

Investigacion Operativa

C.C. Lauritto & Ing. Casanova

Guia 05: Modelos de Red

Fecha de Entrega: 04 de Diciembre de 2016

Ravera P. & Rivera R.

Índice

Solucion de Problemas	3
Punto 01 - Reemplazo de Equipos	3
Punto 02 - Ruta mas Segura	4
Punto 03 - Aceleracion de Proyectos	6
Punto 04 - Problema de la Ruta mas corta como problema PL	8
Punto 05 - Interconexion de Nodos	8
Punto 06 - Interconexion de Nodos 02	9
Punto 07 - Interconexion de Nodos 03	9
Punto 08 - Flujo maximo en la Industria del Petroleo	11
Punto 09 - Flujo Maximo de Informacion	13
Punto 10 - Problema de Flujo Maximo como Problema de Programacion Lineal	17
Punto 11 - Flujo de costo Minimo 01	17
Punto 12 - Flujo de costo Minimo 02	18
Punto 13 - Stanley Morgan	19
Trayectorias y Longitudes	19
Tiempos	19
Retrasos	21
Punto 14 - Lockheed Aircraft	21
Media y Varianza	21
Ruta Critica Media	22
Probabilidad 100 semanas	22
Posibilidad	22
Punto 15 - Aceleracion Lockheed	22
Programa Lineal	22
Solucion	23
Informe	24

Solucion de Problemas

Punto 01 - Reemplazo de Equipos

Problema Lineal:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & 4000X_{12} + 4300X_{23} + 4800X_{34} + 4900X_{45} \\ & + 5400X_{13} + 9800X_{14} + 6200X_{24} + 8700X_{25} + 7100X_{35} \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^{n-1} X_{1j} &= 1 \\ \sum_{i=1}^{n-1} X_{i5} &= 1 \\ \sum_{i=1}^5 X_{ik} &= \sum_{j=1}^5 X_{kj} \quad \forall k \neq 1, 5 \\ \forall i, j \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad X_{ij} &\in \{0, 1\} \end{aligned}$$

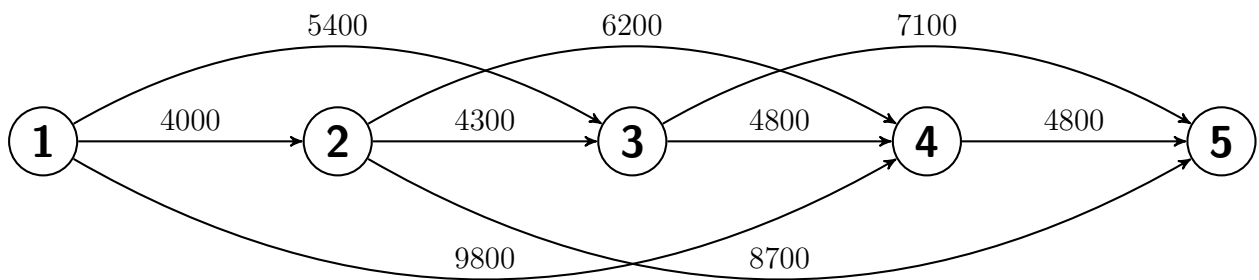


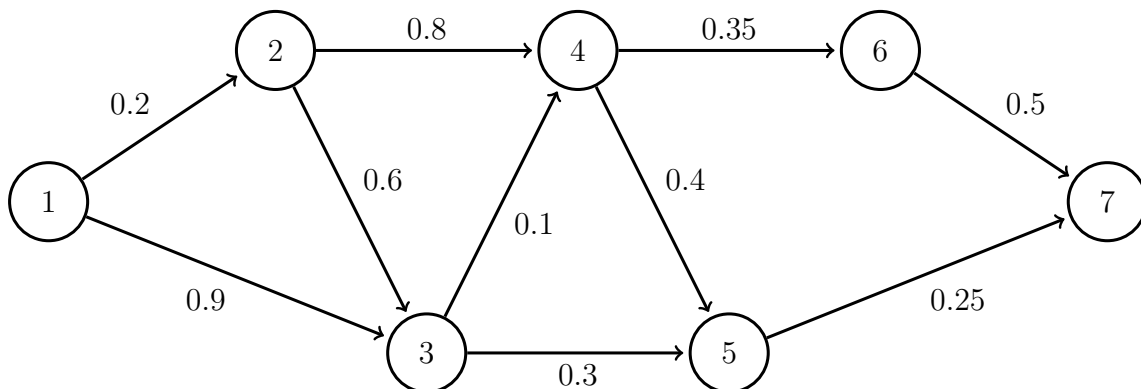
Figura 1: Grafo 01

Cuadro 1: Iteraciones del Metodo

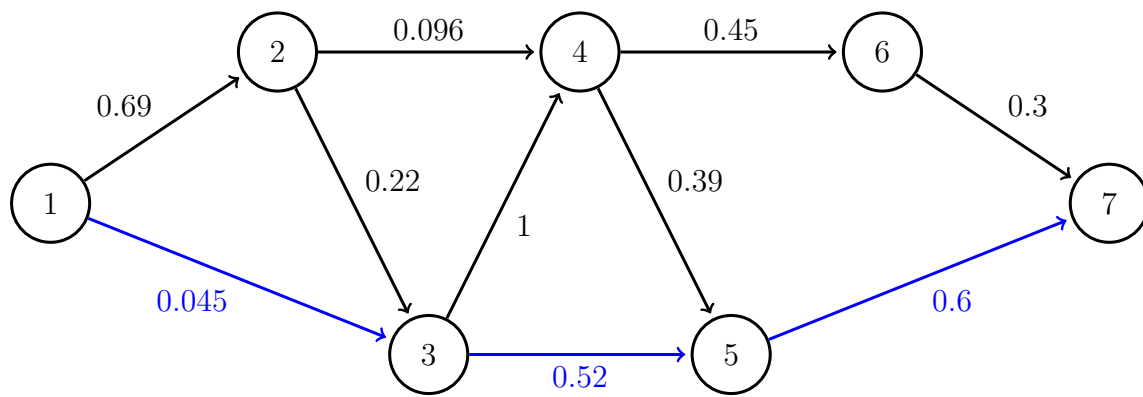
Iteracion	Nodo Resuelto	Nodo No Res. mas Cercano	Distancia Total	K-esimo Nodo mas Cercano	Ultima Conexion
1	1	2	4000	2	1-2
2	1	3	5400	3	1-3
	2	3	8300	3	
3	1	4	9800	4	1-4
	2	4	10200	-	
	3	4	10200	-	
4	2	5	12700	-	3-5
	3	5	12500	5	

En la tabla anterior se aprecia que la ruta mas corta es $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$, lo que significa que nos conviene adquirir el equipo en el primer año y renovarlo cada 2 años.

Punto 02 - Ruta mas Segura



Si bien la red anterior representa las posibilidades de no ser detenido, para poder resolverlo como un problema de ruta mas corta calculamos el opuesto del logaritmo decimal de los valores, de manera de buscar minimizar las posibilidades de ser detenidos, como se ve en la siguiente red:



Cuadro 2: Iteraciones

Iteracion	Nodo Resuelto	Nodo No Res. mas Cercano	Distancia Total	K-esimo Nodo mas Cercano	Ultima Conexion
1	1	3	0.45	3	1-3
2	1 3	2 5	0.69 0.52	- 5	3-5
3	1 3 5	2 4 7	0.69 1 0.60	- - 7	5-7

La ruta mas corta (la que tiene menos posibilidades de ser detectado) es la que recorre los nodos $1 \rightarrow 3 \rightarrow 5$

Punto 03 - Aceleracion de Proyectos

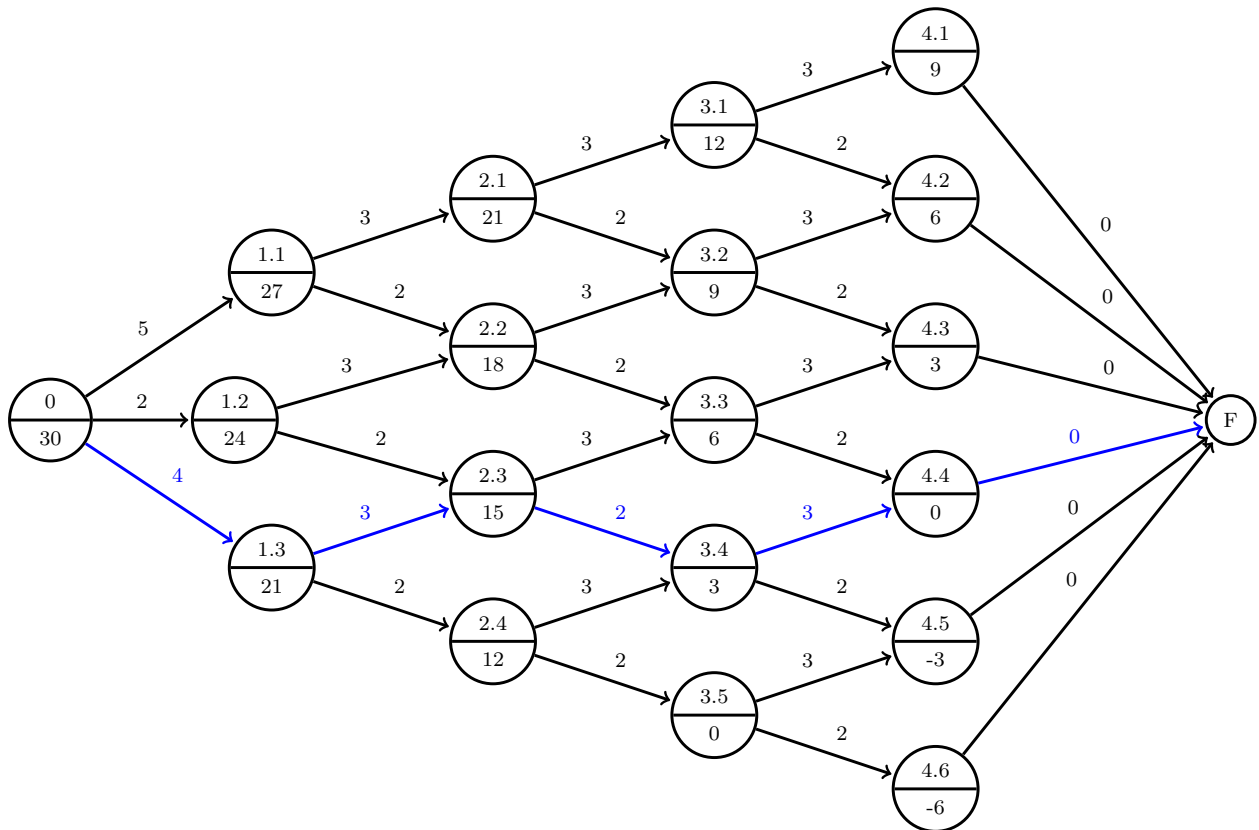


Figura 2: Red de Aceleracion

De esta manera, llegamos a un tiempo minimo de 10 meses. Esto se logra realizando la primer y tercera etapa en el nivel 'Quiebre' y las etapas 2 y 4 en el nivel 'Prioridad'. Se consume todo el presupuesto disponible.

Cuadro 3: Iteraciones

Iteracion	Nodo Resuelto	Nodo No Res. mas Cercano	Distancia Total	K-esimo Nodo mas Cercano	Ultima Conexion
1	0	13	2	13	0-13
2	0	12	4	12	0-12
	13	24	4	24	13-24
3	0	11	5	11	0-11
	13	23	5	23	13-23
	12	23	6	-	
	24	34	9	-	
4	11	22	7	22	11-22
	12	22	7	22	12-22
	23	34	8	-	
	24	34	9	-	
5	11	21	8	21	11-21
	22	33	10	-	
	23	34	8	34	23-34
	24	34	9	-	
6	21	32	11	-	
	22	33	10	33	22-33
	23	33	10	33	23-33
	34	44	10	44	34-44
7	21	32	11	-	
	22	32	12	-	
	33	43	12	-	
	44	F	10	F	44-F
8	21	32	11	32	21-32
	22	32	12	-	
	33	43	12	-	
9	21	31	13	-	
	33	43	12	43	33-43
	32	43	12	43	32-43
10	21	31	13	31	21-31
	33	42	13	42	33-42
11	32	41	15	41	32-41

Punto 04 - Problema de la Ruta mas corta como problema PL

Objetivo: minimizar la distancia recorrida. Variables de decision:

$$\blacksquare X_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si se viaja de } i \text{ a } j \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

Funcion Objetivo:

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m d_{ij} X_{ij}$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} [\text{Unico Comienzo}] \quad & \sum_{j=1}^m X_{0j} = 1 \\ [\text{Unico Fin}] \quad & \sum_{i=1}^n X_{iF} = 1 \\ & \sum_{i=1}^n X_{ik} - \sum_{j=1}^m X_{kj} = 0 \quad \forall k \neq 0 \wedge k \neq F \\ & \forall i = 1..n \quad \forall j = 1..m \quad X_{ij} \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

Punto 05 - Interconexion de Nodos

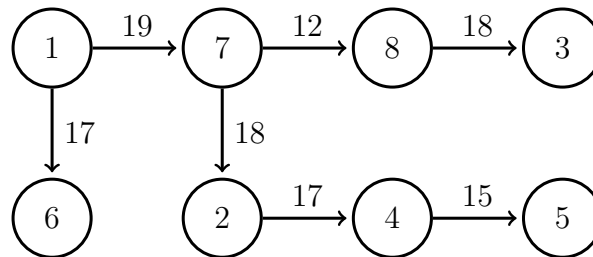


Figura 3: Tendido de Lineas

Con el tendido que se indica en la figura precedente, se logra un costo minimo de 98 u.m.

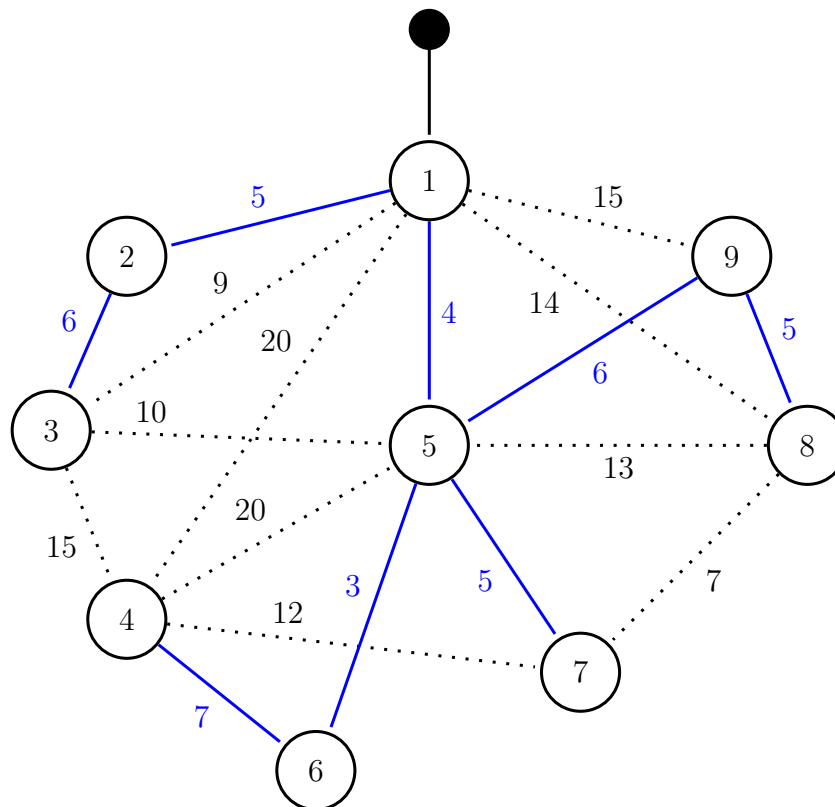
Punto 06 - Interconexion de Nodos 02

Figura 4: Conexiones de pozos de Gas

Con este diagrama de conexiones logramos que la longitud de la red de tuberías necesarias sea mínima, con un valor de 46 millas.

Punto 07 - Interconexion de Nodos 03

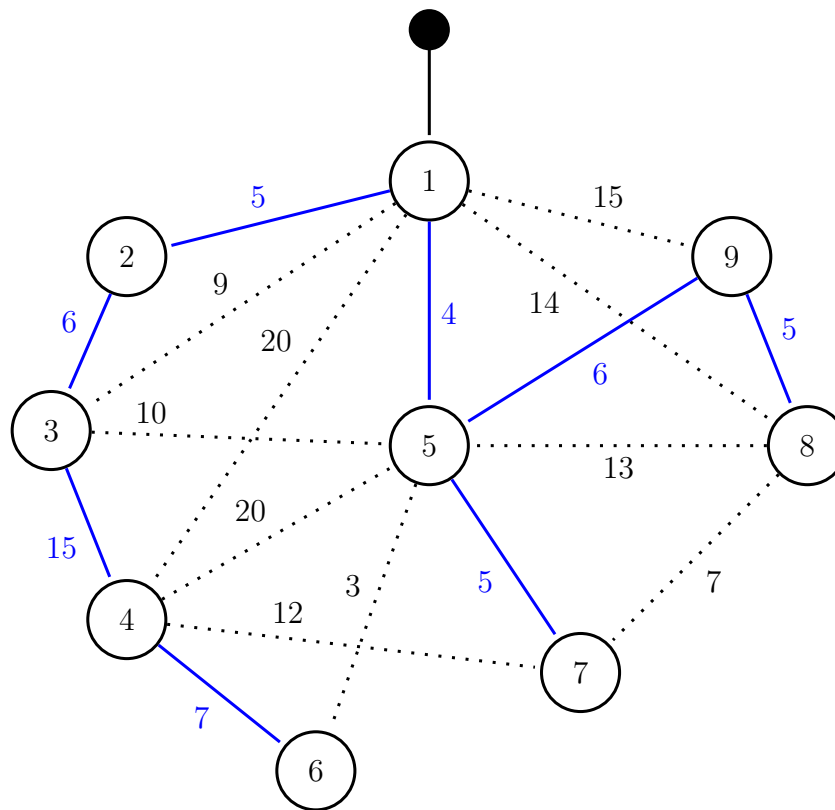


Figura 5: Conexiones de pozos de Gas 2

Con este diagrama de conexiones logramos que la longitud de la red de tuberías necesarias sea mínima, con un valor de 51 millas.

Punto 08 - Flujo maximo en la Industria del Petroleo

Este ejercicio se resolvio mediante la carga del siguiente codigo en el software **LINGO**:

Solucion por Software 1:Codigo del Problema

```

MODEL :

!
    Xij: cantidad a transportar del nodo I al J
    B: demandas y ofertas de cada nodo. Demanda de Origen igual y singo
        contrario a demanda de Fin.
    ARCOS: arcos entre nodos.
    Uij: capacidad maxima del lazo ij.
    Cij: costo por enviar una unidad del nodo I al J.
    INCIDENCIA: Matriz de incidencia. Arcos sobre nodos.

;

SETS:
    NODOS: B;
    ARCOS: U, C, X;
    M (NODOS, ARCOS): INCIDENCIA;
ENDSETS

DATA:
NODOS    = ORIG CA01 CA02 CA03 CA04 RF01 RF02 RF03 RF04 CD01 CD02 CD03 CD04
DEST;
B        = 150    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0    0
-150;
ARCOS    = ORC1 ORC2 ORC3 ORC4 C1R1 C1R2 C1R3 C1R4 C2R1 C2R2 C2R3 C2R4 C3R1
C3R2 C3R3 C3R4 C4R1 C4R2 C4R3 C4R4 R1D1 R1D2 R1D3 R1D4 R2D1 R2D2 R2D3
R2D4 R3D1 R3D2 R3D3 R3D4 R4D1 R4D2 R4D3 R4D4 D1DS D2DS D3DS D4DS ORDS;
U        = 28    24    28    36    11    07    02    08    05    04    08    07    07
03    12    06    08    09    04    15    05    09    06    04    08    07    09    05
04    06    07    08    12    11    09    07    29    33    31    24    150;
C        = 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 500;
INCIDENCIA =
!ORIG;  01 01 01 01    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00
00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00
01
!CA01;  -1 00 00 00    01 01 01 01    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00
00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00
00
!CA02;  00 -1 00 00    00 00 00 00    01 01 01 01    00 00 00 00    00 00 00 00
00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00
00
!CA03;  00 00 -1 00    00 00 00 00    00 00 00 00    01 01 01 01    00 00 00 00
00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00
00
!CA04;  00 00 00 -1    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    01 01 01 01
00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00    00 00 00 00
00

```

```

!RF01; 00 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00
01 01 01 01 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00
00
!RF02; 00 00 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00
00 00 00 00 01 01 01 01 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00
00
!RF03; 00 00 00 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00
00 00 00 00 00 00 00 00 01 01 01 01 00 00 00 00 00 00 00 00
00
!RF04; 00 00 00 00 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00
00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 01 01 01 01 00 00 00 00
00
!CD01; 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00
-1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 01 00 00 00
00
!CD02; 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00
00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 00 01 00 00
00
!CD03; 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00
00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 01 00
00
!CD04; 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00
00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 -1 00 00 00 01
00
!DEST; 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00
00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 00 -1 -1 -1 -1
-1
;
ENDDATA

!FUNCION OBJETIVO;
MIN = @SUM(ARCOS(j):C(j)*X(j));

!RESTRICCIONES DE LOS NODOS;
@FOR(NODOS(i):
    @SUM(ARCOS(j): INCIDENCIA(i,j)*X(j)) = B(i)
);

!RESTRICCIONES DE CAPACIDAD;
@FOR(ARCOS(j):
    @BND(0,X(j),U(j))
);

END

```

A continuacion se incluye la seccion pertinente de la solucion calculada.

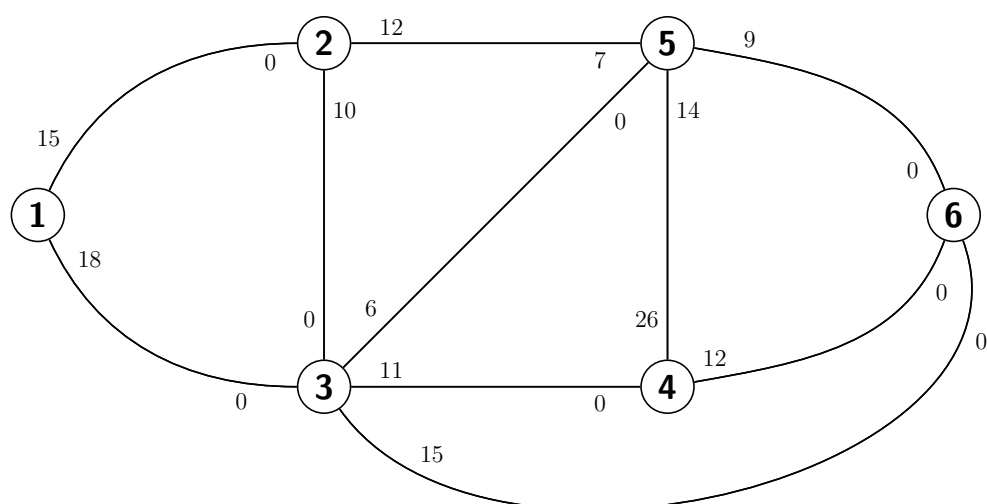
Solucion por Software 2: Solucion Optima

X(ORC1)	28.00000	0.000000
X(ORC1)	28.00000	0.000000
X(ORC1)	28.00000	0.000000
X(ORC1)	28.00000	0.000000
X(ORC1)	28.00000	0.000000
X(ORC1)	28.00000	0.000000
X(ORC1)	28.00000	0.000000
X(ORC1)	28.00000	0.000000
X(ORC2)	24.00000	0.000000
X(ORC3)	28.00000	0.000000
X(ORC4)	28.00000	0.000000
X(C1R1)	11.00000	0.000000
X(C1R2)	7.000000	-500.0000
X(C1R3)	2.000000	0.000000
X(C1R4)	8.000000	-500.0000
X(C2R1)	5.000000	0.000000
X(C2R2)	4.000000	-500.0000
X(C2R3)	8.000000	0.000000
X(C2R4)	7.000000	-500.0000
X(C3R1)	7.000000	0.000000
X(C3R2)	3.000000	-500.0000
X(C3R3)	12.00000	0.000000
X(C3R4)	6.000000	-500.0000
X(C4R1)	1.000000	0.000000
X(C4R2)	9.000000	-500.0000
X(C4R3)	3.000000	0.000000
X(C4R4)	15.00000	-500.0000
X(R1D1)	5.000000	-500.0000
X(R1D2)	9.000000	-500.0000
X(R1D3)	6.000000	-500.0000
X(R1D4)	4.000000	-500.0000
X(R2D1)	8.000000	0.000000
X(R2D2)	7.000000	0.000000
X(R2D3)	8.000000	0.000000
X(R2D4)	0.000000	0.000000
X(R3D1)	4.000000	-500.0000
X(R3D2)	6.000000	-500.0000
X(R3D3)	7.000000	-500.0000
X(R3D4)	8.000000	-500.0000
X(R4D1)	12.00000	0.000000
X(R4D2)	11.00000	0.000000
X(R4D3)	9.000000	0.000000
X(R4D4)	4.000000	0.000000
X(D1DS)	29.00000	0.000000
X(D2DS)	33.00000	0.000000
X(D3DS)	30.00000	0.000000
X(D4DS)	16.00000	0.000000
X(ORDS)	42.00000	0.000000

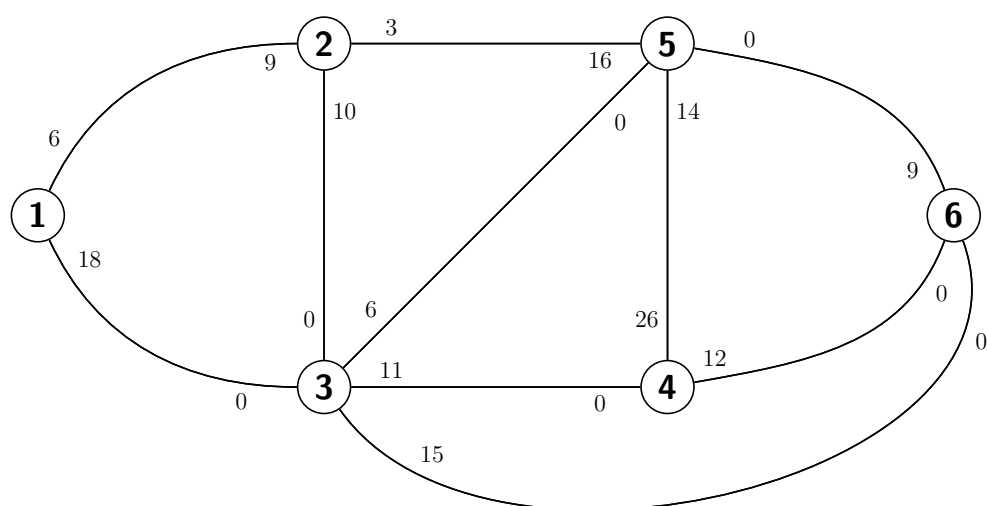
Se puede apreciar que el flujo maximo es de 108.

Punto 09 - Flujo Maximo de Informacion

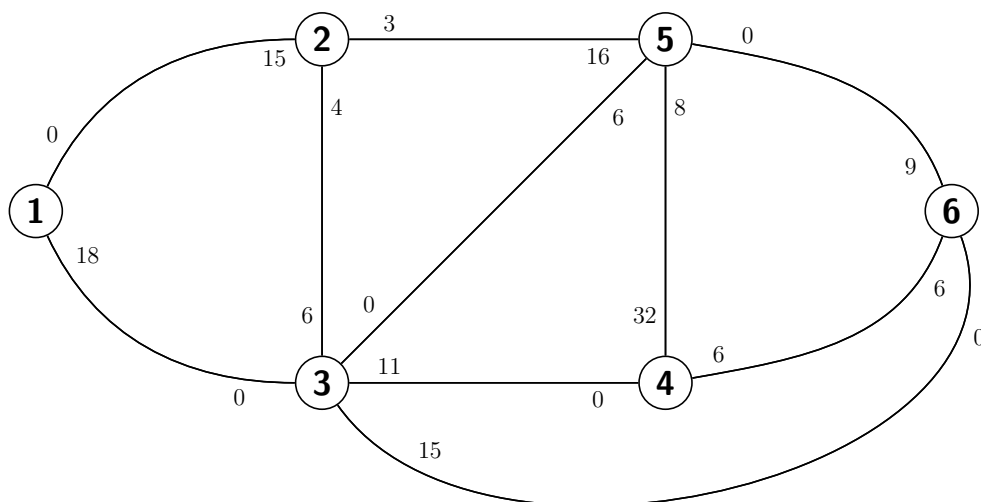
Inicial



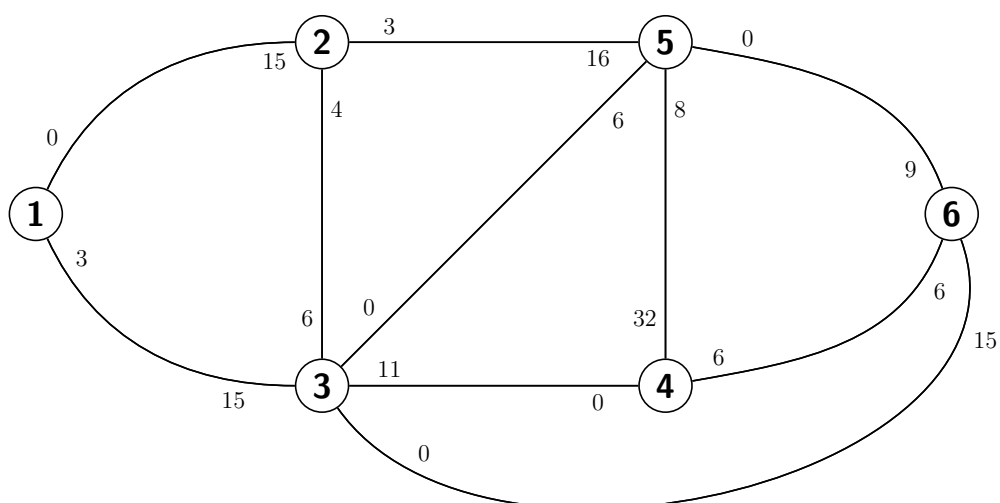
Trayectoria de Aumento 01: $1 - (15) - 2 - (12) - 5 - (9) - 6 = 9$



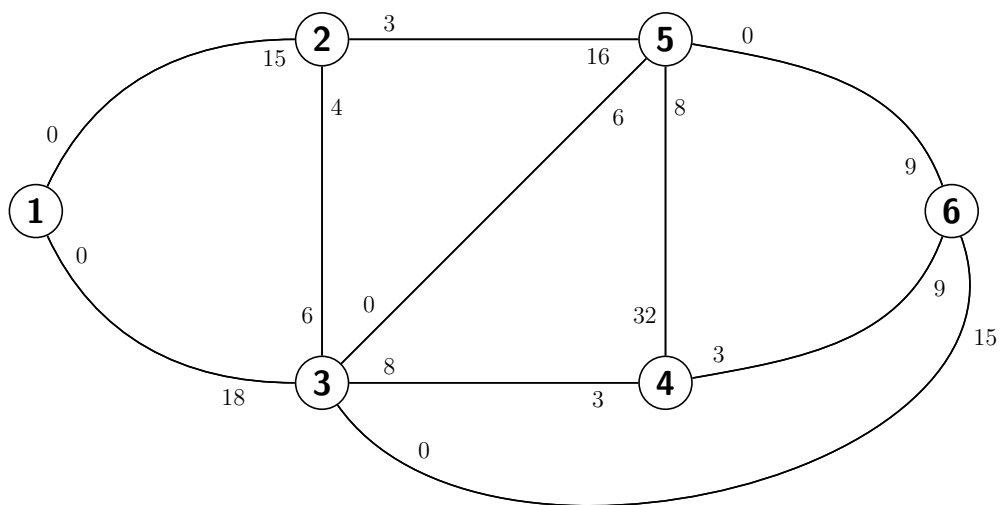
Trayectoria de Aumento 02: $1 - (6) - 2 - (10) - 3 - (6) - 5 - (14) - 4 - (12) - 6 = 6$



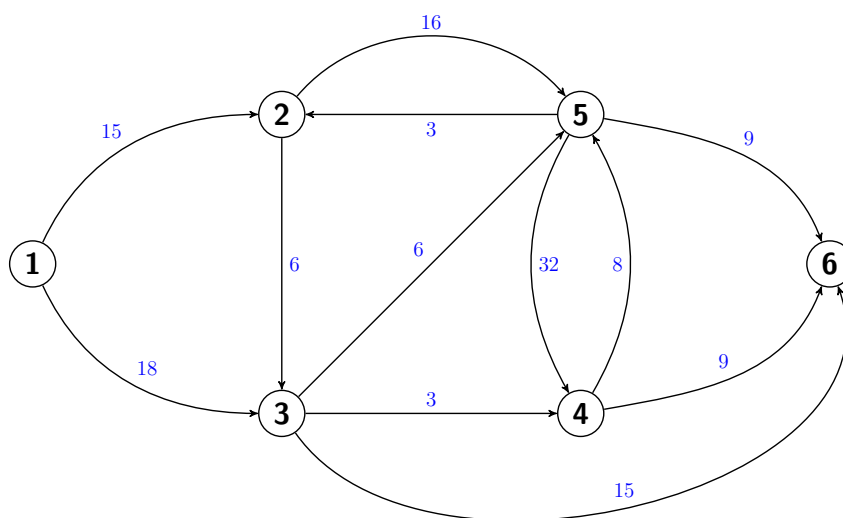
Trayectoria de Aumento 03: $1 - (18) - 3 - (15) - 6 = 15$



Trayectoria de Aumento 04: $1 - (18) - 3 - (15) - 4 - () - 6 = 3$



A continuacion, la red de flujo maximo (igual a 33)



Punto 10 - Problema de Flujo Maximo como Problema de Programacion Lineal

Objetivo: Maximizar la cantidad de viajes desde el nodo origen al nodo destino. Variables de Decision:

- X_{ij} = cantidad de viajes desde i hacia j

Funcion Objetivo:

$$\text{Max } Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m X_{ij}$$

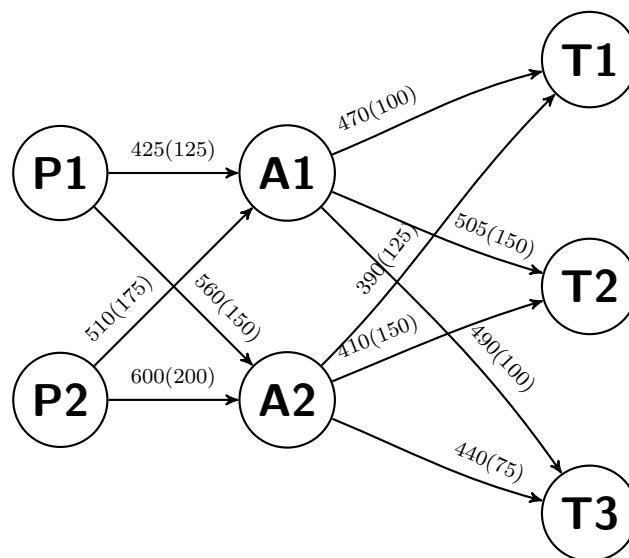
Sujeta a:

$$X_{ij} \leq C_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ik} = \sum_{j=1}^m X_{kj} \quad \forall k \neq 0 \wedge k \neq F$$

$$X_{ij} \geq 0 \quad \forall i = 1..n \quad \forall j = 1..m$$

Punto 11 - Flujo de costo Minimo 01

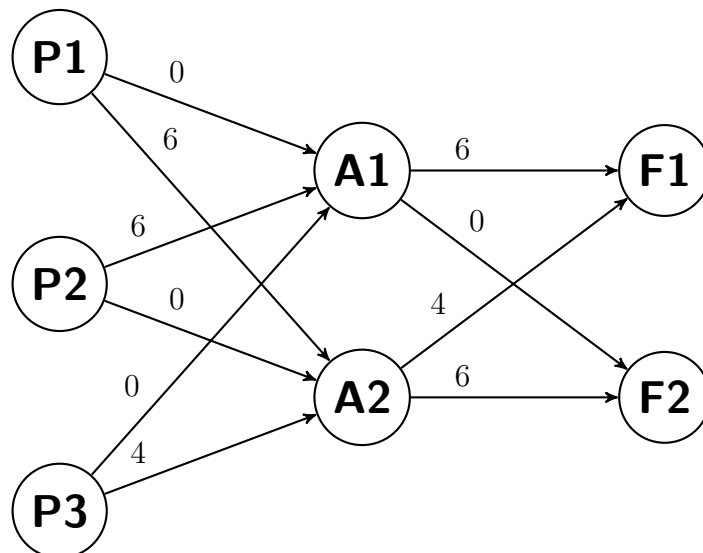


El plan de distribucion optimo (segun **LINGO**) es:

- Enviar 125 unidades de P1 a A1.
- Enviar 75 unidades de P1 a A2.

- Enviar 125 unidades de P2 a A1.
- Enviar 175 unidades de P2 a A2.
- Enviar 100 unidades de A1 a T1.
- Enviar 50 unidades de A1 a T2.
- Enviar 100 unidades de A1 a T3.
- Enviar 50 unidades de A2 a T1.
- Enviar 150 unidades de A2 a T2.
- Enviar 50 unidades de A2 a T3.

Punto 12 - Flujo de costo Minimo 02



El plan mensual optimo (segun **LINGO**) es:

- Ordenar 6 embarques al proveedor 1 y 2.
- Ordenar 4 embarques al proveedor 3.
- Enviar 6 embarques desde el almacen 1 a la fabrica 1.
- Enviar 4 embarques desde el almacen 2 a la fabrica 1 y 6 a la fabrica 2.

Con este plan se logra un costo igual a \$374460.

Punto 13 - Stanley Morgan

Trayectorias y Longitudes

- Inicio-A-D-H-M-Terminacion \rightarrow 19
- Inicio-A-I-M-Terminacion \rightarrow 17
- Inicio-B-E-J-M-Terminacion \rightarrow 20
- Inicio-C-F-K-N-Terminacion \rightarrow 16
- Inicio-C-G-L-N-Terminacion \rightarrow 20

Tiempos

Cuadro 4: Finalizaciones y Holgura

Tarea	Inicio Temprano	Inicio Tardío	Finalizacion Temprano	Finalizacion Tardío	Holgura
A	0	1	6	7	1
B	0	0	3	3	0
C	0	0	4	4	0
D	6	7	10	11	1
E	3	3	10	10	0
F	4	8	8	12	4
G	4	4	10	10	0
H	10	11	13	14	1
I	6	9	11	14	3
J	10	10	14	14	0
K	8	12	11	15	4
L	10	10	15	15	0
M	14	14	20	20	0
N	15	15	20	20	0

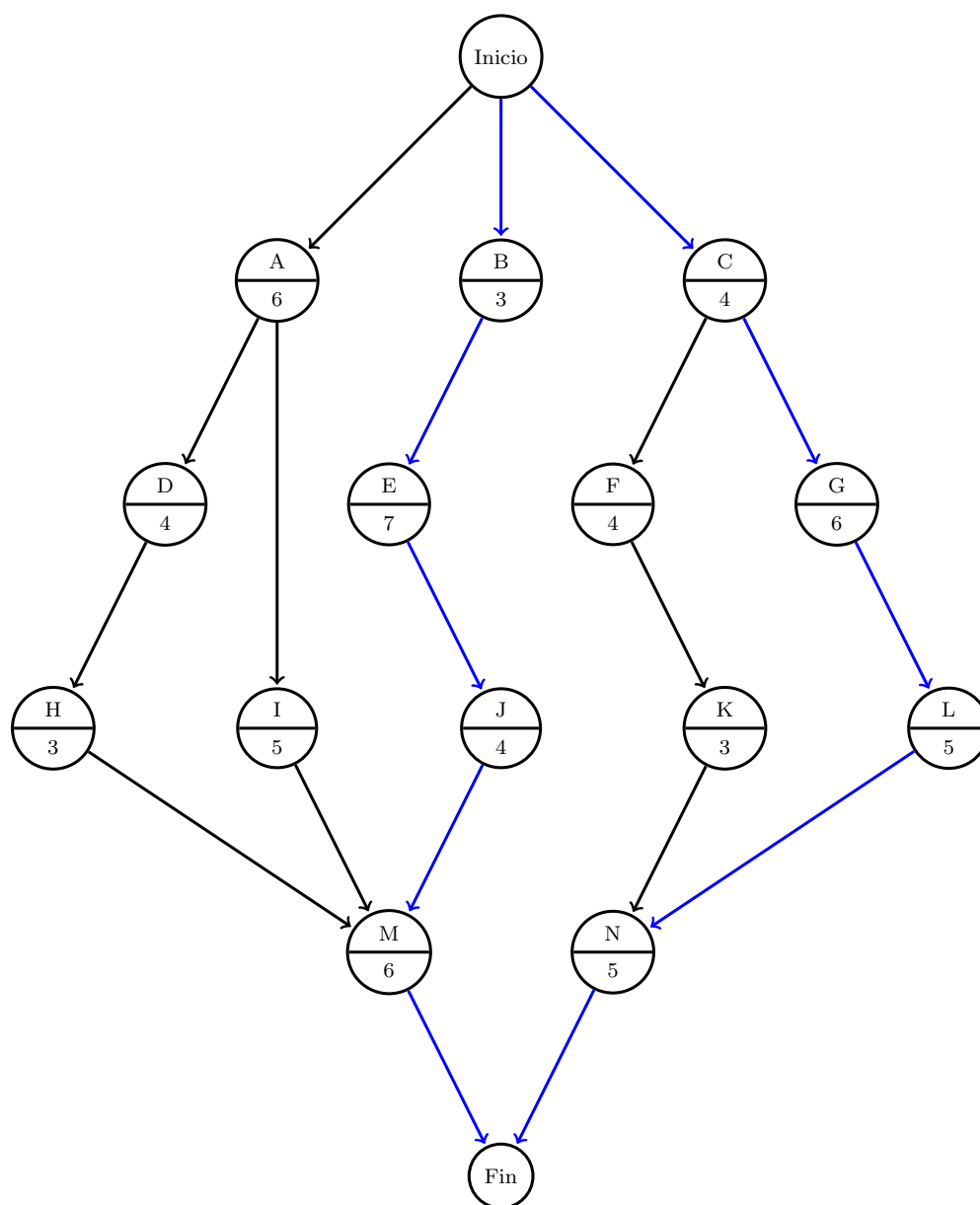


Figura 6: Ruta Crítica

Retrasos

- La tarea I tiene una holgura de 2, entonces si dicha tarea se demora 2 semanas mas la duracion total del proyecto sera de 20 semanas.
- La tarea H tiene una holgura de 1, entonces si dicha tarea se demora 2 semanas mas la duracion total del proyecto sera de 21 semanas.
- La tarea J tiene una holgura de 0, entonces si dicha tarea se demora 2 semanas mas la duracion total del proyecto sera de 22 semanas.

Punto 14 - Lockheed Aircraft**Media y Varianza**

Siendo

$$\mu = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \sigma^2 = \frac{(b - a)^2}{36}$$

con

- a : Estimacion Optimista.
- m : Estimacion mas Probable.
- b : Estimacion Pesimista

Cuadro 5: Media y Varianza

Actividad	Estimacion Optimista	Estimacion Mas Probable	Estimacion Pesimista	μ	σ^2
A	28	32	36	32.00	1.78
B	22	28	32	27.67	2.78
C	26	26	46	29.33	11.11
D	14	16	18	16.00	0.44
E	32	32	32	32.00	0.00
F	40	52	74	53.67	32.11
G	12	16	24	16.67	4.00
H	16	20	26	20.33	2.78
I	26	34	42	34.00	7.11
J	12	16	30	17.67	9.00

Ruta Critica Media

La ruta critica media es aquella que recorre las tareas **B,F** y **J**. La misma tiene una $\mu = 100$ y $\sigma^2 = 44$

Probabilidad 100 semanas

$$X = 100 \text{ Semanas}$$

$$K_\alpha = \frac{X - \mu}{\sqrt{\sigma^2}} = \frac{100 - 100}{7} = 0 \rightarrow P\{d \leq 100\} = 0.5$$

Por lo tanto, existe una probabilidad de 50 % de que el proyecto se termine en 100 semanas

Posibilidad

Debido a los supuestos realizados por el modelo PERT, entre los que se incluye la distribucion de probabilidades Beta y tiempos independientes, el valor hallado anteriormente es menor al valor real, o sea, resulta mas pesimista.

Punto 15 - Aceleracion Lockhead

Programa Lineal

Variables de Decision

- X_j : Cantidad de semanas a acelerar la tarea j .
- Y_j : Fecha de inicio cercano de la actividad j .

Funcion Objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & 5X_a + 7X_b + 8X_c + 4X_d + 5X_e + \\ & 6X_f + 3X_g + 4X_h + 9X_i + 2X_j \end{aligned}$$

Sujeta a:

$$\begin{array}{ccccc} X_a \leq 4 & X_b \leq 3 & X_c \leq 5 & X_d \leq 3 & X_e \leq 5 \\ X_f \leq 7 & X_g \leq 2 & X_h \leq 3 & X_i \leq 4 & X_j \leq 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
Y_a &\geq Y_{ini} & Y_b &\geq Y_{ini} & Y_c &\geq Y_a + 32 - X_a \\
Y_d &\geq Y_b + 28 - X_b & Y_e &\geq Y_b + 28 - X_b & Y_f &\geq Y_b + 28 - X_b \\
Y_g &\geq Y_d + 16 - X_d & Y_h &\geq Y_e + 32 - X_e & Y_h &\geq Y_g + 17 - X_g \\
Y_i &\geq Y_e + 32 - X_e & Y_i &\geq Y_g + 17 - X_g & Y_j &\geq Y_c + 36 - X_c \\
Y_j &\geq Y_f + 54 - X_f & Y_{fin} &\geq Y_h + 20 - X_h & Y_{fin} &\geq Y_i + 34 - X_i \\
&& Y_{fin} &\geq Y_j + 18 - X_j \\
Y_{ini} &= 0 & Y_{fin} &\leq 92 & X_j &\geq 0 \quad \forall j & Y_j &\geq 0 \quad \forall j
\end{aligned}$$

Solucion

Cuadro 6: Datos

Actividad	Tiempo Normal	Tiempo Quiebre	Costo Normal	Costo Quiebre	Maxima Reduccion	Cto. Quiebre Por semana
A	32	28	160	180	4	5
B	28	25	125	146	3	7
C	36	31	170	210	5	8
D	16	13	60	72	3	4
E	32	27	135	160	5	5
F	54	47	215	257	6	7
G	17	15	90	96	3	2
H	20	17	120	132	4	3
I	34	30	190	226	9	4
J	18	16	80	84	2	2

Cuadro 7: Solucion

Ruta	Normal	Acel J	Acel J	Acel F	Acel F	Acel F	Acel B	Acel B	Acel B
Inicio-A-C-J-Fin	86	85	84	84	84	84	84	84	84
Inicio-B-F-J-Fin	100	99	98	97	96	95	94	93	92
Inicio-B-E-H-Fin	80	80	80	80	80	80	79	78	77
Inicio-B-E-I-Fin	94	94	94	94	94	94	93	92	91
Inicio-B-D-G-H-Fin	81	81	81	81	81	81	80	79	78
Inicio-B-D-G-I-Fin	95	95	95	95	95	95	94	93	92

La solución hallada mediante el uso del software **LINGO** coincide con lo expuesto en la tabla anterior. La misma indica que la solución óptima consiste en acelerar 3 semanas las tareas **B** y **F** y 2 semanas la tarea **J**; para poder afrontar esta aceleración debemos contar con 43 millones de pesos, logrando que la duración del proyecto sea de 92 semanas.

Informe

Invirtiendo 43 millones de pesos logramos reducir la duracion total del proyecto a 92 semanas. Las tareas que debemos acelerar para lograr este tiempo son:

- Tarea B: 3 Semanas.
- Tarea F: 3 Semanas.
- Tarea J: 2 Semanas.