

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS  
ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA DE SISTEMAS



Curso:

**Métodos Numéricos**

Temas:

**Integración y Derivación**

Docente:

**Roni Guillermo Apaza Aceituno**

Alumnos:

**Gerardo Portocarrero Banda - 20180574**

**Luis Armando Gómez Pomari - 20182837**

**Mayer Cutipa Condori - 20172126**

**Alexis Arroyo Huarachi - 20172137**

LINK:

<https://mn-deriva-integra.firebaseio.com/>

AREQUIPA – PERÚ

25-12-2020

## Introducción

Como bien se sabe el aprendizaje de los Métodos Numéricos consta de diversos temas y métodos en los cuales se busca aproximar los resultados ya que se dan situaciones en donde no es posible el cálculo exacto debido a limitantes como los recursos computacionales o la implementación de algoritmos, también que no basta sólo con proveer de algoritmos sino de una interfaz que facilite su uso para las personas que no están muy familiarizadas con la programación y por otra parte tenemos que tener en cuenta varios factores al momento de hacer los cálculos a mano que pueden resultar ineficientes.

Para el presente trabajo acerca de Integración y Derivación Numérica se buscaba crear un software que nos permitiera tanto la enseñanza de dicho tema como facilitar los distintos cálculos de los diversos métodos que existen en ambos temas. La recomendación inicial para hacer este trabajo era usar Matlab tanto para la enseñanza como para la calculadora, pero se optó por separar la herramienta en dos para tener la enseñanza (teoría y cuestionario) en una página web y una calculadora como aplicación de Matlab de esta forma no se sobrecarga la aplicación de Matlab una vez que el usuario tenga bien clara la teoría.

En la primera parte del trabajo se brindará una breve explicación de la Integración Numérica y la Derivación numérica, seguido de la explicación de la parte de la calculadora con Matlab en la cual se irá explicando las partes más importantes a la hora de crear esta calculadora ya sean las librerías usadas, herramientas para la interfaz y la conversión de las funciones y por la parte Web de la herramienta de la misma forma se explicará brevemente los recursos usados ya sea frontend, backend y base de datos y al final se dará la respectiva conclusión acerca de este trabajo.

## Explicación Del Tema

A continuación, se dará una breve explicación de los temas de Integración y Derivación Numérica, en ambos casos se hace uso de diferentes métodos y/o algoritmos para la aproximación de las integrales definidas y derivadas respectivamente.

Métodos de Integración Numérica:

- Trapecio Simple: Se basa en aproximar el valor de la integral por el de la función lineal, que pasa a través del intervalo.
- Trapecio Compuesto: De igual forma que el método de trapecio simple, pero en este caso usan "n" trapecios.
- Simpson  $\frac{1}{3}$  Simple: Este método aproxima los subintervalos mediante polinomios de segundo grado. En el caso de Simpson  $\frac{1}{3}$  se debe verificar que número de intervalos debe ser múltiplo de 2.
- Simpson  $\frac{3}{8}$  Simple: De igual forma para  $\frac{3}{8}$ , pero en este caso el número de intervalos debe ser múltiplo de 3.
- Simpson Compuesto: Cuando los intervalos son demasiados grandes los errores también lo serían en este caso se aplican los métodos de Simpson compuesto de  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{3}{8}$ .
- Romberg: En este se divide la región a calcular en subintervalos donde aplica el método del trapecio.

Métodos de Derivación Numérica:

Para la derivación numérica se hace uso de distintas fórmulas que requieren el valor de  $f(x)$  en distintos puntos dependiendo de si se evalúa en  $O(h)$ ,  $O(h^2)$  y  $O(h^4)$ , 1ra, 2da o 3ra derivada y estos puntos deben ser tomados de acuerdo a un valor  $h$  y cuyas fórmulas son:

- Diferencias Regresivas:

	1ra Derivada	2da Derivada	3ra Derivada
$O(h)$	$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i) - f(x_i - h)}{h}$	$f''(x_i) \approx \frac{f(x_i) - 2f(x_i - h) + f(x_i - 2h)}{h^2}$	$f'''(x_i) \approx \frac{f(x_i) - 3f(x_i - h) + 3f(x_i - 2h) - f(x_i - 3h)}{h^3}$
$O(h^2)$	$f'(x_i) \approx \frac{3f(x_i) - 4f(x_i - h) + f(x_i - 2h)}{2h}$	$f''(x_i) \approx \frac{2f(x_i) - 5f(x_i - h) + 4f(x_i - 2h) - f(x_i - 3h)}{h^2}$	$f'''(x_i) \approx \frac{5f(x_i) - 18f(x_i - h) + 24f(x_i - 2h) - 14f(x_i - 3h) + 3f(x_i - 4h)}{2h^3}$

- Diferencias Centrales:

	1ra Derivada	2da Derivada	3ra Derivada
$O(h^2)$	$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i + h) - f(x_i - h)}{2h}$	$f''(x_i) \approx \frac{f(x_i + h) - 2f(x_i) + f(x_i - h)}{h^2}$	$f'''(x_i) \approx \frac{f(x_i + 2h) - 2f(x_i + h) + 2f(x_i - h) - f(x_i - 2h)}{2h^3}$
$O(h^4)$	$f'(x_i) \approx \frac{-f(x_i + 2h) + 8f(x_i + h) - 8f(x_i - h) + f(x_i - 2h)}{12h}$	$f''(x_i) \approx \frac{-f(x_i + 2h) + 16f(x_i + h) - 30f(x_i) + 16f(x_i - h) - f(x_i - 2h)}{12h^2}$	$f'''(x_i) \approx \frac{-f(x_i + 3h) + 8f(x_i + 2h) - 13f(x_i + h) + 13f(x_i - h) - 8f(x_i - 2h) + f(x_i - 3h)}{8h^3}$

- Diferencias Progresivas:

	1ra Derivada	2da Derivada	3ra Derivada
$O(h)$	$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h}$	$f''(x_i) \approx \frac{f(x_i + 2h) - 2f(x_i + h) + f(x_i)}{h^2}$	$f'''(x_i) \approx \frac{f(x_i + 3h) - 3f(x_i + 2h) + 3f(x_i + h) - f(x_i)}{h^3}$
$O(h^2)$	$f'(x_i) \approx \frac{-f(x_i + 2h) + 4f(x_i + h) - 3f(x_i)}{2h}$	$f''(x_i) \approx \frac{-f(x_i + 3h) + 4f(x_i + 2h) - 5f(x_i + h) + 2f(x_i)}{h^2}$	$f'''(x_i) \approx \frac{-3f(x_i + 4h) + 14f(x_i + 3h) - 24f(x_i + 2h) + 18f(x_i + h) - 5f(x_i)}{2h^3}$

## Explicación Del Código

En esta sección, como se hizo tanto un software desarrollado en Matlab como una plataforma web, se tendrá una división de dos sub secciones, una para explicar el software en Matlab y la siguiente el código de la plataforma.

Software en Matlab:

Para el desarrollo de los métodos de derivación e integración primeramente se hicieron consultas a libros y documentos relacionados a la teoría de los métodos numéricos para entender su funcionamiento, procedimiento y restricciones de los métodos a implementar.

Herramienta de desarrollo:

- **MATLAB:** Es un sistema de cómputo numérico que ofrece un entorno de desarrollo integrado IDE con un lenguaje de programación propio. Entre sus prestaciones básicas se hallan la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware.

El paquete MATLAB dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, a saber, Simulink y GUIDE el cual es un editor de interfaces de usuario - GUI. Además, se pueden ampliar las capacidades de MATLAB con las cajas de herramientas (toolboxes); y las de Simulink con los paquetes de bloques. Debido a las diversas funcionalidades que ofrece Matlab se decidió el desarrollo de la calculadora mediante esta herramienta.

Desarrollo del software:

Para el desarrollo de la interfaz de la calculadora en Matlab se utilizó el paquete GUIDE el cual nos permite de crear interfaces de usuario de manera sencilla mediante la acción de drag and drop, sólo basta arrastrar componentes GUIDE propios de Matlab.

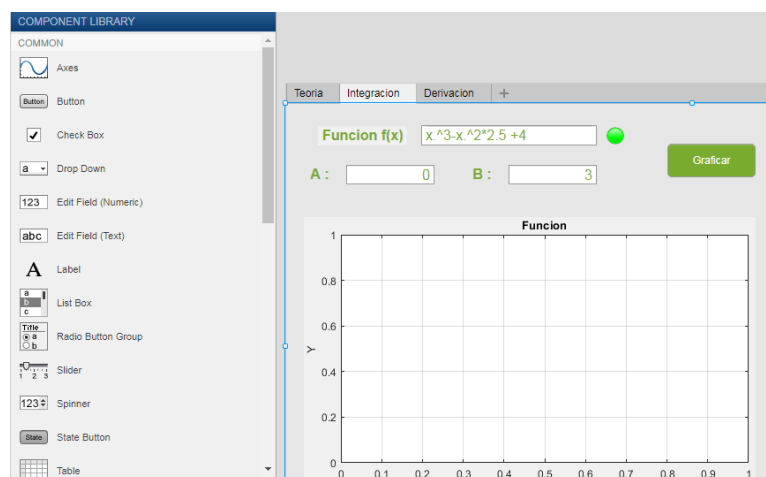
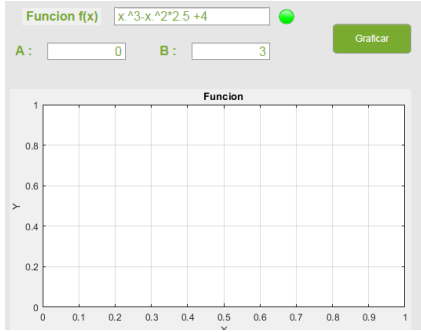


Fig. 1. Componentes GUI propios de Matlab

1. **Graficadora:** Para graficar la función y los datos de intervalo de la integral del usuario se utilizó el componente Axes propio del paquete de Matlab, este componente permite graficar funciones con sólo recibir arreglos como entrada.

Interfaz desarrollada	Código Implementado
	<pre> cla(app.axes,"reset"); a = app.valor_a.Value; b = app.valor_b.Value; f = char(app.funcion.Value);  x = app.valor_a.Value:0.001:app.valor_b.Value; f=inline(f); y =feval(f,x); plot(app.axes,x,y); </pre>

2. **Métodos de Integración:** El principal problema encontrado era convertir las fórmulas de cada método en algoritmos en lenguaje m (lenguaje propio de Matlab), utilizamos las funciones propias de Matlab feval(), finline(), los cuales nos retorna la evaluación de un punto ingresado según la función ingresada por el usuario.

Método de Integración	Código Implementado
$I = \int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b P_1(x) dx$ $\approx \int_a^b \left[ f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) \right] dx$	<pre> %funcion del metodo de trapecio a = app.valor_a.Value; b = app.valor_b.Value; f=char(app.funcion.Value); f=inline(f); res=((b-a)/2)*(f(a)+f(b)); app.result.Value = num2str(res); </pre>

Implementamos los algoritmos de cada método de integración, estos métodos son llamados por el usuario mediante botones, cada botón de la interfaz está relacionado con un método de integración.

3. **Métodos de Derivación:** Del mismo modo de los métodos de integración, se desarrollaron los algoritmos para calcular la primera, segunda y tercera derivada y estos son invocados mediante botones.

Método de Derivación	Código Implementado
$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}$	<pre> x = app.derivado.Value; h = app.paso.Value; f = char(app.derivacion.Value);  f=inline(f); res=f(x+h)-f(x-h); res = res/(2*h); app.FxEditField_2.Value = num2str(res); </pre>

Plataforma web:

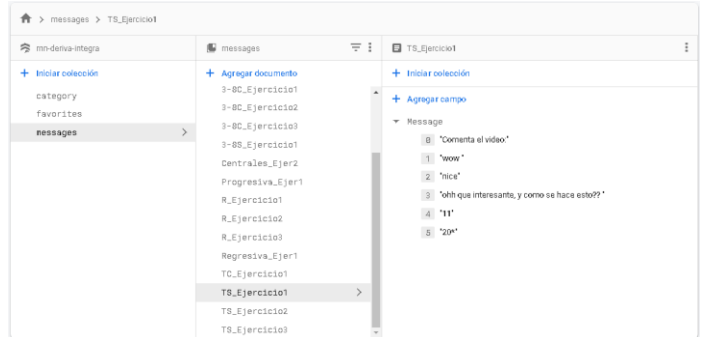
Para poder desarrollar esta plataforma web desplegada en la nube, se utilizaron tecnologías modernas con mucho soporte y buena documentación para su adecuada elaboración. Estas herramientas o tecnologías son: HTML5, CSS, React Js, Firebase (los servicios de Firecloud, Storage, Hosting y Autenticación), Material UI, npm.

Funcionamiento y papel de cada tecnología en la plataforma.

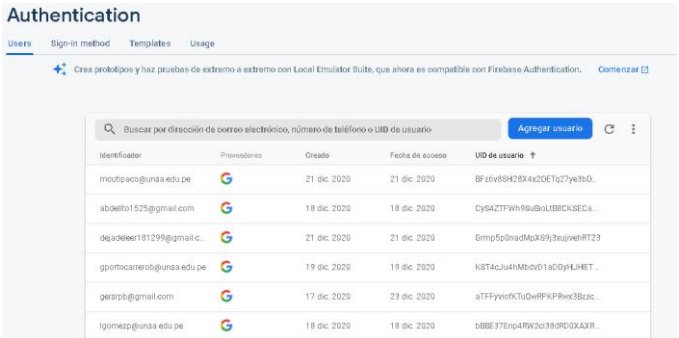
- **HTML5:** HTML5 nos permite crear la estructura y esqueleto de la plataforma, definiendo sus elementos y la mejor ubicación posible para que sean representadas de la mejor manera.
- **CSS:** Una vez creada la estructura de la plataforma o página web, se le añade diferentes estilos de diseño para realizarlo visualmente atractivo y llamativo a la vista del usuario, logrando la estadía del usuario en la plataforma.
- **React Js:** React Js es una librería que trabaja por componentes que pueden ser reutilizables en diferentes secciones de toda la plataforma, se pueden definir clases o funciones que retornan el esqueleto de HTML junto a su estilo de diseño CSS.

Componente en ReactJs
<pre> function App() {   return (     &lt;Router&gt;       &lt;CssBaseline /&gt;       {/* The rest of the application */}       &lt;div className="App"&gt;         &lt;Switch&gt;           &lt;Route path="/" exact component={Portada} /&gt;           &lt;Route path="/inicio" exact component={Inicio} /&gt;           &lt;Route path="/profile" exact component={Profile} /&gt;           &lt;Route path="/teoria" exact component={Teoria} /&gt;           &lt;Route path="/category/:id/:id" exact component={Producto} /&gt;           &lt;Route path="/category/:id" exact component={Category} /&gt;           &lt;Route path="/soporte" exact component={Soporte} /&gt;           &lt;Route exact component={Errore} /&gt;         &lt;/Switch&gt;       &lt;/div&gt;     &lt;/Router&gt;   ) } </pre>

- Firecloud y Firebase: Este servicio nos permite almacenar en nuestro sistema información dinámica de la plataforma como el foro de comentarios para cada video.

En código	En la nube
<pre>// Publica un comentario de su categoría invocando a esta función const postCategory = async (value) =&gt; {   let jsonValues = {}   if (allmessage.length !== 0) {     jsonValues = {       Message: [...allmessage, message]     }     await db.collection('messages').doc(value.Name).update(jsonValues)   } else {     jsonValues = {       Message: [message]     }     await db.collection('messages').doc(value.Name).set(jsonValues)   } }</pre>	

- Storage y Firebase: Este servicio nos permite almacenar archivos multimedia y poder utilizarlos, con los permisos de verificación, para preservar todos los videos creados por el grupo y mostrarlos en la plataforma.
- Hosting y Firebase: Este servicio nos permite desplegar una o más aplicaciones web en la nube distribuida, ya que está al alcance de cualquier usuario en el mundo.
- Autenticación y Firebase: Este servicio nos permite almacenar usuarios que se registren en nuestra página usando la API de Google o completando el formulario manualmente, de esta manera Firebase nos da la facilidad de comprobar si estos usuarios fueron correctamente almacenados, y comprobar (al momento de iniciar sesión), si existen en el servicio de la plataforma.

En código	En la nube
<pre>auth.onAuthStateChanged(user =&gt; {   if (user) {     //console.log('signin', user)     setUser(user)     // si el usuario existe e inicio sesion correctamente     setAuthenticate(true)   } else {     console.log('signout')     // si el usuario no existe e inicio sesion incorrectamente     setAuthenticate(false)   } })</pre>	

- Material UI: Framework que proporciona componentes React Js que implementan Material Design de Google, es usado por su gran flexibilidad e increíble diseño de estilos que facilita mucho la estructura y cuadrículas de estructura de la página web.

- npm: Sistema de gestión de paquetes que nos permite descargar y utilizar la mayoría de estas tecnologías mencionadas anteriormente, sostenida por Javascript.

Para más detalle de la implementación del sistema, tanto para la plataforma como para el software, el código se encuentra en el siguiente repositorio de Github, en cada sección contiene una breve descripción de las funcionalidades implementadas de la calculadora desarrollada en Matlab: <https://github.com/GerardoTBO/MN-Integracion-Derivacion>.

## Conclusión

Se concluye que el lenguaje de programación Matlab facilita el uso y la creación de algoritmos matemáticos y su forma de IDE provee las herramientas necesarias como Simulink y GUIDE para crear programas de interfaz gráfica y Axes para realizar las gráficas y por la parte Web de la herramienta los recursos usados para elaborarla fueron los adecuados como Firebase que nos facilitó el despliegue de esta página y a su vez almacenamiento de los recursos usados además de la base de datos y los otros recursos como Material UI para agilizar la creación.

También que el trabajo realizado acerca de Integración y Derivación Numérica representa una herramienta de necesaria para el aprendizaje y cálculo automático y por otra parte que la división del trabajo en Software Web y Software Matlab fue una buena decisión permitiendo tener a disposición de los usuarios tanto teoría como calculadora al redirigir Matlab a la página Web y la página Web permitir la descargar de la calculadora, a su vez que mejora el tiempo de carga del programa y no lo sobrecarga.