

# Investigación Operativa

*C.C. Lauritto & Ing. Casanova*

## Guía 04: Transporte y Asignación

Fecha de Entrega: 08 de Febrero de 2017

Ravera P. & Rivera R.

## Índice

<b>Ejercicios</b>	<b>3</b>
Punto 01 - <i>News Monthly</i> . . . . .	3
Punto 02 - Distribución de Frutas . . . . .	4
Punto 03 - Vestidos . . . . .	6
Punto 04 - Agricultor . . . . .	8
Punto 05 - JoShop . . . . .	9
Asignación Optima . . . . .	9
Quinto Trabajador . . . . .	11
Quinta Tarea . . . . .	12
Punto 06 - Competencia Relevos . . . . .	13
Punto 07 - Tomas y la Cerveza . . . . .	15
Punto 08 - MKJ . . . . .	15

## Ejercicios

### Punto 01 - *News Monthly*

Contamos con la siguiente información sobre los costos de envío:

Cuadro 1: Costos de Envío

	Chicago	Seattle	Washington	Biblioteca	Oferta
Los Angeles	0.07	0.05	0.1	-0.05	<b>5000</b>
New York	0.03	0.11	0.04	-0.08	<b>5000</b>
<b>Demanda</b>	<b>4000</b>	<b>2000</b>	<b>2500</b>	<b>1500</b>	

Entonces, nuestra variable de decisión  $X_{ij}$  representa la cantidad de ejemplares enviados desde el origen  $i$  al destino  $j$ . La función objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z = & 0.07 \left[ \frac{\$}{c} \right] X_{11} [c] + 0.05 \left[ \frac{\$}{c} \right] X_{12} [c] + 0.10 \left[ \frac{\$}{c} \right] X_{13} [c] - 0.05 \left[ \frac{\$}{c} \right] X_{14} [c] \\ & + 0.03 \left[ \frac{\$}{c} \right] X_{21} [c] + 0.11 \left[ \frac{\$}{c} \right] X_{22} [c] + 0.04 \left[ \frac{\$}{c} \right] X_{23} [c] - 0.08 \left[ \frac{\$}{c} \right] X_{24} [c] \end{aligned}$$

sujeta a:

$$\begin{aligned} X_{11} [c] + X_{12} [c] + X_{13} [c] + X_{14} [c] &\leq 5000 [c] \\ X_{21} [c] + X_{22} [c] + X_{23} [c] + X_{24} [c] &\leq 5000 [c] \\ X_{11} [c] + X_{21} [c] &\geq 4000 [c] \\ X_{12} [c] + X_{22} [c] &\geq 2000 [c] \\ X_{13} [c] + X_{23} [c] &\geq 2500 [c] \\ X_{14} [c] + X_{24} [c] &\geq 1500 [c] \end{aligned}$$

Entonces, luego de resolver el problema llegamos a la siguiente solución:

Cuadro 2: Plan Óptimo

	Chicago	Seattle	Washington
Los Angeles	1500	2000	0
New York	2500	0	2500

Quedando sin entregar 1500 copias de la imprenta de la ciudad de Los Ángeles.

## Punto 02 - Distribución de Frutas

Contamos con la siguiente información sobre los costos de transporte de transporte de un kg de fruta entre cada huerta y cada mercado, además de sus respectivas producciones y requerimientos:

Cuadro 3: Ofertas y Demandas

	Mercado01	Mercado02	Mercado03	Mercado04	MercFict	Oferta	Costo Kg
Huerta01	0.3	0.7	0.5	0.3	0	200	10
Huerta02	1.2	1	0.9	0.1	0	300	9
Huerta03	2	0.4	0.1	0.5	0	500	10
<b>Demanda</b>	<b>200</b>	<b>100</b>	<b>200</b>	<b>400</b>	<b>100</b>		
<i>Venta Kg</i>	<i>10</i>	<i>12</i>	<i>15</i>	<i>11</i>	<i>0</i>		

En este caso la función objetivo es:

$$\text{Max } Z = 10600 [\text{\$}] - 9700 [\text{\$}] - \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^5 C_{ij} X_{ij}$$

Sujeta a las siguientes restricciones pactadas con las huertas y los mercados respectivamente:

$$\begin{aligned}
 [\text{Huerta01}] \quad & \sum_{j=1}^5 X_{1j} [Kg] = 200 [Kg] \\
 [\text{Huerta02}] \quad & \sum_{j=1}^5 X_{2j} [Kg] = 300 [Kg] \\
 [\text{Huerta03}] \quad & \sum_{j=1}^5 X_{3j} [Kg] = 500 [Kg] \\
 [\text{Mercado01}] \quad & \sum_{i=1}^3 X_{i1} [Kg] = 200 [Kg] \\
 [\text{Mercado02}] \quad & \sum_{i=1}^3 X_{i2} [Kg] = 100 [Kg] \\
 [\text{Mercado03}] \quad & \sum_{i=1}^3 X_{i3} [Kg] = 200 [Kg] \\
 [\text{Mercado04}] \quad & \sum_{i=1}^3 X_{i4} [Kg] = 400 [Kg] \\
 [\text{MercadoFict}] \quad & \sum_{i=1}^3 X_{i5} [Kg] = 100 [Kg]
 \end{aligned}$$

$$\forall \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad j \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad X_{ij} \geq 0$$

Primera solución por Vogel:

	<b>0.7</b>	<b>0.7</b>	<b>0.4</b>	<b>0.2</b>	<b>0</b>	
<b>0.3</b>	200					<del>200</del>
<b>0.1</b>				300		<del>300</del>
<b>0.1</b>		100	200	100	100	<del>500</del>
	<del>200</del>	<del>100</del>	<del>200</del>	<del>400</del>	<del>100</del>	<del>100</del>

Esta primera solución tiene un beneficio ( $Z$ ) igual a \$ 660. Luego de resolver el problema con LINGO llegamos a la conclusión que ésta solución no es solo la primera SBF, sino que es la Óptima.

Ésta solución entonces nos indica que el plan de distribución óptimo consiste en:

- Enviar 200 Kg de fruta desde la huerta 01 hacia el mercado 01.
- Enviar 100 Kg de fruta desde la huerta 03 hacia el mercado 02.
- Enviar 300 Kg de fruta desde la huerta 02 hacia el mercado 04.
- Enviar 200 Kg de fruta desde la huerta 03 hacia el mercado 03.
- Enviar 100 Kg de fruta desde la huerta 03 hacia el mercado 04.
- Sobran 100 Kg de fruta adquiridos en la huerta 03 que se echan a perder.

### Punto 03 - Vestidos

Se busca minimizar los costos en los que se incurre para satisfacer la demanda de vestidos. A continuación se presenta un cuadro que contiene información sobre la cantidad máxima de vestidos que se puede comprar a cada proveedor, junto con el costo de cada tipo (nótese que la ultima columna representan los vestidos que no se le compran a un proveedor y no un tipo extra):

Cuadro 4: Tabla de Costos

	A	B	C	D	E	Oferta
Perez	130	210	100	160	0	<b>300</b>
Quiroga	125	200	105	170	0	<b>350</b>
Ruiz	120	100	110	155	0	<b>250</b>
Suarez	110	175	90	145	0	<b>200</b>
Tonelli	140	215	95	165	0	<b>300</b>
<b>Demanda</b>	<b>300</b>	<b>300</b>	<b>300</b>	<b>300</b>	<b>200</b>	

La función objetivo es:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 C_{ij} X_{ij}$$

Sujeta a:

$$\begin{aligned}
 [\text{Max Perez}] \quad & \sum_{j=1}^5 X_{1j} [v] = 300 [v] \\
 [\text{Max Quiroga}] \quad & \sum_{j=1}^5 X_{2j} [v] = 350 [v] \\
 [\text{Max Ruiz}] \quad & \sum_{j=1}^5 X_{3j} [v] = 250 [v] \\
 [\text{Max Suarez}] \quad & \sum_{j=1}^5 X_{4j} [v] = 200 [v] \\
 [\text{Max Tonelli}] \quad & \sum_{j=1}^5 X_{5j} [v] = 300 [v] \\
 [\text{Tipo A}] \quad & \sum_{i=1}^5 X_{i1} [v] = 300 [v] \\
 [\text{Tipo B}] \quad & \sum_{i=1}^5 X_{i2} [v] = 300 [v] \\
 [\text{Tipo C}] \quad & \sum_{i=1}^5 X_{i3} [v] = 300 [v] \\
 [\text{Tipo D}] \quad & \sum_{i=1}^5 X_{i4} [v] = 300 [v] \\
 [\text{Sin comprar}] \quad & \sum_{i=1}^5 X_{i5} [v] = 200 [v]
 \end{aligned}$$

La siguiente tabla muestra el plan de compra óptimo:

Cuadro 5: Solución Óptima

	A	B	C	D	E
Perez	0	0	0	300	0
Quiroga	150	0	0	0	200
Ruiz	0	250	0	0	0
Suarez	150	50	0	0	0
Tonelli	0	0	300	0	0

## Punto 04 - Agricultor

A continuación se muestran la ganancia de destinar cada finca al monocultivo, expresado en miles de pesos.

Cuadro 6: Datos

	Tabaco	Melon	Trigo	Tomate
A	60	80	90	80
B	80	65	75	100
C	68	100	60	75
D	56	90	69	95

Entonces aplicamos el método Húngaro:

Cuadro 7: Paso 1) Ajuste para maximización

40	20	10	20
20	35	25	0
32	0	40	25
44	10	31	5

Cuadro 8: Paso 2) Resta por filas

30	10	0	10
20	35	25	0
32	0	40	25
39	5	36	0

Cuadro 9: Paso 3) Resta por columnas

0	10	0	10
0	35	25	0
2	0	40	25
9	5	36	0



Cuadro 10: Paso 4) Asignación

0	10	0	10
0	35	25	0
2	0	40	25
9	5	36	0

El resultado final del mismo nos indica que lo conveniente es:

- Plantar Trigo en la finca A
- Plantar Tabaco en la finca B
- Plantar Melon en la finca C
- Plantar Tomate en la finca D

Si seguimos este plan, alcanzamos una ganancia de \$365000, lo que resulta mayor a lo que el agricultor estaba ganando antes de recurrir al monocultivo.

## Punto 05 - JoShop

### Asignación Óptima

Cuadro 11: Situación Inicial

50	50	-	20
70	40	20	30
90	30	50	-
70	20	60	70

Cuadro 12: Resta por filas

30	30	-	0
50	20	0	10
60	0	20	-
50	0	40	50

Cuadro 13: Resta por columnas

0	30	-	0
20	20	0	10
30	0	20	-
20	0	40	50

Cuadro 14: Primer intento - Restar  $X_{24} = 10$ 

0	30	-	0
20	20	0	10
30	0	20	-
20	0	40	50

Cuadro 15: Segundo intento - Restar  $X_{41} = 10$ 

0	30	-	0
10	20	0	0
20	0	20	-
10	0	40	40

Cuadro 16: Asignación Óptima

0	30	-	0
10	20	0	0
10	0	20	-
0	0	40	30

Gracias a la aplicación del método húngaro, llegamos a que la siguiente asignación del personal traerá acarreado los costos mínimos:

- Asignar al trabajador 01 a la tarea 04.
- Asignar al trabajador 02 a la tarea 03.
- Asignar al trabajador 03 a la tarea 02.
- Asignar al trabajador 04 a la tarea 01.

Dicho costo resulta ser de 140 unidades monetarias.

## Quinto Trabajador

Cuadro 17: +1 Trabajador - Situación Inicial

50	50	-	20	0
70	40	20	30	0
90	30	50	-	0
70	20	60	70	0
60	45	30	80	0

Cuadro 18: +1 Trabajador - Resta por Filas

0	30	-	0	0
20	20	0	10	0
40	10	30	-	0
20	0	40	50	0
10	25	10	60	0

Cuadro 19: +1 Trabajador - Resta por Columnas

0	40	-	0	10
10	20	0	0	0
30	10	40	40	0
10	0	40	40	0
0	25	10	50	0

Cuadro 20: +1 Trabajador - Asignación Óptima

0	40	-	0	10
10	20	0	0	0
30	10	40	40	0
10	0	40	40	0
0	25	10	50	0

En este caso la asignación Óptima es:

- Asignarle la tarea 01 al trabajador 05 (nuevo trabajador).

- Asignarle la tarea 02 al trabajador 04.
- Asignarle la tarea 03 al trabajador 02.
- Asignarle la tarea 04 al trabajador 01.

Dicho costo resulta ser de 120 unidades monetarias.

### Quinta Tarea

Cuadro 21: +1 Tarea - Situación Inicial

50	50	-	20	20
70	40	20	30	10
90	30	50	-	20
70	20	60	70	80
0	0	0	0	0

Cuadro 22: +1 Tarea - Resta por Filas

30	30	-	0	0
60	30	10	20	0
70	10	30	-	0
50	0	40	50	60
0	0	0	0	0

Cuadro 23: +1 Tarea - Resta por Columnas

30	40	-	0	10
50	30	0	10	0
60	10	20	-	0
40	0	30	40	60
0	10	0	0	10

Cuadro 24: +1 Tarea - Asignación Óptima

30	40	-	0	10
50	30	0	10	0
60	10	20	-	0
40	0	30	40	60
0	10	0	0	10

La asignación Óptima resulta:

- Asignar al trabajador 01 a la tarea 04.
- Asignar al trabajador 02 a la tarea 03.
- Asignar al trabajador 03 a la tarea 05 (nueva tarea).
- Asignar al trabajador 04 a la tarea 02.

Entonces la nueva tarea debe tener prioridad sobre la tarea 01 ya que caso contrario los costos se disparan. Con un costo de 80 unidades monetarias.

## Punto 06 - Competencia Relevos

A continuación se presentan los tiempos estimados de cada nadador en cada estilo

Cuadro 25: Datos Iniciales

65	73	63	57	0	0
67	70	65	58	0	0
68	72	69	55	0	0
67	75	70	59	0	0
71	69	75	57	0	0
69	71	66	59	0	0

Luego, aplicando el método húngaro (se omiten las restas por filas debido a la existencia de dos columnas ficticias)

Cuadro 26: Resta por columnas

0	4	0	2	0	0
2	1	2	3	0	0
3	3	6	0	0	0
2	6	7	4	0	0
6	0	12	2	0	0
4	2	3	4	0	0

Cuadro 27: Primer intento de asignación - restamos  $X_{22} = 1$ 

0	4	0	2	0	0
2	1	2	3	0	0
3	3	6	0	0	0
2	6	7	4	0	0
6	0	12	2	0	0
4	2	3	4	0	0

Cuadro 28: Segundo intento de asignación restamos  $X_{41} = 1$ 

0	5	0	3	1	1
1	0	1	3	0	0
2	2	5	0	0	0
1	5	6	4	0	0
6	1	12	3	1	1
3	1	2	4	0	0

Cuadro 29: Asignación Óptima

0	5	0	3	2	2
1	0	0	3	1	1
2	2	5	0	1	1
0	4	5	3	0	0
5	0	11	2	1	1
2	0	1	3	0	0

La asignación Óptima de nadadores consiste entonces en que el nadador 01 realice la etapa de dorso, el 02 la de Mariposa, el tercero en estilo libre y el quinto en Pecho. Los otros dos

nadadores nos conviene que no participen, y cabe destacar que los dos primeros nadadores pueden intercambiar sus asignaciones sin afectar el tiempo total estimado.

## Punto 07 - Tomás y la Cerveza

Cuadro 30: Datos Iniciales

	Hoy	Mañana	Fict	Oferta
Ricardo	3	2.7	0	5
Enrique	2.9	2.8	0	4
Demanda	3	4	2	

La solución Óptima para este problema es comprar 3 litros hoy a Enrique y 4 a Ricardo mañana, alcanzando un costo mínimo de \$19.50.

## Punto 08 - MKJ

Cuadro 31: Datos Iniciales

	M1-ART1	M1-ART2	M2-ART1	M2-ART2	M3-ART1	M3-ART2	FICT	Ofertas
M1-HN	15	16	16	18	18	19	0	10
M1-HE	18	20	19	22	21	23	0	3
M2-HN	M	M	17	15	19	16	0	8
M2-HE	M	M	20	18	22	19	0	2
M3-HN	M	M	M	M	19	17	0	10
M3-HE	M	M	M	M	22	22	0	3
Demandas	5	3	3	5	4	4	12	

Luego de cargar este problema en LINGO, llegamos a que la solución Óptima consiste en vender 7 unidades del primer articulo y 3 del 02 en el primer mes; 14 y 7 de los dos artículos respectivamente en el segundo mes y por último 4 unidades del artículo 01 y 2 del articulo 02 en el mes 3.