de masa atómica tiene  $6.02 \times 10^{23}$  átomos de un elemento. A este número de átomos se le conoce como mol.

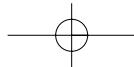
Por ejemplo, un átomo de plomo tiene una masa de 207.2 uma, por lo que un mol de plomo tendrá  $6.02 \times 10^{23}$  átomos y una masa de 207.2 g.

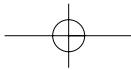
A este número de átomos por unidad de masa atómica se le llama número de Avogadro y se representa así:  $N_A$ . También se utiliza este número de Avogadro para expresar cantidades de moléculas o iones. Si se quiere expresar el mol de un compuesto iónico como el cloruro de sodio, su número de Avogadro se tendrá que expresar en iones, ya que tal compuesto está formado por cristales de iones de sodio y cloro acomodados simétricamente. Por tanto, un mol de cloruro de sodio tiene  $6.02 \times 10^{23}$  iones sodio y  $6.02 \times 10^{23}$  iones cloro que, unidos, forman  $6.02 \times 10^{23}$  moléculas de cloruro de sodio; su masa es de 58.43 g, que es la suma de las masas atómicas del sodio y el cloro expresadas en gramos.

Una corriente eléctrica se produce por el movimiento de iones o electrones. En los metales, la corriente está constituida por electrones; en los líquidos, las cargas libres que se mueven son iones positivos o negativos; y en los gases, las cargas están presentes en forma de iones positivos, iones negativos o electrones en movimiento.

Uno de los dispositivos en donde se presenta este flujo de electrones es la pila. Una pila es un aparato generador de corriente eléctrica y puede ser de dos tipos: hidroeléctricas o termoeléctricas. (*Enciclopedia autodidáctica Quillet*, tomo II, México, Cumbre, 1984).

**Las pilas hidroeléctricas** trabajan obedeciendo el fenómeno de la conducción eléctrica en líquidos como producto de una reacción química y constan esencialmente de dos láminas conductoras de materiales iguales o distintos (electrodos) que se encuentran sumergidas en un líquido (electrólito).





Las características que diferencian a una pila de otra son:

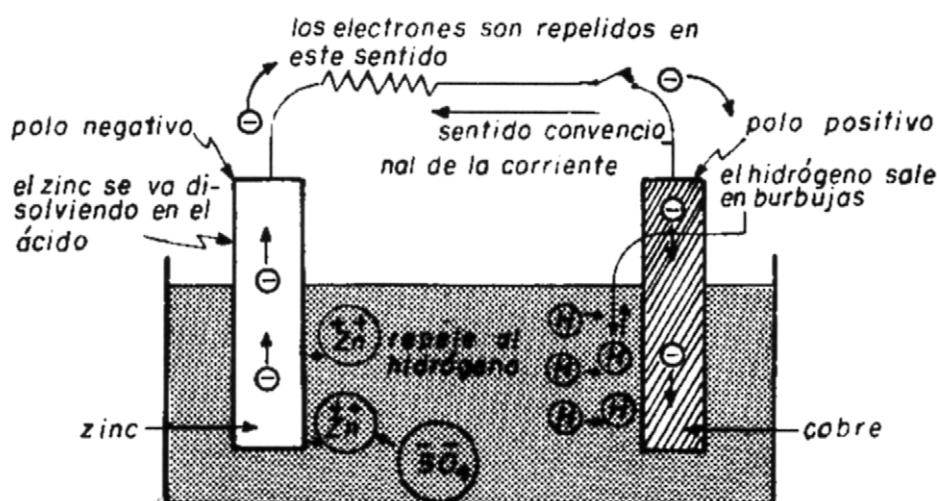
- **Su fuerza electromotriz.** Depende de la naturaleza de la pila y de su constitución, pero no de sus dimensiones.
- **Su resistencia interior.** Depende de la dimensión de los electrodos y de la concentración del electrólito.
- **Su gesto normal.** Es la máxima capacidad de conducción que posee la pila.

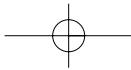
Por sus características, las pilas pueden ser:

— **De un líquido**

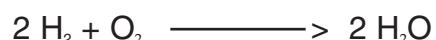
Un ejemplo de este tipo de pila es la pila voltaica, que experimentalmente se puede simular con dos hojas, una de zinc (Zn) y otra de cobre (Cu), sumergidas en un vaso que contiene una solución de ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ) diluido.

En este sistema, las dos hojas son los electrodos y la solución el electrólito. La corriente eléctrica se genera por la acción química, la cual hace que la hoja de Zn adquiera un exceso de electrones, provocando en la de Cu una deficiencia de los mismos. La diferencia de potencial da lugar a una corriente eléctrica que se puede comprobar si los alambres conectados en los extremos superiores de los electrodos se unen, lo cual produce una chispa.





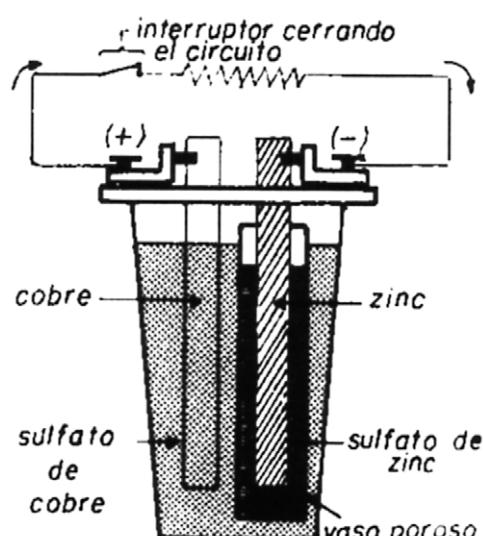
La pila voltaica tiene la desventaja de disminuir en poco tiempo su capacidad para generar una fuerza electromotriz o voltaje, debido a que el electrodo de cobre se llena de burbujas de hidrógeno. Este fenómeno se llama polarización y se puede evitar si al electrólito se le agregan sustancias despolarizantes como el dicromato de potasio ( $K_2Cr_2O_7$ ) o bien oxidando al hidrógeno:



Otro ejemplo de este tipo de pilas es la de Leclanché, que crea corrientes intensas en corto tiempo. Los electrodos de esta pila son de zinc y carbón y el electrólito es una solución de cloruro de amonio ( $NH_4Cl$ ), cuyos iones son amonio ( $NH_4^+$ ) y cloruro ( $Cl^-$ ). El ion ( $Cl^-$ ) se desplaza hacia el zinc y, cuando la pila está en funcionamiento, ambos iones se unen y forman cloruro de zinc ( $ZnCl_2$ ).

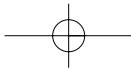
#### —De dos líquidos

En este tipo de pilas cada electrodo está sumergido en diferentes electrólitos; para que las soluciones electrolíticas no se mezclen, se les separa con un tabique poroso. Un ejemplo es la pila de Daniell.



*PILA DE DANIELL*

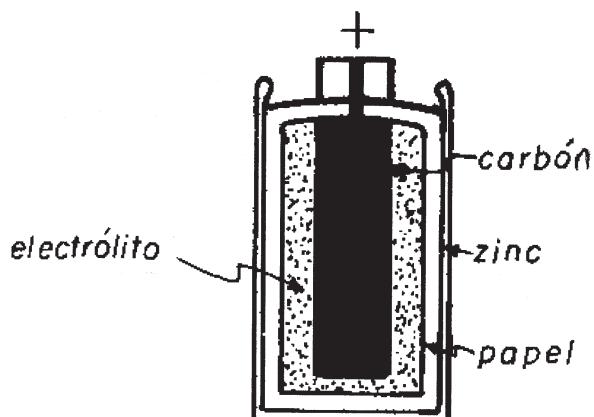
La pila de Daniell se construye sumergiendo una lámina de cobre en una solución de sulfato de cobre ( $CuSO_4$ ) contenida en un vaso poroso, que a su vez está rodeado de otro vaso que contiene una solución de sulfato de zinc ( $ZnSO_4$ ) en la cual se encuentra sumergida una lámina de Zn. Al hacer pasar una



corriente por la pila, el Zn se disuelve y el Cu se deposita sobre el electrodo de Cu. Conforme aumenta la concentración de los iones Zn en la parte superior de la pila, la fuerza electromotriz de la pila disminuye, mientras que en la parte exterior los electrones del Zn pasan al Cu. Esta pila posee una resistencia interna elevada.

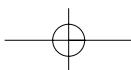
### —Secas o de líquido inmovilizado

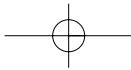
Es una combinación de la pila de Leclanché y la de Daniell. Consta de un vaso exterior de Zn que actúa como electrodo y está provisto de un material aislante (en general se utiliza papel o cartoncillo); el vaso poroso se sustituye por un saco de papel. El despolarizador y el carbón están aglomerados en placas, y la sal de amoniaco se encuentra gelatinizada. Son muy prácticas, ya que no presentan problemas en su transportación y dejan de funcionar cuando la pasta gelatinosa se seca. Se le emplea en timbres, relojes y linternas.



PILA SECA

El funcionamiento de las **pilas termoeléctricas** se basa en que la energía calorífica se puede transformar en energía eléctrica. En la práctica, este tipo de pilas funcionan con base en la densidad de los electrones libres que hay en un metal, lo cual depende de la naturaleza del metal y la temperatura a la que se encuentre, ya que a mayor temperatura, mayor facilidad para dejar escapar sus electrones. Una pila de este tipo consta de dos metales que se encuentran a diferentes temperaturas, con lo que se crea una diferencia de potencial al emigrar electrones de un metal a otro, creándose así un flujo de corriente. Pero si se hace pasar una corriente sobre uno de los metales una de las uniones se enfriá y la otra se calienta; este efecto se utiliza para construir placas enfriadoras o refrigeradoras.





Una batería es la combinación de dos o más pilas, las cuales pueden estar conectadas en:

- serie o
- paralelo

### **En serie**

La terminal positiva de una pila se conecta con la terminal negativa de la siguiente. El voltaje o la fuerza electromotriz obtenida es la suma de los voltajes de todas las pilas que forman la batería.

### **En paralelo**

Se conectan entre sí las terminales positivas e igualmente las terminales negativas de las pilas. El voltaje total de la batería es el mismo que el de una sola de las pilas. Un ejemplo son las pilas que utilizan los teléfonos inalámbricos.

Las baterías también se pueden clasificar como primarias o secundarias. Una batería secundaria puede recargarse, mientras que una batería primaria no.

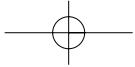
La batería utilizada en los autos es una batería secundaria. Consta de seis celdas conectadas en serie. Los electrodos positivo y negativo son dióxido de plomo ( $PbO_2$ ) poroso y plomo (Pb) esponjoso, respectivamente. El electrólito es ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ) diluido, el cual se descompone en iones ( $H^+$ ) y iones sulfato ( $SO_4^{2-}$ ). En el proceso de descarga, la concentración y la densidad del electrólito disminuyen debido a la formación de agua, por lo que puede conocerse la “carga” de una batería si se conoce la densidad del electrólito.

## **AISLANTES**

**Corresponde a la sesión de GA 5.51 NO HAY PASO**

Cualquier cuerpo se puede clasificar como material conductor, aislante o semiconductor, dependiendo de la capacidad que tenga para conducir la electricidad.

Los transmisores pueden ser sólidos, líquidos y gases. Los líquidos y gases son conductores en donde los iones, tanto cationes como aniones pueden desplazarse. Algunos sólidos, y en particular los metales, son buenos conduc-



tores, ya que en su estructura atómica presentan algunos electrones en las capas más externas que son poco atraídos hacia el núcleo; estos electrones se pueden desplazar al desprenderse de sus órbitas e ir de órbita en órbita a otros átomos, produciendo así el flujo de electrones o paso de corriente a través de todo el conductor.

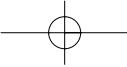
Existen otros transmisores aparte de los metales como: el cuerpo humano, la tierra, el agua, el grafito, los ácidos, las sales, las bases y en general, todos aquellos cuerpos sólidos, líquidos o gases que tengan electrones o iones con posibilidad de fluir. En la tabla se presentan algunos ejemplos de materiales conductores.

RESISTIVIDAD DE ALGUNOS MATERIALES			
Material	Resistividad ( $\Omega\text{m}$ )		
Plata	1.59	x	$10^{-8}$
Oro	2.4	x	$10^{-8}$
Cobre	1.72	x	$10^{-8}$
Aluminio	2.65	x	$10^{-8}$
Tungsteno	5.6	x	$10^{-8}$
Hierro	10.0	x	$10^{-8}$
Plomo	22.0	x	$10^{-8}$
Carbón	3500.0	x	$10^{-8}$
Agua de mar	25.0	x	$10^1$
Agua destilada	2.5	x	$10^7$

En el SI, la resistividad se mide en  $\text{m}$ ; es la resistencia al paso de corriente eléctrica que presenta un cilindro del material de 1  $\text{m}$  de longitud con sección de 1  $\text{m}^2$

Los aislantes, también conocidos como dieléctricos, son cuerpos cuyos electrones se ven fuertemente atraídos por los núcleos de sus átomos. En estas condiciones, para que un cuerpo aislante pueda liberar algunos electrones, se requieren procesos especiales tales como calentarlos a altas temperaturas; de esta manera, algunos electrones pueden escapar de sus órbitas, con lo cual el aislante se vuelve medianamente conductor.

Una característica de los aislantes es que pueden ser electrizados sólo en el área en que se tocan o frotan. Por ejemplo, cuando frotamos un globo inflado al pasarlo por el pelo, sólo se electriza la parte del globo que fue frotada; esto



se puede comprobar si se le acerca a una pared por el lado frotado: obsérvese cómo se adhiere a ella; si se le acerca por el lado donde no se frotó, el globo no se adhiere. Entre otros materiales, se pueden nombrar como cuerpos aislantes: el vidrio, el caucho, la madera y todos los plásticos en general.

Los semiconductores son cuerpos intermedios entre los conductores y los aislantes. En estos cuerpos los electrones son poco numerosos, pero una pequeña cantidad de energía térmica los obliga a escapar de su órbita, lo que los hace semiconductores. Ejemplos de estos cuerpos son los fabricados con germanio y silicio.

Los semiconductores son muy utilizados en circuitos electrónicos. Si al silicio se le añaden otras sustancias como el arsénico o el boro, puede modificar sus propiedades eléctricas de semiconductor y transformarse en conductor. Dispositivos constituidos con semiconductores están sustituyendo, a los diodos al vacío o bulbos.

A los triodos, utilizados para amplificar señales eléctricas, se les está sustituyendo por materiales cristalinos constituidos por semiconductores a los cuales se les llama transistores.

Los transistores actualmente se usan en televisiones, computadoras, radios, grabadoras y otros aparatos electrónicos.

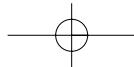
Hoy día se utilizan mucho los llamados circuitos integrados, que son estructuras que contienen resistencias y transistores agrupados en piezas muy pequeñas, a tal grado que más de 30 000 de ellas se concentran en un área de 1 cm<sup>2</sup>.

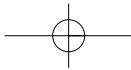
## CARGA ELÉCTRICA

Corresponde a la sesión de GA 5.53 ME ATRAES O ME VOY

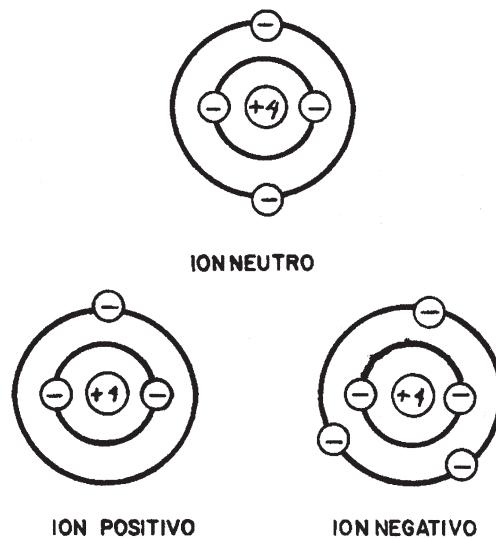
Un átomo es por naturaleza eléctricamente neutro, pues tiene el mismo número de partículas positivas (protones) que negativas (electrones).

En relación con los fenómenos eléctricos que se dan en los átomos, el **número de protones siempre permanecerá igual**; en cambio, la **cantidad de electrones puede aumentar o disminuir**. Cuando un átomo “pierde” o “gana” electrones, adquiere una **carga eléctrica**, dando origen a los **iones**, los cuales pueden ser **positivos o negativos**.

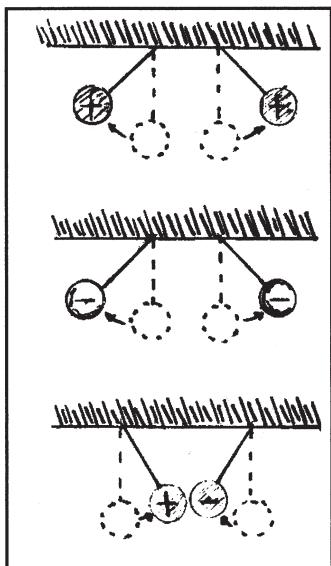




Los iones positivos son los que han perdido electrones; los iones negativos los han ganado.

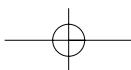


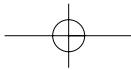
Todo cuerpo con carga eléctrica forma a su alrededor un **campo eléctrico**. Este se hace evidente cuando, al acercar dos cuerpos con **carga eléctrica igual, se repelen**; sin embargo, cuando la **carga es diferente, se atraen**.



La intensidad de la fuerza de atracción o repulsión depende de la **cantidad de carga** de cada uno de los cuerpos y de la **distancia que existe entre ellos**; esto es, a mayor número de cargas eléctricas o mayor proximidad entre los cuerpos, la fuerza eléctrica aumenta, por lo tanto, la fuerza de repulsión o atracción también es mayor. Esta será menor si las cargas eléctricas disminuyen o la distancia entre los cuerpos aumenta.

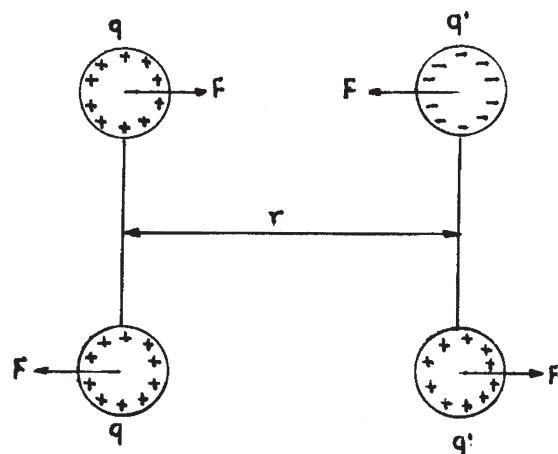
Lo anterior fue de gran interés para Carlos Coulomb, quien realizó estudios y experimentos para medir la intensidad de las cargas eléctricas y conocer sus efectos. Observó que cuando la distancia entre dos cuerpos cargados eléctricamente disminuía, la fuerza de atracción o repulsión aumentaba; esto lo expresó de la siguiente manera: **la fuerza de atracción o de repulsión entre dos cuerpos cargados es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa**, entendiendo por distancia la línea recta existente entre el centro de los cuerpos.





Obtuvo también otra conclusión con respecto a la fuerza eléctrica, conclusión que expresó así: **el producto de la cantidad de carga de los cuerpos es directamente proporcional a la fuerza eléctrica con que se atraen.**

Estas conclusiones se conjuntan en la formulación de la ley conocida como **Ley de Coulomb**: “La fuerza eléctrica de atracción o repulsión entre dos cargas es directamente proporcional al producto de éstas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.”



La expresión matemática de esta ley es:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

donde:

$F$  = fuerza eléctrica

$k$  = constante de proporcionalidad

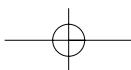
$q_1, q_2$  = cantidad de carga eléctrica de los cuerpos

$r^2$  = distancia entre los cuerpos

La constante de proporcionalidad tiene un valor igual a

$$9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$$

La unidad de medida de carga eléctrica dentro del SI es el coulomb, cuya representación es **C**. Esta unidad a veces es muy grande para las mediciones, por lo que se utilizan submúltiplos como el microcoulomb (**C**) que es igual a  $10^{-6}\text{C}$ .





### Ejemplo

Encontrar la fuerza entre dos cuerpos cargados eléctricamente, si la carga de uno de ellos es de 3 C y la del otro de 7 C, y se hallan separados 0.20 m.

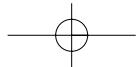
Datos	Fórmula	Sustitución
$F = ?$		
$k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$	$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$	$F = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{3\text{C} \times 7\text{C}}{(0.20 \text{ m})^2}$
$q_2 = 7\text{C}$		
$r^2 = 0.20 \text{ m}$		
<b>Operaciones</b>		
$\sqrt{\frac{3\text{C} \times 7\text{C}}{(0.04) \text{ m}^2}} = \frac{21\text{C}^2}{0.04 \text{ m}^2}$		
$19 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \times \frac{21\text{C}^2}{0.04 \text{ m}^2} = \frac{9 \times 10^9 \text{ N} \times 21}{0.04} = \frac{1.89 \times 10^{11} \text{ N}}{0.04} =$		
$= 47.25 \times 10^{11} \text{ N}$		
<b>Resultado</b>		
$F = 4.72 \times 10^{12} \text{ N}$		

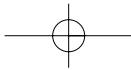
La Ley de Coulomb se utiliza para determinar cuantitativamente las fuerzas de atracción o repulsión existentes entre los cuerpos.

## CORRIENTE ELÉCTRICA

Corresponde a la sesión de GA 5.54 DOBLE SENTIDO

Por frotamiento, contacto o inducción un cuerpo adquiere carga eléctrica positiva o negativa pero sin movimiento, es decir, estática.



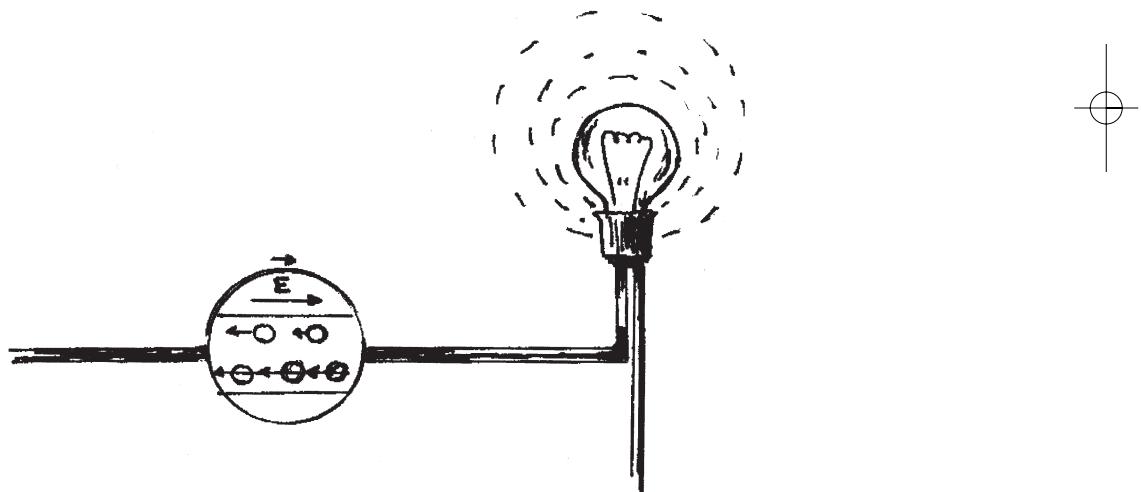


Las cargas libres se mueven con cierta libertad en los conductores. Cuando el flujo de cargas libres se desplaza continuamente, se origina la **corriente eléctrica**. Este flujo puede ser de cargas negativas o positivas.

Para que exista ese movimiento es necesario tener un campo eléctrico permanente y una diferencia de potencial en los extremos del conductor.

Benjamin Franklin (1706 -1790), después de realizar investigaciones sobre las cargas eléctricas, concluyó que había dos tipos de cuerpos: los positivos, que tienen más electricidad de lo normal, y los negativos, menos cargados de lo normal. Por esta razón, según él, la electricidad fluía de positivo a negativo. Esta idea prevaleció mucho tiempo, ya que el descubrimiento de los electrones se hizo hasta finales del siglo XIX.

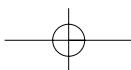
El sentido de la corriente eléctrica en los cuerpos metálicos es del extremo negativo (-), que tiene **un menor potencial, hacia** el positivo (+), con **potencial mayor**. Por lo que el sentido convencional de la corriente se toma en sentido contrario al flujo de los electrones.

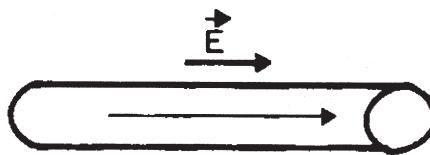
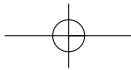


Sentido de la corriente eléctrica

La corriente eléctrica está formada por el flujo de cargas positivas y negativas que pasan por una sección del conductor al mismo tiempo.

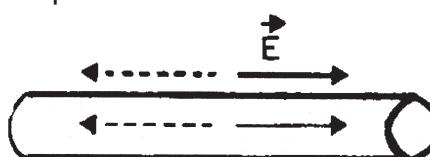
La corriente eléctrica puede ser **continua** o **alterna**. Se dice que es **continua** cuando la diferencia de potencial o campo eléctrico del conductor **se mantiene** constante, gracias a los generadores encargados de ello, y originando que el flujo de cargas sea en un solo sentido. Su representación es **CC**.





Representación gráfica de la corriente continua

La corriente eléctrica alterna es aquélla en que el sentido del flujo de electrones cambia con cierta frecuencia debido al cambio alterno del campo eléctrico, esto es: el polo negativo se mantiene así por unos instantes para cambiar luego a positivo, sucediendo lo mismo con el polo positivo, que cambia a negativo. Este tipo de corriente se representa: **CA**.



Representación gráfica de la corriente alterna

Un **ciclo** en la CA se da cuando el potencial de los polos cambia de sentido y regresa al original.

La corriente eléctrica puede producirse en cuerpos sólidos, líquidos y gaseosos. En general, cuando se hable de corriente eléctrica, se entenderá que el sentido de ésta será el convencional.

## INTENSIDAD DE CORRIENTE

Corresponde a la sesión de GA 5.55 TAMBIÉN FLUYO

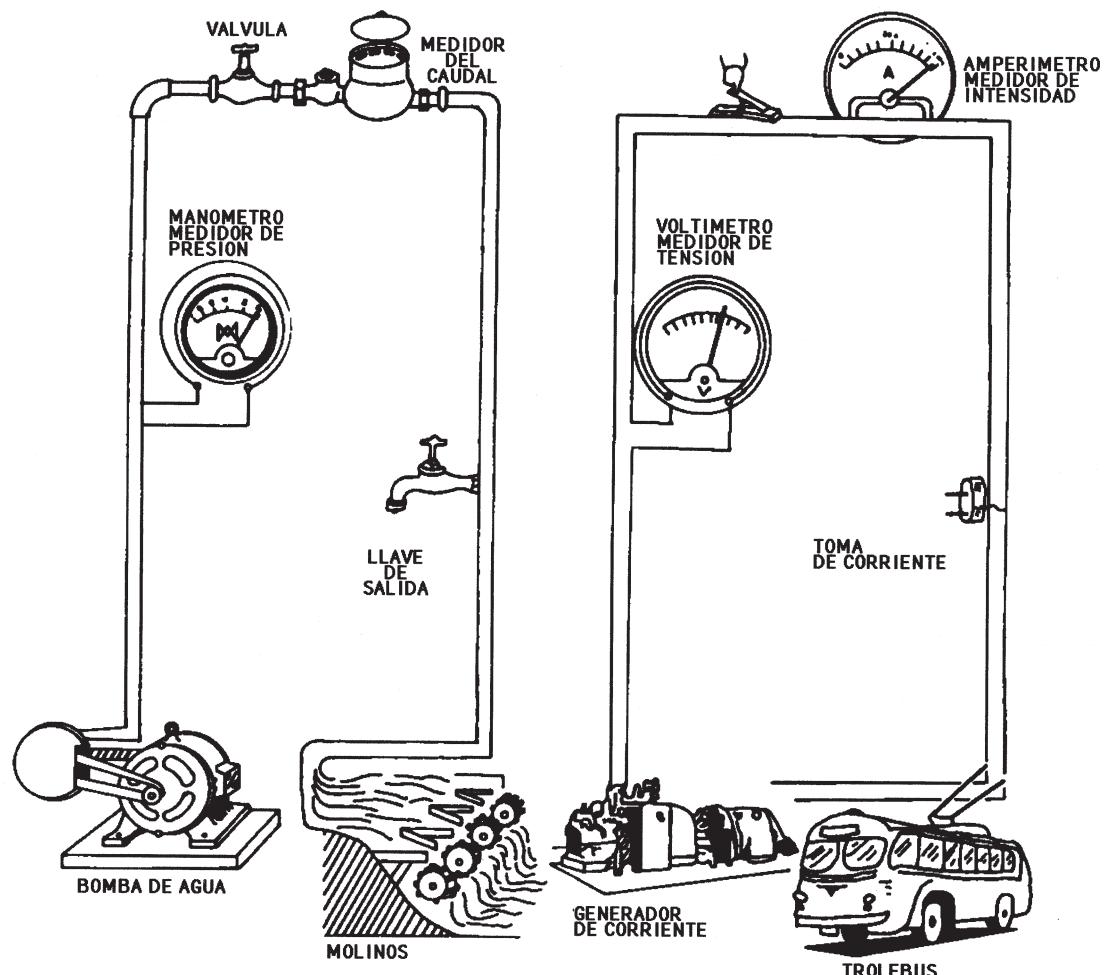
Para explicar los fenómenos de la electricidad se puede recurrir a su comparación con los fenómenos hidráulicos, aun cuando no son del todo idénticos.

Cuando circula el agua, lo hace dentro de un conductor; cuando fluye la electricidad, lo hace en un conductor.

La cantidad de agua la define la intensidad del flujo; la intensidad eléctrica la define la cantidad de electrones.

La intensidad de la corriente eléctrica en cualquier parte de un conductor es la misma y, al igual que en una tubería hidráulica, donde el flujo de agua crece

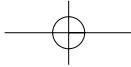
mientras más grande es el diámetro, y decrece cuando el diámetro es menor en un cuerpo determinado, la intensidad de la corriente eléctrica será mayor cuanto mayor sea el "calibre" del alambre conductor en un tiempo específico.



Se puede llamar intensidad de corriente eléctrica a la carga eléctrica que pasa por cada sección del conductor, en un tiempo determinado. Se representa por medio de la ecuación:

$$\text{Intensidad de corriente eléctrica} = \frac{\text{Carga que pasa por una sección del conductor}}{\text{Tiempo que tarda en pasar dicha carga}}$$

$$I = \frac{Q}{t} \quad \dots (1)$$



La intensidad de corriente de 1 ampere se logra cuando por cualquier sección del conductor pasa 1 coulomb en un segundo

$$\text{Ampere} = \frac{\text{coulomb}}{\text{segundo}} \quad A = \frac{C}{s}$$

Cuando se utiliza un motor eléctrico, como por ejemplo el de una bomba de agua, se efectúa un trabajo para elevar el agua a determinada altura; este trabajo equivale al producto de la fuerza y el desalojamiento del agua.

El trabajo eléctrico tiene el mismo significado que el trabajo mecánico, sólo que la fuerza es equivalente a una carga eléctrica que se mide en coulombs y que se transporta a través de una diferencia de potencial.

El trabajo eléctrico se mide en joules

trabajo eléctrico = (carga eléctrica) x (diferencia de potencial)

$$W = Q \times V \dots (2)$$

Se puede encontrar la equivalente de las expresiones (1) y (2).

Si de la ecuación (1) se despeja Q, se tiene:

$$Q = I \times t \dots (3)$$

Sustituyendo (3) en (2) queda:

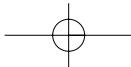
$$W = I \times t \times V \dots (4)$$

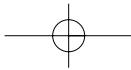
Si la fórmula (4) se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{W}{t} = I \times V \dots (5)$$

y si la potencia es:

$$P = \frac{W}{t} \dots (6)$$





sustituyendo (6) en (5) queda:

$$P = I \times V \dots (7)$$

La potencia eléctrica se mide en watts; de ahí que en los hogares y en la industria el trabajo eléctrico que se realiza se mida en watts (vatio) o kilowatts o (kilovatio).

La intensidad de corriente se puede calcular conociendo la potencia eléctrica y la diferencia de potencial.

$$I = \frac{P}{V}$$

Queda claro que la unidad de intensidad eléctrica, el amperio, se puede definir en términos mecánicos como la corriente constante que cuando pasa por dos conductores muy largos, colocados en el vacío y separados un metro, que produce una fuerza de  $2 \times 10^{-7}$  newtons por cada metro de longitud.

El ampere o amperio ayuda a definir convenientemente una cantidad de carga evitando contar electrones. Cuando un ampere recorre un circuito, por cualquier punto de éste pasa, en cada segundo, una carga de un coulomb.

Esto se expresa:

$$Q = I \times t$$

coulomb = ampere x segundo

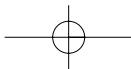
### Ejemplo

Un conductor deja pasar 30 C en una hora. Calcular cuánto vale la intensidad de la corriente que pasa por él.

Datos	Fórmula	Sustitución
$Q = 30 \text{ C}$ $t = 3600 \text{ s}$ $I = ?$	$I = \frac{Q}{t}$	$I = \frac{30\text{C}}{3600\text{s}}$

#### Resultado

$$0.00833 \text{ A} = A = 8.33 \text{ mA}$$



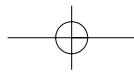
### MÚLTIPLOS O SUBMÚLTIPLOS

Fracción*	Prefijo	Símbolo	Múltiplo	Prefijo	Símbolo
$10^{-1}$	deci	d	$10^1$	deca	da
$10^{-2}$	centi	c	$10^2$	hecto	h
$10^{-3}$	mil	m	$10^3$	kilo	k
$10^{-6}$	micro	$\mu$	$10^6$	mega	M
$10^{-9}$	nano	n	$10^9$	giga	G
$10^{-12}$	pico	P	$10^{12}$	tera	T
$10^{-15}$	femto	f	$10^{15}$	peta	P
$10^{-18}$	atto	a	$10^{18}$	exa	E

\* submúltiplos

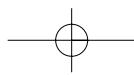
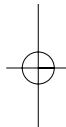
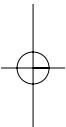
### EL ALFABETO GRIEGO

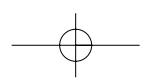
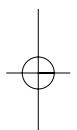
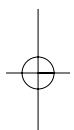
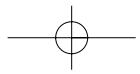
A $\alpha$ Alfa	H $\eta$ Eta	N $\nu$ Nu	T $\tau$ Tau
B $\beta$ Beta	$\Theta$ $\theta$ Theta	$\Xi$ $\xi$ Csi	T $\varLambda$ Ipsilon
$\Gamma$ $\gamma$ Gama	I $\epsilon$ Iota	O      o      Omicron	$\Phi$ $\phi$ Fi
$\Delta$ $\delta$ Delta	K $\kappa$ Kappa	$\Pi$ $\pi$ Pi	X $\chi$ Xi
E $\varepsilon$ Epsilon	$\Lambda$ $\lambda$ Lambda	P $\rho$ Rho	$\Psi$ $\psi$ Psi
Z $\zeta$ Zeta	M $\mu$ Mu	$\Sigma$ $\sigma$ Sigma	$\Omega$ $\omega$ Omega

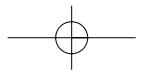


## UNIDADES FUNDAMENTALES DEL SI

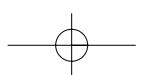
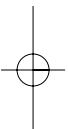
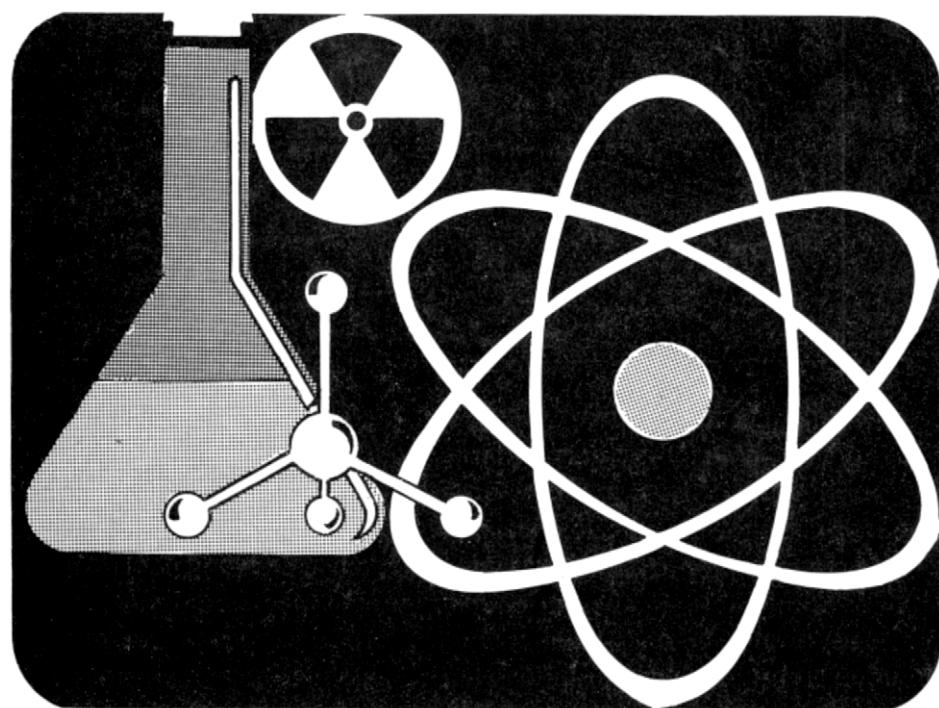
Cantidad física	Nombre de la unidad	Símbolo
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
corriente eléctrica	ampere	A
temperatura termodinámica	kelvin	K
intensidad luminosa	candela	cd
cantidad de sustancias	mol	mol

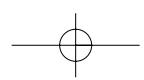
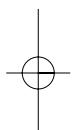
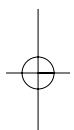
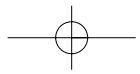


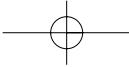




# QUIMICA







## POLÍMEROS

Corresponde a la sesión de GA 3.29 PLÁSTICOS Y ASOCIADOS

La necesidad humana de imitar a la naturaleza, sintetizando los compuestos que hasta hace algunos años eran de su exclusividad, ha redundado en grandes beneficios para la sociedad; uno de ellos, es la producción de polímeros sintéticos. Esta actividad comenzó en 1908, cuando Baekeland logró fabricar el primer plástico llamado **Bakelita**.

En 1839, Charles Goodyear descubrió que al agregarle azufre (S) y calentarla, el hule natural adquiría gran fuerza textil y mucha elasticidad, este proceso se conoce como **vulcanización**.

En 1937, en los laboratorios de Du Pont se descubrió el nylon, **polímero**, que al igual que el hule sintético, sustituyó al hule natural que se extraía del árbol *Hevea brasiliensis*, ambos fueron aprovechados en la Segunda Guerra Mundial para agilizar los suministros y las maniobras. Al finalizar la guerra, se pusieron al servicio de la humanidad los conocimientos y el desarrollo de los “nuevos materiales”, entre los que se encontraban los polímeros.

Los **polímeros** se obtienen por la unión de moléculas sencillas llamadas monómeros, que se repiten un número de veces, para formar moléculas grandes con características específicas.

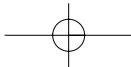
Algunos de los monómeros más comunes son: metano, etileno, propileno, butileno, benceno, tolueno, ortoxileno, metaxileno y paraxileno.

Actualmente, el consumo de polímeros como los plásticos ha aumentado considerablemente y han sustituido, parcial o totalmente, a materiales naturales como la madera, el algodón, el papel, la lana, la piel, el acero, el concreto y el hule.

Un factor importante en el incremento del consumo de polímeros ha sido el precio competitivo, y en ocasiones, inferior al de los productos naturales, además de su mayor disponibilidad.

A nivel mundial, en 1974 se consumían, aproximadamente, 11 kg de polímeros por persona, para 1990 se calculó un consumo de 34.5 kg.

Los plásticos, al ser más ligeros que los metales, han colaborado al ahorro de energéticos en los vehículos de transporte, pues disminuyen





su peso, ejemplos de este caso son el poliéster, polipropileno, cloruro de polivinilo, poliuretano, polietileno, nylon y acrilonitrilo-butadieno-estireno también llamado ABS.

Los plásticos son utilizados básicamente en la fabricación de empaques; el polietileno, en esta área, se utiliza en un 43% y, como consecuencia del aumento en su uso, se ha generado un problema secundario con la producción de un nuevo tipo de basura difícil de reciclar.

Los plásticos se clasifican en dos categorías: los termoplásticos y los termofijos.

### Termoplásticos

Una de sus características es que se licuan a medida que aumenta la temperatura. Algunos ejemplos de ellos son los siguientes:

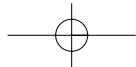
—**Polietileno** (alta densidad o HDPE, baja densidad o LDPE). Se lamaña y se fabrican bolsas, cubiertas para cables eléctricos, artículos para construcción, empaques para alimentos, etcétera.

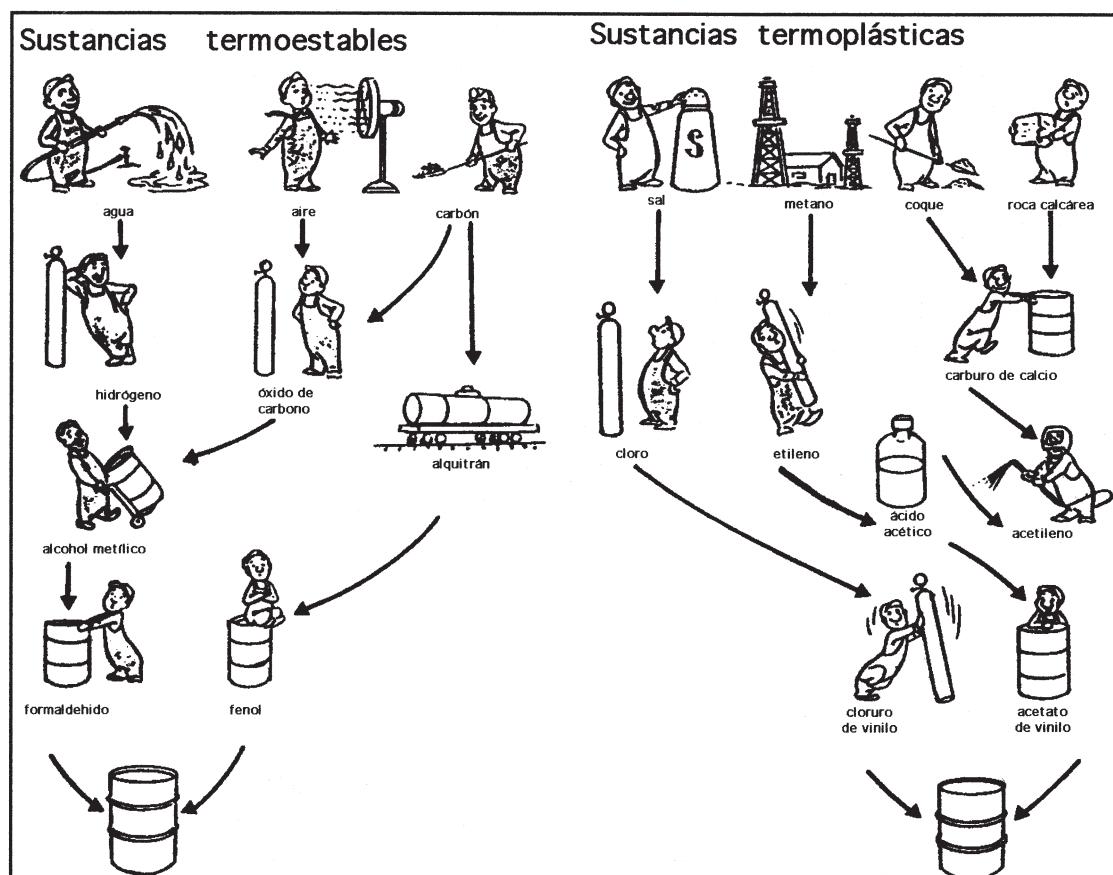
El polietileno es uno de los termoplásticos más usados por barato y moldeable, pues con él se hacen fibras y películas delgadas.

—**Cloruro de polivinilo** o PVC. Se utiliza para fabricar juguetes, peines, vasos y platos.

—**Poliestireno** o PS. Se usa en juguetería y recubrimiento de cables eléctricos.

—**Polimetil metacrilato**, lucita o plexiglas. Se usa laminado o para hacer cilindros, barras transparentes, modelaje, etcétera.



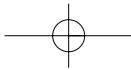


Sustancias termoestables y termoplásticas.

### Termofijos

Estos polímeros cuando se moldean, modifican sus propiedades físicas, por lo cual ya no se licuan al aumentar la temperatura.

- **Poliéster insaturado.** Pertenece a la familia de poliésteres, se usa para fabricar muebles, tanques para agua y lanchas.
- **Resinas epóxicas.** Pertenecen también a la familia del poliéster y se usan en adhesivos y pinturas resistentes a la corrosión.
- **Fenol-formaldehído.** Corresponde a la familia fenólica y se utiliza en contactos y otros aditamentos eléctricos, artículos moldeados de alta resistencia térmica y mecánica.
- **Melamina-formaldehído.** Forma parte de la familia melamínica y se usa para producir vajillas de excelente calidad y para moldeados de alta resistencia.



—**Poliuretano.** De la familia éster-amina, se usa en la fabricación de espuma o esponja artificial para colchones, cojines, aislantes térmicos, adornos.

Estos polímeros termofijos se caracterizan, como ya se dijo, porque al aumentar su temperatura no se funden.

La polimerización de los termofijos es irreversible bajo calor o presión, produciendo una masa rígida y dura a diferencia de los termoplásticos.

Los termofijos se refuerzan para aumentar su calidad, dureza y resistencia a la corrosión; un ejemplo de este caso es la fibra de vidrio. El 90% de las resinas reforzadas son de poliéster y el resto pertenecen a los uretanos, melaminas, fenólicas y epóxicas.

## DISOLVENTES

Corresponde a la sesión de GA 3.30 QUITAMANCHAS

Cuando se disuelven dos sustancias polares, esto es, aquellas que presentan en su estructura química una zona con carga positiva y otra con carga negativa, sus iones o moléculas se separan, dando como resultado que los iones y moléculas de soluto y de solvente se intercalen.

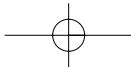
Por otra parte, los iones o moléculas de compuestos no polares o débilmente polares se disuelven en disolventes no polares o ligeramente polares.

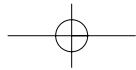
De esto se concluye que “lo semejante disuelve a lo semejante”, lo cual es una regla **empírica** verdaderamente útil.

De esta forma, el metano ( $\text{CH}_4$ ) es soluble en tetracloruro de carbono ( $\text{CCl}_4$ ) porque las fuerzas que mantienen unidas las moléculas de metano entre sí, son muy similares a las que unen a las moléculas de tetracloruro de carbono.

Además, el  $\text{CH}_4$  y el  $\text{CCl}_4$  también son solubles en agua ( $\text{H}_2\text{O}$ ), aunque las fuerzas que unen a las moléculas de  $\text{H}_2\text{O}$  con las de  $\text{CH}_4$  y  $\text{CCl}_4$  son muy débiles.

A pesar de estas diferencias, casi todas las moléculas orgánicas son más grandes que las del metano y la mayoría contiene partes polares y no polares en sus moléculas, por tanto, al disolverse reflejan este comportamiento.

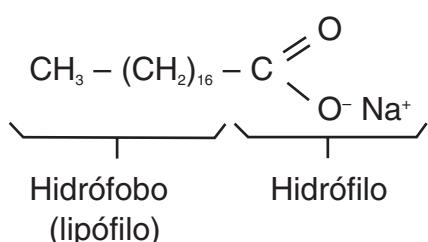




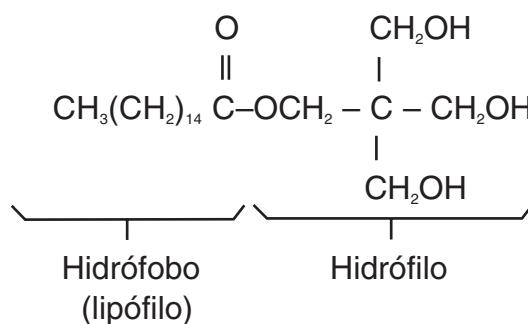
En la familia o serie de los alcoholes, mientras más grande es la molécula, menor es su solubilidad en agua, a pesar de que el grupo funcional de esa serie es el (-OH).

Se usan los términos **hidrófilo** (que es atraído por el agua) o **hidrófobo** (que se repele con el agua) para diferenciar la capacidad de solubilidad en agua de compuestos orgánicos que tienen gran importancia, sobre todo en los sistemas y procesos biológicos. Los siguientes son algunos ejemplos al respecto:

Esterato de sodio



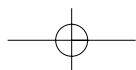
Palmitato de pentaeritritilo

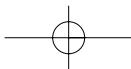


En lugar de hidrófobo con frecuencia se utiliza el término **lipófilo** (que se atrae con las grasas) para indicar poca solubilidad en agua y gran solubilidad en disolventes no polares.

En las moléculas que presentan ambos grupos, las partes hidrófilas se disuelven en agua y las lipófilas en un disolvente no polar. Este comportamiento dual es el que confiere a los jabones y a los detergentes su poder limpiador.

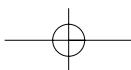
Ejemplos de disolventes en la siguiente página:

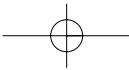




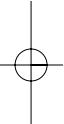
Disolventes	Sustancias que disuelven
Agua	Es el más común de todos y disuelve sustancias inorgánicas y muchas de las orgánicas.
Metanol o alcohol metílico	Pinturas, resinas y tintas.
Etanol o alcohol etílico	Pinturas, resinas y tintas.
Eter (dietil éter)	Gran variedad de sustancias orgánicas.
Tetracloruro de carbono	Sustancias orgánicas.
Acetona	Quita el esmalte de uñas.
Gasolina	Manchas de grasa.
Petróleo	Pintura de aceite y chicle.
Thíner	Pintura de aceite.
Aguarrás	Pintura de aceite.
Mercaptanos	Además de usarse como disolvente se emplean para producir metionina (el metil mercaptano).
Metil etil acetona	Para disolver lacas.
Tricloroetileno	Desengrasa metales y para lavar en seco.
Percloroetileno	
Metilcloroformo	
Amoniaco	En solución es un limpiador casero y en la elaboración y disolución de tintes para el pelo.
Ácido acético y en general ácidos y bases inorgánicos	Disuelven gran cantidad de sustancias por su actividad química.

NOTA: Es necesario tener precaución al usarlos porque en general son tóxicos.



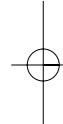


Disolventes de uso común en la industria  
y el hogar



## MEDICAMENTOS

Corresponde a la sesión de GA 3.31 ¡SALUD!



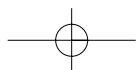
La petroquímica, como se ha observado forma parte de todas las actividades de la humanidad, y el sector salud no es la excepción.

Los reactivos usados en la preparación de medicamentos como el ácido **acetilsalicílico** o aspirina —uno de los analgésicos más comunes— y la **benzocaína** —anestésico local— son producidos petroquímicamente.

La **vitamina B** se sintetiza a partir del formato de metilo, que a su vez, proviene del ácido fórmico y el metanol.

La **glicerina** es utilizada para fabricar supositorios y la **nitroglicerina**, además de usarse en la fabricación de explosivos, se emplea como vasodilatador de las arterias coronarias, para atenuar el dolor producido por la enfermedad denominada angina de pecho.

La petroquímica también está presente en la preparación de antibióticos, vacunas, otras vitaminas, esteroides, hormonas, alcaloides, etcétera, que



requieren **disolventes** como el acetato de etilo, acetato de amilo y acetato de butilo para hacer su extracción de los vegetales y otros productos naturales que los contienen.



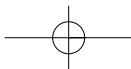
La petroquímica es importante para la producción de medicamentos.

En medicamentos como los denominados de liberación controlada, que tienen el propósito de mantener dosis constantes para aumentar su eficiencia, se utilizan polímeros para fabricar los **biomateriales** en los que se aplican, pues, habitualmente son colocados o implantados en el interior del órgano afectado y ahí dejan salir paulatinamente el “principio activo”.

Una de las aplicaciones más peculiares de estos sistemas, es la del control de la proteína insulina en los diabéticos, es decir, personas que no pueden asimilar el azúcar que consumen.

El polímero o implante se coloca dentro del cuerpo del diabético y la glucosa (azúcar) al difundirse por éste se convierte en ácido glucónico, compuesto que ya puede ser asimilado por el organismo. En este caso, al aumentar la acidez se incrementa la solubilidad y liberación de insulina, el efecto es reversible por lo que, al bajar la concentración de glucosa, disminuye la liberación de insulina.

Estos medicamentos, cuyos efectos secundarios son casi nulos, se utilizan para tratar otras enfermedades como glaucoma, angina de pecho, alergias, caries, paludismo e hipertensión.



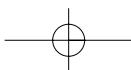
A través de los productos obtenidos en la petroquímica también se generan anticonceptivos, parches adheribles, **hidrogeles**, dispositivos intrauterinos, preservativos (condones), etcétera.

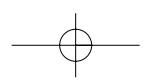
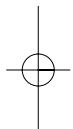
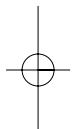
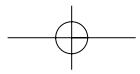
Una aplicación más de los polímeros es la fabricación de biomateriales para órganos artificiales: corazones, arterias, dientes, dentaduras y todo tipo de **prótesis** para orejas, ojos, caderas, rodillas, cráneos, huesos, válvulas, etcétera, y toda clase de catéteres y cánulas que deban permanecer parcial o permanentemente en el interior del cuerpo.

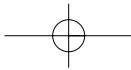
A continuación se listan algunos polímeros sintéticos usados en la fabricación de prótesis.

Nombre técnico	Nombre comercial
Polietileno	PE
Polipropileno	PP
Poliacrilonitrilo	Orlón
Cloruro de polivinilo	PVC
Politetrafluoroetilo	Teflón, PTFE
Tereftalato de polietileno	Dacrón
Adipato de polihexametilen diamina	Nylon 6,6

Como es apreciable, la petroquímica tiene también una importancia sustancial en el manejo y conservación de la salud.







# Capítulo 4

## ENERÍA QUÍMICA Y COMBUSTIÓN



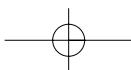
En este capítulo se estudian la energía química y la combustión.

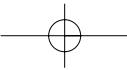
Se enfatiza el estudio de la energía química almacenada en diferentes sustancias; la eficiencia de los motores de combustión interna; los aspectos generales de la combustión y sus efectos contaminantes, tanto en la salud como en el ambiente; el tratamiento de la lluvia ácida; asimismo, los ciclos del carbono y el nitrógeno. También se estudiarán los efectos contaminantes del nitrógeno y el azufre.

El siguiente texto es un fragmento de la carta del jefe piel roja de Seattle, como respuesta a la petición de compra de sus tierras, que le hizo el presidente de los Estados Unidos en 1854:

Ustedes tienen que enseñarle a sus hijos que el suelo que pisán contiene las cenizas de nuestros ancestros. Que la tierra se enriquece con las vidas de nuestros semejantes.

*Jefe piel roja de Seattle  
(Fragmento de una carta)*





## ENERGÍA QUÍMICA ALMACENADA

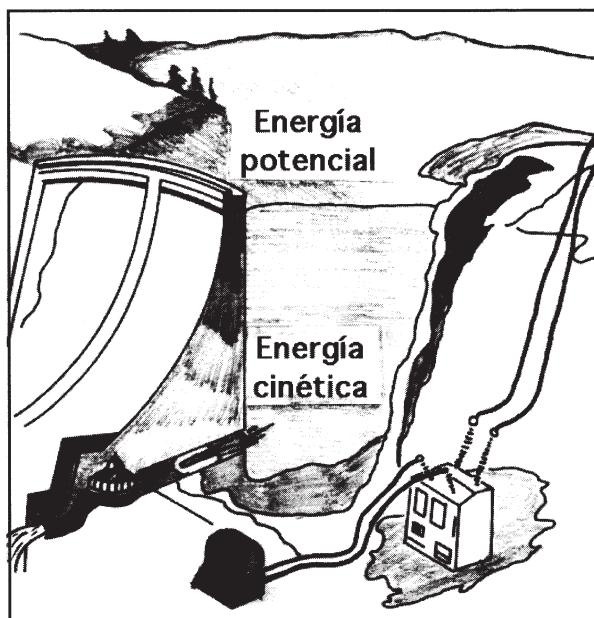
Corresponde a la sesión de GA 4.35 NO SOLO NOS CALIENTA EL SOL

El ser humano ha utilizado la energía explotando las más variadas formas existentes en su medio circundante para satisfacer sus requerimientos más elementales, como es el caso de la cocción de sus alimentos.

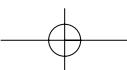
Es así como el hombre, al evolucionar, ha descubierto otras manifestaciones de energía, al mismo tiempo que ha aprendido a utilizarla y sacarle provecho.

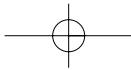
En todos los cambios, en que se verifica alguna transformación en la materia, hay manifestaciones de energía; ella puede presentarse en forma de calor, luz, movimiento, entre otras. Así pues, la energía es la capacidad que tiene la materia para producir un trabajo y, fundamentalmente, es una propiedad de la misma.

Una forma de energía es la que se encuentra almacenada en la materia; ésta depende de su posición o de su naturaleza química. Por ejemplo, el agua de una presa tiene energía almacenada que puede transformarse en energía mecánica al dejarla caer desde una altura determinada; esa energía almacenada se denomina **energía potencial**.



La energía potencial del agua en una presa es transformada en energía mecánica y después en energía eléctrica.





La energía que las sustancias liberan, cuando reaccionan, es **energía química**; de modo que una sustancia al reaccionar “desprende” o “absorbe” energía almacenada. Lo anterior significa que la energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma.

La cantidad de energía que desprende o consume una reacción química es producto de la diferencia que hay entre la energía de las sustancias reaccionantes y la de los productos. Por ejemplo, en la reacción química hidrógeno-oxígeno para formar agua se liberan 3 200 calorías, por cada gramo de agua (reacción exotérmica), lo que significa que el total de **energía química almacenada** de los reactivos  $H_2$  y  $O_2$  es mayor que la del agua que se forma:



En el caso de la descomposición del carbonato de calcio ( $CaCO_3$ ), al efectuarse la reacción, hay absorción de energía debido a que la energía de la sustancia reaccionante es menor que la energía de los productos:

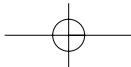


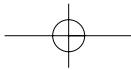
por lo que esta reacción de descomposición sólo se llevará a cabo si se le aporta energía (endotérmica).

Un ejemplo muy claro de energía química almacenada son las pilas eléctricas; éstas almacenan energía química que habrá de transformarse en energía eléctrica al producirse la reacción en el momento de utilizarla.



Las pilas almacenan energía química.





Así pues, la **energía química almacenada** es la energía que poseen las sustancias antes de la reacción; y la **energía liberada** es la energía excedente al formar nuevas sustancias.

La combustión es una oxidación rápida con desprendimiento de luz y calor, por lo cual se considera a los combustibles como fuente importante de energía química almacenada. Por ejemplo, cuando la gasolina entra en combustión (reacciona con el oxígeno), su energía potencial o almacenada disminuye liberándose en forma de calor y luz, porque la energía de la gasolina y el oxígeno que reaccionaron es mayor a la energía de las sustancias producidas. Esto se representa en la siguiente reacción:

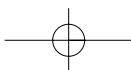


Cada sustancia química tiene una cantidad de energía almacenada a la que se le denomina **contenido energético**. En cada reacción se manifiesta determinada cantidad de esa energía, misma que depende de la fuerza que mantiene unidos a los átomos de una molécula, es decir, de la fuerza de enlace que haya que romper o vencer de manera que cada sustancia, al reaccionar, desprende cierta energía.

A continuación se señalan varias sustancias con el valor de la energía liberada al reaccionar con el O<sub>2</sub>.

Sustancias combustibles	Energía liberada cal/g
Madera	4 000
Alcohol	7 100
Carbono	8 000
Gasolinas	11000
Metano	13 250
Hidrógeno	34 500

Estas sustancias son combustibles, ya que al oxidarse liberan una gran cantidad de calor. En el cuadro se observa que el hidrógeno proporciona una gran cantidad de energía al reaccionar, por lo que es comprensible que esté considerado como un combustible más.



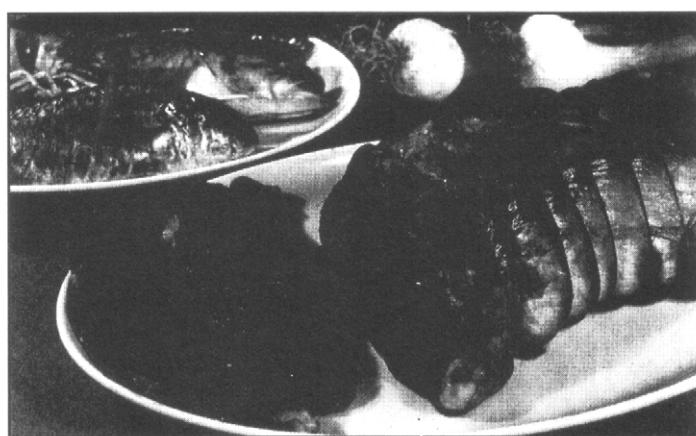


## ALIMENTOS

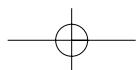
Corresponde a la sesión de GA 4.36 ¡COMER BIEN PARA ESTAR BIEN!

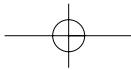
Los principales elementos químicos que forman la materia viva son: el carbono, hidrógeno, oxígeno, azufre y fósforo. Estos y varios más reciben el nombre de elementos biogenésicos.

Los **alimentos** son el suministro de los **nutrimentos**. Estos, a su vez, tienen como finalidad mantener la vida en los organismos, formar y renovar tejidos, proporcionar la energía suficiente que mantiene la temperatura del cuerpo (habitualmente es superior a la del ambiente), suministrar la energía requerida para el trabajo muscular, así como proporcionar las sustancias esenciales para el funcionamiento normal de los mismos.



Los alimentos contienen carbohidratos, lípidos, proteínas y vitaminas.





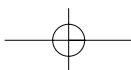
Los nutrientes de naturaleza **orgánica**, producidos por los seres vivos, se llaman biogénicos y son: carbohidratos, lípidos (conocidos comúnmente como grasas), proteínas y vitaminas. Los nutrientes de naturaleza **inorgánica** son: el agua y los minerales que existen en algunos de los alimentos orgánicos e inorgánicos; por ejemplo, el sodio, potasio, magnesio, calcio, hierro, cloro (cloruros), azufre (sulfatos), fósforo (fosfatos) y otros más que sólo se encuentran en pequeñas porciones, pero que son indispensables para la vida, entre ellos están, el cobre, el cobalto, el manganeso, el zinc, el yodo y el flúor.

### Energía que proporcionan los alimentos

El **metabolismo** de alimentos como carbohidratos, lípidos y proteínas proporciona la **energía** necesaria para el funcionamiento general de los **organismos**. La oxidación de estos nutrientes es una bomba calorimétrica, debido a que se desprende una cantidad de energía superior a su oxidación en el organismo. La energía metabolizable de los carbohidratos es de 4 kilocalorías por gramo; lípidos, de 9 kilocalorías por gramo y proteínas, de 4 kilocalorías por gramo.

Aunque el **organismo** adoptara una gran variedad de dietas, lo recomendable es un régimen alimenticio adecuado para producir 3 000 kcal. Este deberá contener 75 g de proteínas, 80 g de lípidos y de 400 a 500 g de carbohidratos; se le habrá de añadir el agua que deberá ser de 2.5 a 5 litros por día y que se encuentra contenida en frutas y vegetales (con un 80 o 90%), en la leche (con un 87%), en bebidas y algunos otros alimentos. Además, se debe tomar en cuenta el agua que se forma por oxidación de los alimentos, conocida como **agua metabólica**, que en una persona alcanza más de 300 ml por día aproximadamente (cuando consume un promedio de 2 400 kilocalorías).

En la tabla que a continuación se presenta se indica la **composición y valor energético de algunos alimentos**; apoyándose en ella se podrán planear dietas bien balanceadas, no costosas, para mejorar la nutrición y, como consecuencia, la salud.



Composición y valor energético de algunos alimentos					
Alimento	Proteínas	Lípidos	Carbohidratos	kcal 100g	g correspon- dientes a 100 kcal
Almendras	18.6	54.1	19.6	640	16
Arroz	7.6	0.3	79.4	351	29
Avena en harina	14.2	7.4	68.2	396	25
Cacahuates	26.9	44.2	23.6	600	17
Carne de vacas / grasa	19.7	8.0	—	151	66
Cebada (perlada)	8.2	1.0	78.8	357	28
Cebollas	1.4	0.2	10.3	49	206
Cerdo en chuletas	16.6	30.1	—	336	30
Cerdo en lomo	18.9	13.0	—	192	52
Col	1.4	0.2	5.3	29	350
Coliflor	2.4	0.2	4.9	31	323
Espinacas	2.3	0.3	3.2	25	405
Chícharo fresco	6.7	0.4	17.7	101	99
Chícharo seco	23.9	1.4	60.2	349	29
Hígado de ternera	19.0	4.9	4.0	136	73
Huevo entero	12.8	11.5	0.7	158	64
Huevo (clara)	10.8	—	0.8	46	216
Huevo (yema)	16.3	31.9	0.7	355	28
Frijoles secos	22.0	1.5	62.1	350	29
Leche de vaca	3.5	3.9	4.9	69	146
Lechuga	1.2	0.2	2.9	18	549
Lentejas secas	24.7	1.0	59.9	347	29
Maíz dulce	3.7	1.2	20.5	108	93
Mantequilla	0.6	81.0	0.4	733	14
Manzanas	0.3	0.4	14.9	64	156
Naranjas	0.9	0.2	11.2	50	199
Ostiones u ostras	9.8	2.0	5.9	81	124
Pan blanco	8.5	2.0	52.3	261	38
Pan de centeno	9.0	0.6	53.2	259	39
Pan integral	9.7	0.9	49.7	245	41
Papas	2.0	0.1	19.1	85	117
Queso americano	23.9	32.3	1.7	393	25
Remolachas o betabeles frescos	1.6	0.1	9.6	46	219
Soya en harina	34.9	18.1	12.0	350	29

Fuente: tabla modificada de Sherman, H. C.

Producción de energía para diferentes condiciones de actividad muscular			
Actividad	Energía kcal x kg y x hora	Actividad	Energía kcal x kg y x hora
Dormir	1.05	Ejercicio normal	4.14
Despierto acostado	1.15	Caminar algo aprisa	4.28
Sentado	1.43	Bajar escaleras	
Leyendo en voz alta	1.50	rápidamente	5.20
Cantando	1.74	Ejercicio fuerte	6.43
Escribir a máquina rápidamente	2.00	Correr	8.14
Ejercicio ligero	2.43	Ejercicio muy fuerte	8.57
Paseando	2.86	Correr muy aprisa subir escaleras	9.28
Trabajo manual (de carpintero o de mecánico)	3.43	rápidamente	15.8

Fuente: tabla modificada de Babor, J. A. e Ibarz A., J.

Necesidades diarias de energía, según diferentes oficios o profesiones:

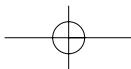
Oficios y profesiones en las que se requiere poca actividad física de 2 000 a 2 500 kcal; carpintería, de 2 700 a 3 200 kcal; agricultura de 3 200 a 4 100 kcal. En la minería, tala de árboles y oficios muy activos, la ingesta debe ser superior a 4 500 kcal diarias.

Es importante pensar en un régimen alimenticio que, además de nutrir, promueva el mejoramiento de la salud en general. Habrá que recordar que “somos lo que comemos” y que los alimentos pueden ser también buenos medicamentos naturales.

Por tanto, es indispensable planear bien la alimentación ya que, contrariamente a lo que se cree, no es un problema que tenga que ver solamente con lo económico, sino también con la administración, la creatividad y el **conocimiento**.

### Cómo se extrae la energía de los alimentos

Las células extraen la energía al realizarse los enlaces químicos en los compuestos que forman los alimentos. La energía es aprovechada posterior-



mente para sintetizar los compuestos que sirven de combustible, material de construcción y de reserva.

Existen dos mecanismos por medio de los cuales las células vivas obtienen la energía que necesitan: el heterotrófico y el autotrófico.

a)



b)

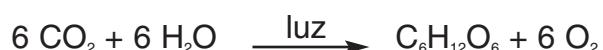


Ejemplo de organismo a) autotrófico, b) heterotrófico.

En el **mecanismo heterotrófico**, los organismos ingieren el combustible alimenticio previamente fabricado (carbohidratos, proteínas y lípidos, entre otros). Las células heterotróficas oxidan, mediante la respiración, estos compuestos obteniendo energía y expulsando CO<sub>2</sub>, vapor de agua y otros productos de desecho, de acuerdo con la siguiente reacción:

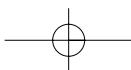


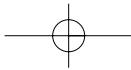
El **mecanismo autotrófico** es efectuado por plantas, algas y cianobacterias; en él se utiliza el CO<sub>2</sub> atmosférico, agua y la energía de la luz solar para producir glucosa (azúcar a partir de la cual se construyen moléculas más complejas) y oxígeno, según la siguiente reacción:



Todo ser vivo obtiene su energía, en última instancia, de la luz solar: los autótrofos, en forma directa y los heterótrofos, indirectamente.

La cantidad total de energía disponible en una molécula de glucosa se ha determinado prácticamente quemando u oxidando una muestra de glucosa hasta obtener 6 moléculas de CO<sub>2</sub> y 6 de H<sub>2</sub>O, liberándose 690 000 calorías de energía, en forma de calor, por cada 180 gramos de glucosa.





En la célula, al final del proceso de oxidación, se recupera más del 50% de la energía disponible en forma de enlace fosfato



rico en energía; este rendimiento es muy alto si se compara con el 33% obtenido aproximadamente en la conversión de calor de combustión a energía eléctrica o mecánica.

## EFICIENCIA DE UN MOTOR DE COMBUSTIÓN INTERNA

**Corresponde a la sesión de GA 4.37 ¡NO SON TAN EFICIENTES!**

En la historia del uso de los energéticos se puede considerar que la madera cedió el lugar al carbón y el carbón al petróleo. Hoy nos disponemos a afrontar el siguiente paso: sustituir las fuentes de energía no renovables y altamente contaminantes por otras como la solar, eólica, hidráulica y maremotriz.

### Motores de combustión interna

**En la combustión interna**, el combustible se quema dentro del motor en donde realiza su función.

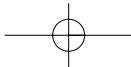
El motor de combustión interna transforma la energía del combustible en potencia y movimiento. Su fuerza puede aplicarse para mover las ruedas de un autobús, la hélice de un avión, el eje de un generador y muchas otras máquinas.

De los motores de combustión interna, el más conocido es el motor de cuatro tiempos, se llama así porque su funcionamiento se lleva a cabo en cuatro etapas o tiempos, mismos que se describen a continuación:

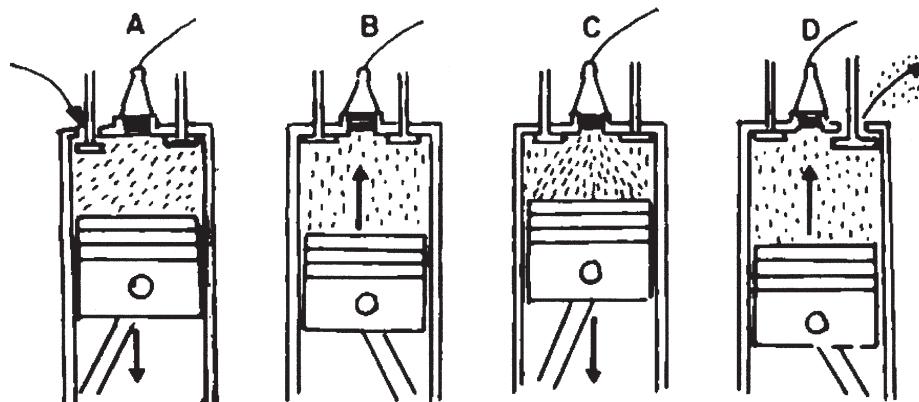
**Primer tiempo (admisión)**: cuando el pistón baja, la válvula de admisión se abre y penetra una mezcla de combustible y aire al interior del cilindro (ver figura A).

**Segundo tiempo (compresión)**: el pistón sube, y debido a que las válvulas están cerradas, la mezcla se comprime al ser reducido el volumen (ver figura B).

**Tercer tiempo (explosión)**: el pistón baja debido al empuje que recibe por la explosión de la mezcla provocada por el encendido de la bujía (ver figura C).



**Cuarto tiempo (expulsión):** cuando el pistón baja, la válvula de expulsión se abre y son expulsados los gases producidos por la explosión de la mezcla (ver figura D).



Representación esquemática de un motor de cuatro tiempos.

### Eficiencia

La eficiencia de una máquina térmica es la relación del trabajo realizado con respecto al calor tomado por ella de la fuente de temperatura elevada (proporcionada por el combustible).

La experiencia ha demostrado que toda máquina térmica desprende calor durante el tiempo de escape; este calor, por supuesto, no se convierte en trabajo durante el proceso.

Los motores de combustión interna (máquina térmica) aprovechan del 22 al 24% de la energía consumida; por lo tanto, desperdician el 75% de la energía mencionada.

Los motores diesel son más eficientes que los anteriores, ya que aprovechan el 30 % de la energía consumida.

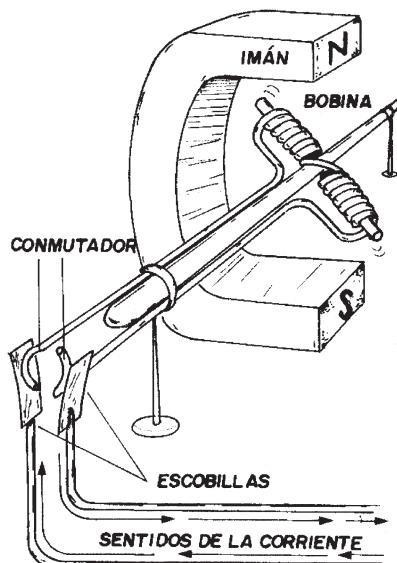
La respiración es una oxidación lenta que puede compararse con una “combustión lenta”, ya que en ella se libera CO<sub>2</sub>, vapor de agua y energía —de forma similar a la combustión de la gasolina en un motor—. Sin embargo, la eficiencia de la respiración es de un 50% mientras que en los motores diesel es de 30% y en los de gasolina del 24%.

Al analizar los datos anteriores puede apreciarse que el aprovechamiento de la energía, en los motores, aún es menor que en los seres vivos.

## Otros motores y combustibles

Con el fin de aumentar la eficiencia y evitar la contaminación ambiental se han intensificado los estudios en otro tipo de motor como es el caso del **motor eléctrico**.

Como su nombre lo indica el motor eléctrico trabaja con electricidad; su funcionamiento se basa en el principio de que “los polos iguales se rechazan y los polos diferentes se atraen”. A diferencia de los motores que trabajan con gasolina o diesel, el eléctrico no emite gases tóxicos a la atmósfera.



Motor eléctrico.

Por otra parte, en investigaciones recientes se ha observado que el hidrógeno es un gas que tiene una capacidad energética casi 3 veces superior a la gasolina y no genera contaminantes, solamente produce vapor de agua. Además, el hidrógeno se puede obtener por electrólisis del agua (fuente prácticamente inagotable). Su utilización depende de lograr métodos de producción más baratos. Los motores de explosión pueden trabajar también con hidrógeno; el problema que presenta el uso de este combustible es el tamaño de los recipientes.

Ahora bien, es necesario que en las zonas urbanas, que son los lugares con más problemas de acumulación de los gases derivados de la combustión de la gasolina, se incremente el uso del transporte eléctrico; y en las zonas rurales, el uso del gas como combustible para los vehículos automotores.



## PRODUCTOS DE LA COMBUSTIÓN

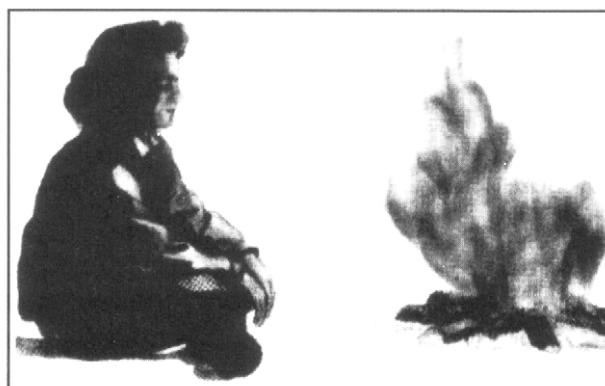
Corresponde a la sesión de GA 4.38 BALANCE DE LA COMBUSTIÓN

Se podría pensar que un incendio forestal, la combustión en los vehículos automotores, el metabolismo de los alimentos en los seres vivos, la respiración o la oxidación de una tolva de hierro no tienen nada en común. Este no es el caso, pues aquello que relaciona a estos procesos es el hecho de que todas son reacciones de óxido-reducción.

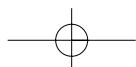
Por tanto, puede decirse que todos los procesos que producen energía dependen de reacciones de óxido-reducción. Piénsese, por ejemplo, en la energía que se requiere para calentar los hogares, dar potencia a los vehículos, permitir que los seres humanos trabajen o se recreen, hacer funcionar una calculadora, escuchar la radio, encender una lámpara, conectar un reloj digital, etcétera.

El proceso que se lleva a cabo al quemar gas butano es un ejemplo de reacción química de oxidación, a la cual llamamos combustión. Y como ya se ha estudiado en los cursos de segundo y tercer grados, siempre que hay una oxidación también se presenta una reducción.

La **combustión** es una **oxidación violenta** en la cual hay desprendimiento de energía en forma de calor y luz. El oxígeno, elemento que mantiene la combustión (o sea, el comburente), se reduce ganando electrones, en tanto que el elemento oxidado, los pierde. Resumiendo, los productos principales de la combustión son: **CO<sub>2</sub>, vapor de agua y energía**.



Al quemarse la madera hay desprendimiento de energía, vapor de agua y dióxido de carbono.



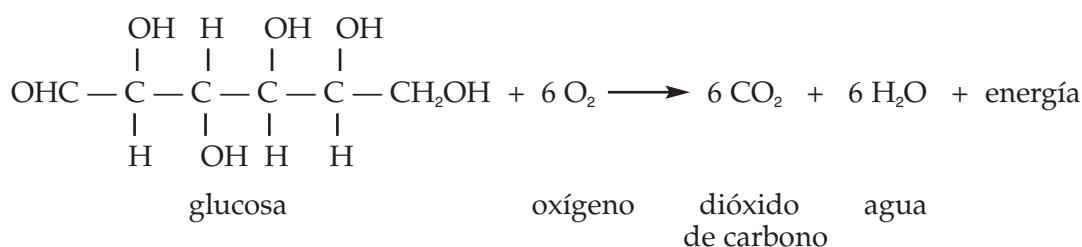
Algunas reacciones de oxidación que realizan los seres vivos originan productos semejantes a los de la combustión. Por ejemplo, la oxidación de la glucosa. Este tipo de oxidaciones se consideran como “**combustiones orgánicas**”, ya que las llevan a cabo los organismos.

La glucosa es el azúcar más ampliamente distribuida en la naturaleza, pues está presente en muchos vegetales y en la sangre de los animales. La sangre humana, en condiciones normales, contiene aproximadamente 1 g por litro; si su concentración es superior a 1.6 g por litro pasa a la orina y su presencia, en ella, es prueba de la enfermedad conocida como diabetes.

La glucosa es producto de la digestión de muchos carbohidratos.

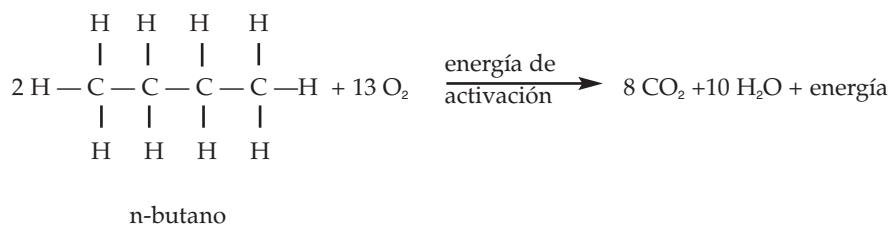
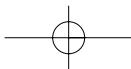
Si la concentración de glucosa en la sangre es superior a 0.9 g por litro se convierte en **glicógeno**. Este se acumula en el hígado y en los músculos y es transformado, cuando así se requiere (en el proceso del metabolismo por oxidación), en  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  y energía principalmente.

Durante el proceso de digestión efectuada por los heterótrofos, las cadenas de los **polisacáridos** contenidos en los alimentos también se rompen, dejando aislados numerosos **monosacáridos** como la glucosa, la cual se utiliza en la respiración donde se produce  $\text{CO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  y energía.



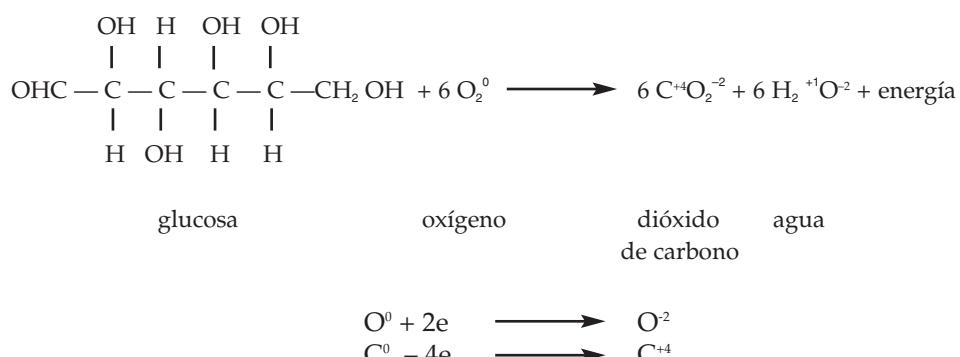
La oxidación del gas butano es una **combustión inorgánica**, ya que se efectúa ajena a las funciones vitales de los seres vivos.

El gas butano se obtiene de la destilación fraccionada del petróleo, es uno de los representantes de mayor uso doméstico, pertenece a la serie homóloga de los alkanos, tiene la siguiente fórmula  $C_4H_{10}$ . Al quemarse produce:

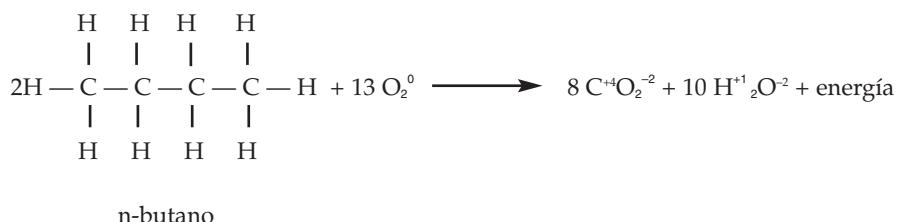


Los enlaces C–H son covalentes y, para efecto de comparación óxido-reducción, se consideran con valencia 0 (cero).

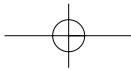
Y las ecuaciones de óxido-reducción serían las siguientes:



En la glucosa, los enlaces C–H son covalentes. Nótese que cada átomo de oxígeno “gana” 2 electrones (se reduce) y el carbono “pierde” 4 electrones (se oxida).



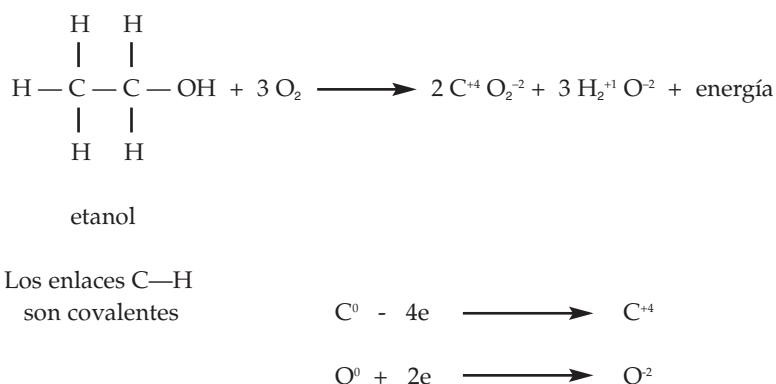
En esta ecuación de óxido-reducción, el oxígeno “gana” 2 electrones (se reduce) y el carbono “pierde” cuatro electrones (se oxida).



La molécula del n-butano es covalente porque cada átomo de hidrógeno comparte electrones con el carbono. Lo mismo ocurre entre dos átomos de este último elemento. En la reacción, el oxígeno se reduce al oxidar el carbono.

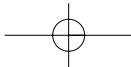
En el caso de la oxidación del alcohol, ésta puede efectuarse mediante una combustión inorgánica o una orgánica, la primera, obtenida a partir del petróleo, puede ser utilizada como combustible y la segunda, porque puede ser oxidado por ciertos seres vivos.

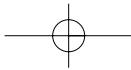
El etanol (también llamado alcohol etílico), y cuya fórmula es  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}$  es otro de los compuestos orgánicos que más se utilizan; este alcohol se aplica para desinfectar (aseptizar) heridas; también, está contenido en las bebidas embriagantes. El alcohol se puede obtener por fermentación o por destilación fraccionada del petróleo. Su combustión a la flama o en el metabolismo se representa por la siguiente reacción:



Al igual que en los ejemplos anteriores, cada átomo de carbono se oxida (“ pierde” 4 electrones) y cada oxígeno se reduce (“gana” 2 electrones).

La gasolina, también obtenida por la destilación fraccionada del petróleo y formada por una mezcla de hidrocarburos (que van del  $\text{C}_5$  al  $\text{C}_9$ ), se tomará como representante el isoctano:  $\text{C}_8\text{H}_{18}$  (2,2,4 –trimetil-pentano). Para ejemplificar su combustión:





## CICLO DEL CARBONO

**Corresponde a la sesión de GA 4.39 POLVO ERES Y EN CARBONO TE CONVERTIRÁS**

El carbono está presente aproximadamente en 1 000 000 compuestos, muchos de ellos se utilizan diariamente y son esenciales para nuestra existencia. Constituye el 0.3% de la corteza terrestre.

De todos los elementos químicos, el carbono es uno de los más importantes; sin él, no existiría la materia viva, ya que se encuentra en la composición de las sustancias orgánicas, es decir, de las plantas y animales incluyendo al hombre.

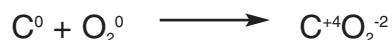
El carbono se combina principalmente con el hidrógeno y el oxígeno. Pero además, con el N, S y P, entre otros. El resultado de estas combinaciones son compuestos como los carbohidratos, lípidos, proteínas, vitaminas, etcétera.

### Propiedades físicas

Es inodoro, insípido, no se funde, insoluble en los ácidos y en las bases.

### Propiedades químicas

A temperaturas elevadas y en presencia de bastante oxígeno forma dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ):

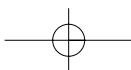


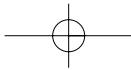
Cuando es limitado el suministro de oxígeno, se forma monóxido de carbono (CO):



El dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) forma el 0.04% de la composición del aire, se forma como producto de la respiración, descomposición de sustancias orgánicas, combustión del carbón y se encuentra disuelto en refrescos y aguas minerales.

El monóxido de carbono (CO) es un gas incoloro, inodoro y extremadamente venenoso; su inhalación en pequeñas proporciones produce dolores de cabeza y, en cantidades mayores, la muerte. Esto se debe a que transforma la *oxihemoglobina* en *carboxihemoglobina*, la cual es incapaz de absorber el oxígeno y llevarlo a las células de todo el cuerpo.

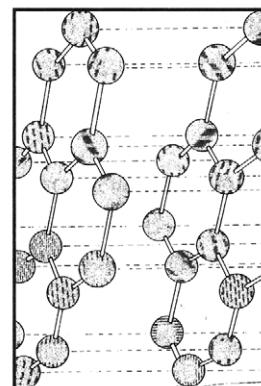
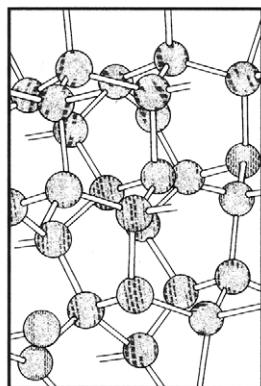




## Carbonos cristalinos

**Diamante:** de estructura geométrica tetraédrica, es la sustancia más dura que se conoce. No conduce la electricidad.

**Grafito:** átomos unidos hexagonalmente que forman capas, lo que le da una sensación suave, grasosa y resbalosa. Es buen conductor de la electricidad.



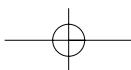
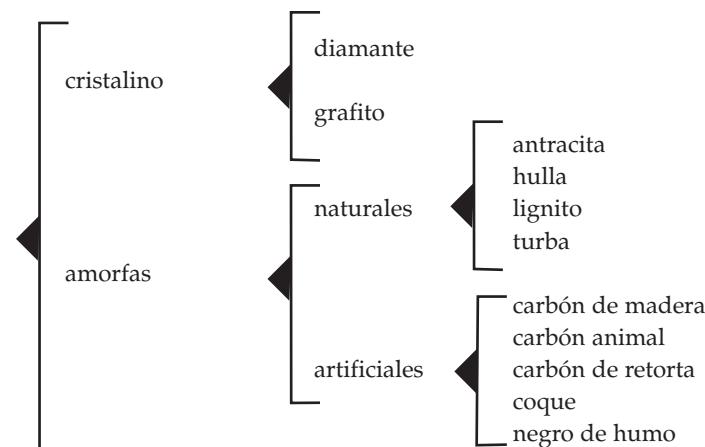
El diamante y el grafito son formas cristalinas del carbono.

## Carbonos amorfos

**Naturales:** son el resultado de la transformación lenta de vegetales enterrados en épocas geológicas.

**Artificiales:** se preparan en el laboratorio y su nombre se relaciona con su procedimiento de obtención.

Estado en la naturaleza (formas *alotrópicas*)



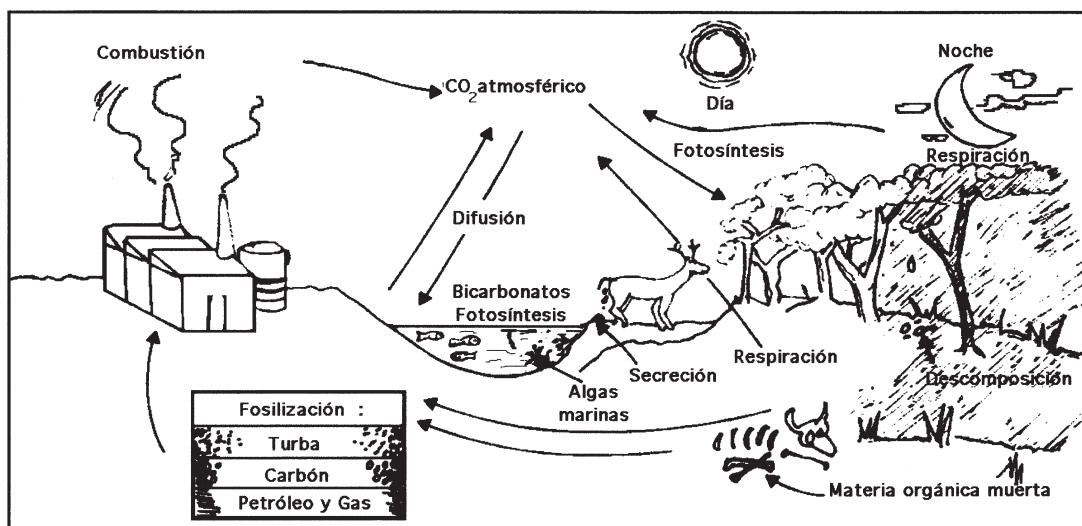
## Ciclo del carbono

El dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) es utilizado por las plantas para sintetizar azúcares y almidones (proceso denominado fotosíntesis); éstas absorben  $\text{CO}_2$  atmosférico,  $\text{H}_2\text{O}$  y las sales disueltas en ella, utilizan la energía solar y la clorofila, desprendiéndose oxígeno, según la siguiente reacción:



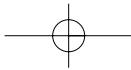
Una vez formados los azúcares, éstos se transforman en otros productos vegetales, los cuales son la fuente básica de alimentación de los heterótrofos.

El  $\text{CO}_2$  regresa a la atmósfera como consecuencia de la respiración de los seres vivos, por la descomposición de la materia orgánica, por acción de erupciones volcánicas y de las combustiones. Gracias a este ciclo, la proporción de dióxido de carbono presente en el aire no tiene cambios apreciables.



Ciclo del carbono.

La formación de nuestras fuentes de carbón, en épocas pasadas, se deben principalmente a residuos de materiales formados por procesos fotosintéticos.



## CICLO DEL NITRÓGENO

Corresponde a la sesión de GA 4.40 ¡LLEGARON LOS NITRITOS!

La presencia del nitrógeno es importante en la composición de la atmósfera, ya que diluye al oxígeno, haciendo que las reacciones de combustión sean más lentas.

Si la atmósfera fuera de oxígeno puro se activarían los fenómenos de oxidación, los fuegos arderían más rápidamente, los procesos corporales se acelerarían y el cuerpo se quemaría a sí mismo.

### Propiedades físicas

El nitrógeno es un gas incoloro, inodoro, insípido, poco soluble en agua y en alcohol.

### Propiedades químicas

A temperatura ambiente es inactivo debido al triple enlace covalente  $N \equiv N$ .

A temperaturas elevadas se descompone la molécula en átomos muy activos.

Puede tener estados de oxidación que van desde +5 hasta -3 o de -3 hasta +5.

Muchos compuestos que contienen nitrógeno son explosivos.

No arde ni ayuda a la combustión.

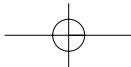
### Estado en la naturaleza

Forma aproximadamente el 78% del aire atmosférico.

Existe combinado en forma de amoniaco ( $NH_3$ ), gas que se desprende durante la putrefacción de sustancias orgánicas como albúminas, proteínas, etcétera.

Sus principales compuestos minerales son:

—nitrato de potasio	$KNO_3$	“SALITRE”
—nitrato de sodio	$NaNO_3$	“NITRO DE CHILE”
—nitrato de magnesio	$Mg(NO_3)_2$	
—nitrato de calcio	$Ca(NO_3)_2$	



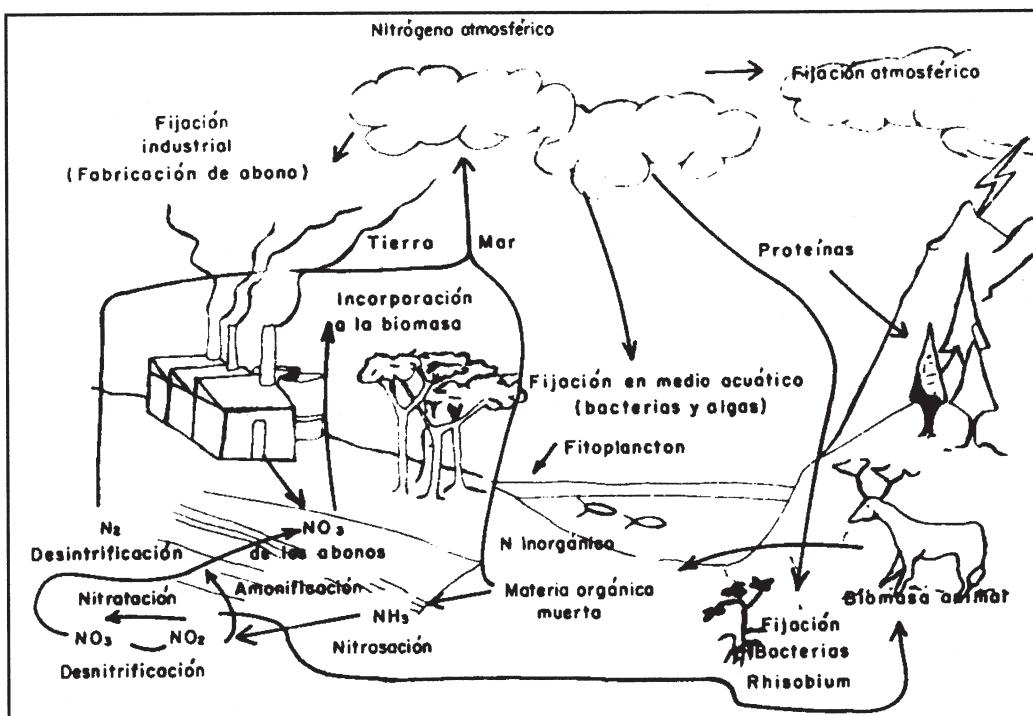
## Ciclo del nitrógeno

Todos los organismos necesitan nitrógeno. Las plantas sintetizan proteínas a partir de compuestos inorgánicos como nitritos y nitratos. Los herbívoros convierten las proteínas vegetales en proteínas animales, mismas que son necesarias para su crecimiento, desarrollo y reproducción.

El nitrógeno del aire no puede ser utilizado directamente por las plantas; afortunadamente existen ciertas bacterias que se fijan en las raíces, de algunas de ellas (principalmente leguminosas como alfalfa, chícharos y frijoles). Dichas bacterias convierten el nitrógeno atmosférico en nitritos y nitratos que sí pueden ser asimilados.

Durante las tormentas eléctricas se produce monóxido de nitrógeno ( $\text{NO}$ ). Este reacciona con el oxígeno del aire formando dióxido de nitrógeno ( $\text{NO}_2$ ), el cual reacciona con el agua produciendo ácido nitroso ( $\text{HNO}_2$ ) y ácido nítrico ( $\text{HNO}_3$ ). Estos últimos son llevados por la lluvia hacia el suelo donde se combinan con óxidos y carbonatos metálicos, dando lugar a nitritos y nitratos.

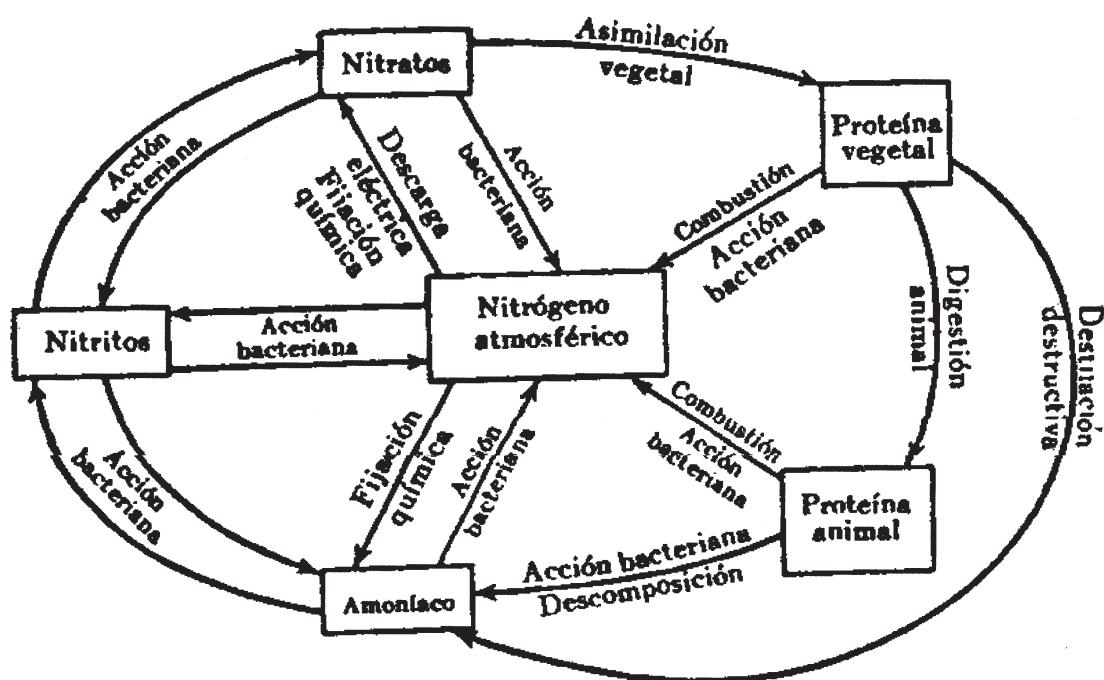
Existen algunas otras bacterias que degradan a los nitritos y nitratos retornando, así, el nitrógeno libre a la atmósfera.



Ciclo del nitrógeno.

El hombre puede incorporar al suelo estos compuestos en forma de abonos naturales (como restos o excrementos de plantas y animales) o abonos químicos. Es importante mencionar que no se debe abusar de los abonos químicos, ya que al acumularse causan daño a las plantas; además, si el exceso es arrastrado hacia los ríos, daña directamente a los peces y aumenta la población de plantas acuáticas. De ahí que sea más conveniente utilizar abonos naturales, como excrementos de herbívoros, y realizar la rotación de cultivos.

Los animales obtienen compuestos nitrogenados de las plantas o de otros animales; al morir éstos, el suelo se enriquece nuevamente de nitrógeno, donde algunas bacterias lo transforman en nitritos, nitratos y amoniaco que, posteriormente y por acción de otras bacterias, será liberado como nitrógeno a la atmósfera.



La actividad bacteriana es muy importante en el ciclo del nitrógeno.

## DIÓXIDO DE CARBONO Y SU EFECTO ATMOSFÉRICO

Corresponde a la sesión de GA 4.41 ¡BUZOS PORQUE NOS QUEMAMOS!

Desde que se originó la atmósfera, ésta ha evolucionado junto con la Tierra; por tal motivo, las características de una han influido en las de la otra.

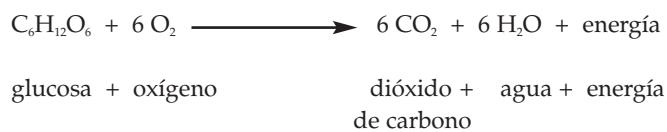
La composición de la atmósfera ha variado mucho hasta tener la concentración de gases que hoy conocemos: aproximadamente 78% de nitrógeno, 21% de oxígeno y el 1% restante incluye otros gases como dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) y metano ( $\text{CH}_4$ ); estos últimos participan de manera importante en la regulación de la temperatura atmosférica al “absorber” los rayos infrarrojos que provienen del sol.

## Propiedades físicas

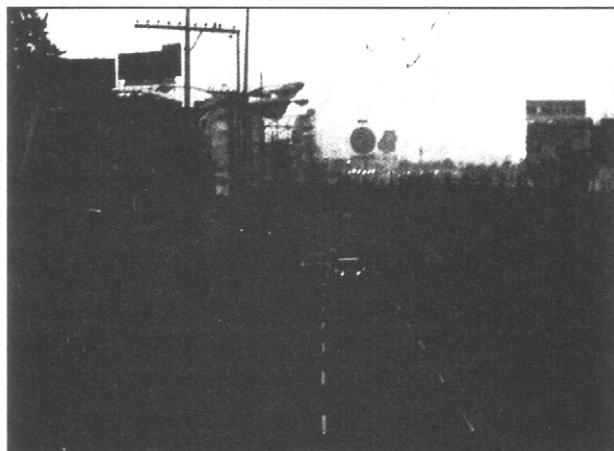
El CO<sub>2</sub> es un gas inodoro, incoloro y de sabor picante. A una presión de 36 atmósferas y 0 °C se transforma en líquido (Mosqueira, 1990).

## Fuentes de producción y síntesis química de CO<sub>2</sub>

Un porcentaje considerable de CO<sub>2</sub> lo producen los organismos que efectúan el fenómeno de la respiración y cuya reacción química se expresa de la siguiente forma:



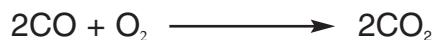
El CO<sub>2</sub> también se libera directamente a partir de la combustión de hidrocarburos derivados del petróleo y carbón. Por ejemplo: vehículos automotores e industrias arrojan a la atmósfera grandes cantidades de dióxido de carbono y otros gases, entre ellos, el monóxido de carbono (CO).



Los automóviles de combustión interna favorecen el deterioro atmosférico.



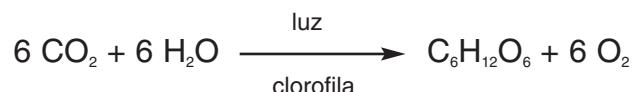
El CO liberado reacciona fácilmente con el oxígeno del aire y produce CO<sub>2</sub> de acuerdo con la siguiente reacción:



Existen otras fuentes de producción y síntesis química del CO<sub>2</sub>; por ejemplo: las emisiones volcánicas y la descomposición de la materia orgánica.

### **Importancia y regulación del CO<sub>2</sub>**

El CO<sub>2</sub> es muy importante en la naturaleza ya que, además de participar en la regulación de la temperatura junto con otros gases, es esencial en el fenómeno de la fotosíntesis. En este **proceso bioquímico**, el CO<sub>2</sub> es utilizado por los organismos fotosintetizadores para producir carbohidratos y oxígeno, según la siguiente ecuación química:



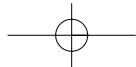
De esta forma la fotosíntesis participa en la regulación de los niveles de concentración de CO<sub>2</sub> y O<sub>2</sub> del aire.

Como las moléculas de CO<sub>2</sub> son ligeramente solubles en agua, se forman dos series de sales: los carbonatos normales como NaCO<sub>3</sub> y los carbonatos ácidos como el NaHCO<sub>3</sub>; así, este fenómeno también participa en la regulación del CO<sub>2</sub> atmosférico.

### **Efecto del CO<sub>2</sub> en la atmósfera**

Se estima que cerca del 40% del total de CO<sub>2</sub> que actualmente se arroja a la atmósfera es absorbido por los océanos y los organismos fotosintéticos. Pero, ¿qué pasa con el otro porcentaje? El porcentaje restante permanece en la atmósfera, acumulándose cada día más, y provocando un calor excesivo.

El calor excesivo provoca lo que hoy se conoce como “efecto invernadero”. Este ocurre de la siguiente manera: la atmósfera permite que los rayos solares penetren en la Tierra (excepto los ultravioleta, que son rechazados por la capa de ozono), pero impide que después de rebotar en la misma se escapen hacia el espacio y esto debido al CO<sub>2</sub> principalmente. De esta manera es como se





regula la temperatura. Sin embargo, al incrementarse la concentración de CO<sub>2</sub> se retiene el calor sobrante; en otras palabras, al aumentar la cantidad de CO<sub>2</sub> aumenta la capacidad de retención del calor y éste, que naturalmente debería escapar, es atrapado produciéndose un calentamiento excesivo.

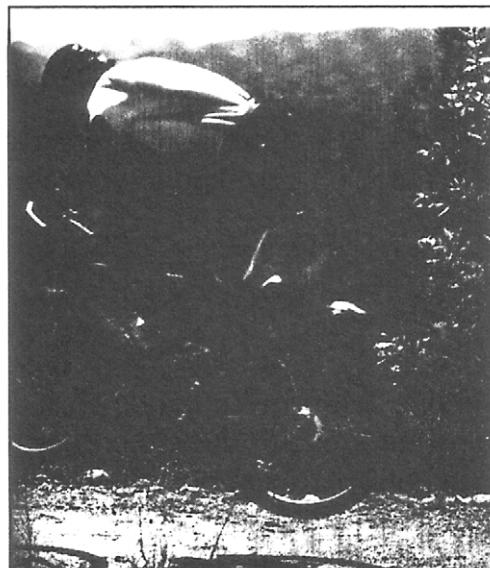
Los científicos aseguran que el calentamiento global de la Tierra está generando cambios en el clima y, de continuar así, podría deshielarse la Antártida; el nivel del mar aumentaría y habría grandes inundaciones.

### Alternativas de solución

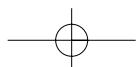
El uso de fuentes de energía rentables y no contaminantes como la solar, eólica y biomasa, pueden ser una forma de solucionar los graves problemas atmosféricos.

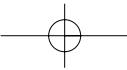
Es recomendable el ahorro de energía eléctrica, ya que un mayor gasto de ésta implica que las termoeléctricas aumenten la concentración de CO<sub>2</sub> y demás gases que participan en el efecto invernadero. También es aconsejable utilizar con menos frecuencia el automóvil.

Por último, cabe señalar que los bosques participan en la regulación del CO<sub>2</sub>; por lo tanto, se recomienda no talarlos, por el contrario, se deben reforestar.



Respetar los bosques y usar menos el automóvil contribuye a regular el exceso de CO<sub>2</sub>





## DIÓXIDOS DE AZUFRE Y NITRÓGENO

Corresponde a la sesión de GA 4.42 ¡NOS LLUEVE ÁCIDO!

Uno de los problemas fundamentales que tienen que enfrentar las grandes ciudades y que ha ido incrementándose en los últimos años, es el de la contaminación atmosférica; ésta se genera básicamente por el uso de combustibles y por contaminantes que expiden las grandes industrias.

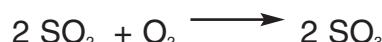
Entre los contaminantes más frecuentes presentes en el aire están: las partículas de sólidos, líquidos y gases, tales como cenizas y humos, alquitrán, polvos diversos, residuos metálicos, ozono, dióxido de azufre y óxidos de nitrógeno.

Algunos óxidos, en especial los de azufre y nitrógeno, al entrar en contacto con la humedad atmosférica, dan lugar a reacciones en las que se forman pequeñas cantidades de ácidos, tales como el ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ) y ácido nítrico ( $HNO_3$ ). De esta manera se originan las famosas “lluvias ácidas”, uno de los grandes problemas ambientales. Pero, ¿cómo se originan los óxidos de azufre y de nitrógeno?

### Óxidos de azufre

El dióxido de azufre  $SO_2$  es producto de la quema de combustibles con poco refinamiento, mismos que se emplean en plantas generadoras de energía eléctrica. Ejemplos: el petróleo diáfano y combustóleo. El  $SO_2$  se produce también, en las plantas fundidoras al calcinar los minerales metálicos, en las refinerías y en los vehículos automotores que utilizan diesel, principalmente.

Una vez que ha sido emitido el  $SO_2$ , éste se oxida en la atmósfera formándose trióxido de azufre  $SO_3$ ; la reacción correspondiente es:



### Óxidos de nitrógeno

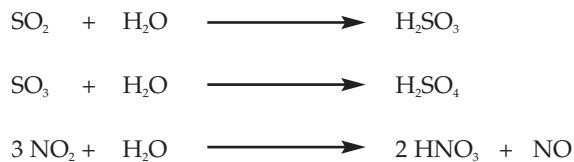
Los óxidos de nitrógeno que están involucrados en la contaminación atmosférica son el monóxido de nitrógeno ( $NO$ ) y dióxido de nitrógeno ( $NO_2$ ); estos gases se forman básicamente en la combustión interna de los automotores, pues están mezclados con el resto de gases que salen del escape. También se forman al reaccionar el  $O_2$  con el  $N_2$  del aire bajo la influencia de las descargas eléctricas provocadas por una tormenta, la quema de combustibles, de vegetación y el uso de fertilizantes con contenido de nitrógeno.



Los efectos que causan estos óxidos en el hombre son perjudiciales para su salud, puesto que ocasionan irritaciones pulmonares y oculares, daños a las vías respiratorias, garganta y pulmones.

Otros efectos importantes son: la corrosión de metales, mármol y papeles que ocasionan el desgaste de monumentos, pinturas y obras de arte, así como daños al ambiente.

Una vez que los óxidos de azufre y nitrógeno son emitidos a la atmósfera reaccionan con la humedad presente en la misma, dando lugar a ácido sulfuroso ( $H_2SO_3$ ), ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ) y ácido nítrico ( $HNO_3$ ); la formación de éstos se da conforme a las siguientes reacciones, respectivamente:

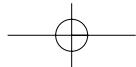


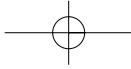
La lluvia ácida es un fenómeno que ha surgido alrededor de zonas industriales, de alta densidad poblacional, intenso tráfico vehicular o de alto consumo energético. Pero sus efectos no se limitan a esas áreas, ya que una vez que se han liberado los gases, éstos son dispersados por los vientos y transformados en ácidos por las lluvias.

La lluvia ácida es una mezcla de ácidos fuertes y débiles, y en la cual los ácidos fuertes influyen, en mayor grado, en el nivel de acidez del agua.



La lluvia ácida también daña a la vegetación.



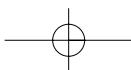


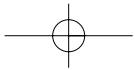
Se ha realizado una toma de muestras de agua de lluvia en diferentes lugares de la República Mexicana y de la Ciudad de México por parte de la Comisión Metropolitana de Calidad del Aire del DDF, el Instituto Nacional de Ecología e Instituto Politécnico Nacional. Mediante dichas muestras se estudió el pH y los contenidos metálicos como Ca, K, Na, Ni, Mg, Fe y Pb. Se encontró que el nivel de acidez normal en la lluvia es de 5.6 (pH), debido a la formación de ácido carbónico ( $\text{HCO}_3$ ) y que es producto del equilibrio alcanzado por el  $\text{CO}_2$  con la humedad de la atmósfera. Con este parámetro se considera como "lluvia ácida" cuando su pH es menor que 5.0. Se encontró que el nivel más ácido de la lluvia en la Ciudad de México es de ¡3.4!

Las sustancias químicas como los anhídridos y las condiciones meteorológicas actúan conjuntamente para dar lugar a las "lluvias ácidas", ocasionando así daños al hombre y al ambiente. A continuación se mencionan algunos de ellos:

- Daños a la salud y problemas graves a personas sensibles a enfermedades respiratorias.
- Deterioro de la vegetación (propiciando la caída del follaje), reducción del crecimiento en las plantas y aumento de la sensibilidad a plagas y enfermedades. Esto lleva a una gradual destrucción de la naturaleza, pues causa la deforestación, erosión y sedimentación del suelo.
- Efectos nocivos a la fauna acuática porque altera el nivel de acidez (pH), esto es, algunas especies no pueden reproducirse ni sobrevivir en un medio ácido.
- Se modifican los procesos de descomposición y producción.
- Efectos corrosivos sobre edificios y monumentos, además de otros daños materiales.
- Efectos contaminantes en el agua, suelo, etcétera.

Los daños ocasionados por la lluvia ácida no se limitan a los lugares donde los gases fueron emitidos, ya que éstos se dispersan. Por lo tanto, es responsabilidad de todos actuar para disminuirla, detectando lugares de emisión de partículas de  $\text{SO}_2$  y  $\text{NO}_2$  e implantando acciones comunitarias que ayuden a mejorar el ambiente.





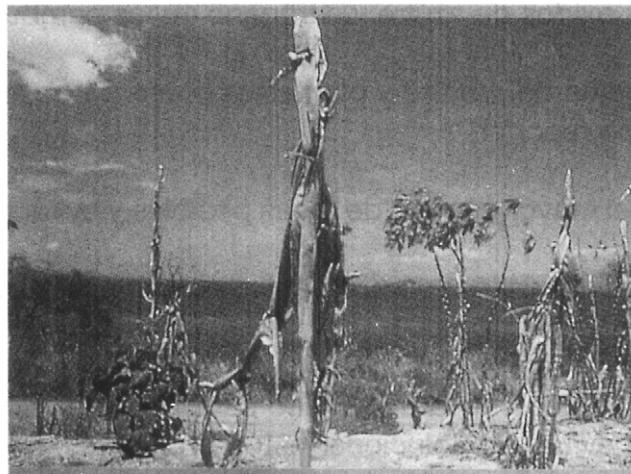
## PREVENCIÓN DE LA LLUVIA ÁCIDA

Corresponde a la sesión de GA 4.43 iPARA QUÉ NO NOS LLUEVA ÁCIDO!

Las grandes ciudades y zonas industrializadas tienen varios problemas en común. Uno de ellos es la contaminación ambiental provocada por las emisiones contaminantes de vehículos automotores e industrias, principalmente.

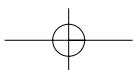
Entre los contaminantes presentes en el aire se encuentran los óxidos de azufre y nitrógeno que, al reaccionar con la humedad de la atmósfera, producen ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ) y ácido nítrico ( $HNO_3$ ), respectivamente. Por lo tanto, el agua al precipitarse lo hace llevando consigo estos ácidos y dando lugar a la conocida “lluvia ácida”.

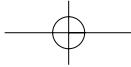
Los daños ocasionados por la lluvia ácida son considerables, ya que afectan la salud humana, la flora y fauna, entre otros. De ahí la importancia de prevenirla.



La flora también es afectada por la contaminación.

Prevenir la lluvia ácida es anticiparse a los daños provocados por ésta, evitándolos con acciones previas, y no atacar el problema cuando los perjuicios ya están presentes. Para lograrlo es necesaria la participación conjunta de todos los grupos sociales, pues así se podrán dar soluciones importantes al problema de la misma.



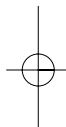
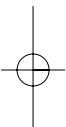


Como ya se explicó anteriormente, los óxidos de azufre se producen al quemar combustibles poco refinados como el petróleo diáfano y combustóleo, los cuales son empleados en termoeléctricas y otras industrias; dichos óxidos también se producen al fundir metales y en los vehículos automotores (principalmente los que utilizan diesel).

Por su parte, los óxidos de nitrógeno se producen por la combustión interna de los vehículos automotores, al quemar combustibles y plantas y al usar fertilizantes.

### **Recomendaciones para prevenir la lluvia ácida**

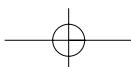
- Es conveniente que las termoeléctricas y demás industrias altamente contaminantes utilicen gas en lugar de combustóleo.
- Controlar las emisiones industriales mediante filtros, precipitadores y centrífugas.
- Reducir los óxidos de azufre y nitrógeno en los combustibles.
- Evitar la quema de árboles y plantas; en caso de observar un incendio, éste se debe reportar.
- Reforestar el mayor número de áreas posibles y evitar la tala de árboles.
- En la agricultura, usar abonos orgánicos como el estiércol y evitar el uso de fertilizantes químicos.

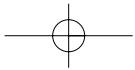


En algunas ciudades como la de México se están llevando a cabo planes y programas para evitar y/o solucionar estos problemas. Este es el caso del famoso “Hoy no circula”, que consiste en que todos los autos, excepto los que transportan artículos “perecederos”, no circulen uno de los cinco días hábiles de la semana. Guatemala todavía no ha alcanzado estos niveles de contaminación. Pero si no se prevén o se toman acciones pertinentes podríamos sufrir estas consecuencias.

Por otra parte, una de las industrias que ha sido clausurada, es la refinería de Azcapotzalco (Pemex). Además, muchas otras industrias ubicadas en la zona metropolitana están siendo descentralizadas; aunque esto último no resuelve el problema, sólo lo traslada.

Existen planes y programas ecológicos que permiten disminuir levemente la contaminación; sin embargo, no acaban con este problema.





Por último, es importante mencionar que es necesaria la utilización de otras alternativas energéticas, como son la solar, la eólica y la geotérmica con el fin de disminuir o acabar con la misma.

## EFFECTOS DE LA CONTAMINACION EN LA SALUD

Corresponde a la sesión de GA 4.45 ¡NO TE CONTAMINES!

La contaminación aumenta en la medida que crece la población y el espacio disponible, para cada persona, se hace cada vez más pequeño.

Los elementos contaminantes son, principalmente, residuos de sustancias que se usan comúnmente y que ya no son considerados útiles. Así, al ser arrojados por industrias, automóviles y el mismo ser humano, producen daños al ambiente y en consecuencia al hombre mismo.

### Sinergismo

El efecto que producen dos o más contaminantes combinados es superior a la suma de los efectos de cada uno por separado; a esto se le llama sinergismo. Es decir, cuando se efectúan reacciones químicas entre los contaminantes, los problemas que causan son más graves.



El efecto del sinergismo.

A continuación se presentan algunos ejemplos de ellos:

—Los clorofluorocarbonos (CFE) son sustancias que se utilizan en la fabricación de aerosoles; éstos destruyen la capa de ozono, ya que al ascender a las capas altas de la atmósfera liberan cloro ( $\text{Cl}_2$ ) por acción de la luz ultravioleta (LUV); y éste, a su vez, reacciona con el ozono ( $\text{O}_3$ ) provocando agujeros en dicha capa.

La disminución del ozono estratosférico es el resultado de la destrucción parcial de la capa de ozono. Por lo tanto, al estar perforada ésta, permite el paso libre de los rayos ultravioleta. Estos producen efectos muy graves en los seres vivos. En el

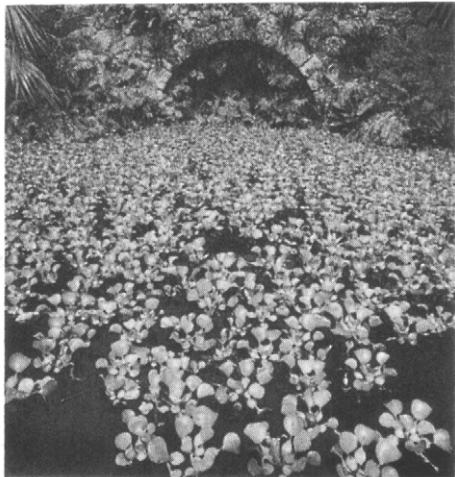
Artico se ha observado que los líquenes son afectados por esta causa; además, se sospecha de alteraciones genéticas en animales y de un aumento en el número de personas con cáncer en la piel.

—El dióxido de nitrógeno, en presencia de la LUV, reacciona con los hidrocarburos no quemados, produciendo “smog fotoquímico” que, a su vez, provoca lagrimeo y dificultad respiratoria. Para las plantas es sumamente venenoso, sobre todo para las variedades tiernas cultivadas por el hombre, por lo que algunos tipos de cultivos no son posibles en las proximidades de las ciudades.

—Los óxidos de azufre reaccionan con la humedad del ambiente, produciendo ácido sulfúrico ( $H_2SO_4$ ). Con las primeras lluvias, la concentración del ácido es más alta que cuando la temporada de lluvias se ha instalado.

Los óxidos de nitrógeno se transforman en ácido nítrico ( $HNO_3$ ). De igual manera, éste daña construcciones, monumentos, bosques, tierras de cultivo y depósitos de agua que llegan al mar, ocasionando serios problemas a la flora y fauna marinas.

—Los insecticidas y herbicidas juntos pueden ser drogas poderosas para los ecosistemas; modifican la composición del suelo y, posteriormente, al ser arrastrados por las lluvias hacia ríos y lagos contaminan el ambiente acuático.

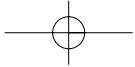


El exceso de fertilizantes en el agua favorece el crecimiento descontrolado de los vegetales acuáticos.

Los residuos de fertilizantes acarreados por las lluvias hacia ríos o lagos, producen un excesivo crecimiento de plantas acuáticas, las cuales consumen el oxígeno de las aguas y las convierten en cementerios líquidos.

El  $CO_2$  se encuentra en forma natural en la atmósfera. Sin embargo, se ha observado que en los últimos 100 años su concentración ha aumentado por dos razones: la quema de combustibles fósiles y la devastación de los bosques tropicales, lo cual ha provocado inundaciones, tormentas tropicales y el aumento de huracanes.

La emisión de los contaminantes es local, es decir, se da en un lugar específico. Después de ser emitidos son transportados por los vientos o por los ríos,



viajando cientos de kilómetros, por lo que finalmente no existe región en el mundo que no se vea afectada en menor o mayor grado.

### **Qué hacer para proteger al organismo de la contaminación**

**Calcio (Ca):** alfalfa, espinacas, berros, leche, zanahoria, rábano, miel de abeja y tortillas.

**Vitamina A:** pimientos, chile, papas, espinacas, rábano y perejil.

**Vitamina C:** naranja, toronja, limón, chile, papaya y calabacitas.

**Vitamina D:** huevo, leche y aceite de hígado de bacalao.

Fortalecer el sistema nervioso mediante la ingestión de:

—Fortalecer las defensas del organismo mediante una buena alimentación y ejercicio. Se sugiere una alimentación rica en:

**Calcio (Ca) y vitamina C:** alfalfa, espinacas y jugos cítricos.

**Zinc (Zn):** ostiones, hongos, salvado, avena y nueces.

**Vitamina B6:** leche, frijol, lenteja y plátano.

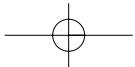
### **Qué hacer para reducir la contaminación**

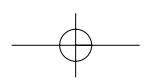
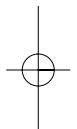
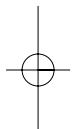
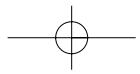
Es necesario usar otras fuentes de energía. Por ejemplo: la eólica, solar, de minicentrales hidráulicas o de biomasa. Estas fuentes de energía las proporciona la naturaleza sin ningún costo y la tecnología necesaria para aprovecharlas no es muy costosa y no contamina.

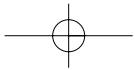
Evitar el consumo de cigarrillos en lugares cerrados, ampliar y mejorar el transporte colectivo y promover el uso de la bicicleta.

A medida que la gente se va amontonando en la Tierra ya no hay escapatoria posible, el bote de basura de una persona es el espacio vital de la otra.

*Odum, 1971.*

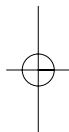
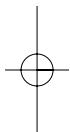
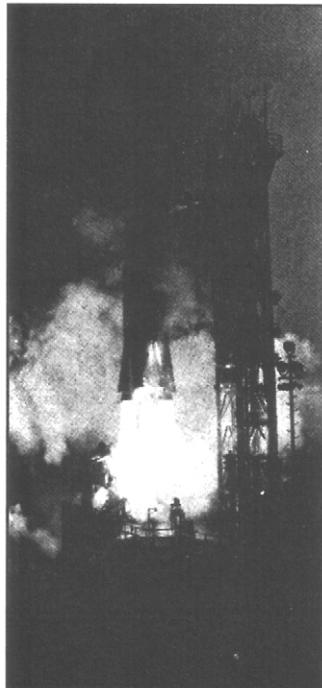






# Capítulo 5

## QUEMAR COMBUSTIBLES. OXIDACIONES

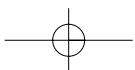


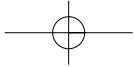
El oxígeno es un elemento muy importante en la Tierra, ya que es indispensable para llevar a cabo el proceso de la respiración. Sin embargo, es el causante de la oxidación de productos metálicos como puertas y ventanas; además, participa en la corrosión de monumentos y edificios. Por otra parte, su presencia es necesaria en las reacciones de combustión; por lo tanto, es utilizado como combustible para activar diferentes tipos de motores.

En el presente capítulo se estudiará la composición del aire, las propiedades del oxígeno, las reacciones de óxido-reducción; se describen las características de los oxidantes y reductores caseros, además, se analizan los fenómenos de la combustión y la corrosión, así como los perjuicios materiales que esta última ocasiona a la sociedad.

Para lanzar al espacio un vehículo que pesa miles de toneladas, se requieren cantidades inconcebibles de energía, toda ella proviene de reacciones de óxido-reducción.

*Steven S. Zumdahl.*





## COMPOSICIÓN DEL AIRE PURO

Corresponde a la sesión de GA 5.48 ¿QUÉ TAN PURO ES EL AIRE?

El **aire** es importante para la vida. En la antigüedad se tenía la creencia de que los cuatro elementos que constituían todas las cosas eran el agua, la tierra, el fuego y el aire.

Es en el siglo xvii cuando Roberto Boyle y Marlowe demostraron que el aire era una mezcla de gases y Lavoisier determinó su composición. Hoy se conoce que el aire es una masa gaseosa e incolora que rodea a la Tierra, conocida también con el nombre de **atmósfera**.

Un litro de aire a una temperatura de 0 °C tiene un peso de 1.293 gramos.

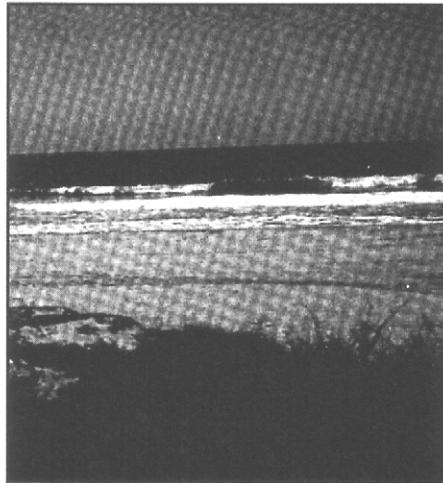
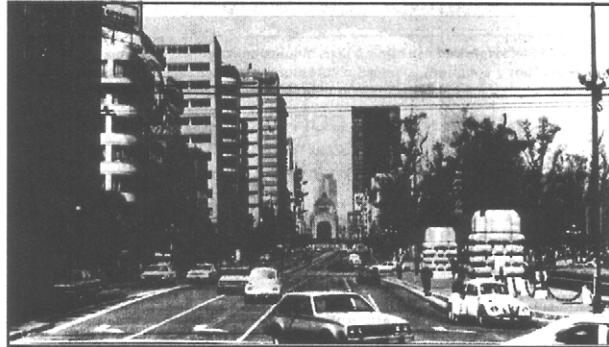
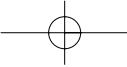
La composición del aire varía con la altitud; se sabe que a una altura aproximada de 6 km la concentración de oxígeno es menor e insuficiente para la sobrevivencia de la mayoría de los seres vivos.

La composición que a continuación se presenta es la de aire natural a nivel del mar.

Gas	Porcentaje en volumen
Nitrógeno	78.08
Oxígeno	20.95
Argón	0.91
*Dióxido de carbono	0.033
Neón	0.0018
Helio	0.0005
Kriptón	0.00011
Xenón	0.000009
*Agua	0.01
*Hidrógeno	0.01

\*Existen en proporciones variables

Los gases mencionados siempre están presentes en el aire, siendo el oxígeno, el nitrógeno y los gases nobles los que se encuentran en proporciones "fijas". Pero existen otros como el dióxido de carbono, vapor de agua e hidrógeno cuyo porcentaje varía según el lugar y el tiempo.



El dióxido de carbono es más abundante en el aire de las ciudades y el vapor de agua en el de las costas.

Es posible que también estén presentes otros gases; algunos de ellos aparecen como contaminantes aunque en menor proporción, tal es el caso del  $\text{SO}_2$ ,  $\text{NO}_2$  y partículas de polvo.

El oxígeno y el dióxido de carbono son importantes para la vida de los seres heterótrofos y autótrofos, respectivamente. El primero es aspirado por muchos seres vivos y utilizado por los tejidos en la respiración, produciendo principalmente, como desechos, agua y  $\text{CO}_2$ . El segundo es utilizado por diversos organismos autótrofos para elaborar sus alimentos.

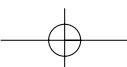
El nitrógeno diluye el oxígeno del aire moderando su acción oxidante y, aunque es un elemento necesario para la vida vegetal, no es asimilado de manera directa por la mayoría de las plantas.

La humedad en el aire es necesaria porque actúa como regulador térmico, puesto que absorbe la energía que la Tierra irradia. El vapor de agua hace posibles las precipitaciones en forma de lluvia, granizo o nieve.

Las partículas de polvo podrían considerarse como impurezas, no obstante, tienen una función importante, pues actúan como núcleos para la condensación del vapor de agua y así originar las precipitaciones.

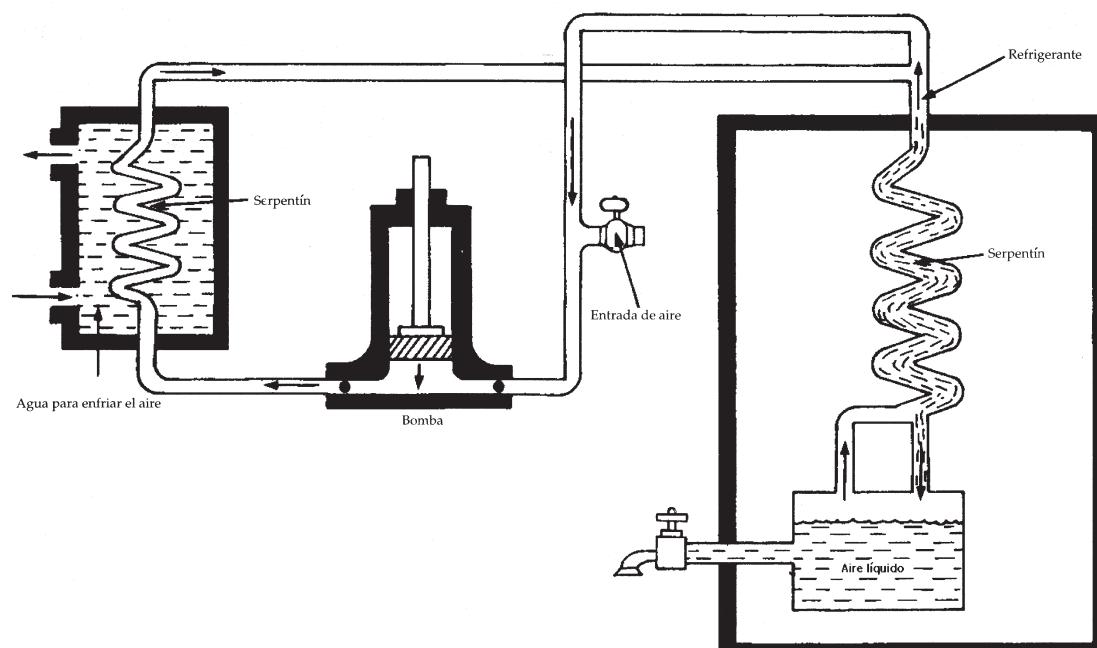
### **Separación de los componentes del aire**

Una forma para separar los principales componentes del aire es: hacerlo pasar a través de una solución de hidróxido de sodio ( $\text{NaOH}$ ) para eliminar las



**impurezas** como el CO<sub>2</sub> y algunos otros sólidos en suspensión. Posteriormente se seca.

Después, se utiliza un método llamado **licuefacción**, en donde el aire se pasa del estado gaseoso al líquido, sometiéndolo a una presión de 200 atmósferas y enfriándolo a una temperatura de 190 °C. Ya líquido, se separan el **oxígeno** y **nitrógeno** mediante una **destilación fraccionada** y como el nitrógeno tiene un punto de ebullición más bajo se separa primero.



Proceso de licuefacción

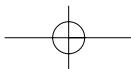
El aire, el nitrógeno y el oxígeno, separados y en estado líquido, pueden almacenarse en matraces Dewar conocidos comúnmente como termos.

El aire líquido se emplea como refrigerante en trabajos científicos, como fuente de oxígeno en aviones y cohetes y como materia prima para la obtención de oxígeno y nitrógeno de uso industrial, ya que en forma líquida recién preparada, contiene 54% de oxígeno, 43% de nitrógeno y 3% de argón.

## PROPIEDADES DEL OXÍGENO

Corresponde a la sesión de GA 5.49 PURO OXÍGENO

El aire es un mezcla de diversos gases; entre ellos se encuentra el oxígeno que ocupa aproximadamente el 21% de volumen o el 23.2% de la masa total de la atmósfera.



La composición gaseosa del aire varía con la **latitud** y, en particular, la cantidad de oxígeno disminuye con la **altitud**. Por lo tanto, es a nivel del mar donde el aire contiene más oxígeno en tanto que en las montañas hay una menor concentración del mismo.

La mayoría de los minerales contiene oxígeno. Entre ellos se encuentran los óxidos, sulfatos y carbonatos. El dióxido de silicio ( $\text{SiO}_2$ ), por ejemplo, es el principal constituyente de la arena, además de ser muy común en muchos otros compuestos.

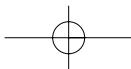
El agua está formada de oxígeno e hidrógeno. En el agua de mares, ríos y otros cuerpos de agua hay oxígeno molecular ( $\text{O}_2$ ) disuelto.

Es importante señalar que el oxígeno es un elemento químico esencial en la constitución de los seres vivos. Este es el caso, por ejemplo, del hombre.

Abundancia de elementos en el cuerpo humano		
Elementos principales	Masa porcentual	Trazas de elementos (en orden alfabético)
oxígeno	65.0	arsénico
carbono	18.0	cromo
hidrógeno	10.0	cobalto
nitrógeno	3.0	cobre
calcio	1.4	flúor
fósforo	1.0	yodo
magnesio	0.50	manganoso
potasio	0.34	molibdeno
azufre	0.26	níquel
sodio	0.14	selenio
cloro	0.14	silicio
hierro	0.004	vanadio
zinc	0.003	

Obsérvese que el oxígeno tiene el mayor porcentaje en el cuerpo humano. **Fuente:** Zumdahl, 1992.

Por lo anterior, en la atmósfera, corteza terrestre y en la hidrosfera, el oxígeno es el elemento más abundante.



Distribución de los 18 elementos más abundantes en la corteza terrestre; los océanos y la atmósfera

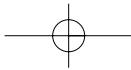
Elemento	Masa porcentual	Elemento	Masa porcentual
oxígeno	49.2	titanio	0.58
silicio	25.7	cloro	0.19
aluminio	7.50	fósforo	0.11
hierro	4.71	manganeso	0.09
calcio	3.39	carbono	0.08
sodio	2.63	azufre	0.06
potasio	2.40	bario	0.04
magnesio	1.93	nitrógeno	0.03
hidrógeno	0.87	flúor	0.03
		todos los demás	0.49

Obsérvese que el oxígeno es el más abundante en la corteza terrestre, los océanos y la atmósfera. Fuente: Zumdahl, 1992.

En la naturaleza existen tres **isótopos** del oxígeno, es decir, átomos con el mismo número atómico y diferente masa atómica; éstos son el oxígeno 16 ( $^{16}\text{O}$ ) —que ocupa el 99.759% del volumen total de oxígeno—, el oxígeno 18 ( $^{18}\text{O}$ ) —con el 0.204%—, y el oxígeno 17 ( $^{17}\text{O}$ ) —con el 0.037%—. Otros isótopos han sido producidos artificialmente, pero son muy inestables ( $^{14}\text{O}$ ,  $^{15}\text{O}$ ,  $^{19}\text{O}$  y  $^{20}\text{O}$ ).

El número que se antepone al símbolo de cada átomo representa su **masa atómica**, esto es, la suma de los protones y neutrones del mismo; y si se identifica el número atómico o de protones del elemento mediante una sencilla resta se obtiene la cantidad de neutrones de cada isótopo. Por ejemplo:

Símbolo	Masa atómica	Número atómico o de protones	Número de neutrones	Número de electrones
Oxígeno 16 ( $^{16}\text{O}$ )	16	8	8	8
Oxígeno 17 ( $^{17}\text{O}$ )	17	8	9	8
Oxígeno 18 ( $^{18}\text{O}$ )	18	8	10	8
Oxígeno 19 ( $^{19}\text{O}$ )	19	8	11	8



El oxígeno está ubicado en el grupo VI A de la Tabla periódica y es el segundo elemento más electronegativo.

Algunas propiedades del oxígeno	
Color	incoloro
Fórmula molecular	O <sub>2</sub>
Punto de fusión (°C)	- 218.4
Punto de ebullición (°C)	- 182.9
Electronegatividad	3.5

En la naturaleza, el oxígeno se produce a partir de una reacción endotérmica llamada fotosíntesis, que es realizada por cianobacterias, algas y plantas:



De manera artificial puede producirse por rompimiento (hidrólisis) de la molécula de agua:



El oxígeno puro se usa en la industria del *acero*, en el procesamiento y fabricación de metales y en la producción de *peróxidos*. También es usado en el tratamiento biológico de las aguas residuales, medicina, viajes espaciales, submarinos y como oxidante para combustible de cohetes.

El oxígeno es tan importante en nuestro planeta que sin él simple y sencillamente no habría vida tal y como se conoce.

## REACCIONES DEL OXÍGENO

Corresponde a la sesión de GA 5.50 ¡SUPERÓXIDO!

Aun cuando el oxígeno tiene una alta capacidad para atraer hacia sí los electrones que comparte (electronegatividad), sus reacciones son más lentas de lo que podría suponerse. Esto se debe a que para romper el enlace oxígeno-

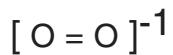


oxígeno se requiere de una gran cantidad de energía. Por ello la mayoría de las reacciones en donde ocurre el rompimiento de ese enlace se dan a altas temperaturas.

Actualmente se conocen cuatro iones del oxígeno: superóxido ( $O_2^{-1}$ ), peróxido ( $O_2^{-2}$ ), óxido ( $O^{-2}$ ) y ozónido ( $O_3^{-1}$ ).

### **Superóxido**

Presenta un doble enlace como se observa a continuación:

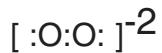


A la presión de 1 atmósfera, los metales del grupo IA; esto es, que el cesio (Cs), rubidio (Rb) y potasio (K) reaccionan con el oxígeno para formar superóxidos. Por ejemplo:



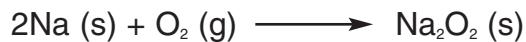
### **Peróxido**

Tiene la estructura siguiente:



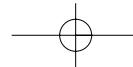
donde cada átomo de oxígeno presenta un estado de oxidación de  $-1$  y al sumarlos queda la molécula como en el ejemplo anterior, con  $-2$ .

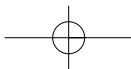
Presentan un enlace oxígeno-oxígeno (-O-O-), el cual se halla en compuestos iónicos y covalentes. Además del peróxido de hidrógeno conocido comúnmente como agua oxigenada ( $H_2O_2$ ) y el ion peróxido ( $O_2^{-2}$ ), otro ejemplo es el peróxido de sodio:



### **Óxido**

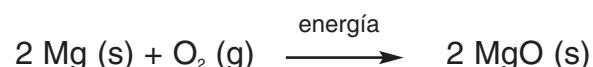
Para que un átomo de oxígeno se convierta en el ion óxido ( $O^{-2}$ ) necesita adquirir 2 electrones y absorber energía en una reacción endotérmica como la siguiente:





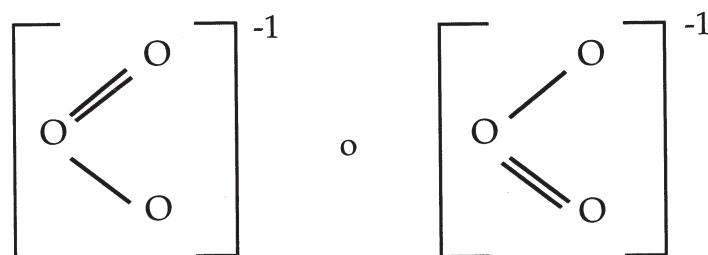
Los óxidos, por lo general, se forman a temperaturas más elevadas que los peróxidos y superóxidos.

Un ejemplo de óxido es el de magnesio:



### Ozónido

Tiene las dos estructuras siguientes:



El ion está cambiando continuamente de una a otra estructura y la carga negativa está repartida entre los tres átomos de oxígeno.

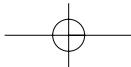
El ion ozónido se produce por la reacción del ozono ( $\text{O}_3$ ) con los hidróxidos de potasio ( $\text{KOH}$ ), de rubidio ( $\text{RbOH}$ ) y de cesio ( $\text{CsOH}$ ), así como con alquenos.

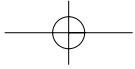
El ozono ( $\text{O}_3$ ) presenta un **contenido energético** más alto que el oxígeno ( $\text{O}_2$ ) y por lo tanto es más reactivo. De ahí que el  $\text{O}_3$  reaccione con muchas sustancias a temperaturas en las que el  $\text{O}_2$  no reacciona con ellas. Por ejemplo; el yodo húmedo se oxida por el ozono a ácido yódico de acuerdo con la siguiente reacción:



Es importante señalar que la mayoría de los “no metales” reacciona con el oxígeno. Los únicos “no metales” que no lo hacen con este elemento son los gases nobles y los del grupo VII A.

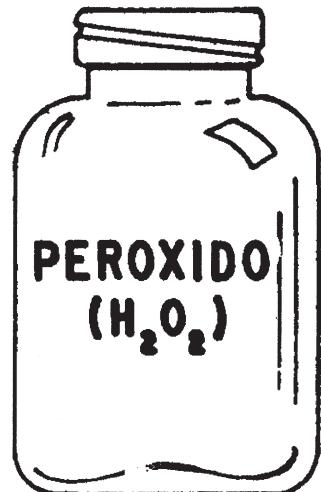
Por otra parte, exceptuando algunos metales poco reactivos como el oro ( $\text{Au}$ ), los demás metales reaccionan con el oxígeno.





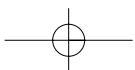
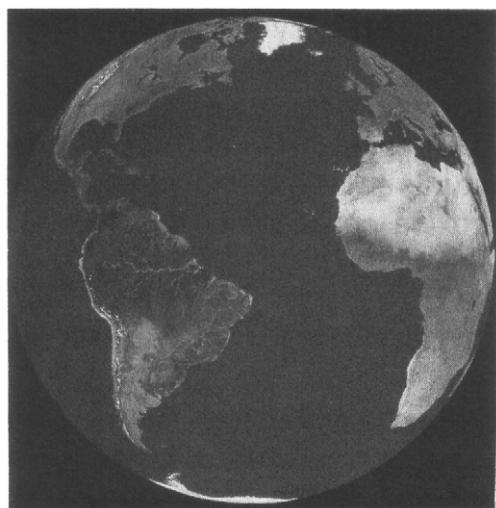
La existencia de estos iones es lo que permite que haya tanta variedad de compuestos del oxígeno como son:

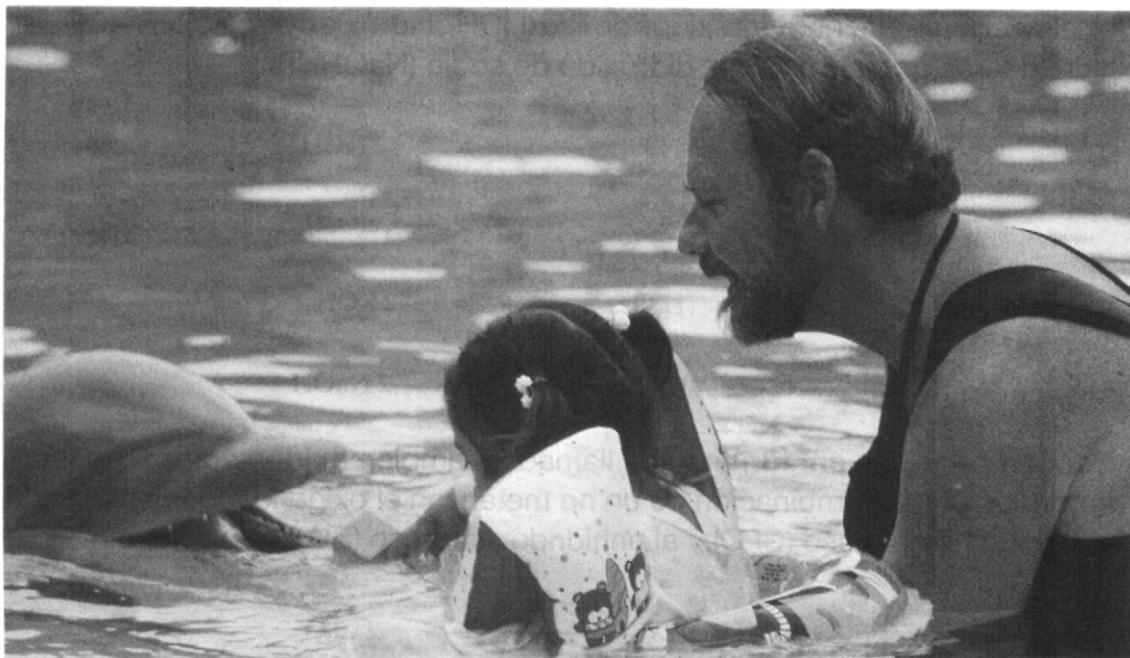
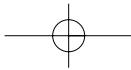
- El peróxido de hidrógeno (agua oxigenada) que se utiliza como aséptico y antiséptico.



Peróxido de hidrógeno.

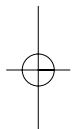
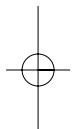
- El ozono es importante, ya que forma la capa de la atmósfera que impide, principalmente, la penetración de los rayos ultravioleta, los cuales pueden producir cáncer.





La capa de ozono permite el desarrollo de la vida en la Tierra al evitar la penetración de los rayos ultravioleta.

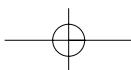
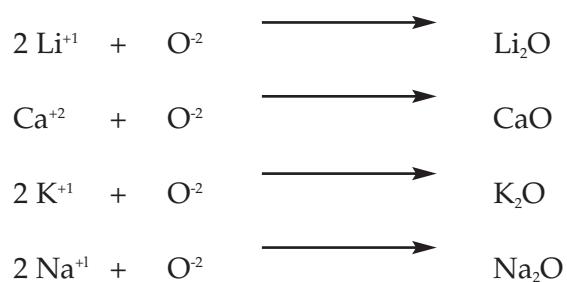
- Por último, en muchas estructuras metálicas puede observarse el fenómeno de la oxidación (corrosión).



## ÓXIDOS BÁSICOS Y ÓXIDOS ÁCIDOS

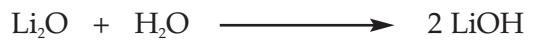
Corresponde a la sesión de GA 5.52 ¡ESTÁN QUE CORROEN!

Los **óxidos metálicos** —llamados también **óxidos básicos**— se forman mediante la combinación del oxígeno y un metal; por ejemplo: óxido de litio ( $\text{Li}_2\text{O}$ ), óxido de calcio ( $\text{CaO}$ ), óxido de potasio ( $\text{K}_2\text{O}$ ), óxido de sodio ( $\text{Na}_2\text{O}$ ).

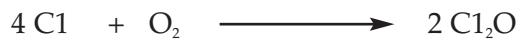




La disolución en agua de los anteriores óxidos metálicos produce soluciones alcalinas que contienen hidróxidos de litio ( $\text{LiOH}$ ), hidróxido de calcio ( $\text{Ca(OH)}_2$ ), hidróxido de potasio ( $\text{KOH}$ ) e hidróxido de sodio ( $\text{NaOH}$ ).



Por otra parte, los **anhídridos** son llamados también **óxidos ácidos** y están formados por la combinación de un no metal con el oxígeno; por ejemplo: el anhídrido hipocloroso ( $\text{Cl}_2\text{O}$ ) y el anhídrido sulfuroso ( $\text{SO}_2$ ).

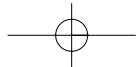


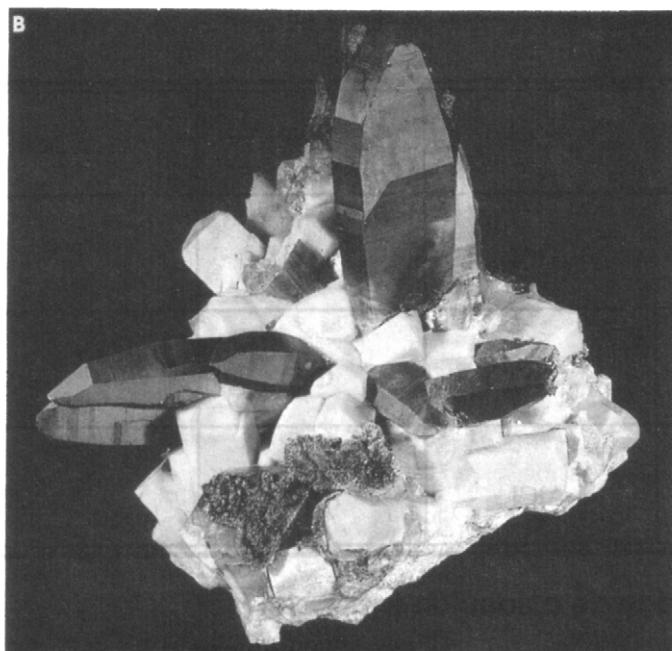
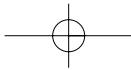
Al entrar en solución con agua, esos óxidos forman ácidos como el ácido hipocloroso ( $\text{HClO}$ ) y el ácido sulfuroso ( $\text{H}_2\text{SO}_3$ ).



La denominación de óxidos básicos y óxidos ácidos no es muy utilizada, ya que algunos elementos pueden formar tanto un óxido básico como uno ácido y ciertos óxidos no se combinan con el agua.

Los óxidos en la naturaleza son muy abundantes e importantes; la mayoría de los metales se encuentran formando compuestos con el oxígeno y el azufre (no metales) en diversos minerales.





óxido de silicio ( $\text{SiO}_2$  o cuarzo).

En la corrosión, los metales se oxidan, ese proceso les permite regresar en cierta forma a su “estado original”, pero también genera muchas pérdidas económicas; aproximadamente la quinta parte del acero y el hierro que se producen anualmente, se emplea en la sustitución de metal oxidado, proceso que cuesta miles de millones de pesos.

A pesar de la facilidad con que se oxidan los metales, éstos se siguen usando para construir a la intemperie porque la mayoría de ellos desarrolla una delgada capa de óxido que los protege de una oxidación profunda.

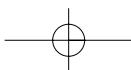
## NÚMEROS DE OXIDACIÓN Y FÓRMULAS QUÍMICAS

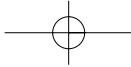
Corresponde a la sesión 5.53 PIDEN Y NO LES DAN

El número de oxidación puede tener varios usos en la química; algunos de éstos son: la escritura correcta de las fórmulas, la predicción de las propiedades de los compuestos y el balanceo de reacciones de óxido-reducción.

Al número de oxidación se le llama también **valencia**; por ello mismo, si se conoce dicho número, se pueden escribir correctamente las fórmulas recordando siempre que, en general, las moléculas son eléctricamente neutras.

Así lo muestra la tabla de la siguiente página:





Anión Catión \	$\text{Cl}^{-1}$	$\text{O}^{-2}$	$\text{SO}_4^{-2}$
$\text{H}^{+1}$	$\text{HCl}$	$\text{H}_2\text{O}$	$\text{H}_2\text{SO}_4$
$\text{Ca}^{+2}$	$\text{CaCl}_2$	$\text{CaO}$	$\text{CaSO}_4$
$\text{Al}^{+3}$	$\text{AlCl}_3$	$\text{Al}_2\text{O}_3$	$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$

### Número o estado de oxidación (valencia)

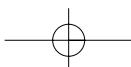
El número o estado de oxidación (valencia) de un elemento es un **número entero**, asignado a dicho elemento en un compuesto o en un ion.

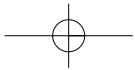
Los números de oxidación se asignan mediante las siguientes reglas:

- El número de oxidación de todos los elementos en su estado básico es cero. Ejemplos: Na, Mg,  $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$  y  $\text{Cl}_2$ .
- El número de oxidación del oxígeno combinado es  $-2$ , excepto en los peróxidos y superóxidos que es  $-1$ .
- El número de oxidación del hidrógeno combinado es  $+1$ , excepto en los hidruros que es  $-1$ .
- Cuando los elementos del grupo IA están combinados, su número de oxidación es  $+1$ .
- Cuando los elementos del grupo IIA están combinados, su número de oxidación es  $+2$ .
- Cuando los elementos del grupo VIIA están combinados, su número de oxidación es  $-1$ .

Los principales pasos para encontrar los números de oxidación son los siguientes:

1. Escribir cada número de oxidación que se conozca, en la parte superior derecha de cada elemento.





2. Multiplicar cada número de oxidación por el número de átomos del elemento en el compuesto y escribir el número resultante debajo del elemento en la fórmula.
3. Escribir una ecuación que indique la suma de todos los números de oxidación en el compuesto (recuérdese que esa suma debe ser igual a cero).
4. De acuerdo con la ecuación del paso anterior, colocar el número de oxidación correspondiente al elemento del cual se desconocía dicho número.

Algunos ejemplos de la aplicación de dichos pasos son los siguientes:

—Calcular el número de oxidación del carbono (C) en el CO<sub>2</sub>



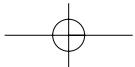
El número de oxidación de C es + 4.

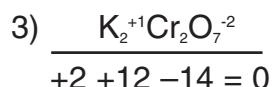
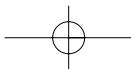
—Calcular el número de oxidación del azufre (S) en el H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>



El número de oxidación del azufre (S) es + 6.

—Calcular el número de oxidación del cromo (Cr) en el K<sub>2</sub>Cr<sub>2</sub>O<sub>7</sub>





El número de oxidación del cromo (Cr) es **+ 6**.

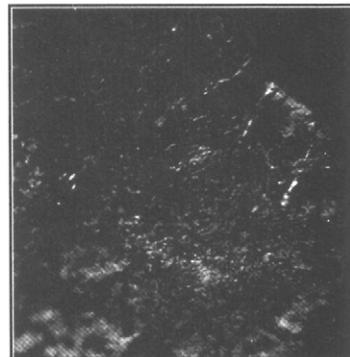
Nótese que el número de oxidación es 6, ya que son dos los átomos de cromo.

## REACCIONES DE OXIDACION Y REDUCCION

Corresponde a la sesión de GA 5.54 ¿TE OXIDAS O TE REDUCES?

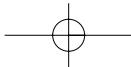
Cuando una persona va de compras y paga por el objeto que adquiere “ pierde” su dinero y el vendedor lo “gana”, a cambio de cierto artículo. Algo similar ocurre en las reacciones de óxido-reducción.

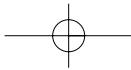
La **oxidación** se define como la **pérdida** de electrones en un átomo y la **reducción**, como la ganancia de ellos.



El  $\text{CuSO}_4$  contiene cobre oxidado, el  $\text{SnO}_2$  contiene estaño oxidado y el cobre aleado con el estaño (bronce) son metales reducidos.

Considerando lo anterior, cualquier reacción química en que se presente uno de estos procesos implicará por fuerza el otro —si un elemento pierde electrones, otro habrá de ganarlos—; por esta razón se les llama **reacciones de oxidación-reducción**, conocidas también como reacciones de **redox**. Resulta conveniente precisar que en términos netos no se pierden ni se ganan electrones, sino que se intercambian.



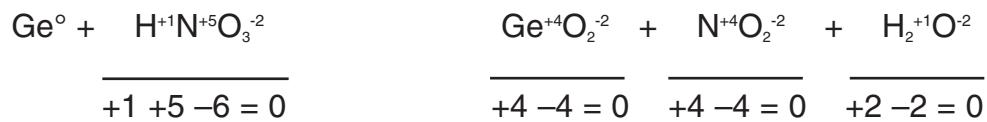


El proceso puede implicar una transferencia completa de electrones para formar enlaces iónicos o la transferencia parcial, también llamada corrimiento de electrones, para formar enlaces covalentes.

### **Balanceo de reacciones de oxidación-reducción**

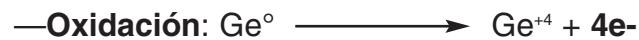
Para balancear reacciones de oxidación-reducción se utilizará el **método de cambio de número de oxidación**, que consiste en los siguientes pasos:

1. Identificar los elementos que se oxidan y los que se reducen y escribir sus números de oxidación. Un ejemplo se aprecia en la siguiente reacción:



Es apreciable el cambio en los números de oxidación del germanio (Ge) y del nitrógeno (N).

2. Poner dos ecuaciones nuevas con los elementos que cambiaron de número de oxidación y hacer la suma de electrones para equilibrar eléctricamente las ecuaciones.

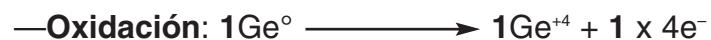


En este caso el germanio ( $\text{Ge}^{\circ}$ ) pierde 4 electrones ( $\text{Ge}^{+4}$ ).

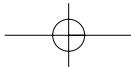


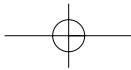
En esta ecuación se observa que el nitrógeno ( $\text{N}^{+5}$ ) gana 1 electrón y queda como  $\text{N}^{+4}$ .

3. Se multiplican las dos ecuaciones por los menores números enteros que igualen, entre ambas, la pérdida con la ganancia de electrones. Oxidación por 1 y reducción por 4.



y queda de la forma que se expone en la siguiente página:

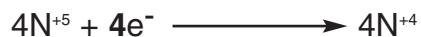




donde el germanio pierde 4 electrones.



y queda de la siguiente manera:



donde los cuatro nitrógenos ( $4\text{N}^{+5}$ ) ganan 4 electrones, uno cada nitrógeno, y quedan  $4\text{N}^{+4}$ .

4. Los coeficientes obtenidos, para cada elemento en las ecuaciones de oxidación-reducción ya balanceadas, se transfieren a los compuestos, moléculas y átomos de la reacción original donde se encuentren esos elementos. Retomando el ejemplo sería 1 para el germanio y 4 para el nitrógeno, resultando lo siguiente:



Pero como el coeficiente 1 no se coloca, la ecuación queda:



5. Por último, se balancean los elementos restantes no oxidados ni reducidos por tanteo.



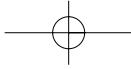
En los laboratorios médicos y centros de investigación se llevan a cabo reacciones de óxido-reducción, en las cuales es fundamental conocer el tipo de sustancias utilizadas, su concentración y cuáles de ellas se reducen u oxidan, para obtener los productos deseados.

Algo similar ocurre en todas las industrias y en particular en la industria metalúrgica, en donde el conocimiento y control de los procesos químicos son indispensables.

## REDUCCIÓN

**Corresponde a la sesión de GA 5.55 EL QUE SE REDUCE, GANA**

En muchas industrias que se dedican a la extracción y refinación de metales se utilizan procedimientos físicos y químicos (técnicas metalúrgicas) para



obtener un metal a partir de su **mena**, es decir, de los compuestos naturales que lo contienen.



La obtención del fierro se realiza en un Alto Horno, a partir de la siderita, básicamente.

Los procedimientos físicos se utilizan principalmente para separar las impurezas (ganga) de la mena.

Los procedimientos químicos, como **oxidaciones y reducciones**, se utilizan para separar el metal del mineral.

### Metalurgia

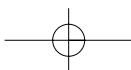
Es el conjunto de procedimientos que se utilizan para extraer los metales a partir de sus menas.

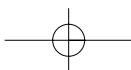
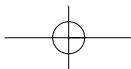
### Menas

Son compuestos naturales donde existe tal concentración de un metal que su explotación resulta provechosa.

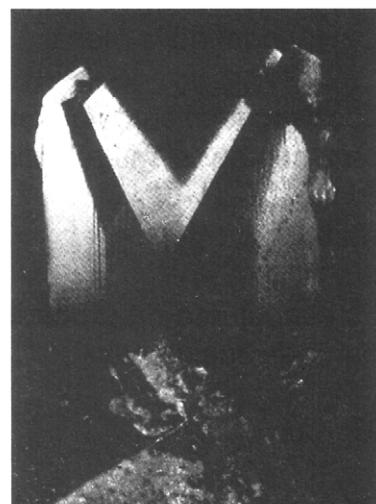
Solamente en la corteza terrestre es posible encontrar a los metales formando compuestos estables como óxidos, hidróxidos, sulfuros, carbonatos, sulfatos y silicatos, entre otros.

Algunos metales y minerales importantes son los que se muestran en la tabla de la siguiente página:





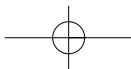
Metal	Mineral	Fórmula
Al	Bauxita	$\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
Cu	Chalcocita	$\text{Cu}_2\text{S}$
	Cuprita	$\text{Cu}_2\text{O}$
Sn	Casiterita	$\text{SnO}_2$
	Magnetita	$\text{Fe}_3\text{O}_4$
Fe	Hematita	$\text{Fe}_2\text{O}_3$
	Limonita	$\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$
	Siderita	$\text{FeCO}_3$
Ni	Pentlantita	$\text{NiS} \cdot 2\text{FeS}$
Pb	Galena	$\text{PbS}$
Zn	Blenda	$\text{ZnS}$
	Hemimorfita	$2\text{ZnO} \cdot \text{SiO}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$
Au	Estado negativo	
Ag	Argentita	$\text{Ag}_2\text{S}$

Minerales de oro (Au) y de aluminio ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ )

Cuando se extraen las menas, en ocasiones llevan grandes cantidades de materiales extraños como arena, arcilla y caliza, impurezas que se conocen con el nombre de **ganga**.

Para separar la ganga se emplean procedimientos físicos como los siguientes:

1) el lavado, esto es, la mena pulverizada se lava con agua corriente; 2) la flotación por espuma, es decir, la mena pulverizada se coloca en un tanque que

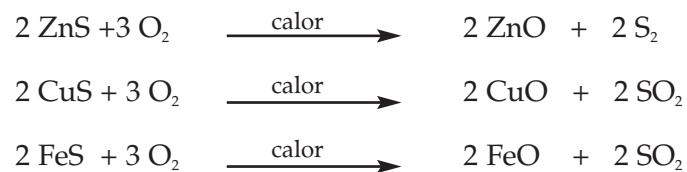


contiene aceite y agua, se burbujea aire para formar espuma de tal modo que en ella quede el mineral, mientras que la ganga se va al fondo (este procedimiento se utiliza para las menas de plata, cobre y zinc); y 3) la separación magnética, que se puede utilizar si el mineral es de hierro.

Una vez concentrado el mineral, éste se somete a procesos químicos en los cuales, tomando en cuenta el tipo de compuesto que se va a procesar, se tuesta o se calcina para obtener el óxido metálico.

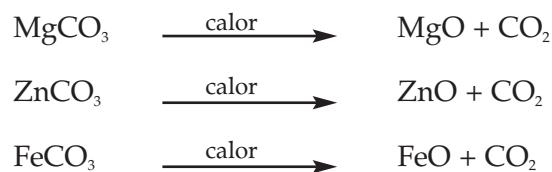
### Procesos químicos metalúrgicos para la obtención de metales

La **tostación** se utiliza cuando el mineral es un **sulfuro**; éste se calienta al rojo en presencia de oxígeno obteniéndose el óxido metálico, como se muestra a continuación:



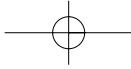
Con las ecuaciones anteriores se representa la tostación de los minerales de zinc (sulfuro de zinc, ZnS), de cobre (CuS) y de fierro (FeS).

La **calcinación** se utiliza cuando el mineral es un **carbonato**; éste se calienta a altas temperaturas en ausencia de oxígeno, hasta obtener los óxidos metálicos. Algunos ejemplos son los carbonatos de magnesio ( $\text{MgCO}_3$ ), de zinc ( $\text{ZnCO}_3$ ) y de fierro ( $\text{FeCO}_3$ ):

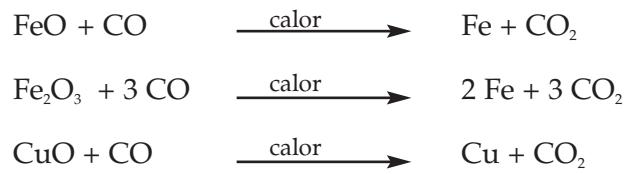


Después de la tostación y de la calcinación, los óxidos metálicos obtenidos se someten a un proceso llamado reducción.

La **reducción** es un proceso químico que se lleva a cabo en hornos especiales donde la mena se mezcla con *hulla* o *coque* para producir monóxido de



carbono (CO); y esto por la combustión incompleta del carbono, el cual es un compuesto que **reduce** el óxido a metal libre. Obsérvense los siguientes ejemplos:

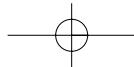


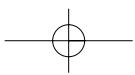
Después de la reducción, algunos metales, como el hierro, acarrean cierta cantidad de carbono (5% aproximadamente), lo cual le confiere propiedades no metálicas; por ejemplo, se vuelve quebradizo. Este metal recibe el nombre de hierro colado y se usa comúnmente en la fabricación de tubos y moldes de vaciado.

Si lo que se pretende es fabricar herramientas, cadenas o clavos, por ejemplo, es necesario disminuir el contenido de carbono (hasta el 0.2% aproximadamente) sometiéndolo a una segunda fundición y obteniendo el llamado hierro dulce o forjado.

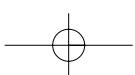
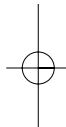
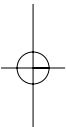
Para eliminar impurezas después de la reducción, se utilizan otros métodos además del ya señalado, por ejemplo: la electrólisis.

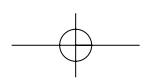
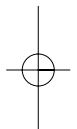
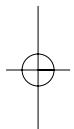
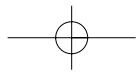
Por todo lo anteriormente visto, se puede señalar que es muy importante conocer el grado de pureza que tiene un metal para así determinar su uso.

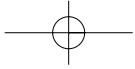




# LENGUA EXTRANJERA (INGLES)







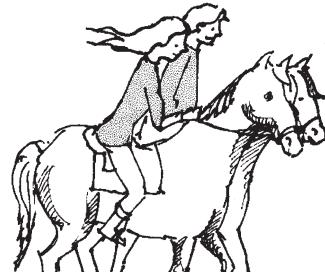
## THE HORSEBACK RIDE

Corresponding to session 3.29 of GA THE HORSEBACK RIDE



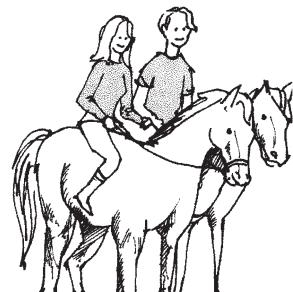
Catalina: —Do you like horses?

Santiago: —Oh, yes I've always liked animals. I'm studying to be a veterinarian.



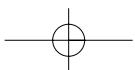
Catalina: —Really? I've always loved animals, too.

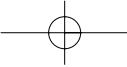
Santiago: —That's great! .



Catalina: —And, were you born in Villagrán?

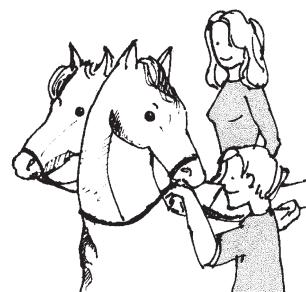
Santiago: —Yes, but I've lived in Mexico City for seventeen years.  
But my relatives have always lived here. What about you?





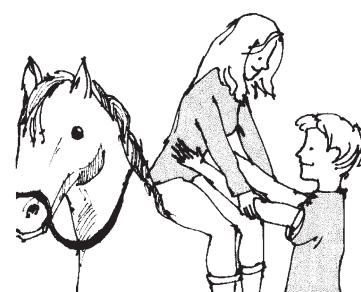
Catalina: —Well, I was born in Mexico City, but my parents decided to move here, because it's so polluted. Did you go to school there?

Santiago: —Sure, I've studied there since I was five.



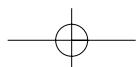
Catalina: —Do you know something?, I want to become a veterinarian, too.

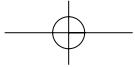
Santiago: —That's great! And we may work together when we finish.



Catalina: —That would be nice!

Santiago: —Well, **you** are **very** nice.





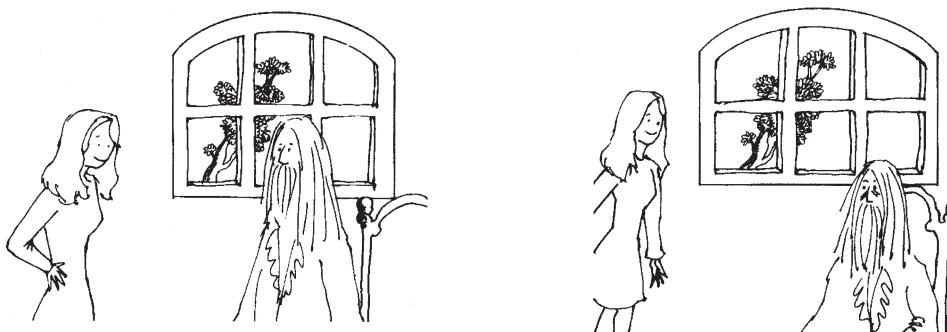
## LOOK AT THIS!

I		studied	in Mexico City	Attention
You		lived	in Villagran	
We	have	always loved	animals	I also like animals. love animals, too.

I	ve	always	lived here. liked horses. loved animals.
You	have	never	liked snakes visited the USA.

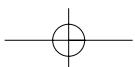
## THE BEAUTY AND THE GHOST

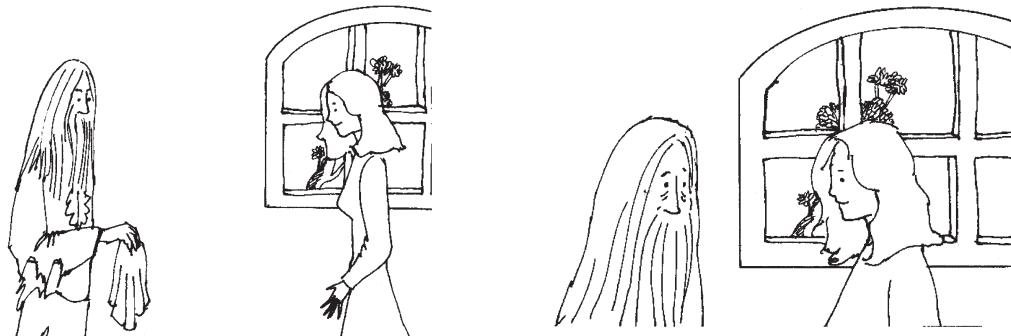
Corresponding to session 3.30 of GA THE BEAUTY AND THE GHOST



Catalina:—What is it? You look terrible! Have you been crying?  
 Ghost: —What? Have you been there for a long time?  
 Catalina:—Only a few minutes. Are you sick?

Ghost: —No, I'm tired. I haven't slept for a hundred years.  
 Catalina:—Oh! poor ghost. Are you hungry? I have an apple in my bag.  
 Ghost: —No, I'm not hungry. I'm just exhausted.





Catalina:—What have you done lately? We've missed you. You haven't shown yourself very much.  
 Ghost: —Well, I've been very busy cleaning my suit.  
 Catalina:—Oh, those kids! Please forgive them, so I can forgive you.

Ghost: —Forgive me!?  
 Catalina: —Yes, you stole my paint. You've used all the red and all the blue and then the orange and green.  
 Ghost: —I had to.

### LOOK AT THIS!

What	have	you	studied done painted read	lately?	I We They	have 've	been busy. done a lot of things.
------	------	-----	------------------------------------	---------	-----------------	-------------	--

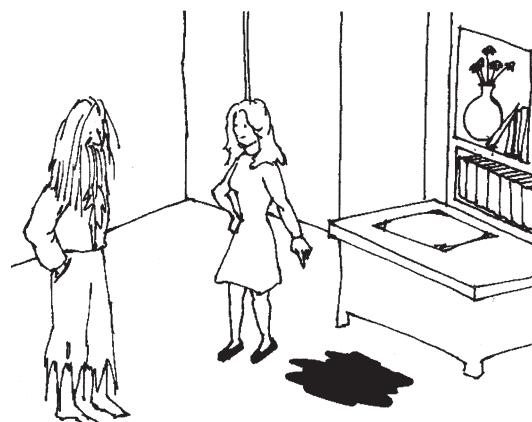
Have	you they	been	there for a long time?	Yes,  No,	I we they	have.
		read studied	the book? the lesson?			haven't.

Negative sentences			
I	have never	read studied cried painted missed shown used studied cried painted been done	
You	have not		much.
We	(haven't)		
They			lately.

Attention!			
read		read...	
be		been...	
sleep		slept...	
do		done...	
miss		missed...	
show	Have you	shown...	?
use		used...	
study		studied...	
cry		cried...	
paint		painted...	
be		been...	
do		done...	

## WHY ARE YOU HERE?

Corresponding to session 3.31 of GA WHY ARE YOU HERE?



Catalina: —Why do you always repaint that spot?  
 Ghost: —Because that's my wife's blood. She was murdered.  
 Catalina: —That's not blood! It's my paint.

Ghost: —Well, it's not easy to get real blood.  
 Catalina: —Oh! I see, but green blood?



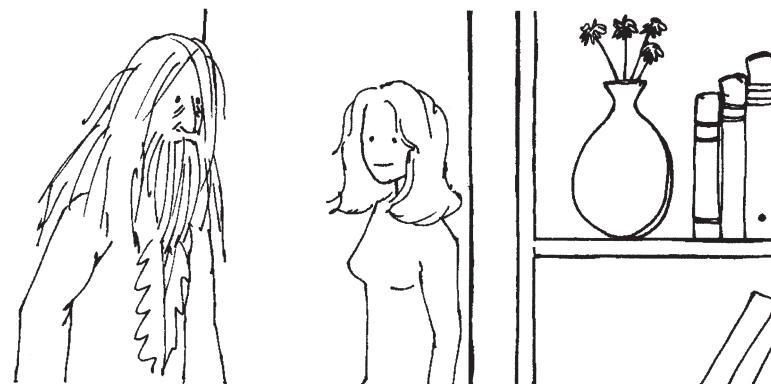
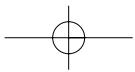
**Ghost** — What else could I do? Everybody expects to find a blood spot there everyday, and you kept cleaning it.  
**Catalina:** — Oh! I see. By the way, how long have you been busy with that spot?

**Ghost:** — For more than a hundred years.  
**Catalina:** — Just a minute! You killed your wife. Why?  
**Ghost:** — She was a good woman, but I was jealous.



**Catalina:** — I see, and how did you die?  
**Ghost:** — Her brothers punished me. They locked me up in a basement and let me starve to death. I haven't rested since then and I'm so tired!  
**Catalina:** — I'm sorry. I wish I could help.

**Ghost:** — You can.  
**Catalina:** — Really? Tell me what to do.  
**Ghost:** — Come to the basement with me. I'll show you.

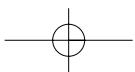


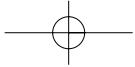
Catalina: —How far is that?  
Ghost: —It's not too far, come with me.

### LOOK AT THIS!

How long	have	you they	been here? played football? studied English? gone to school?	Two Three Ten	minutes. hours. months. years.
	has	he she it			

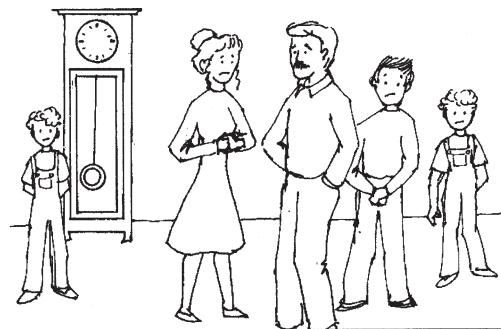
I	have	been here played football studied English gone to school	for	more than a hundred years. eleven months one year. eight years.
We They				
He She	has			





## THE MISSING GIRL

Corresponding to session 3.32 of GA THE MISSING GIRL



D. Georgina:—Catalina! Cata, where are you? Lazaro, have you seen Catalina? I can't find her.

Lazaro: —Not since 5 o'clock. Where can she be?

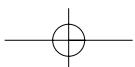
D. Georgina:—I have no idea. Catalina! Let's look for her. Lazaro, look in the stables. Porfirio go and see if she's in the basement. Father, help me; look in the house and the garden.

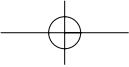
D. Georgina:—Oh! Catalina, my baby. What has happened to her? She's not in the hacienda.

Don Othon: —We have looked for her for hours.

Lazaro: —The ghost! Do you think the ghost has killed her?

D. Georgina:—Don't even think about it.





Don Othon: —Who can help us? I've already called the police. Santiago of course!

D. Georgina:— Lazaro; go and call Santiago.

### LOOK AT THIS!

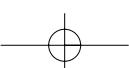
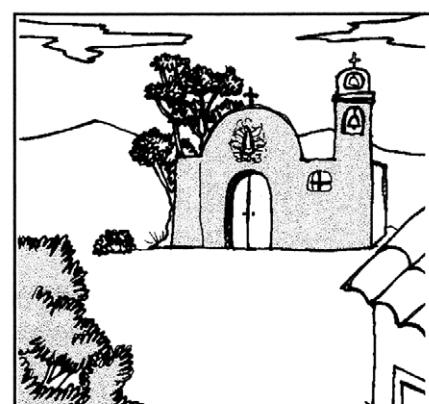
He She		gone to been to visited	the hacienda.
It (the ghost)	has	seen killed looked for	her.

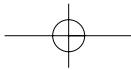
### HAUNTINGS

Corresponding to session 3.33 of GA HAUNTINGS

- 1) Every country in the world has its own unique traditions, folklore and hauntings, familiar only to those who were born or live locally. Stories of spectral nuns and monks abound.

Why should there be so many haunted churches? For centuries they have been the focal point of deep human emotions – joy at weddings, grief at funerals; the terror of fugitives seeking sanctuary, supplication in time of hunger and war—and such powerful emotions are said to leave their “print” on surroundings.





Often the phenomena are not visual but manifest themselves through chanting, organ music, the smell of incense and even poltergeist activity.

Poltergeists, or noisy ghosts, have been harassing people for centuries. Hundreds have witnessed ghostly rappings, footsteps and objects being hurled about: yet there is still no scientific explanation for them.<sup>1</sup>

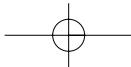


2) **Apparition**, a supernatural appearance in the image of a person living or dead. In its widest sense, it incorporates visions, clairvoyance, hallucinations and other such supernormal experiences. Apparitions can also be in the likeness of animals and inanimate objects. A ghost is specifically the apparition of a deceased being, either human or animal. The belief in apparitions is very ancient and is to be found in some form or other in every society. Explanations and interpretations are very numerous and cover a wide range of theories, including ILLUSION, ASTRAL PROJECTION and PSYCHOMETRY. Within recent years there has been much scientific investigation of the phenomenon, especially by the Society of Psychical Research.

See also ANCESTOR WORSHIP; ANIMISM; CLAIRVOYANCE; HALLUCINATION; PSYCHICAL RESEARCH; SPIRITUALISM; TELEPATHY.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Mc ewan, Graham J., *Haunted Churches of England*, Londres, St., Edmundsbury Press, 1989. Knight, David C., *Poltergeists: Hauntings & the haunted*, Londres, J. M. Dent & Sons, 1977.

<sup>2</sup> *Everyman's Encyclopaedia*, Londres, J. M. Dent & Sons, vol. 1, 6a ed., 1978, p. 375.





## NOVEMBER 2nd.

Corresponding to session 3.34 of GA NOVEMBER 2nd.



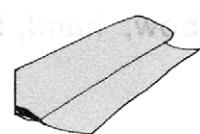
scissors



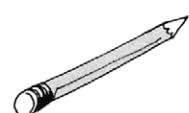
adhesive tape



glue



wax paper



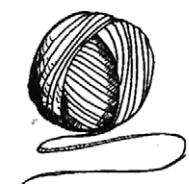
pencil



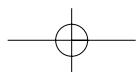
cardboard

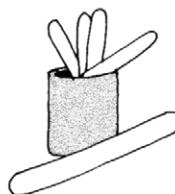
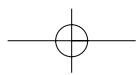


needle

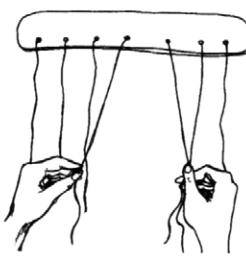
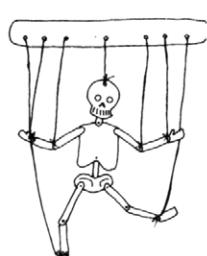
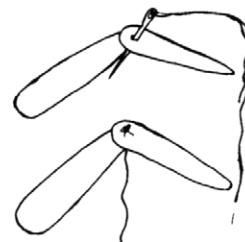
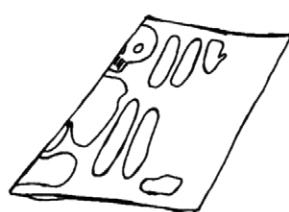


yarn

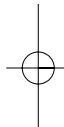
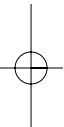




stick



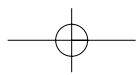
Right: foot, hand, elbow, head.  
Left: elbow, hand, foot.

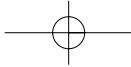


mummy



vampire





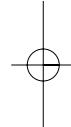
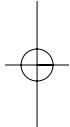
She lives during the night. She has big eyes, canine teeth and an awful smile. She's a vampire.



He's from Egypt. He's never cold, and he's very strong. He's a mummy.



Day of the Dead. Vampires are here! November 2nd.



## REST IN PEACE

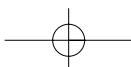
Corresponding to session 3.35 of GA REST IN PEACE

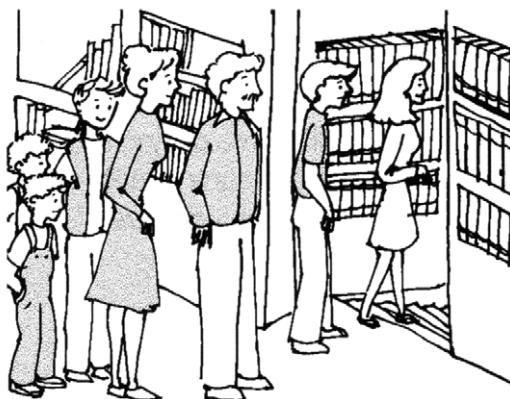


Doña Georgina:—Cathy, my dear! Where have you been?, are you all right?

Catalina: — Yes, yes. Come with me. You must help me.

Don Othon: — Help you?

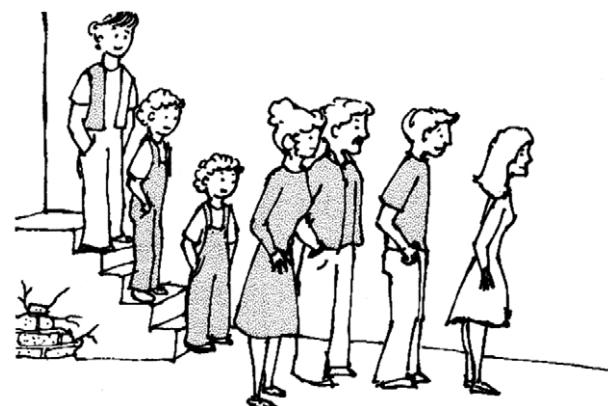




Catalina: —Yes, to bury the ghost. I mean the skeleton of the ghost. He died in the basement.

Don Othon: —I looked for you in the basement. You weren't there.

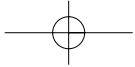
Catalina: —There's a secret corridor. Don Santiago pushed a button; a door opened and there it was. It was horrible!



Doña Georgina:—What?

Catalina: —The skeleton behind bars, stretching his arms towards the plates and cup on the floor. The ghost knelt and started screaming. He called out his wife's name and said, "Forgive me, Magdalena, my dear wife, forgive me". Look, there he is now.

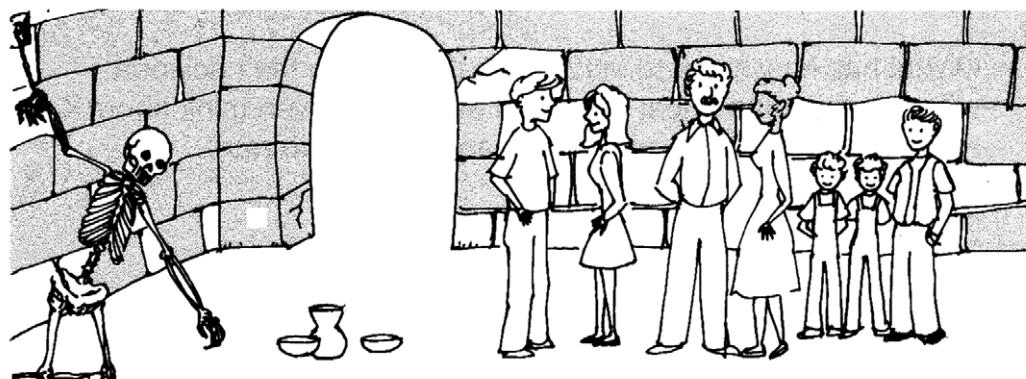
Santiago: —How terrible! And, what happened then?



Catalina: — I was so sad that I cried and cried. And then he became very bright and white! "I've been forgiven! You cried for me and I've been forgiven" he said. Then he showed me where he wanted to rest.

Santiago: — Where? How far is it?

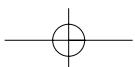
Catalina: — Not too far. Over there, at the top of the hill behind the hacienda under the big pine tree. Hurry. Let's put the bones in a coffin. At last Don Santiago has been forgiven and is going to rest.



Santiago: — Catalina, Don Santiago is resting in peace. He is happy now. Make me happy, too. Marry me. I love you!

Catalina: — Yes, Santiago. I love you and we'll get married. But first things, first.

Santiago: — OK. Let's go.





## SUMMARY

### Functions

1. Informing about present actions that started in the past.

—I've been very busy cleaning my suit.  
—You've cried for me and I have been forgiven.  
—I've always loved animals.

2. Informing about present actions that started in the past.

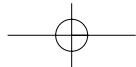
—Have you been there for a long time?  
—I haven't slept for 100 years.  
—Where have you been?  
—I haven't seen you for a long time.

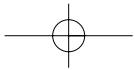
3. Inquiring about time duration and distance.

—How long have you been busy with the spot? For over a hundred years.  
—How far is the basement? It's not too far.  
—How far is that? Not too far, over there.

4. Asking and answering questions about other people's actions.

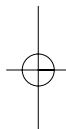
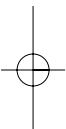
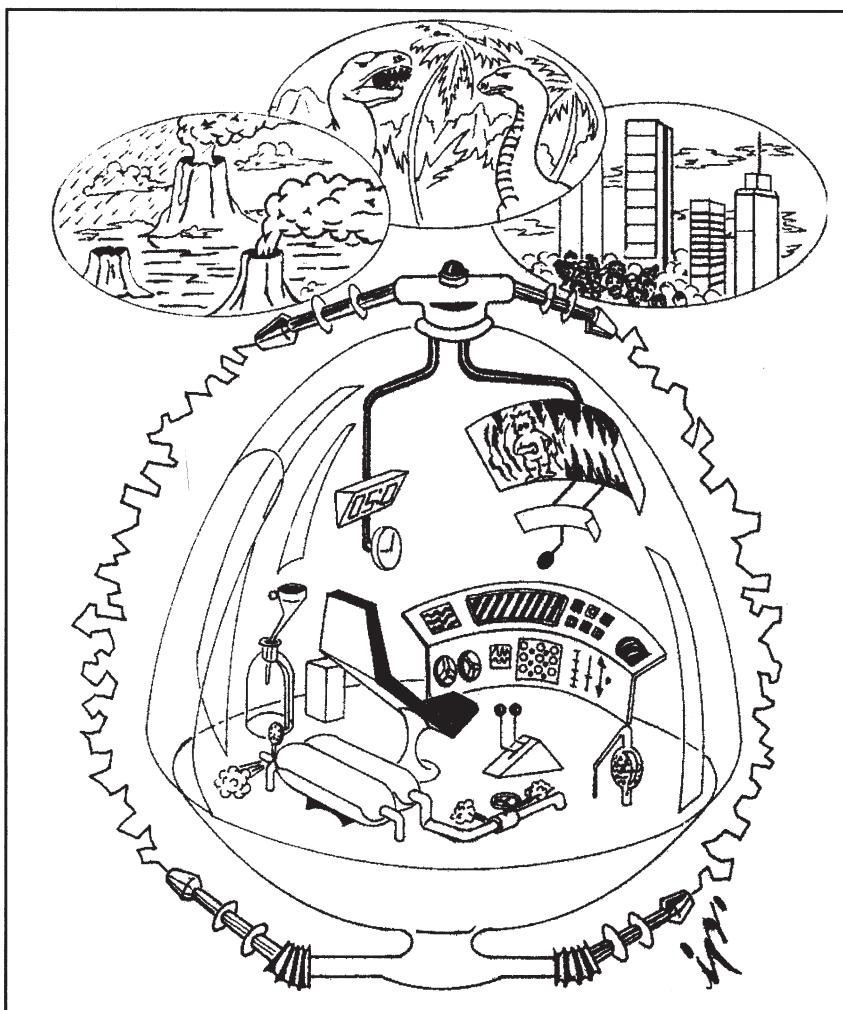
—What has happened to her? She's nowhere in the hacienda.  
—Do you think the ghost has killed her? Don't even think about it.  
—Don Santiago has been forgiven and is going to rest.





## Chapter 4

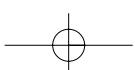
### A TIME MACHINE

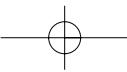


El futuro es intrigante. Nadie sabe ni puede decir con exactitud qué sucederá en el porvenir.

En este capítulo se te presentarán algunas posibilidades de cómo será el futuro. La historia **A Time Machine** es un claro ejemplo de lo que puede suceder. ¿Podemos acaso solucionar los problemas de hoy en día?

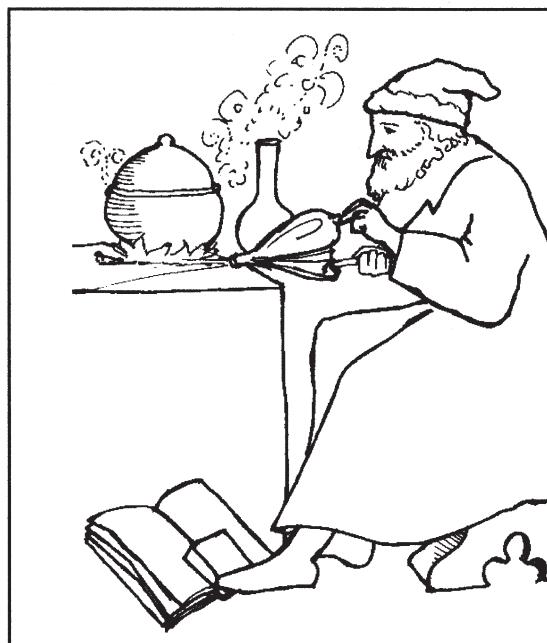
Sigue con atención la historia y hazte la siguiente pregunta: ¿Nuestro futuro será igual?



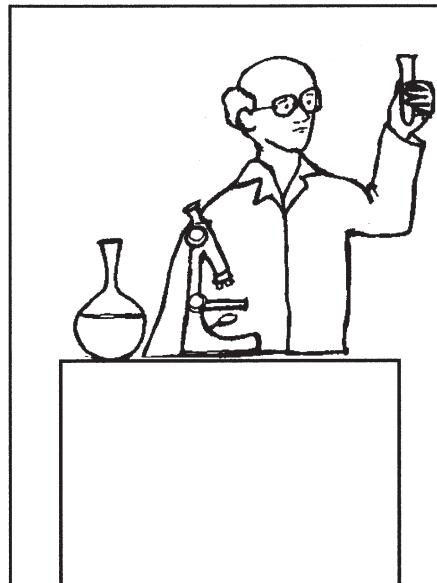


## SCIENTIFIC EXPERIMENTS

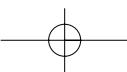
Corresponding to session 4.38 of GA SCIENTIFIC EXPERIMENTS



1 Since earliest times man has tried to explain what was happening in the world about him. Many times his explanations were based on **beliefs** in demons, in gods, and in witches. Modern science is based on a belief that the universe can be understood through observation, experiment, and **measurement**.  
 9 Basic **research** uncovers principles. In applied science, basic ideas are used for the solution of practical problems. Modern scientists test all ideas before accepting them. Scientific authorities present their ideas so that they can be checked by anyone who cares to do so. Many ideas which sounded reasonable and like "common sense" have been proved false when examined by the methods of science. Each problem solved opens up new ones.<sup>1</sup>

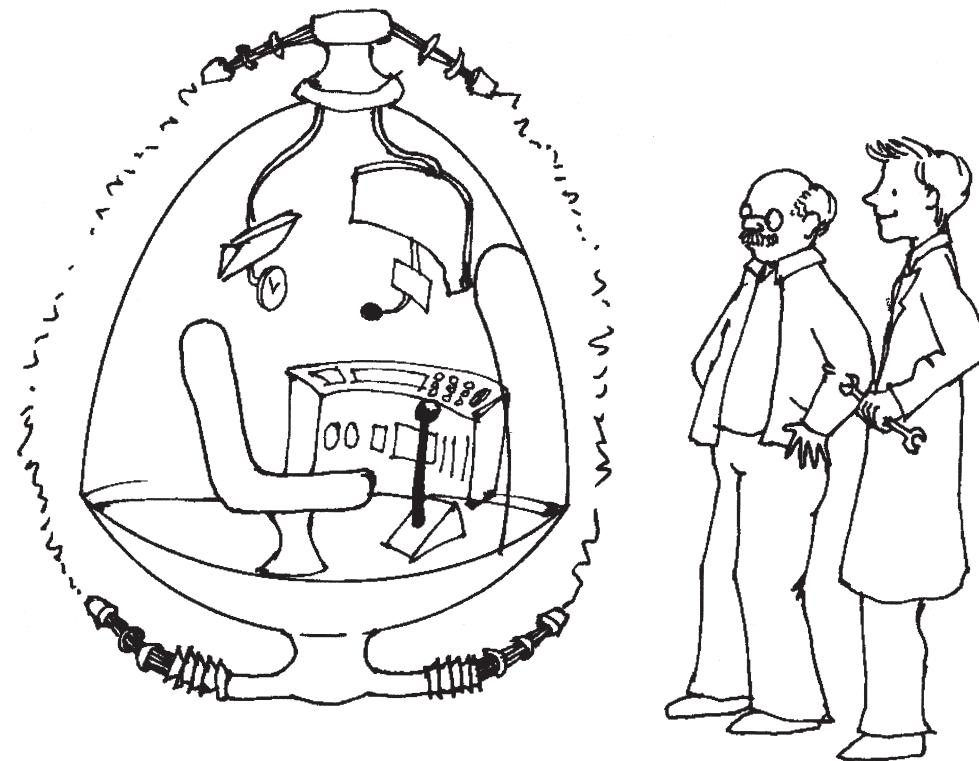


<sup>1</sup> Barnard, Darrell, Stendler, Celia, Spock, Benjamin, *Science: A way to Solve Problems*, Nueva York, Macmillan, 6a ed., 1966, p. 8 (Col. Macmillan Science Series).



## A SCIENTIFIC PROJECT

Corresponding to session 4.39 of GA A SCIENTIFIC PROJECT



Mr Elliot:

- Well, Professor wells, have you finished your machine?
- You've had some problems with the **ignition system**. Haven't you?
- What is it?
- That may be dangerous for this type of experiments.
- How far in time can this machine take you?
- Let me take a look. Maybe I can help you.

Professor Wells:

- Yes, I've almost finished it. I've corrected a few details.
- Well, I have already solved them, but there's something that worries me.
- It's the **time gauge**. I haven't found a way to control it.
- Yes, of course. Imagine, traveling through time and space, you need to know precisely when to stop and...
- That's the problem, I really don't know.

## LOOK AT THIS!

Accomplishments and experience

Present perfect					
Have	you	finished the machine?	Yes,	I we they	have.
	they	corrected the details?		I we they	haven't.
Has	the professor he she	found a solution? had any problems? gone to the future?	No,	he She	hasn't .

Present perfect					
IRREGULAR VERBS			REGULAR VERBS		
I have <b>been</b> ... I have <b>found</b> ... He has <b>had</b> ... They have <b>gone</b> ...			I have <b>worried</b> ... I have <b>finished</b> ... He has <b>corrected</b> ... They have <b>solved</b> ...		

Memorize these irregular verbs	
find	found
have	had
go	gone
be	been

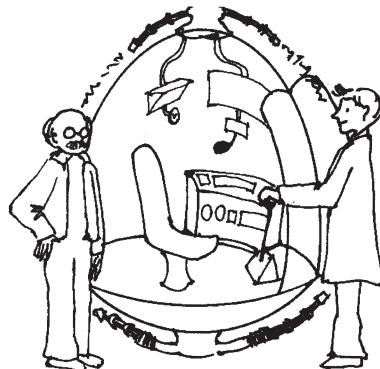
Notice the pronunciation	
finished	/t/
corrected	/id/
solved	/d/
worried	/d/

Asking for ratification

You have	finished,	haven't you?
He has	gone,	hasn't he?

## METAL TROUBLE

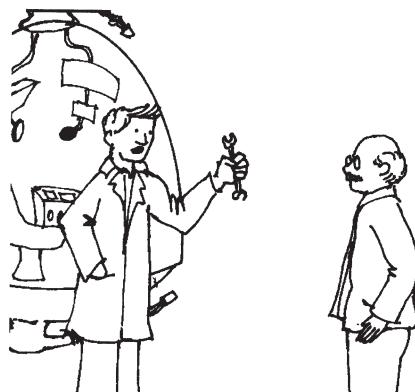
Corresponding to session 4.40 of GA METAL TROUBLE



Prof Wells: —I have another problem. It's the **lever!** Every time I pull the lever, I'm afraid. It'll break and the machine won't stop. The metal isn't strong enough.

Mr. Elliot: —Have you tested it?

Prof. Wells: —Yes, of course, in the laboratory, but when you travel through space and time, conditions are different.



Mr. Eliot: — Why don't you use platinum? The best heat and humidity resistant materials are platinun and iridium. Ask the scientific foundation to get you the metals.

Prof. Wells:—I have tried to obtain them! But the scientific foundation considers them too expensive. They don't think the machine will work.

Mr. Eliot: — Of course they are expensive! But they have to understand.



Prof. Wells: —They want to have evidence. They want to make sure that the experiment **is worth** that much money.

Mr. Eliot: —What kind of evidence?

Prof. Wells: —They will come for a demonstration. I will go to the future and I'll bring back some **evidence**. I have my camera ready.



Mr. Eliot: —To the future? That's very dangerous! Remember that you still have to **replace** the gauge and now you also have to think about the lever.

Prof. Wells: —I'll **take the risk** or they won't give me the metals

Mr. Eliot: —But, they have to.

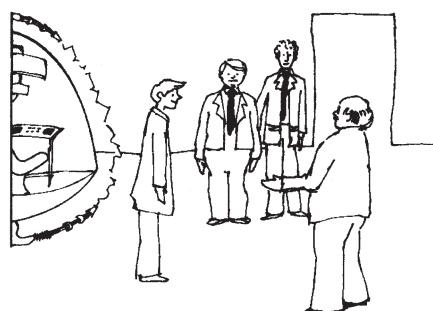
**LOOK AT THIS!**

Expressing Predictions					
Full form			Contracted form		
It		break.	It		break
The machine		work	The machine		work
They	will	come.	They	'll	come
I		return	I		return
We		go away	We		
It		stop.	It		stop.
They	will not	give me	The machine	won't	give me.
He, She			They		

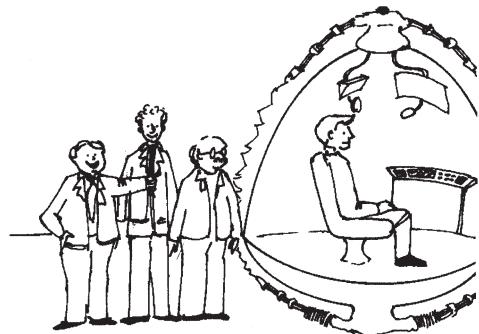
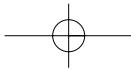
Expressing doubt about sufficiency or quality				
I He	am is	not	strong agile important	enough. enough to dance. enough to go to the United Nations.
They	are	n't		

**THE SCIENTIFIC SOCIETY**

Corresponding to session 4.41 of GA THE SCIENTIFIC SOCIETY



Prof. Wells: —Good afternoon, gentlemen. Come in, please.  
 Mr. Morris: —So this is it.  
 Mr. Thomson: —Are you sure this machine will take you to the future?  
 Prof. Wells: —Certainly, and I'll show you how it works.



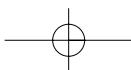
Mr. Thomson:—Are you going to send your dog to the future?  
Mr. Morris: —Of course, and the little pup will tell us about its wonderful trip when it comes back.  
Mr. Thomson:—If it comes back.



Prof. Wells: —Gentlemen please, please. I'm going to perfect the lever. I have to use platinum and iridium, and...  
Mr. Thomson:—Platinum! Ha! Ha! And diamonds, and gold?  
Mr. Wells: —Don't be sarcastic. I'll leave right now and bring you some evidence.  
Mr. Eliot: —Don't!! Remember the lever!



Mr. Morris: —Stop it! Get out of that machine!  
Mr. Thomson: —He'll get killed.  
Mr. Eliot: —He's... gone! Disappeared!



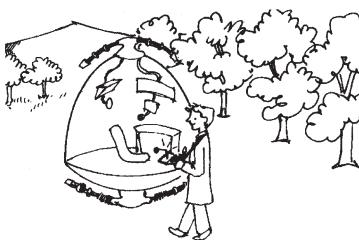
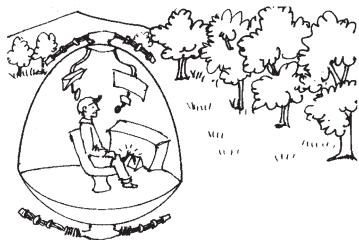
## LOOK AT THIS!

Asking about intentions				Expressing intentions			
Are you		send...? buy...? clean...? bring...? take...? how...? tell...? come back?	I am. he is. Yes, she is. they are. we are.	I'm You're He's She's They're		going to	go. improve. send. make. clean. study. come. back. finish. correct. solve.
Is he		use...? leave...?	No, she isn't. they aren't. we aren't.				
Is he	going to						
Are They							

Marking a polite request	Asking for and giving information about others			
Come in, please.		show	you	how it works.
Have a seat, please.	I'll	tell	her	where he lives.
Eat lunch, please.		ask	him	what she paints.
Be quiet, please.			them	when he'll return.

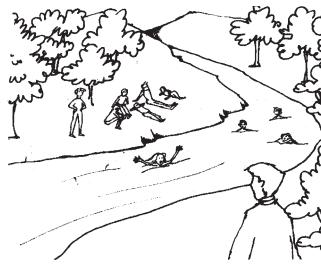
## A STRANGE LAND

Corresponding to session 4.42 of GA A STRANGE LAND



It worked! It really worked! But what Happened to the time gauge? 3850 A.D. The lever is broken. This thing didn't stop in the year 2000. I...

Where's my camera? I'm going to take some photos I need some evidence. But how am I going to fix this?



Wait! I can hear voices behind those trees. I'll try to get some help.

Wow! These people are all young and beautiful... Hey! That girl there... she's in trouble; she can't swim. Aren't they going to help her? —She must have fallen into the lake.



— Hey! Hey! Can't you see her?  
Help her!  
— Oh! Hang on, lady I'll help you.

Prof. Wells —Come on, wake up.  
Are your friends  
deaf or crazy? Are  
you all right?  
Weena —I guess so... Yes,  
I'm OK.

## LOOK AT THIS!

Warnings		Expressing assumptions			
	Do something! Watch out! Hang on! Hurry up! Help her!	She It They	must	have be	broken. fallen. come. deaf. crazy.
Don't	do that! move!				

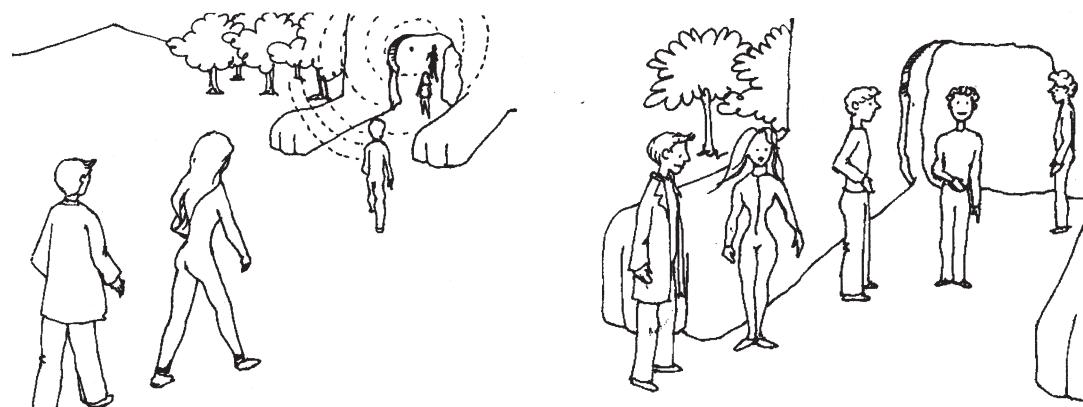
## ESTABLISHING CONTACT

Corresponding to session 4.43 of GA ESTABLISHING CONTACT



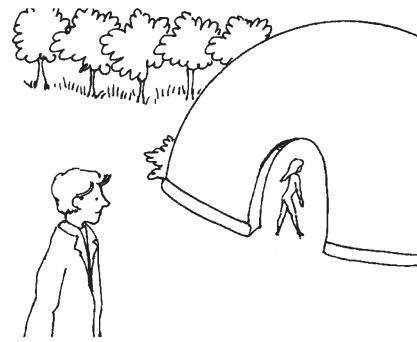
Prof. Wells:—OK., now you look much better.  
Weena: —I'm fine.  
Prof. Wells:—You have some very selfish friends.  
Weena: —Why?  
Prof. Wells:—They didn't turn their heads when you fell in the lake.  
Weena: —Oh that! Why should they?

Prof. Wells:—Well, Wait! Where are you going?  
Weena: —To the sphinx. I have to see the sphinx.  
Prof. Wells:—What? Where?Wait! Will you return? Can I go with you?



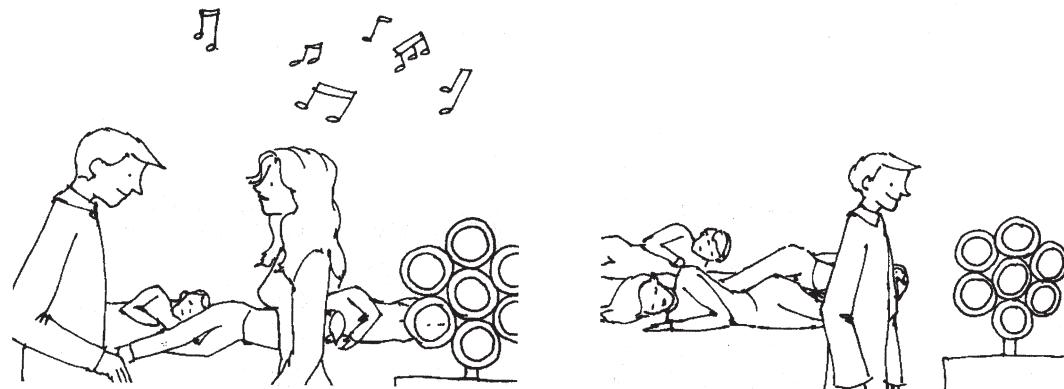
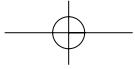
Prof. Wells:—Well, Wait! Where  
are you going?  
Weena: —To the sphinx. I have  
to see the sphinx.  
Prof. Wells:—The sound stopped.  
The doors closed.

Prof. Wells:—Wait! Where are  
you going now?  
Weena: —I'm going to find  
food and clothes.  
Prof. Wells:—Wait! Miss...  
Weena: —I haven't got time,  
Bye!



Prof. Wells:—Goodness! Where  
does everything come from?

Prof. Wells:—Miss, wait! What's  
your name?  
Weena: —Hum! Name? What  
do you mean? The  
only thing I know is  
that we have food  
and clothes here.  
Prof. Wells:—Yes, but how does  
it get here?  
Weena: —Everything just  
appears.



Prof. Wells:—Now, music! What does it mean?  
Weena: —Oh! It's time to rest.

Prof. Wells:—Mmm...How strange! I'll take one with me.

## SUMMARY

### Functions

#### 1. Talking about an invention

- They are going to improve the wireless telephone.
- The fax machine will produce better results.

#### 2. Expressing predictions

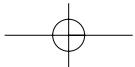
- The telephone will revolutionize communication.
- Will these inventions change our society?
- The machine won't stop, if the lever is broken.

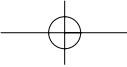
#### 3. Expressing accomplishments and experiences

- Have you finished your machine?
- I have finished my new television set.

#### 4. Expressing urgency and admiration

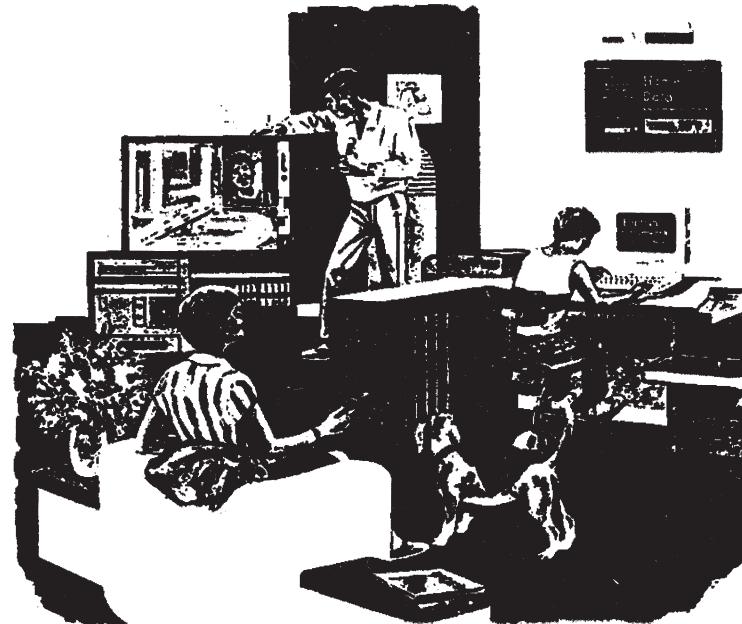
- |  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>—Hang on!</li> <li>—Don't fall off!</li> <li>—How beautiful!</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>—Watch out!</li> <li>—Be careful!</li> <li>—Great!</li> </ul> |
|--|--|





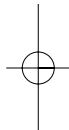
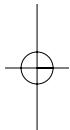
## SMART HOUSES

Corresponding to session 4.44 of GA SMART HOUSES



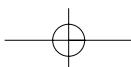
### VOCABULARY

commute – travel a long distance to work and back each day.  
 hi-tech – high Technology ... (adj.)  
 Modern, well designed and sophisticated  
 futurologists – people who study the future  
 solar panels – large, flat surfaces which absorb the sun's energy and turn it into electricity  
 megastores – big supermarkets;  
 fax machines – 'facsimile' machines ('fax' is an abbreviation) can send copies of documents anywhere in the world via a telephone line  
 smart – intelligent (American English)  
 smoke detectors – machines which turn on a fire alarm when there's smoke in a room.  
 burglar alarms – machines which make a loud noise when someone breaks into a house.  
 fibre optic cables – thin wires which carry thousands of electronic messages (e.g. television pictures or telephone calls) at the speed of light.<sup>1</sup>



#### Smart Houses

- 1 Tomorrow's homes will be as different as tomorrow's cities. To start with, each house will have a central computer. This will control...
- 2 **Heat...** by **switching** from ordinary electricity to power from the house's own solar **panels** whenever possible.
- 3 **Entertainment/Lights...** automatically turning on/off the TV, hi-fi, video and lights at the sound of your voice - e.g. "Turn the hi-fi on, please, computer" or "Turn the lights off, please, computer".
- 4 **Security...** via **smoke** detectors burglar alarms and a front door video camera. This will show visitors' faces on the TV screen.
- 5 And that's just the beginning. There will be special "fibre optic cables" in tomorrow's "smart house", too. Connected to the TV, phone and computer, these will make two-way international communication possible. In other words you'll have the power to both receive and send all kinds of information (pictures)



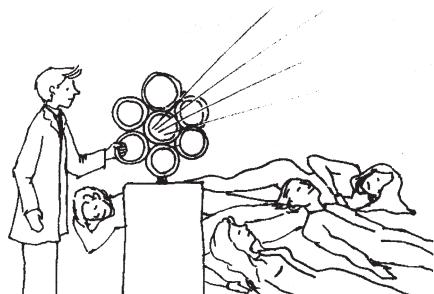


- 20 words, documents, etc.). What does that mean? It **means** that  
 21 **citizens** of the 21st century will be able to...  
 22 — vote,  
 23 — **do the shopping**,  
 24 — go to the bank,  
 25 — **study, via TV** with a worldwide class of students,  
 26 — talk to (and see) people on the other side of the world,  
 27 — **take part in television programs**  
 28 ... **without leaving home.**<sup>1</sup>

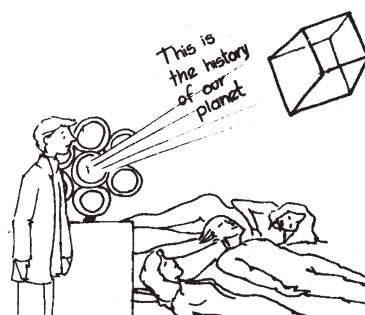
## OUR HISTORY

Corresponding to session 4.45 of GA OUR HISTORY

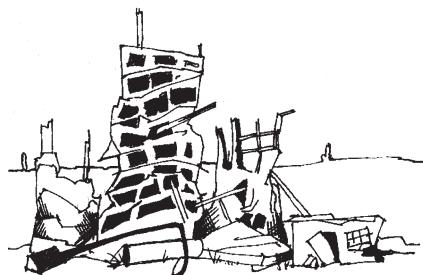
While everybody was sleeping...



Prof. Wells: —What's this?



—This is the history of our planet.  
 After the war, we had nothing.  
 Everything was destroyed.

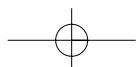


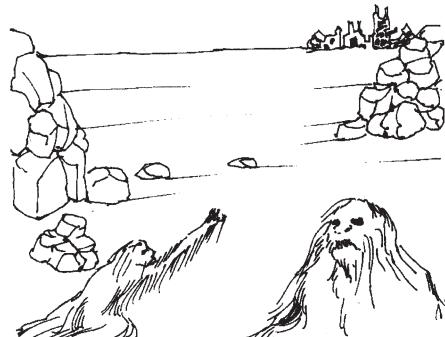
—The big buildings were destroyed.  
 There were only small and dirty houses.



—Some of us lived in caves. There we tried to build new houses and schools. Our houses were smell caves. They weren't clean but they were safe. We had comfortable areas for relaxing and talking.

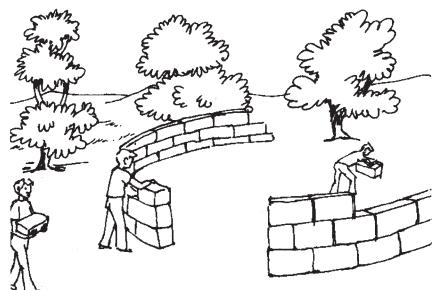
<sup>1</sup> Rabley Stephen, "Smart Houses", *The Future Life*, Dossier, Macmillan, Singapore, 1990, p., 3.





— Other people called Morlocks stayed outside. The air was contaminated and they suffered mutations. Some became monsters. They lived in open areas. There was no grass or trees, only rocks. Some used what was left of the old houses.

— When the contamination was over, we left our caves and saw how the Morlocks had built their homes. A big sphinx. Outside the cave everything was different. There was grass and trees. Food for everyone.

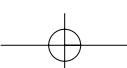
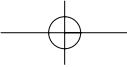


— We didn't want to follow the steps of our ancestors so we built a huge, comfortable building.

— Everybody will live here, I just want peace for everyone and for us to be able to build a new future.

### LOOK AT THIS!

Describing Buildings							
There	are	small dirty big new clean	houses.	She	had	comfortable	houses.
	were			We		huge	
				They		old	

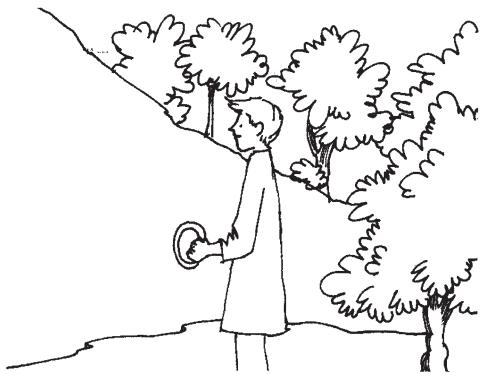


### Describing buildings in future

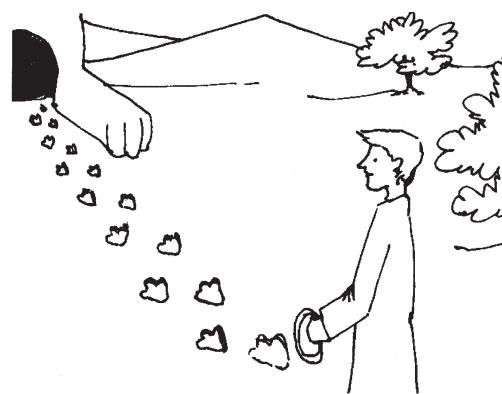
There	will be are going to be	big modern interesting	schools. houses. buildings.
-------	----------------------------	------------------------------	-----------------------------------

## INSIDE THE SPHINX

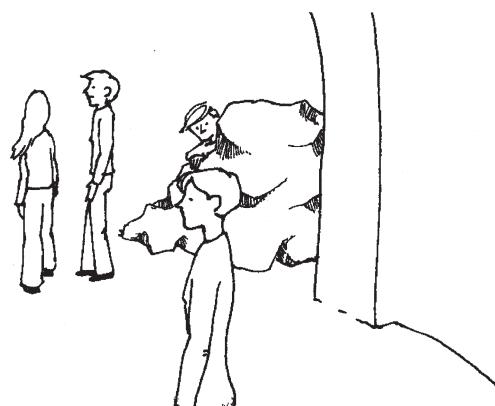
Corresponding to session 4.46 of GA INSIDE THE SPHINX



—This ring is pure platinum. It will make a good lever. Now I can go home.  
—Hey! Where's my time machine?



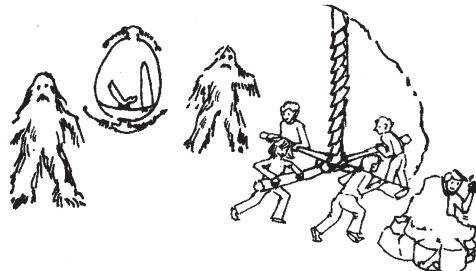
—Mmm. Footprints. Someone has taken my machine. The footprints disappear behind the door.



—That sound. . .Where does it come from?



—They're going to enter. I'll follow them.



—What's going on here?  
—Oh! They're slaves. They're working for those ugly morlocks.



—Hey! There's my time machine, but how am I going to get there? Those furry creatures are big and scary. They have long arms and sparkling red eyes. Poor young people, I have to help them, but, how?



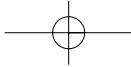
—I know, I'll distract them with a rock, so I can get into my time machine.

—It's a miracle! This metal ring is exactly what I needed to repair the machine.

—I'll go home and come back with something to help them. Here I go!

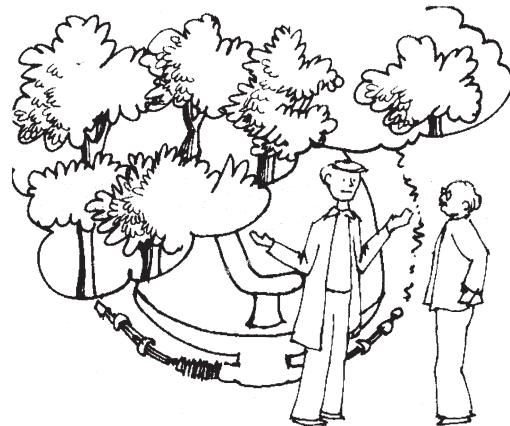
### LOOK AT THIS!

Describing People		Describing People		
The monsters are	big furry ugly	They have	big black scary long	eyes. hair.

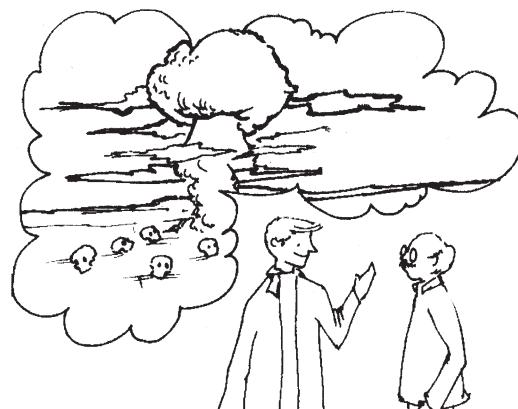


## A SAFE RETURN

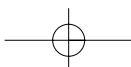
Corresponding to session 4.47 of GA A SAFE RETURN



Professor:—Hooray! Back home. Now I'll get the dynamite.  
Mr. Eliot: —Oh, my friend! There you are. Where have you been?



Mr. Eliot: —When did you come back?  
Professor: —A minute ago. I was in the most fantastic and terrible place you can imagine. I traveled through time and space until the year 3850.  
Mr. Eliot: —That's incredible! What was it like?  
Professor: —The sky was blue and everything was incredibly green. There were huge trees and splendid flowers. There were no buildings or homes. Nothing but a sphinx on the top of a mountain and a large construction in front of it.

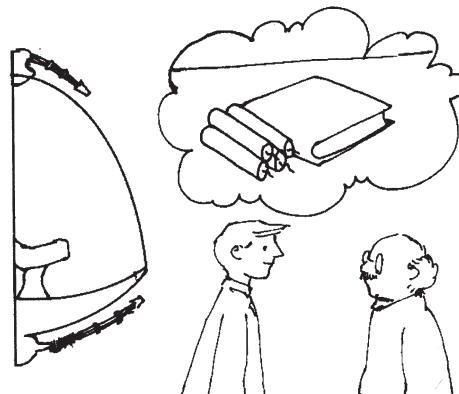




Mr. Eliot: — Were there many people?

Professor:— There were fewer people than now. Many years before I arrived, there was a war. There were many nuclear explosions. Many people died. Some that were exposed to contamination became mutants, monsters. Others lived in caves and closed the entrance with rocks.

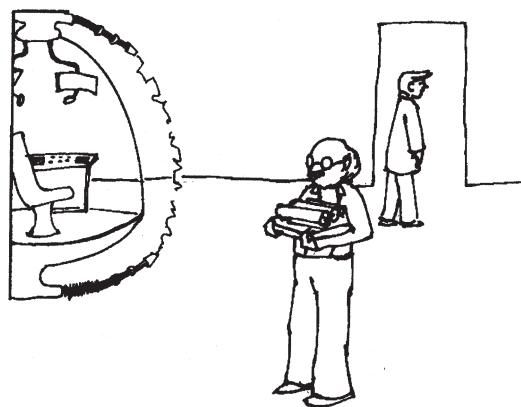
When the atmosphere was clean again they left their caves. There were many children and the old ones tried to protect them. The terrible mutants took the humans as slaves.



Professor —Now, I'm traveling back to help them but I need some items.

Mr. Eliot —Let me help you.

Professor—Thank you. I need some dynamite and a gun. Ask the members of the scientific society to come here. I must warn them not to take science or war too lightly. It's dangerous.



Professor:—By the way, I'm not coming back. I'm in love with that beautiful world and a beautiful girl.

Mr. Eliot: —Are you staying there? Have you considered it carefully?

Professor:—Absolutely. I've come to a decision. I'm taking my notes and some books. Please, go quickly! Call the members of the society. I'm leaving as soon as possible.

### LOOK AT THIS!

Is profesor Wells travelling through time?  
Are the Morlocks enslaving humans?  
Are you reading a famous novel?  
Is the girl waiting for him?  
Is he taking books with him?

Yes,                   he is.  
                         they are.  
                         I am.

Who is exchanging a special ring for platinum and iridium?  
Who is helping Prof. Wells?  
Why is Prof. Wells getting some dynamite?  
Why isn't he coming back?

Profr. Wells is.  
His friend is.  
Because he is going  
to blow up the sphinx.

## BACK TO THE FUTURE

Corresponding to session 4.48 of GA BACK TO THE FUTURE



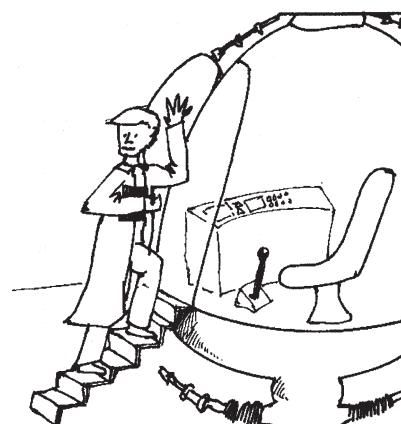
Mr. Eliot: —Have you decided what are you going to tell them?

Prof. Wells:—Of course. I'm warning them as I'm warning you now about the danger of science.

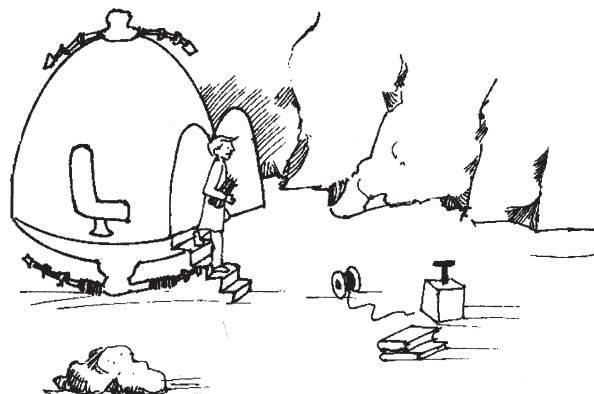
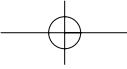
Mr. Morris: —But, are you coming back later?

Prof. Wells:—I don't think so. Well, gentlemen, it was a pleasure living with you. Goodbye.

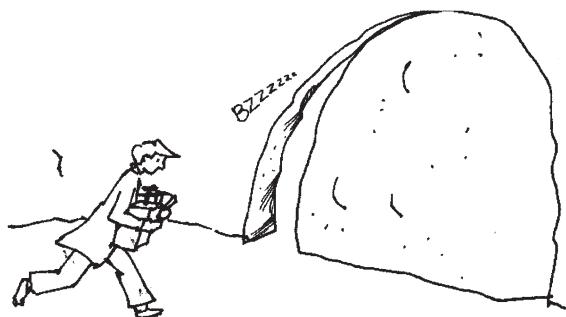
Mr. Morris, Mr Thomson and Mr. Eliot —Goodbye and good luck.



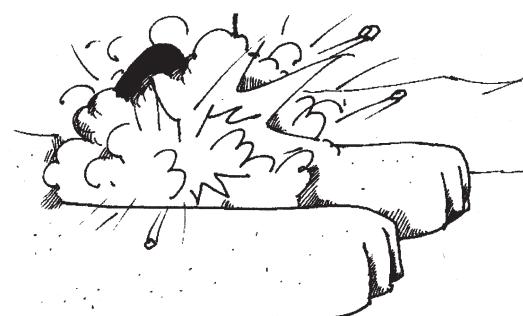
Prof. Wells:—Ooops! Here I am again. But, where exactly? Oh! inside the sphinx. This may be very dangerous. If the Morlocks find me, they'll certainly kill me. But I'm blowing the sphinx up in a few moments, so they can never enslave people again.



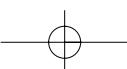
Prof. Wells:—Oh, that buzzing sound again. I have to act quickly or the villagers will get inside the sphinx. OK. Everything is ready now. Let's get out of here. Oh My machine! Well, it doesn't matter too much because I'm never going back to my time. I'm only keeping these books.

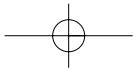


Prof. Wells:—The door is opening now. I think it's just the right time to escape and prevent the villagers from entering the sphinx.



Prof. Wells:—No, no. stop!, stop! Don't go inside it's going to...





## LOOK AT THIS!

I	am	going	back	tomorrow.
You	are	warning	them	tonight.
He/She/It	is	coming	back	next
We	are	blowing	the sphinx up	year. week. month.
They	are			
You	are			in a few moments later

Am	I	coming	back?
Are	you	warning	them?
Is	he/she/it	going	back?
Are	we	blowing	the sphinx up?
Are	they		
Are	you		

I	am	Not	going	back.
You	are		warning	them.
He/She/It	is		coming	back.
We	are	n't	blowing	the sphinx up.
They	are			
You	are			

## SCIENCE AND YOU

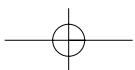
Corresponding to session 4.49 of GA SCIENCE AND YOU



1.



2.



**Text 1**

- a) Dr. Isaac Asimov, a famous science writer, is professor of **biochemistry** at Boston University. He has written over 100 best-selling science books!
- b) George Solonovich illustrates many science books. He has an interest in science and in art.
- c) A scientist explains a design to aerospace technicians. Each of these men is an important part of the space science team.
- d) Roman Vishniac is both a noted scientist and a well-known photographer.<sup>1</sup>

**Text 2**

Here is a list of just a few I careers in the National Aeronautics and Space Administration (NASA): rocket systems firing test technician, optical instrument specialist, scientific photographer, **spacecraft** inspector, modelmaker, pressure suit mechanic. NASA has many training programs to equip young people with skills for the space program. Each technician plays a vital role. Without the technician, the world of science would have a difficult time advancing as fast as it does.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Barnard, Darrell J., Lavatelli, Celia B., *Science Measuring Things*, Nueva York, Macmillan, 1966, 4a. ed., pp. 373, 375, 376 (Col., Macmillan Science Series).

<sup>2</sup> Barnard, Darrell J., Lavatelli, Celia B., *Science: Measuring Things*, Nueva York Macmillan, 1966, 4a. ed., p. 373 (Col. Macmillan Science Series).



## OUR COMMUNITY

Corresponding to session 4.50 of GA OUR COMMUNITY

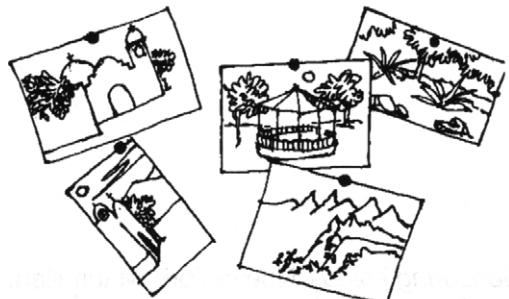
### Enchanted Corner

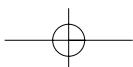


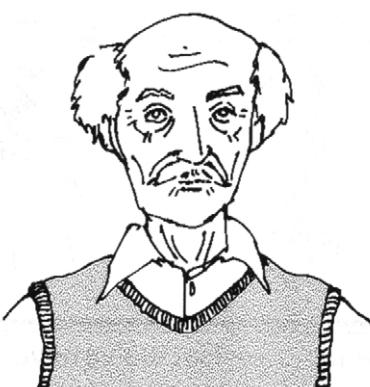
—This is a **picture** of the **church tower**. There were **swallows and a nest** in the **tower**, but there are no swallows now. **The tower** has been there since **1840**. Many children have played or **run up and down** its stairs.



—This is a **photograph** of the **waterfall**... There were **fish and frogs** there, but there are no frogs now. **The waterfall** has been **popular** since **1930**. —Many people have **swum** in the pond at the bottom of the waterfall.





This is Doña Juana.

She has a small business, she has lived here all her life and she has had this business for 10 years. She is a very kind person and has many friends.

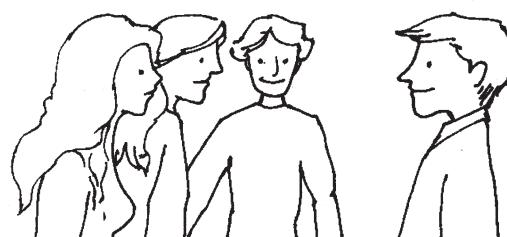
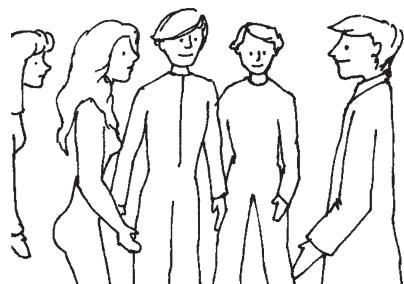
She's married to Don Juan.

This is D. Lupe. He is 78 years old.

He was a teacher for 56 years but he does not work anymore. He sits in the park in the morning. He knows many stories about our community.

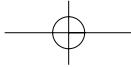
## NEW TIMES, NEW LIFE

Corresponding to session 4.51 of GA NEW TIMES, NEW LIFE



Weena: —Oh! What happened?  
Coby: —I feel so strange.  
Uby: —Oh! My head aches.

Prof. Wells: — Now you are free.  
Weena: — Free?  
Prof. Wells: — Yes. And you have to learn to cultivate the soil, to get your food and clothes from nature and to take care of yourselves.



Weena: —But we've never done those things, we won't be able to do them.

Prof. Wells:—Don't worry, you're not alone any more. Now you have friends and you can face life without fears.

Prof. Wells:—I'll teach you what I know, I brought some books that can be a guide for other things and we'll discover new things together.

Weena: —And you won't go away anymore?

Prof. Wells:—No, I won't.

## SUMMARY

### Functions

1. Expressing accomplishments and experiences.

—Have you finished the machine?

—Yes, I have.

2. Expressing predictions.

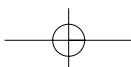
—It will break

—I don't think they'll give me the platinum.

3. Expressing intention.

—Are you going to clean your house?

—Yes, I am.





4. Expressing urgency and admiration.

- It must have broken.
- Be careful!
- Oh! How wonderful!

5. Describing buildings.

- There are big houses.
- We had old houses.

6. Describing people.

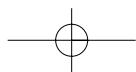
- The monsters are ugly.
- They have long hair.

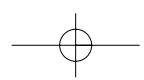
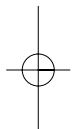
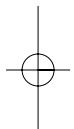
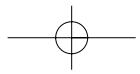
7. Describing actions in present.

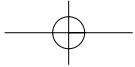
- Who's making a new lever?
- Dr. Well is.

8. Talking about future actions.

- I'm going back soon.
- He's never coming back.

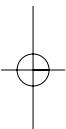




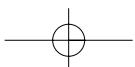


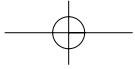
## Chapter 5

# WOMEN



Both your vocabulary and the amount of useful expressions you know will expand as you read about our young women's good and bad moments. You'll notice how a person's success in life can be traced back to his or her youth or childhood. The story may help you consider your own virtues and shortcomings and, up to a certain point **predict your future**. This topic focuses on revising linguistic elements both to talk about your experience up to the present **and** to predict your future, or express your intentions.





## EXOTIC MYTHS

Corresponding to session 5.53 of GA EXOTIC MYTHS

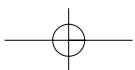
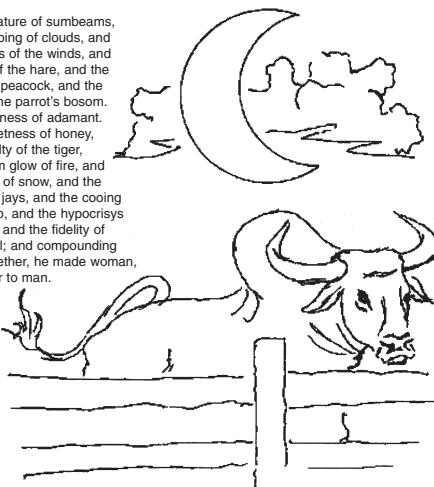
### Texto 1



There is a Hindu love story called *A Digit of the moon* which tells of the creation of woman.

**I**N THE beginning, when the Creator came to the creation of woman, he found that he had exhausted his materials in the making of man, and that no elements were left. In this dilemma, after deep thought, he did as follows. He took the roundness of the moon, and the curves of the creepers, and the clinging of tendrils, and the trembling of grass, and the slenderness of the reed, and the bloom of flowers, and the lightness of leaves, and the typering of the elephant's trunk, and the glances of deer, and the clustering of rows of bees, and 38

the joyous nature of sumbeams, and the weeping of clouds, and the fickleness of the winds, and the timidity of the hare, and the vanity of the peacock, and the softness of the parrot's bosom, and the hardness of adamant, and the sweetness of honey, and the cruelty of the tiger, and the warm glow of fire, and the coldness of snow, and the chattering of jays, and the cooing of the crane, and the hypocrisy of the waterfowl; and compounding all these together, he made woman, and gave her to man.



## Texto 2

### An Indian Myth

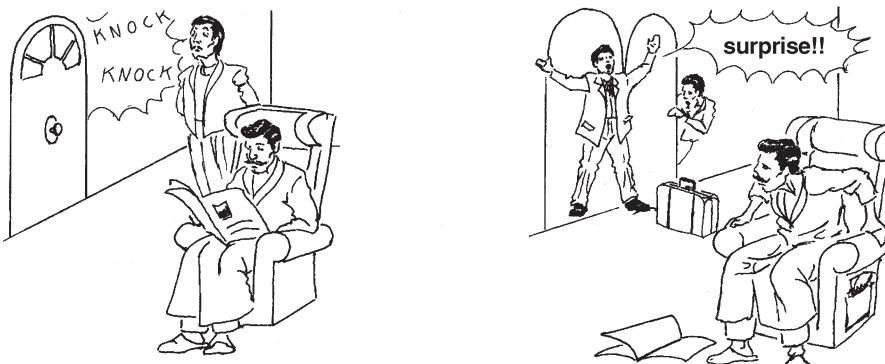
There is a Hindu love story called "A Digit of the Moon", which tells of the creation of Woman

In the beginning, when the Creator came to the creation of woman, he found that he had exhausted his materials in the making of man, and that no elements were left. In this dilemma, after deep thought, he did as follows.

He took the rotundity of the moon, and the curves of the creepers, and the clinging of tendrils, and the trembling of grass, and the slenderness of the reed, and the bloom of flowers, and the lightness of leaves, and the tapering of the elephant's trunk, and the glances of deer, and the clustering of rows of bees, and the joyous nature of sunbeams, and the weeping of clouds, and the fickleness of the winds, and the timidity of the hare, and the vanity of the peacock, and the softness of the parrot's bosom, and the hardness of adamant, and the sweetness of honey, and the cruelty of the tiger, and the warm glow of fire, and the coldness of snow, and the chattering of jays, and the cooing of the cuckoo, and the hypocrisy of the crane, and the fidelity of the waterfowl; and compounding all these together, he made woman, and gave her to man.<sup>1</sup>

## THE ARRIVAL

Corresponding to session 5.54 of GA THE ARRIVAL



Sebastian:—Who's there?  
Jaime: —I'm coming, sir  
Sebastian:—Oh, who's there?  
I wonder who's coming to visit me.

Leonardo: —Surprise!!  
Sebastian:—Oh Leonardo, my boy. What a big surprise! When did you arrive?

<sup>1</sup> Hanson, W. J., "An Indian Myth", *Enquiries*, Whitstable, Longman, 1978, p. 38.



Leonardo: —I just arrived; my train came in this morning.  
Sebastian:—Oh, it's so nice to see you!  
Leonardo: —I missed you a lot.  
Sebastian:—I'm sure you've missed **someone else**.  
Leonardo: —Yes, Uncle John, Aunt Gertrudis, all the family.  
Sebastian:—Don't be **silly**. I'm talking about Ana. Have you seen her?  
Leonardo: —Not yet. I'm going to her house later but, tell me, how is she?  
Sebastian:—They're all O.K. Amelia is in charge of the house. working all day, She has a boyfriend and she will soon get married.  
Leonardo: —Great! What about Beatriz and Cristina?  
Sebastian:—Beatriz is very beautiful, but very conceited and Cristina... my poor Cristina:—She's so sick and fragile!  
Leonardo: —And ... Ana?  
Sebastian:—She's OK, very pretty, but she's always talking about books. She's very intelligent.  
Leonardo: —I really want to see her.  
Sebastian:—Go, my boy, go, I'll wait for you.

**LOOK AT THIS!**

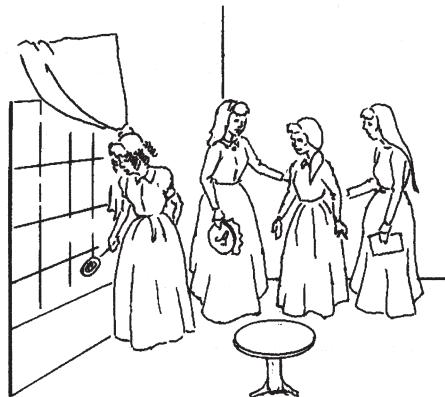
I	arrived	late.
You	missed	them a lot.
He	learned	English.
She	played	soccer.
It	came	early.
We	read	a poem.
They	wrote	a letter.

Did	you	study	English?	Yes,	I	did.
	he	play	soccer?		Mary	
	she	go	home?		he	
	it	eat	a hamburger?		she	
	Mary	come	to school?		it	
	they			No,	we	did not. (didn't).

What	did	you	study?	I He She it We They	studied Spanish.	
Where		he			went to school.	
When		the	go?		arrived today.	
		it				
		we	arrive?			
		they				

## THE TELEGRAM

Corresponding to session 5.55 of GA THE TELEGRAM



Beatriz: —Look who's coming!  
Cris: —Look Ana, it's Leonardo!  
Ana: —Leonardo? Where?

Cris: — Leonardo, Welcome home!  
Leonardo:— Cris, It's so nice to see you.  
Ana: — Hi, Leonardo, how are you?  
Leonardo:— I'm fine, and really happy to see you again.



Amelia: —Yes?, can I help you?  
Messenger:—I have a telegram for Colonel Teodoro Sanchez.  
Amelia: —Wait a moment, please. Dad!!

Colonel: —What is it?  
Amelia: —A telegram for you.



Amelia: —What's the problem? What does it say?  
 Colonel: —I have to report immediately. General Vargas is calling me.  
 Cris: —Oh, no!  
 Colonel: —I'm a soldier, darling. I have to obey orders.  
 Cris: —But...Yes... I know... Our country needs you.

### LOOK AT THIS!

#### Expressing feelings

Ana, you're beautiful.  
 I'm fine, and happy to see  
 you.  
 .

#### Talking about present actions

How are you?	I'm fine.
Who's coming?	It's Leonardo.
What is it?	A telegram for you.
What's the problem?	I have to report. immediately.

## Bibliografía consultada

### Español

- Alcina** Franch, Juan, y José Manuel Blecua, *Gramática española*, Barcelona, Ariel, 1975.
- Anderson** Imbert, Enrique, *Historia de la literatura hispanoamericana*, 2 t., México, FCE, 1979 (Col. Breviarios).
- Avila**, Raúl, *La lengua y los hablantes*, México, Trillas, 1989.
- Basulto**, Hilda, *Curso de redacción dinámica*, 2a. ed., México, Trillas, 1987.
- Beyhaut**, Gustavo y Hélène, *América Latina III. De la Independencia a la Segunda Guerra Mundial*, 3a. ed., México, Siglo XXI, 1990 (Col. Historia Universal Siglo XXI).
- Carreter**, Lázaro y Evaristo Correa, *Cómo se comenta un texto literario*, México, Cátedra, 1987.
- Cervantes Saavedra**, Miguel de, *El ingenioso hidalgo Don Quijote de la Mancha*, México, Porrúa, 1980 (Col. Sepan cuántos..., 6).
- Chorén**, Josefina, et al., *Literatura mexicana e hispanoamericana*, México, Cultural, 1991.
- Cruz**, Sor Juana Inés de la, *Obras completas*, México, Porrúa, 1981 (Col. Sepan cuántos..., 100).
- Ensayo mexicano contemporáneo*, México, FCE, 1985.
- Esquivel**, Laura, *Como agua para chocolate*, México, Planeta, 1991.
- Fernández de Lizardi**, José Joaquín, *El Periquillo Sarniento*, México, Porrúa, 1992 (Col. Sepan cuántos..., 1).
- Fuentes**, Carlos, *Las buenas conciencias*, México, FCE, 1987.
- García Márquez**, Gabriel, *Cien años de soledad*, México, Austral, 1985.
- Gily Gaya**, Samuel, *Curso superior de sintaxis española*, Barcelona, Bibliograf, 1973.
- González Peña**, Carlos, *Historia de la literatura mexicana. Desde los orígenes hasta nuestros días*, 13a. ed., México, Porrúa, 1977.
- González Reyna**, Susana, *Manual de redacción e investigación documental*, 4a. ed., México, Trillas, 1990.
- López Velarde**, Ramón, *Poesías completas. El minutero. Don de febrero*, México, Promexa, 1979 (Col. Clásicos de la literatura mexicana).
- Martín Vivaldi**, Gonzalo, *Curso de redacción*, Madrid, Paraninfo, 1980.
- Menez**, Max, *Cómo estudiar para aprender*, México, Paidós, 1991.
- Michel**, Guillermo, *Aprende a aprender*, México, Trillas, 1988.
- Millán**, Ma. del Carmen, *Literatura mexicana*, 15a. ed., México, Esfinge, 1987.
- Montes de Oca**, Francisco, *Ocho siglos de poesía*, México, Porrúa, 1979 (Col. Sepan cuántos..., 8).
- \_\_\_\_\_, *La literatura en sus fuentes*, México, Porrúa, 1987.
- Pacheco**, José Emilio (introducción, selección y notas) *Antología del modernismo* 2 t., México, UNAM, 1970.

- Payno**, Manuel, *Los bandidos de Río Frío*, México, Porrúa, 1990 (Col. Sepan cuántos..., 3).
- Poema de Mio Cid*, México, Porrúa, 1975 (Col. Sepan cuántos..., 85).
- Provost**, Maurice Nelligan, *El placer de leer*, México, Diana, 1975.
- Real Academia Española, Esbozo de una gramática de la lengua española*, Madrid, Espasa-Calpe, 1978.
- Saad**, Antonio Miguel, *Redacción. Desde, cuestiones gramaticales hasta el informe formal extenso*, México, CECSA, 1982.
- Savater**, Fernando, *Etica para Amador*, México, Ariel, 1992.
- Valadés**, Edmundo, *El libro de la imaginación*, México, FCE, 1987 (Col. popular, 152).
- Valdés Becerril**, Francisco, *et al.*, *Lengua y literatura españolas*. Texto para el primer curso de enseñanza media ciclo superior (bachillerato), México, Kapelusz, 1981.
- Valverde**, José María y Martín Riquer, *Historia universal de la literatura*, México, Planeta, 1985.

#### SERIE TEMAS BASICOS (ANUIES/TRILLAS)

##### AREA DE TALLER DE LECTURA Y REDACCION

- Alegría de la Colina**, Margarita, *Variedad y precisión del léxico*, 4a. ed., México, Trillas, 1992.
- Alegría**, Margarita y Tomás Rodríguez, *Exposición de temas*, México, Trillas, 1992.
- Andueza**, María, *Dinámica de grupos en educación*, México, Trillas, 1992.
- Arguizóniz**, María de la Luz, *Guía de la biblioteca*, 4a. ed., México, Trillas, 1992.
- Bosque**, Teresa y Tomás Rodríguez, *Investigación elemental*, México, Trillas, 1992.
- Calvimontes**, Jorge, *El periódico*, México, Trillas, 1992.
- Domínguez**, Luis Adolfo, *Descripción y relato*, México, Trillas, 1992.  
\_\_\_\_\_, *El diálogo y la crónica*, México, Trillas, 1992.  
\_\_\_\_\_, *Glosario de términos de lengua y literatura*, México, Trillas, 1976.
- Espejo**, Alberto, *Lenguaje, pensamiento y realidad*, México, Trillas, 1992.
- Gómez España de Briseño**, Martha, *La obra literaria y su contexto*, 4a. ed. México, Trillas, 1992.
- González Alonso**, Carlos, *El guión*, México, Trillas, 1992.
- Martínez Lira**, Lourdes, *De la oración al párrafo*, México, Trillas, 1992.
- Medina Carballo**, *et al.*, *Taller de lectura y redacción*, México, Trillas, 1992.
- Mora**, Alejandro de la, *Las partes de la oración*, México, Trillas, 1992.
- Penagos**, Jorge de León, *El libro*, México, Trillas, 1992.
- Poloniato**, Alicia, *Cine y comunicación*, México, Trillas, 1992.
- Ruffinelli**, Jorge, *Comprensión de la lectura*, México, Trillas, 1992.
- Toussaint**, Florence, *Crítica de la información de masas*, México, Trillas, 1992.



## AREA LENGUA Y LITERATURA

**Bazán**, José, *Cómo leer narraciones*, México, ANUIES, 1976.

**Millán**, Antonio, *Lengua hablada y lengua escrita*, México, ANUIES, 1973.

## Matemáticas

**Arizmundi**, Carrillo, Lara, *Cálculo*, CECSA.

**Baldor**, A., *Algebra*, Cultural, México, 1990, 576 pp.

**Dolciani**, Berman, *Algebra moderna*, Cultural, México, 1985, 592 pp.

*Estudios de matemáticas*, Vol. XIV, School Mathematics Study Group, USA, 1967, 340 pp.

**Gordon** Fuller, *Algebra Elemental*, CECSA, México, 1978.

*Gran Enciclopedia Temática, Matemáticas I y II*, Editorial Océano, México, 1986, 400 pp.

**Lehmann** Charles, *Algebra*, Limusa, México, 1982, 448 pp.

**Lovaglia**, Florence M., *Algebra*, Harla, México, 1978, México, 1981, 380 pp.

**Rees** Sparks, *Algebra contemporánea*, McGraw-Hill, México, 1981, 380 pp.

**Swo** Kowski, Earl, *Algebra universitaria*, CECSA, México, 1970, 414 pp.

*Temas de matemáticas*, Vol. 15, National Council of Teachers of Mathematics, Editorial Trillas.

## Física

**Alvarenga**, Beatriz, et al., *Física General*, México, Harla, 1983.

**Beltrán**, Virgilio, *Principios de física*, México, Editorial Trillas, 5a. ed., 1974.

**Castillo** Villalón, Perla Y., *Física Básica*, México, UTESA, 1990.

**Chiñas**, Limador, et al., *Campos de la Física*, México, ECLALSA, 1971.

*Conceptos Básicos, Biología 2*, México, SEP, 1993.

*Conceptos Básicos, Física 2*, México, SEP, 1993.

*Conceptos Básicos, Introducción a la Física y Química 1*, México, SEP, 1993.

*Conceptos Básicos, Química 2*, México, SEP, 1993.

**Crockford**, H. D., et al., *Fundamentos de fisicoquímica*, México, CECSA, 1968.

**Domínguez**, R. Ramón, *Curso elemental de física*, México, Porrúa, 1978.

**F.**, Marín, Alonso, *Problemas de física*, España, Alhambra, 1965.

**Félix**, Alejandro, et al., *Lecciones de Física*, México, McGraw-Hill, 1972.

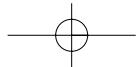
**Gamow**, George, *Materia, tierra y cielo*, México, CECSA, 1970.

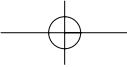
**Garciasánchez**, La física de hoy, México, La Física de Hoy, 1977.

**Gómez**, Miguel Angel R., et al., *Investiguemos 1 Química*, Colombia, Voluntad, 1991.

**González** C., Víctor, De la Torre C, Enrique, *Física*, México, Progreso, 1971.

**Greene**, Gay E., *100 grandes científicos*, México, Diana, 2a. ed., 1967.

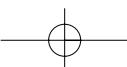




- Guía de Aprendizaje, física 2*, México, SEP, 1993.
- Kask**, Uno, *Química, estructura y cambios de la materia*, México, CECSA, 1975.
- Keenan**, Charles W., et al., *Química general universitaria*, México, CECSA, 1978.
- Keliber**, K., *Tratado popular de física*, Barcelona, Gustavo Gili, 1931.
- Kena**, Henry, et al., *Física general*, México, UTEHA, 1955.
- Mosqueira**, Salvador, *Física General*, México, Patria, 1981.
- Nueva Enciclopedia Autodidáctica Quillet*, México, Cumbre, 1984.
- Paúl**, Ander, et al., *Principios de Química*, México, Limusa, 1981.
- Pérez y Juárez**, A, *Física al día*, México, McGraw-Hill, 1972.
- Plan y programas de estudio 1993*, México, SEP, 1993.
- Samuel H. Marrón**, *Fundamentos de fisicoquímica*, México, LIMUSA, 1977.
- Simón**, G. G., McDonald, *Física para las ciencias de la vida y la salud*, México, Fondo Educativo Interamericano, 1975.
- Stollberg**, Robert, et al., *Física fundamentos y fronteras*, México, Cultural, 1973.
- Tippens**, Pauli, *Física conceptos y aplicaciones*, McGraw-Hill, México, 2a. ed., 1993.
- White**, Harvey E., *Física descriptiva*, México, Reverté, 8a. ed., 1993.

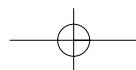
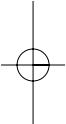
## Química

- Babor** J. A., et al., *Química general moderna*, México, Epoca, 1970, 902 pp.
- Bargalló**, M., *Tratado de química inorgánica*, México, Porrúa, 1962, 1133 pp.
- Brown** T. L. y Lemay H. E., *Química, la ciencia central*, México, Prentice Hall Hispanoamericana, 1987, 893 pp.
- Choppin**, G. R., et al., *Química*, México, Cultural, 1987, 724 pp.
- Chow**, P. S., *Petroquímica y sociedad*, México, SEP/FCE, 1987, 190 pp.
- Comisión de Desarrollo y Medio Ambiente de América Latina y el Caribe, *Nuestra propia agenda sobre desarrollo y medio ambiente*, México, Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo, 1991, 102 pp.
- Cremoux**, R., et al., *¡Ayúdame!*, México, SEP/DDF/LN, 1993, 87 pp.
- Equilibrio ecológico. La ciudad de México y zona metropolitana*, México, SEP/SEDUE/SSA, 1987, 31 pp.
- Fox**, C., *Ciencia de los alimentos, nutrición y salud*, México, Limusa, 1992, 457 pp.
- Hein**, M., *Química*, México, Iberoamérica, 1992, 705 pp.
- Madras**, S., et al., *Química*, México, McGraw-Hill, 1988, 357 pp.
- Morrison**, R. T. y Boyd R. N., *Química orgánica*, México, Fondo Educativo Interamericano, 1985, 1375 pp.
- Mortimer**, Ch. E., *Química*, México, Interamericana, 1983, 768 pp.
- Nason**, A., *Biología*, México, Limusa, 1968, 726 pp.
- Partington** J. R., *Química inorgánica*, México, Porrúa, 1959, 967 pp.
- Programa Nacional de Educación Ambiental, *Introducción a la educación ambiental y la salud ambiental*, México, SEP/SEDUE/SSA, 1987, 239 pp.





- Partículas suspendidas, óxidos de azufre y monóxido de carbono*, México,  
SEP/SEDESOL/SSA/DDF/SCT/PEMEX, Gobierno del Estado de México,  
s/f., 32 pp.
- Rakoff**, H. y Rouse., N. C., *Química orgánica fundamental*, México, Limusa, 1971,  
890 pp.
- Vinagre**, J., *Fundamentos y problemas de química*, Madrid, Alianza, 1989,  
1230 pp.
- Zumdahl**, S., *Fundamentos de química*, México, McGraw-Hill, 1992, 712 pp.





## Fuente de ilustraciones

### Matemáticas

**Quest**, *Aventuras en el mundo de la ciencia*, 32 Publicación quincenal, Ediciones Rialp, 1990.

---

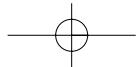
### Física

**Alvarenga**, Beatriz, *et al.*, *Física general*, México, Harla, 1983.  
**Domínguez**, R. Ramón, *Curso elemental de física*, México, Porrúa.  
**Chiñas**, Limador, *et al.*, *Campos de la física*, México, ECLALSA, 1971.  
**Félix**, Alejandro, *et al.*, *Lecciones de física*, México, McGraw-Hill, 1972.  
**Kask**, Uno, *Química, estructura y cambios de la materia*, México, CECSA, 1975.  
**Mosqueira**, Salvador, *Física general*, México, Patria, 1981.  
Nueva enciclopedia autodidáctica *Quillet*, México, Cumbre, 1984.  
**Pérez y Juárez**, A., *Física al día*, México, McGraw-Hill, 1972.  
**Quest**, *Aventuras en el mundo de la ciencia*, Madrid, Rialp, 1990.  
**Rincón**, Alvaro, *et al.*, *ABC de física*, segundo curso, México, Herrero, 1985.  
**Stollberg**, Robert, *et al.*, *Física fundamentos y fronteras*, México, Cultural, 1973.  
**White**, Harvey E., *Física descriptiva*, México, Reverté, 8a. ed., 1993.

---

### Química

**Babor**, J., *Química general moderna*, México, Nacional, 1970, 902 pp.  
**Brent**, R., Alberti, M. E., *Los asombrosos secretos de la química*, México, Novaro, 1966, 175 pp.  
**Castellanos**, M. J., *Bioética, aprendiendo a valorar nuestra naturaleza*, México, Diana.  
*Ciencia y desarrollo*, Vol. XIX, núm.114, México, CONACYT, enero-febrero, 1994, 64 pp.  
*Conocer*, año 3, núm. 126, México, Grupo Editorial Z, s/f., 82 pp.  
Consultor Juvenil, *Química*, Barcelona, Argos Vergara, 1985, 128 pp.  
**Chiñas**, A., Larios, M., *Conceptos de física*, México, ECLALSA, 1971, 333 pp.  
*Enciclopedia juvenil*, Tomo VIII, México, Cumbre, 1982, 2350-2672 pp.  
*Información científica y tecnológica*, Vol. 9, núm. 131, México, CONACYT, agosto, 1987, 64 pp.  
*Información científica y tecnológica*, Vol. 13, núm. 173, México, CONACYT, febrero, 1991, 64 pp.  
*Información científica y tecnológica*, Vol. 14, núm. 186, México, CONACYT, marzo, 1992, 64 pp.



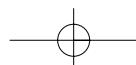
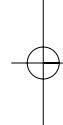
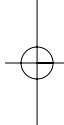


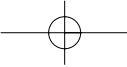
- Magaña, Z. L.**, *Química*, México, Nutesa, 1986, 155 pp.  
*México desconocido*, año 17, núm. 199, México, Figueroa, septiembre, 1993,  
75 pp.
- Mosqueira, R. S.**, *Química 1*, México, Patria, 1990, 149 pp.
- Porritt, J.**, *Salvemos la Tierra*, México, Aguilar, 1991, 208 pp.
- Rincón, A. A.**, Rocha, L. A., *ABC de Química 3er. curso*, México, Herrero, 1978,  
144 pp.
- Segarra, M.P.**, Torres J. C., *Física y química 1er. curso*, México, Santillana, 1993,  
127 pp.
- Solís, O. A.**, Zendejas, M. P.J., *Química 2o. curso*, México, Santillana, 1993,  
124 pp.

---

### Lengua Extranjera (Inglés)

- Barnard, Darrell J.**, Stendler, Celia, Spock, Benjamín, *Science; A Way to Solve Problems*, Nueva York, Macmillan, 6a. ed., 1966, p. 8. (Col. Macmillan Series).
- Rabley, Stephen**, "Smart houses", *The future life. Dossier*, Macmillan, Singapore, 1990, p. 3.
- Barnard, Darrell J.**, Lavatelli, Celia B., *Science: Measuring Things*, Nueva York, Macmillan, 4a. ed., 1966, pp. 373, 375, 376 (Col. Macmillan Science Series).
- Hanson, W. J.**, "An Indian Myth", *Enquiries*, Whitstable, Longman, 1978, p. 38.
- 





## Glosario

### Química

**acero.** Aleación intersticial que contiene átomos de carbono en los “huecos” de un cristal de hierro. En la aleación pueden sustituirse algunos carbonos por átomos de cobalto y níquel, en este caso se tendrá acero inoxidable.

**ánodo.** Es el polo de carga positiva en un generador de electricidad, por el cual se pierden electrones. El ánodo atrae a los aniones (con carga negativa).

**carboxihemoglobina.** Compuesto que se forma por la combinación de hemoglobina (proteína de la sangre) y monóxido de carbono.

**cátodo.** Es el polo de carga negativa en un generador de electricidad, por el cual se ganan electrones. El cátodo atrae a los cationes (con carga positiva).

**glicógeno.** Compuesto que se forma en el cuerpo de los animales por la polimerización de la glucosa. También se le llama “almidón animal”.

**hidrogel.** Sustancia gelatinosa hidratada que se emplea con diversos fines; por ejemplo, en medicina se usa para evitar la infección e hidratar las quemaduras o heridas expuestas.

**metabolismo.** Procesos químicos mediante los cuales un organismo utiliza los alimentos para obtener energía, sustancias de crecimiento y restauración celular.

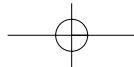
**monosacáridos.** Azúcares simples; son solubles en agua, pueden cristalizarse y pasar a través de las membranas de diálisis.

**nutrientos.** Elementos y sustancias necesarios para el crecimiento, desarrollo y reproducción de un organismo.

**oxihemoglobina.** Recibe este nombre la hemoglobina, cuando el oxígeno se une al ion ferroso de ésta, para ser posteriormente transportado a todas las células del cuerpo.

**peróxido.** Sustancia cuya molécula de oxígeno presenta un estado de oxidación de  $-1$  en cada átomo y al sumarlos queda la molécula con  $-2$ , por ejemplo: el peróxido de hidrógeno ( $H_2O_2$ ).

**polisacárido.** Compuesto que resulta de la unión de muchas moléculas de monosacáridos, con la pérdida de moléculas de agua. Los polisacáridos no cristalizan y no atraviesan las membranas.

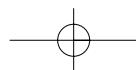
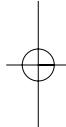
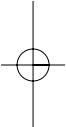




**principio activo.** Sustancia que se emplea como base curativa en la producción de un medicamento. Por ejemplo: el mentol es un principio activo que se obtiene de la menta.

**prótesis.** Objeto sintético utilizado para sustituir la falta de alguna parte del cuerpo humano, como los dientes, por ejemplo.

**reversible.** Proceso en el que las sustancias que intervienen en una reacción química para formar un producto, se pueden obtener nuevamente a partir de ese producto.



## VOCABULARY

all kinds	de todos tipos, formas	fury	furia
always	siempre	furry	pelaje espeso, peludo,
arrived	Ilegué, llegaste		lanudo, cubierto con pelo
awake	despertar		
basement	sótano	go down	bajar
be born	nacer	grass	pasto
be careful	ten cuidado	great!	grandioso, fabuloso,
be tired	(estar) cansado	grief	formidable, increíble
beauty	belleza	gun	pena, aflicción
beings	seres		pistola,
beliefs	creencias	harass	acosar, molestar,
biochemistry	bioquímica		hostigar
building	edificio	heat	calor, calentar
burglar	ladrón	huge	grande, inmenso
busy	ocupado	hunger	hambruna
buzz	zumbido, zumbar	hungry	(estar) hambriento
call	llamar	if	si (condicional)
came	vine, viniste	ignition	ignición (encendido)
careers	carreras	ignition system	sistema de ignición
chanting	canto		(encendido)
church	iglesia	imagine	imagina, imaginar
citizen	ciudadano	incense	incienco
clairvoyance	clarividencia	items	artículos, apartados
clean	limpio, limpiar		
Come back	regresar	jealous	celoso
comfortable	comfortable, cómodo		
control	control, controlar	kid	niño
corrected	corregido	kill	matar
cry	llorar		
deceased	muerto, fallecido	lately	recientemente
details	detalles	lever	palanca
diamonds	diamantes	lock up	encerrar
dirty	sucio, suciedad	machine	máquina
enslave	esclavizar	mean	significado, significar
entertainment	entretenimiento,	measurement	medición
	pasatiempo	miracle	milagro
evidence	evidencia, prueba	miss	extrañar
experiments	experimentos	missed	extrañado, añorado
		monks	monjes
		move	movimiento, mover
few	pocos		
footprints	huellas, pisadas	new	nuevo
footstep	pisadas, pasos	nowhere	en ningún lado
forgive	perdonar	nun	monja

old open areas	viejo, antiguo espacios abiertos, áreas abiertas	switch system	interruptor sistema
phenomena (pl) phenomenon (sing)	fenómeno	telegram through time gauge tired type	telegrama a través de medidor de tiempo cansado tipo, clase
played poltergeist	jugó, jugado espíritu burlón que se manifiesta con ruidos o actos inexplicables	villagers war warning wedding whenever	aldeanos guerra advertencia boda, casamiento cuando sea
precisely pretentious prevent print	precisamente pretencioso, presumido evitar impresión, huella, marca	wide witness wrote	amplio, ancho testigo escribió
problem professor punish pup	problema profesor castigar cachorro		
rap	dar un golpe seco, tocar		
read relatives	leer parientes		
relax	relajarse		
repair	reparar, componer		
replace	reemplazar, cambiar		
research	investigar		
ring	anillo		
rode	montó, paseó		
scary	espantoso		
seek	buscar		
sign	signo, firma		
silly	tonto		
slaves	esclavos		
small	pequeño		
smart	listo, inteligente, vivaz		
smoke	humo		
snow	nieve		
space	espacio		
spacecraft	nave espacial		
sparkling	burbujeante, centelleante, chispeante		
sphinx	esfinge		
stables	establos		



## EXPRESSIONS

a few minutes                      unos cuantos  
minutos

by the way                          por cierto, a  
propósito

come in, please                    adelante por  
favor

do the shopping                    ir de compras

hauntings                            espantos,  
aparecidos

he's gone                            se fue

I'm coming                        ya voy  
It doesn't matter                no importa  
it is worth                        vale la pena  
it worked                         funcionó  
it's so polluted                 está tan  
                                      contaminado

look for (someone)                buscar (a alguien)

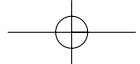
No idea                            ni idea

off we go                         aquí vamos,  
despegamos,  
arrancamos

someone else                      alguien más  
study via T.V.                    estudiar por  
                                      televisión

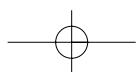
take part                            participar  
take the risk                     arriesgarse  
to show oneself                  mostrarse  
to starve to death                morir de hambre

watch out!                        cuidado  
what else?                        ¿Qué más?  
without leaving home            sin salir de casa





## Notas



**Asignaturas Académicas. Conceptos Básicos  
Tercer grado. Volumen II**  
se imprimió por encargo del  
Ministerio de Educación de Guatemala

Año 2012

