Práctica Nº2: Matrices y Determinantes

Matrices

1) Escribir explícitamente las matrices definidas por:

$\boldsymbol{a})\ A \in \mathbb{R}^{3\times3}/a_{ij} = i + j$

$\boldsymbol{b})\ B \in \mathbb{R}^{3\times3}/b_{ij} = i^2 + 2j - 3$

$\boldsymbol{c})\ C \in \mathbb{R}^{3\times2}/c_{ij} = i^2 - i.j$

$\mathbf{d})\ D \in \mathbb{R}^{2\times3}/d_{ij} = \dfrac{i^2 + j - 1}{3}$

2) Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

Efectuar las siguientes operaciones si es posible:

a) $(A + B).2 =$ **b)** $(A^t - B).D =$ **c)** $3.B^t =$ **d)** $A.B.C =$ **e)** $B.E =$ **f)** $B^2 - (C^t + A) =$

g) $D.E =$ **h)** $C.D =$ **i)** $E^2 =$

3) Calcular $A^2 - 3.A - I$ **siendo** $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},\ I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

4) Encontrar la matriz inversa de cada una de las siguientes matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} -12 & 4 & 8 \\ -2 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

5) Determinar el rango de las siguientes matrices.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 6 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

6) ¿Cuánto debe valer x **para que el rango sea dos?** $M = \begin{pmatrix} 5 & -5 & -6 \\ -5 & 3 & -1 \\ 0 & x & 7 \end{pmatrix}$

7) Determinar el rango de las siguientes matrices en función del parámetro $\propto$**.**

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & \propto \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & \propto & 2 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ \propto & 4 \end{pmatrix}$

Determinantes

1) Calcular los siguientes determinantes

a) $\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} =$

b) $\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} =$

c) $\begin{vmatrix} 8 & 4 & 1 \\ 6 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} =$

d) $\begin{vmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 8 & 20 & 4 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} =$

e) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -3 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \end{vmatrix} =$

f) $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -10 & -25 \end{vmatrix} =$

2) Determinar el valor de x que satisface las siguientes igualdades

a) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ -x & 0 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -14$

b) $\begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & x+1 & x+5 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} = 48$

3) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$**,** $B = 2.A^t$ **y** $D = A^2.B$**, calcular** $|D|$

4) Sabiendo que $|A| = \begin{vmatrix} x & y & z \\ t & u & v \\ a & b & c \end{vmatrix} = 6$ **determinar los siguientes determinantes:**

a) $|B| = \begin{vmatrix} -3x & -y & -z \\ 3t & u & v \\ 3a & b & c \end{vmatrix}$

b) $|C| = \begin{vmatrix} -2y & x & z \\ -2u & t & v \\ -2b & a & c \end{vmatrix}$

5) Calcular el valor de x **perteneciente a R tal que el determinante se anule:**

$$|A| = \begin{vmatrix} x & 2 & x+2 \\ 2 & x+2 & x \\ x+2 & x & 2 \end{vmatrix}$$