

Проект

В момента се обсъждат варианти за въвеждане на система "Бонус-малус" в България. Един вариант е определянето на 12 групи, категоризиращи водачите на МПС, като всяка група ще съдържа коефициент, наречен *бонус-малус*, по който ще се умножава базовата застрахователна премия.

Пример: Ако базовата застрахователна премия е 100 лева и водачът за дадена година е в група 6 с коефициент бонус-малус 1.1, то той следва да заплати $1.1 \times 100 = 110$ лева.

1. Модел

Моделът е Марковска верига със състояния (**states**) дванадесетте категоризиращи групи.

1.1. Допускания за преход (**transition**) между групите:

- водач започва в нулевата година в някоя от 12 групи, като група 5 се счита неутрална и в нея започват новите водачи;
- ако водачът не извърши ПТП (пътно-транспортно произшествие) за дадена година, на следващата година преминава в една група по-надолу, освен ако не е в група 1, когато остава в нея. *Пример: ако е в група 5 за настоящата година, преминава в група 4 на следващата;*
- ако извърши едно ПТП, преминава с две групи нагоре, освен ако не е в група 12, когато остава там, или в група 11, когато преминава в 12;
- ако извърши две ПТП, преминава с три групи нагоре, освен ако не е в група 10, 11, 12, при които преминава в 12;
- ако извърши повече от две ПТП преминава с четири групи нагоре, освен ако не е в група 9, 10, 11, 12, при които преминава в 12;
- ако извърши ПТП с тежко телесно нараняване, преминава с 9 групи нагоре, освен ако не е вече в някоя от групите 4, 5, \dots , 12, при които преминава в група 12.

1.2. Допускания за преходните вероятности (**transition probabilities**):

- да извърши точно едно ПТП - 0.1;
- да извърши точно две ПТП - 0.06;
- да извърши повече от две ПТП - 0.03;
- да извърши ПТП с тежко телесно нараняване - 0.01.

2. ЦЕЛИ

2.1. Анализ на Марковската верига:

- конструирайте матрицата на прехода (**transition matrix**);
- покажете дали веригата е неразложима (**irreducible**);
- покажете дали веригата е възвратна (**recurrent**) или преходна (**transient**);
- покажете дали веригата е възвратна (**recurrent chain**) или положително възвратна (**positive recurrent chain**);
- намерете стационарното разпределение (**stationary/invariant distribution**) ако съществуват;
- ако веригата не е периодична (**the chain is aperiodic**), анализирайте скоростта на сходимост към стационарност (**speed of convergence to stationarity**) (числено и аналитично).

2.2. Задачи, свързани със застрахователни проблеми:

При положение, че коефициентът *бонус-малус* строго нараства с нарастването на номера на групата и той е задължително единица в група 5:

- намерете потенциално всички разпределения на коефициентите в дванадесетте групи, така че дългосрочно средният *бонус-малус* коефициент да е единица независимо каква е първоначалната група на водача; опишете как решавате този проблем;
- изберете едно възможно решение и обяснете защо ви се струва рационално;
- може ли да се намери приблизително колко бързо системата ще бъде в равновесие, т.е. колко години са необходими за средния *бонус-малус* да е приблизително 1;
- намерете решение, при което максималният бонус е 25 процента или *бонус-малус* коефициентът в група 1 е 0.75 и коефициентите на първите четири групи са приблизително равномерно разпределени.