

Solución de Programación Lineal

“Las matemáticas son una ciencia exacta salvo cuando te equivocas”

Jaume Perich

Ejercicios

1. Resolver gráficamente y tipificar las soluciones de los siguientes modelos lineales:

a) Máx $z = 2x_1 + 4x_2$

S.A.

$$x_1 + 2x_2 \leq 5$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

b) Máx $Z = 2x_1 + 8x_2$

S.A.

$$2x_1 + 4x_2 \geq 8$$

$$2x_1 - 5x_2 \leq 0$$

$$-x_1 + 5x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

c) Máx $z = 2x_1 + x_2$

S.A.

$$x_1 - x_2 \leq 10$$

$$2x_1 \leq 40$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

d) Máx $z = 3x_1 + 9x_2$

S.A.

$$x_1 + 4x_2 \geq 9$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

2. Resolver mediante simplex los modelos del ejercicio anterior y establecer las relaciones entre los conceptos de la resolución gráfica con la resolución algebraica.
3. Una compañía produce dos productos, A y B. Cada unidad de A requiere 2 horas en una máquina y 5 horas en una segunda máquina. Cada unidad de B demanda 4 horas en la primera máquina y 3 horas en la segunda máquina. Se dispone de 100 horas a la semana en la primera máquina y de 110 horas en la segunda máquina. Si la compañía obtiene una utilidad de \$70 por cada unidad de A y \$50 por cada unidad de B ¿Cuánto deberá de producirse de cada unidad con objeto de maximizar la utilidad total?
4. En Granjas Modelo se usa diariamente un mínimo de 800 kgs de un alimento que es una mezcla de maíz y soja con las siguientes composiciones:

Kg por kg de alimento			
Alimento	Proteínas	Fibras	Costo (\$/kg)
Maíz	0,09	0,02	0,30
Soja	0,6	0,06	0,09

Las necesidades dietéticas del alimento especial son un mínimo de 30% de proteínas y un máximo de 5% de fibras. Granjas Modelo desea determinar las proporciones de alimento que produzcan un costo diario mínimo.

5. Un almacén naturista de La Falda tiene en su local 20 kilos de amaranto y 50 kilos de quinoa, y sabe que tendrá pedidos que ascienden a al menos 100 kilos de cada cereal para el lunes que viene, debido a que en los próximos días habrá un festival naturista en la zona.
Dado el poco tiempo disponible, el almacén tiene la posibilidad de solicitar el envío de hasta 40 kilos de amaranto desde su depósito en Valle Hermoso. Cada kilo que traiga desde Valle Hermoso le sale \$1. Su proveedor habitual también tiene disponibles 30 cajas de Salud Vital. Cada caja de Salud Vital contiene 2 bolsas de amaranto de 1 kilo cada una y 5 bolsas de quinoa de un kilo cada una y cuesta \$6.
¿Qué es lo mejor que se puede hacer con la información disponible?
6. A una persona le tocan \$10.000.000 en una lotería y le aconsejan que las invierta en dos tipos de acciones, A y B. Las de tipo A tienen más riesgo pero producen un beneficio del 10 %. Las de tipo B son más seguras, pero producen sólo el 7% anual. Después de varias deliberaciones decide invertir como máximo 6 millones en la compra de acciones A y por lo menos, 2 millones en la compra de acciones B.

Además, decide que lo invertido en A sea, por lo menos, igual a lo invertido en B. ¿Cómo deberá invertir 10 millones para que el beneficio anual sea máximo?

7. Turkeyco produce dos tipos de chuleta de pavo que vende a restaurantes de bocadillos. Cada tipo de chuleta consta de carne blanca y carne oscura. La chuleta 1 se vende a 4\$/kilo y debe consistir por lo menos en 70% de carne blanca. La chuleta 2 se vende a 3\$/kg y consiste en por lo menos 60% de carne blanca. Se pueden vender, cuando mucho, 50 kgs de la chuleta 1 y 30 kgs de la chuleta 2. los dos tipos de pavo usados para elaborar las chuletas se compran en la granja GobbleGobble Turkey. Cada pavo tipo 1 cuesta \$10 y rinde 5 kgs de carne blanca y 2 kgs de carne oscura. Cada pavo tipo 2 cuesta \$8 y rinde 3kgs de de carne blanca y 3 kgs de carne oscura. Plantee un PL para maximizar la utilidad de Turkeyco.
8. Un importador dispone de financiación para introducir mercaderías por \$20.000.000. De acuerdo con las reglamentaciones, está autorizado para importar hasta \$ 16.000.000 en repuestos para maquinarias agrícolas y hasta \$8.000.000 en sustancias químicas. Puede tener un beneficio del 6% sobre las sustancias químicas y del 2% sobre los repuestos. Por razones de mercado, decide que la suma a importar en repuestos debe ser al menos el doble de la dedicada a sustancias químicas. Determinar el programa de importación que le brinde el máximo beneficio.
 - (a) Plantear el modelo de programación lineal.
 - (b) Resolver el problema utilizando el método simplex.
 - (c) Hallar la solución gráfica. Expresar los resultados en términos económicos.
9. Una compañía de seguros está introduciendo dos nuevas líneas de productos: seguros de riesgos especiales e hipotecas. La ganancia esperada es 5 u.m. por unidad sobre el seguro de riesgos especiales y 2 u.m. por unidad sobre hipotecas. La administración quiere establecer las cuotas de venta para las nuevas líneas de productos con el fin de maximizar la ganancia esperada. Los requerimientos de trabajo son los siguientes:

Departamento	Horas de trabajo por unidad		Horas disponibles
	Riesgos especiales	Hipotecas	
Procesamiento	3	2	2400
Administración	0	1	800
Reclamos	2	0	1200

- (a) Plantear el modelo de programación lineal.
 - (b) Resolver el problema utilizando el método simplex.
 - (c) Hallar la solución gráfica. Expresar los resultados en términos económicos.
10. Un criador de perros de caza brinda como componente principal de la dieta de sus animales dos alimentos balanceados (Alimento 1 y Alimento 2). Estos alimentos tienen como componentes principales carbohidratos, grasas no saturadas y componentes ricos en calcio. El costo de los alimentos es de \$50 y \$25 el kg. respectivamente. Cada uno de los alimentos brinda la siguiente cantidad de los componentes esenciales:

Cantidad por Kg	Alimento 1	Alimento 2
Grasas no saturadas	0,1	0,3
Carbohidratos	0,3	0,4
Componentes ricos en calcio	0,3	0,1

Como mínimo la dieta de los animales requiere: 8 Kg. de Grasas no Saturadas, 19 Kg. De Carbohidratos, 7 Kg. de Componentes ricos en Calcio.

El criador busca satisfacer la dieta de sus animales a costo mínimo.

- (a) Plantear el modelo de programación lineal.
- (b) Resolver el problema utilizando el método simplex.
- (c) Hallar la solución gráfica. Expresar los resultados en términos económicos.

11. Banco Gane está desarrollando una política de préstamos por un máximo de \$12 millones. La tabla siguiente muestra los datos pertinentes acerca de los distintos tipos de préstamo.

Tipo de préstamo	Tasa de interés	% de deuda impagable
Personal	0.140	0.10
Automóvil	0.130	0.07
Casa	0.120	0.03
Agrícola	0.125	0.05
Comercial	0.100	0.02

Las deudas impagables no se recuperan y no producen ingresos por intereses.

Para competir con otras instituciones financieras se necesita que el banco asigne un mínimo de 40% de los fondos a préstamos agrícolas y comerciales. Para ayudar a la industria de la construcción de su región, los préstamos familiares (para casa) deben ser iguales, cuando menos, al 50% de los préstamos personales, para automóvil y para casa. También el banco tiene una política explícita que no permite que la relación general de préstamos impagables entre todos los préstamos sea mayor al 4%. Suponiendo que todos los préstamos se otorgan más o menos al mismo tiempo, dar la mejor política de préstamos para Banco Gane con estos datos.

12. La Papelera Moderna produce rollos de papel (rollos de ancho estándar; son tal como salen de la máquina de papel) de 20 pies de ancho normal útil cada uno. Se atienden los pedidos de los clientes, con anchos distintos, cortando los rollos de ancho estándar. Los pedidos normales, que pueden variar de un día al siguiente, se resumen en la tabla siguiente:

Pedido	Ancho deseado (pies)	Cantidad deseada de rollos
1	5	150
2	7	200
3	9	300

En la práctica se surte un pedido ajustando las cuchillas a los anchos deseados. En general, hay varias maneras de cortar un rollo de ancho estándar para surtir determinado pedido. La figura siguiente muestra tres posiciones factibles de cuchillas para el rollo de 20 pies. Hay más posiciones factibles, el único dato a tener en cuenta es que la posición no puede producir un rollo de desperdicio de 5 pies o mayor. Se pueden combinar las posiciones dadas en varias formas, para surtir los pedidos con 5, 7 y 9 pies de ancho. Se pide determinar las posiciones de las cuchillas que surtan los pedidos requeridos con el área mínima de desperdicio por corte.

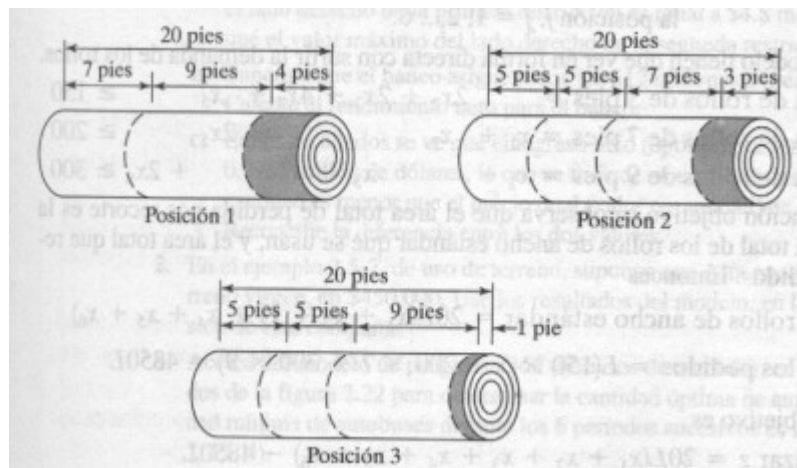


Figura 1: Ejemplo de 3 posiciones factibles

13. La ciudad de Progreso estudia la factibilidad de un sistema de autobuses para transportación masiva que reduzca el transporte urbano en coche y en consecuencia alivie el problema del smog. El estudio busca determinar la cantidad mínima de autobuses que satisfaga las necesidades de transporte. Después de reunir la información necesaria, el ingeniero de tránsito observa que la cantidad mínima de autobuses varía con la hora del día, y que la cantidad necesaria de vehículos se puede aproximar con valores constantes durante intervalos consecutivos de 4 horas. La figura resume las determinaciones del ingeniero. Para hacer el mantenimiento diario a cada autobús, éste puede trabajar 8 horas sucesivas diariamente. Determinar la cantidad de autobuses en funcionamiento durante cada turno que satisfaga la demanda mínima y minimice al mismo tiempo la cantidad de autobuses en operación.

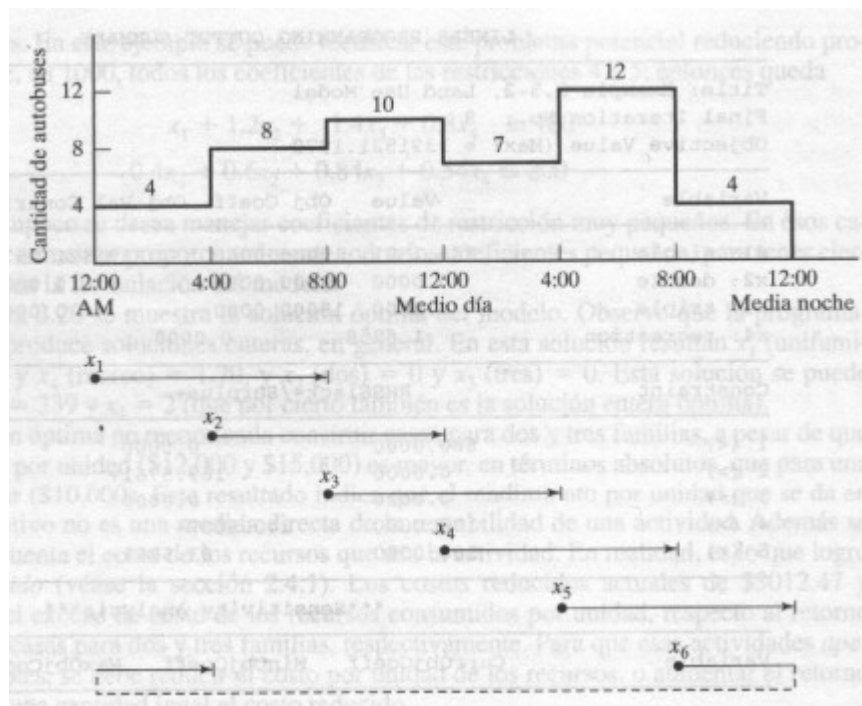


Figura 2: Cantidad de autobuses en función de la hora del día