# Investigación Operativa

*C.C. Lauritto & Ing. Casanova*

## Guia 03: Dualidad y Sensibilidad

Fecha de Entrega:

**Ravera P. & Rivera R.**

# Índice

# Ejercicios

## Punto 01 - Modelo I

### Tabla Original

Cuadro 1: Tabla original

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_5$ | 30 | 0 | 0 | 0.33 | -0.67 | 1 |
| 3 | $X_1$ | 70 | 1 | 0 | 0.67 | -0.33 | 0 |
| 5 | $X_2$ | 90 | 0 | 1 | -0.33 | 0.67 | 0 |
| | $Z = 660$ | | 0 | 0 | 0.33 | 2.33 | 0 |

### Unidad $R_1$

Cuadro 2: Modificación 01

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_5$ | 30.33 | 0 | 0 | 0.33 | -0.67 | 1 |
| 3 | $X_1$ | 70.67 | 1 | 0 | 0.67 | -0.33 | 0 |
| 5 | $X_2$ | 89.67 | 0 | 1 | -0.33 | 0.67 | 0 |
| | $Z = 660,33$ | | 0 | 0 | 0.33 | 2.33 | 0 |

En este caso, la solución optima es igual que en la version original, sin embargo podemos apreciar una mejora en el funcional de 0.33.

### Unidad $R_2$

Cuadro 3: Modificación 02

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_5$ | 30.67 | 0 | 0 | 0.33 | -0.67 | 1 |
| 3 | $X_1$ | 70.33 | 1 | 0 | 0.67 | -0.33 | 0 |
| 5 | $X_2$ | 89.33 | 0 | 1 | -0.33 | 0.67 | 0 |
| | $Z = 657,67$ | | 0 | 0 | 0.33 | 2.33 | 0 |

Por otra parte, realizando una modificación a las cantidades disponibles de $R_2$ vemos que la composición de la soluciona optima sigue siendo la misma, sin embargo notamos un desmejoramiento del funcional de 2.33.

## Punto 02 - Modelo II

En caso de modificar el valor del parámetro $c_1$, esto causara una modificación en la optimalidad del modelo, es decir, el valor de $Z$ (visible en el renglón Ø de la tabla simplex y como pendiente del gráfico). Esto es así debido a que $c_1$ representa la contribución de la actividad 1 al funcional. Si dicho valor se mantienen dentro del intervalo de optimalidad no se modifica la SBF, sin embargo si lo hace el valor del funcional como dijimos anteriormente

## Punto 03 - Programas Lineales

### Problema A

Primal - Planteo

$$\begin{aligned} Max\ Z &= 2X_1 + 4X_2 \\ s.a.: 1X_1 + 2X_2 &\leq 5 \\ 1X_1 + X_2 &\leq 4 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Primal - Estándar

$$\begin{aligned} Max\ Z &= 2X_1 + 4X_2 + 0X_3 + 0X_4 \\ s.a.: 1X_1 + 2X_2 + 1X_3 + 0X_4 &= 5 \\ 1X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 1X_4 &= 4 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 4: Primal - Solución Optima

| | | | 2 | 4 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ |
| $M$ | $X_2$ | 2.5 | 0.5 | 1 | 0.5 | 0 |
| 0 | $X_4$ | 1.5 | 0.5 | 0 | -0.5 | 1 |
| | $Z = 10$ | | 0 | 0 | 2 | 0 |

Dual - Planteo

$$\begin{aligned} Min\ W &= 5Y_1 + 4Y_2 \\ s.a. : qY_1 + 1Y_2 &\geq 2 \\ 2Y_1 + 1Y_2 &\geq 4 \\ Y_1, Y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dual - Estándar

$$\begin{aligned} Min\ W &= 5Y_1 + 4Y_2 + 0Y_3 + 0Y_4 + M\mu_1 + M\mu_2 \\ s.a. : 1Y_1 + 1Y_2 - 1Y_3 + 0Y_4 + 1\mu_1 + 0\mu_2 &= 2 \\ 2Y_1 + 1Y_2 + 0Y_3 - 1Y_4 + 0\mu_1 + 1\mu_2 &= 4 \\ Y_1, Y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 5: Dual - Solución Optima

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | $Y_1$ | 2 | 1 | 0.5 | 0 | -0.5 | 0 | 0.5 |
| 0 | $Y_3$ | 0 | 0 | -0.5 | 1 | -0.5 | -1 | 0.5 |
| | $W = 10$ | | 0 | -1.5 | 0 | -2.5 | $-M$ | $-M + 2,5$ |

Punto 03 cont. en pag. siguiente... 

**Problema B**

Primal - Planteo

$$\begin{aligned} Max\ Z &= 2X_1 + 8X_2 \\ s.a.: 2X_1 + 4X_2 &\geq 8 \\ sX_1 - 5X_2 &\leq 0 \\ -1X_1 + 5X_2 &\leq 0 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Primal - Estándar

$$\begin{aligned} Max\ Z &= 2X_1 + 8X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 + M\mu_1 \\ s.a.: 2X_1 + 4X_2 - 1X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 1\mu_1 &= 8 \\ 2X_1 - 5X_2 + 0X_3 + 1X_4 + 0X_5 + 0\mu_1 &= 0 \\ -1X_1 + 5X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 1X_5 + 0\mu_1 &= 5 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 6: Primal - Solución Optima

| | | | 2 | 8 | 0 | | | $M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
| 2 | $X_1$ | 5 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | $X_3$ | 10 | 0 | 0 | 1 | 2.8 | 3.6 | -1 |
| 8 | $X_2$ | 2 | 0 | 1 | 0 | 0.2 | 0.4 | 0 |
| | $Z = 26$ | | 0 | 0 | 0 | 3.6 | 5.2 | $M$ |

Dual - Planteo

$$\begin{aligned} Min\ W &= 8Y_1 + 0Y_2 + 5Y_3 \\ s.a.: 2Y_1 + 2Y_2 - 1Y_3 &\geq 2 \\ 4Y_1 - 5Y_2 + 5Y_3 &\geq 8 \\ -1Y_1 &\geq 0 \\ Y_2, Y_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dual - Estándar

$$\begin{aligned} Min\ W &= 8Y_1 + 0Y_2 + 5Y_3 + 0Y_4 + 0Y_5 + M\mu_1 + M\mu_2 \\ s.a.: & \ 2Y_1 + 2Y_3 - 1Y_3 - 1Y_4 + 0Y_5 + 1\mu_1 + 0\mu_2 = 2 \\ & \ 4Y_1 - 5Y_2 + 5Y_5 + 0Y_4 - 1Y_5 + 0\mu_1 + 1\mu_2 = 8 \\ & \ Y_1 \leq 0 \\ & \ Y_2, Y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 7: Dual - Solución Optima

| | | | | | | | | $M$ | $M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
| 0 | $Y_2$ | 3.6 | 2.8 | 1 | 0 | -1 | -0.2 | 1 | 0.2 |
| 5 | $Y_3$ | 5.2 | 3.6 | 0 | 1 | -1 | -0.4 | 1 | 0.4 |
| | $W = 26$ | | 10 | 0 | 0 | -5 | -2 | $-M+5$ | $-M+2$ |

**Problema C**

Primal - Planteo

$$\begin{aligned} Max\ Z &= 2X_1 + 1X_2 \\ s.a.: & \ 1X_1 - 1X_2 \leq 10 \\ & \ 2X_1 + 0X_2 \leq 40 \\ & \ X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Primal - Estándar

$$\begin{aligned} Max\ Z &= 2X_1 + 1X_2 + 0X_2 + 0X_4 \\ s.a.: & \ 1X_1 - 1X_2 + 1X_3 + 0X_4 = 10 \\ & \ 2X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 1X_4 = 40 \\ & \ X_1, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 8: Primal - Solución Optima

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | $X_1$ | 20 | 1 | 0 | 0 | 0.5 |
| 1 | $X_2$ | 10 | 0 | 1 | -1 | 0.5 |
| | $Z = 50$ | | 0 | 0 | -1 | 1.5 |

Dual - Planteo

$$
\begin{aligned}
Min\ W &= 10Y_1 + 40Y_2 \\
s.a.: 1Y_1 + 2Y_2 &\geq 2 \\
-1Y_1 + 0Y_2 &\geq 1 \\
Y_1, Y_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Dual - Estándar

$$
\begin{aligned}
Min\ W &= 10Y_1 + 40Y_2 + 0Y_3 + 0Y_4 + M\mu_1 \\
s.a.: 1Y_1 + 2Y_2 - 1Y_3 + 0Y_4 + 1\mu_1 &= 2 \\
-1Y_1 + 0Y_2 + 0Y_3 + 1Y_4 + 0\mu_1 &= 1 \\
Y_1, Y_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Cuadro 9: Dual - Solución Optima

| | | | 10 | 40 | | | $M$ | $M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
| 40 | $Y_2$ | 1 | 0.5 | 1 | -0.5 | 0 | 0.5 | 0 |
| $M$ | $\mu_2$ | 1 | -1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| | $W = 1040$ | | $-M + 10$ | 0 | -20 | $-M$ | $-M + 20$ | 0 |

### Problema D

Primal - Planteo

$$
\begin{aligned}
Max\ Z &= 3X_1 + 9X_2 \\
s.a.: 1X_1 + 4X_2 &\geq 9 \\
1X_1 + 2X_2 &\leq 4 \\
X_1, X_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Primal - Estándar

$$\begin{aligned} Max\ Z &= 3X_1 + 9X_2 + 0X_3 + 0X_4 + M\mu_1 \\ s.a.: 1X_1 &+ 4X_2 - 1X_3 + 0X_4 + 1\mu_1 = 9 \\ 1X_1 &+ 2X_2 + 0X_3 + 1X_4 + 0\mu_1 = 4 \\ X_1&, X_2 \geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 10: Primal - Solución Optima

| | | | 3 | 9 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
| $-M$ | $\mu_1$ | 1 | -1 | 0 | -1 | -2 | 1 |
| 9 | $X_2$ | 2 | 0.5 | 1 | 0 | 0.5 | 0 |
| | $Z = -M + 18$ | | $M + 1,5$ | 0 | $M$ | $2M + 4.5$ | 0 |

Dual - Planteo

$$\begin{aligned} Min\ W &= 9Y_1 + 4Y_2 \\ s.a.: 1Y_1 &+ 1Y_2 \geq 3 \\ 4Y_1 &+ 2Y_2 \geq 9 \\ -1Y_1 &+ 0Y_2 \geq 0 \\ Y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Dual - Estándar

$$\begin{aligned} Min\ W &= 9Y_1 + 4Y_2 + 0Y_3 + 0Y_4 + M\mu_1 + M\mu_2 \\ s.a.: 1Y_1 &+ 1Y_2 - 1Y_3 + 0Y_4 + 1\mu_1 + 0\mu_2 = 3 \\ 4Y_1 &+ 2Y_2 + 0Y_3 - 1Y_4 + 0\mu_1 + 1\mu_2 = 9 \\ -1Y_1 &\geq 0 \\ Y_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 11: Dual - Solución Optima

| | | | 9 | 4 | | | $M$ | $M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $Y_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
| 4 | $Y_2$ | 4.5 | 2 | 1 | 0 | -0.5 | 0 | 0.5 |
| 0 | $Y_3$ | 1.5 | 1 | 0 | 1 | -0.5 | -1 | 0.5 |
| | $W = 18$ | | -1 | 0 | 0 | -2 | $-M$ | $-M+2$ |

**Comparación**

Cuadro 12: Tabla Problemas Lineales

| Problema | Tipo de Solucion | | Correspondencia | | Valores Basicos | | No Basicas | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | PRIMAL | DUAL | PRIMAL | DUAL | PRIMAL | DUAL | PRIMAL | DUAL |
| A | Optima unica | Optima Unica | $x_1 \rightarrow y_3$<br>$x_2 \rightarrow y_4$ | $x_3 \rightarrow y_1$<br>$x_4 \rightarrow y_2$ | $x_2 = 2.5$<br>$x_4 = 1.5$ | $y_1 = 2$<br>$y_3 = 0$ | $x_1, x_3$ | $y_2, y_4$ |
| B | Optima unica | Optima Unica | $x_1 \rightarrow y_4$<br>$x_2 \rightarrow y_5$ | $x_3 \rightarrow y_1$<br>$x_4 \rightarrow y_2$<br>$x_5 \rightarrow y_3$ | $x_1 = 5$<br>$x_3 = 10$<br>$x_2 = 2$ | $y_2 = 5.6$<br>$y_3 = 5.3$ | $x_4, x_5$ | $y_1, y_5, y_4$ |
| C | No Acotada | Incompatible | $x_1 \rightarrow y_3$<br>$x_2 \rightarrow y_4$ | $x_3 \rightarrow y_1$<br>$x_4 \rightarrow y_2$ | $x_1 = 20$<br>$x_2 = 10$ | $y_2 = 1$<br>$\mu_2 = 1$ | $x_3, x_4$ | $y_1, y_3, y_4$ |
| D | Incompatible | No Acotada | $x_1 \rightarrow y_3$<br>$x_2 \rightarrow y_4$ | $x_3 \rightarrow y_1$<br>$x_4 \rightarrow y_2$ | $\mu_1 = 1$<br>$x_2 = 2$ | $y_2 = 4.5$<br>$y_3 = 1.5$ | $x_1, x_3, x_4$ | $y_1, y_4$ |

# Punto 04 - Propiedades

Cuadro 13: Modificación de Parámetros

| Cambios en los parametros | Propiedad de la solucion afectada | Procedimiento para reoptimizar desde el primal | Procedimiento para reoptimizar desde el dual |
|---|---|---|---|
| Cambio en $c_j$ | Optimalidad | Debemos recalcular el renglon Ø. En caso de que no sea optimo, seguimos iterando | Verificamos si la solucion optima actual verifica la restriccion modificada. En caso de no hacerlo es necesario modificar la tabla y trabajar sobre el primal asociado |
| Cambio en $b_i$ | Factibilidad | Verificamos si la solucion optima cumple con la restriccion modificada. En caso de que no sea asi modificamos la tabla y trabajamos sobre el problema dual | Verificamos si la solucion optima lo sigue siendo (analizando el renglon Ø). Caso contrario re iteramos. |
| Cambio en $a_{ij}$ no basica | Optimalidad | Recalulamos la columna $A_j$ correspondiente a la $a_{ij}$ que se modifico. Verificamos si la solucion optima lo sigue siendo (analizando el renglon Ø) y en caso contrario re iteramos. | Recalulamos la columna $A_j$ correspondiente a la $a_{ij}$ que se modifico. Verificamos si la solucion optima lo sigue siendo (analizando el renglon Ø) y en caso contrario re iteramos. |
| Cambio en $a_{ij}$ basica | Factibilidad | Debemos trabajar sobre el problema dual asociado | Recalulamos la columna $A_j$ correspondiente a la $a_{ij}$ que se modifico. Verificamos si la solucion optima lo sigue siendo (analizando el renglon Ø) y en caso contrario re iteramos. |
| Agregado de una nueva Actividad | Optimalidad | Agregamos una nueva columna a la tabla optima. Verificamos si la solucion optima lo sigue siendo (analizando el renglon Ø) y en caso contrario re iteramos. | La nueva actividad se convierte en una nueva restrccion. La reoptimizacion es analoga al caso de nueva nueva restriccion en el primal |
| Agregado de una nueva restriccion | Factibilidad | Verificamos si la solucion optima cumple con la restriccion modificada. En caso de que no sea asi modificamos la tabla y trabajamos sobre el problema dual | La nueva restriccion se convierte en una nueva actividad. La reoptimizacion es analoga al caso de nueva nueva actividad en el primal |

# Solución de Problemas

## Punto 01 - Dakota

### Simplex

Las variables de decisión son:

- $E$ Cantidad de Escritorios a producir.
- $S$ Cantidad de Sillas a producir.
- $M$ Cantidad de Mesas a producir

Función Objetivo:

$$Max\ Z = 60\left[\frac{\$}{e}\right]E\,[e] + 30\left[\frac{\$}{m}\right]M\,[m] + 20\left[\frac{\$}{s}\right]S\,[s] \tag{1}$$

Restricciones:

$$\begin{aligned}
8\left[\frac{Mad}{e}\right]E\,[e] + 6\left[\frac{Mad}{m}\right]M\,[m] + 1\left[\frac{Mad}{s}\right]S\,[s] &\leq 48\,[Mad]\\
4\left[\frac{Aca}{e}\right]E\,[e] + 2\left[\frac{Aca}{m}\right]M\,[m] + 1.5\left[\frac{Aca}{s}\right]S\,[s] &\leq 20\,[Aca]\\
2\left[\frac{Car}{e}\right]E\,[e] + 1.5\left[\frac{Car}{m}\right]M\,[m] + 0.5\left[\frac{Car}{s}\right]S\,[s] &\leq 8\,[Car]\\
E, M, S &\geq 0
\end{aligned}$$

Forma Estándar:

$$\begin{aligned}
&60X_1 + 30X_2 + 20X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6\\
&8X_1 + 6X_2 + 1X_3 + 1X_4 + 0X_5 + 0X_6 = 48\\
&4X_1 + 2X_2 + 1.5X_3 + 0X_4 + 1X_5 + 0X_6 = 20\\
&2X_1 + 1.5X_2 + 0.5X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 1X_6 = 8\\
&X_1, X_2, X_3 \geq 0
\end{aligned}$$

Punto 01 cont. en pag. siguiente…

Cuadro 14: Tableau Simplex Optimo

| | | | 60 | 30 | 20 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
| 0 | $X_4$ | 24 | 0 | -2 | 0 | 1 | 2 | -8 |
| 20 | $X_3$ | 8 | 0 | -2 | 1 | 0 | 2 | -4 |
| 60 | $X_1$ | 2 | 1 | 1.25 | 0 | 0 | -0.5 | 1.5 |
| | $Z = 280$ | | 0 | 5 | 0 | 0 | 10 | 10 |

**Variación de $c_3$**

$$
\begin{aligned}
Z_2 - Z_2 : C_3(-2) + 60(1.25) \geq 0 \rightarrow C_3 \leq 37.5 \\
Z_5 - Z_5 : C_3(2) + 60(-0.5) \geq 0 \rightarrow C_3 \geq 15 \\
Z_6 - Z_6 : C_3(-4) + 60(1.5) \geq 0 \rightarrow C_3 \leq 22.5 \\
\text{Entonces: } 15 \leq C_3 \leq 22.5
\end{aligned}
$$

**Precios Sombra**

Los valores de los precios sombra son:

- Hora de Carpintería: $10 \left[\frac{\$}{Car}\right]$
- Hora de Acabado: $10 \left[\frac{\$}{Aca}\right]$
- Madera: $0 \left[\frac{\$}{Mad}\right]$

En el caso de las horas e Carpintería y Acabado, las mismas se interpretan como la mejora que se produciría en el funcional en el caso de contar con una unidad mas de cualquiera de los dos recursos. Sin embargo, esta variación es valida solo para el intervalo de variación de cada una de las variables en cuestión. Cabe destacar que las mismas fueron consumidas en su totalidad

En cambio, la madera presenta un sobrante y es por esto que contar con una unidad de madera extra no presentaría una mejora, ya que de por si tenemos todavía madera a nuestra disposición

**18 hs de acabado**

$$b_2(-2) + 8(8) \leq 0 \rightarrow b_2 \geq 32$$
$$b_2(1/2) + 8(-3/2) \leq 0 \rightarrow b_2 \leq 24$$
$$b_2(-2) + 8(4) \leq 0 \rightarrow b_2 \geq 16$$

Por lo tanto, $b_2$ esta en el rango de: $16 \leq b_2 \leq 24$
$W = Z = 0(5) + 18(10) + 8(10) = 260 \quad \rightarrow 280 - 260 = 20 \rightarrow Disminucion$

**Mesas para PC**

Un método para determinar si es conveniente o no es analizar el valor de la suma de los precios sombra de los recursos necesarios para realizar la nueva actividad y comparar los mismos con el precio estimado de venta. Por lo tanto:

$$A_7 = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$
$$6Y_1 + 2Y_2 + 2Y_3 \geq 36$$
$$6(0) + 2(10) + 2(10) \geq 36 \rightarrow 40 \geq 36$$

Por ende, no es conveniente realizar la nueva actividad, en este caso, la producción de mesas de PC.

**Problema Dual**

$$\begin{aligned} Min\ W &= 48Y_1 + 20Y_2 + 8Y_3 \\ s.a.: &\ 8Y_1 + 4Y_2 + 2Y_3 \geq 6 \\ &\ 6Y_1 + 2Y_2 + 1.5Y_3 \geq 30 \\ &\ 1Y_1 + 1.5Y_2 + 0.5Y_3 \geq 20 \\ &\ Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Forma Estándar

$$\begin{aligned} Min\ W &= 48Y_1 + 20Y_2 + 8Y_3 + 0Y_4 + 0Y_5 + 0Y_6 + M\mu_1 + M\mu_2 + M\mu_3 \\ s.a.: &\ 8Y_1 + 4Y_2 + 2Y_3 - 1Y_4 + 0Y_5 + 0Y_6 + 1\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 = 6 \\ &\ 6Y_1 + 2Y_2 + 1.5Y_3 + 0Y_4 - 1Y_5 + 0Y_6 + 0\mu_1 + 1\mu_2 + 0\mu_3 = 30 \\ &\ 1Y_1 + 1.5Y_2 + 0.5Y_3 + 0Y_4 + 0Y_5 - 1Y_6 + 0\mu_1 + 0\mu_2 + 1\mu_3 = 20 \\ &\ Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Punto 01 cont. en pag. siguiente... 

Se puede interpretar el problema dual de la siguiente manera. Buscamos minimizar el costo total a pagar por cada recurso que necesitamos para la producción. En el lado izquierdo de las restricciones podemos apreciar los requerimientos de cada recurso para cada una de las actividades que deseamos llevar a cabo como empresa, mientras que en el lado derecho se encuentra el precio de venta del producto resultante de dicha actividad. De esta manera, exigimos que lógicamente la suma de los costos de un producto sea siempre menor a su precio de venta de manera de asegurar la existencia de ganancias para la empresa

### Estudio de Mercado

No es necesario modificar la solución obtenida anteriormente ya que la nueva restricción resulta redundante. El plan de producción actual incluye la fabricación de 8 unidades del producto 3 ($X_3$), osea sillas.

### Una corrección en el Estudio de Mercado

Como los muchachos de Marketing estaban equivocados (que sorpresa), la restricción anterior si nos afecta. Esto es debido a que actualmente el nivel de la actividad ”producción de sillas.[es] de 8, mientras que la nueva restricción nos impone un mínimo de 9. Entonces debemos agregar la siguiente restricción,

$$0X_1 + 0X_2 + 1X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 - 1X_7 + 1\mu_1 \geq 9 \tag{2}$$

lo que resulta en una nueva tabla, la cual debemos analizar:

Cuadro 15: Nueva tabla

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ | $-M$ $A_8$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_4$ | 24 | 0 | -2 | 0 | 1 | 2 | -8 | 0 | 0 |
| 20 | $X_3$ | 8 | 0 | -2 | 1 | 0 | 2 | -4 | 0 | 0 |
| 60 | $X_1$ | 2 | 1 | 1.25 | 0 | 0 | -0.5 | 1.5 | 0 | 0 |
| $-M$ | $M_1$ | 9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 |
| | $Z = 280$ | | 0 | 5 | 0 | 0 | 10 | 10 | 0 | 0 |

Cuadro 16: Iteraciones

| | $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ | $-M$ $A_8$ | $\theta_i = b_i/a_ij$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | $X_4$ | 24 | 0 | -2 | 0 | 1 | 2 | -8 | 0 | 0 | $\theta_1 = (-)$ |
| | 20 | $X_3$ | 8 | 0 | -2 | 1 | 0 | 2 | -4 | 0 | 0 | $\theta_2 = (-)$ |
| | 60 | $X_1$ | 2 | 1 | 1.25 | 0 | 0 | -0.5 | 1.5 | 0 | 0 | $\theta_3 = 1,6$ |
| $\leftarrow$ | $-M$ | $\boldsymbol{\mu_1}$ | 1 | 0 | **2** | 0 | 0 | -2 | 4 | -1 | 1 | $\boldsymbol{\theta_4 = 0,5}$ |
| | $Z = 280 - M$ | | | 0 | $\boldsymbol{5 - M}$ | 0 | 0 | $10 - M$ | $10 - M$ | $+M$ | 0 | |
| | | | | | $\uparrow$ | | | | | | | |
| | 0 | $X_4$ | 25 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | -4 | -1 | 1 | |
| | 20 | $X_3$ | 9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 | |
| | 60 | $X_1$ | 1.375 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0.75 | -1 | 0.625 | -0.625 | |
| | 30 | $X_2$ | 0.5 | 0 | 1 | 0 | 0 | -1 | 2 | -0.5 | 0.5 | |
| | $Z = 277,5$ | | | 0 | 0 | 0 | 0 | 15 | 0 | 2.5 | $-M - 2,5$ | |

Por lo tanto, el mejor plan de producción seria:

- 9 Sillas
- 1.375 Escritorios
- 0.5 Mesas

### Mesas, si o si

Para lograr que la venta de mesas sea una actividad rentable, entonces el precio sombra de la actividad 2 debería ser igual a 0. Para lograr esto, una forma es aumentar el valor de $c_2$ (la contribución de la actividad venta de mesas al funcional) hasta que la solución actual no sea optima. Entonces debemos aumentarlo por afuera de su rango de variación.
Intervalo de variación de $c_2$ (VNB):

$$L_{inf} = -\infty$$
$$L_{sup} = c_2 + (Z_2 - c_2) = 35$$

En resumen, debemos vender cada mesa al menos a \$35 para que nos resulte rentable.

## Punto 02 - Citrus

### Máxima Ganancia

El objetivo es maximizar las ganancias de la empresa. Las variables de decisión son:

- $X_1$ Litros de jugo de naranja a destilar.

Punto 02 cont. en pag. siguiente… 

- $X_2$ Litros de jugo de pomelo a destilar.

Para el jugo de naranja, la tasa de conversión de "puro.ª concentrado es: $\frac{25-17.5}{25} = 0.7$
Para el jugo de pomelo, la tasa de conversión es: $\frac{20-10}{20} = 0.5$
Si se destilan 25 $lt$ de jugo de naranja en una hora, entonces cada litro se destila en 0.04 $hs$.
Análogamente, para el jugo de pomelo este valor es de 0.05 $hs$.
Función Objetivo:

$$Max\ Z = (0.55 \times 0.7) \left[\frac{\$}{Lt_N}\right] X_1 \left[Lt_N\right] + (0.4 \times 0.5) \left[\frac{\$}{Lt_P}\right] X_2 \left[Lt_P\right] \tag{3}$$

Restricciones:

$$\begin{aligned}
0.04 \left[\frac{Hs}{Lt_N}\right] X_1 \left[Lt_N\right] + 0.05 \left[\frac{Hs}{Lt_P}\right] X_2 \left[Lt_P\right] &\leq 150 \left[Hs\right] \\
0.7 \left[\frac{Lt_T}{Lt_N}\right] X_1 \left[Lt_N\right] &\leq 1000 \left[Lt_T\right] \\
0.5 \left[\frac{Lt_T}{Lt_P}\right] X_2 \left[Lt_P\right] &\leq 1000 \left[Lt_T\right] \\
X_1, X_2 &\geq 0
\end{aligned}$$

Forma estándar:

$$\begin{aligned}
Max\ Z = 0.385X_1 + 0.2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 \\
0.04X_1 + 0.05X_2 + 1X_3 + 0X_4 + 0X_5 = 150 \\
1X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 1X_4 + 0X_5 = 1000 \\
0X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 1X_5 = 1000 \\
X_1, X_2 \geq 0
\end{aligned}$$

Cuadro 17: Tableau Simplex Optimo

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.2 | $X_2$ | 1857.14 | 0 | 1 | 20 | -1.14 | 0 |
| 0.385 | $X_1$ | 1428.57 | 1 | 0 | 0 | 1.43 | 0 |
| 0 | $X_5$ | 71.43 | 0 | 0 | -10 | 0.57 | 1 |
| | $Z = 928,57$ | | 0 | 0 | 4 | 0.33 | 0 |

El plan de producción optimo hallado nos indica que utilizando:

- 1428.57 litros de jugo de naranja.

- 1857.14 litros de jugo de pomelo.

De esta manera, alcanzamos una ganancia de $928.57. Si pudiéramos disponer de una hora mas de maquina, nuestra ganancia aumentaría en $0.33. De igual manera, si nuestro tanque de almacenamiento tuviera un litro mas de capacidad, la ganancia aumentaría en $4.

**Nuevos Tanques**

Dual Estándar

$$\begin{aligned} Min\ W = 150Y_1 + 1000Y_2 + 1000Y_3 + 0Y_4 + 0Y_5 + M\mu_1 + M\mu_2 \\ 0.04Y_1 + 1Y_2 + 0Y_3 - 1Y_4 + 0Y_5 + 1\mu_1 + 0\mu_2 = 0.385 \\ 0.05Y_1 + 0Y_2 + 0Y_3 + 0Y_4 - 1Y_5 + 0\mu_1 + 1\mu_2 = 0.2 \end{aligned}$$

Cuadro 18: Tableau Dual Optimo

| | | | 150 | 1000 | 1000 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $Y_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
| 150 | $Y_1$ | 4 | 1 | 0 | $+10$ | 0 | -20 |
| 1000 | $Y_2$ | 0.33 | 0 | 1 | -0.57 | -1.43 | $+1,14$ |
| | $W = 928,57$ | | 0 | 0 | -71.43 | -1428.57 | -1857.14 |

$$\left.\begin{aligned} 150 \times 10 - 0.57b_2 \leq 0 \\ 150 \times 0 - 1.43b_2 \leq 0 \\ 150 \times (-20) + 1.14b_2 \leq 0 \end{aligned}\right\} b_2 \geq 2631.58 \wedge b_2 \leq 2631.58$$

Para resolver el problema de si nos conviene o no la compra de uno o ambos tanques, re calculamos (utilizando SW) el funcional y comparamos si la variación en el mismo (ganancia o perdida debido al cambio de los tanques) es mayor que la inversión (el precio de cada tanque) requerida.

**Opción A - Tanque 1500 lt a $500**

- Cambio de tanque para jugo de Naranja:

$$\begin{aligned} 777.5 - 928.57 \geq 500 \\ -151.07 \ngeq 500 \end{aligned}$$

- Cambio de tanque para jugo de Pomelo:

$$\begin{aligned} 685 - 928.57 &\geq 500 \\ -243.57 &\ngeq 500 \end{aligned}$$

- Cambio de tanque para ambos jugos:

$$\begin{aligned} 877.5 - 928.57 &\geq 500 \\ -51.07 &\ngeq 500 \end{aligned}$$

Por lo tanto, en ningún caso nos resulta redituable adquirir el tanque de 1500 lt.

**Opción B - Tanque 2500 lt a $800**

- Cambio de tanque para jugo de Naranja:

$$\begin{aligned} 1162.5 - 928.57 &\geq 800 \\ 233.93 &\ngeq 800 \end{aligned}$$

- Cambio de tanque para jugo de Pomelo:

$$\begin{aligned} 825 - 928.57 &\geq 800 \\ -103.57 &\ngeq 800 \end{aligned}$$

- Cambio de tanque para ambos jugos:

$$\begin{aligned} 877.5 - 928.57 &\geq 800 \\ 233.93 &\ngeq 800 \end{aligned}$$

Por lo tanto, en ningún caso nos resulta redituable adquirir el tanque de 2500 lt.

**Opción C - Tanque 3000 lt a $1000**

- Cambio de tanque para jugo de Naranja:

$$\begin{aligned} 1275 - 928.57 &\geq 1000 \\ 346.43 &\ngeq 1000 \end{aligned}$$

- Cambio de tanque para jugo de Pomelo:

$$\begin{aligned} 825 - 928.57 &\geq 1000 \\ -103.57 &\ngeq 1000 \end{aligned}$$

- Cambio de tanque para ambos jugos:

$$
\begin{aligned}
1275 - 928.57 &\geq 1000 \\
346.43 &\ngeq 1000
\end{aligned}
$$

Por lo tanto, en ningún caso nos resulta redituable adquirir el tanque de 3000 lt.

### Oferta del Competidor

Si revisamos la tabla optima del simple, vemos que por cada hora extra de maquinaria el funcional mejoraría en \$4, por lo que adquirir horas extras a \$8.2 no solo no nos conviene, si no que estaríamos incurriendo en un resultado negativo.

## Punto 03 - Criador de Aves

### Método Simplex

El objetivo es minimizar los costos del criador de aves satisfaciendo la dieta de los animales. Las variables de decisión son:

- $X_1$ Cantidad de alimento del tipo 1 adquirido.
- $X_2$ Cantidad de alimento del tipo 2 adquirido.

Función Objetivo:

$$Min\ Z = 50\left[\frac{\$}{Kg_1}\right] X_1\,[Kg_1] + 25\left[\frac{\$}{Kg_2}\right] X_2\,[Kg_2] \tag{4}$$

Restricciones:

$$
\begin{aligned}
0.1\left[\frac{Kg_{Gns}}{Kg_1}\right] X_1\,[Kg_1] + 0.3\left[\frac{Kg_{Gns}}{Kg_2}\right] X_2\,[Kg_2] &\geq 8\,[Kg_{Gns}] \\
0.3\left[\frac{Kg_{Car}}{Kg_1}\right] X_1\,[Kg_1] + 0.4\left[\frac{Kg_{Car}}{Kg_2}\right] X_2\,[Kg_2] &\geq 19\,[Kg_{Car}] \\
0.3\left[\frac{Kg_{Crc}}{Kg_1}\right] X_1\,[Kg_1] + 0.1\left[\frac{Kg_{Crc}}{Kg_2}\right] X_2\,[Kg_2] &\geq 7\,[Kg_{Crc}] \\
X_1, X_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

Forma estándar:

$$
\begin{aligned}
Min\ Z = 50X_1 + 23X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 + M\mu_1 + M\mu_2 + M\mu_3 \\
0.1X_1 + 0.3X_2 - 1X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 1\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 = 8 \\
0.3X_1 + 0.4X_2 + 0X_3 - 1X_4 + 0X_5 + 0\mu_1 + 1\mu_2 + 0\mu_3 = 19 \\
0.3X_1 + 0.1X_2 + 0X_3 + 0X_4 - 1X_5 + 0\mu_1 + 0\mu_2 + 1\mu_3 = 7 \\
X_1, X_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

Punto 03 cont. en pag. siguiente. . .

Cuadro 19: Tableau Simplex Optimo

| | | | | | | | | $M$ | $M$ | $M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ | $A_8$ |
| 25 | $X_2$ | 40 | 0 | 1 | 0 | -3.33 | 3.33 | 0 | 3.33 | -3.33 |
| 0 | $X_3$ | 5 | 0 | 0 | 1 | -0.89 | 0.56 | -1 | 0.89 | -0.56 |
| 50 | $X_1$ | 10 | 1 | 0 | 0 | 1.11 | -4.44 | 0 | -1.11 | 4.44 |
| | $Z = 1500$ | | 0 | 0 | 0 | -27.78 | -138.89 | $-M$ | $-M + 27,78$ | $-M + 188,89$ |

El plan de producción optimo hallado nos indica que utilizando:

- 10 Kg del alimento tipo 1.
- 40 Kg del alimento tipo 2.

lograríamos que los costos desciendan al mínimo de $1500. Con esta composición de los alimentos, la necesidad de grasas no saturadas se ve incluso sobre satisfecha, mientras que resultaría muy beneficioso si la dieta de los animales requiriera un kilogramo menos de componentes ricos en calcio (nuestro costos disminuiría en $138.89) y un menos beneficioso si requirieran un kilogramo menos de carbohidratos (una disminución de $27.78)

**Dual Asociado**

$$\begin{aligned} Max\ W &= 8Y_1 + 19Y_2 + 7Y_3 \\ s.a.: 0.1Y_1 + 0.3Y_2 + 0.3Y_3 &\leq 50 \\ 0.3Y_{+}0.4Y_2 + 0.1Y_3 &\leq 25 \end{aligned}$$

La función objetivo representa la maximizacion de los precios de venta de los recursos con los que se cuenta. El lado izquierdo de cada restricción representa el consumo de recursos de cada actividad, mientras que el derecho indica el precio de venta o ganancia de dicha actividad, por lo que resulta lógico establecer la restricción de que el precio de venta de los recursos deba ser mayor que la ganancia que obtendríamos si destinásemos esos recursos a la producción de bienes y servicios.
Forma estándar:

$$\begin{aligned} Max\ W &= 8Y_1 + 19Y_2 + 7Y_3 + 0Y_4 + 0Y_5 \\ 0.1Y_1 + 0.3Y_2 + 0.3Y_3 + 1Y_4 + 0Y_5 &= 50 \\ 0.3Y_1 + 0.4Y_2 + 0.1Y_3 + 0Y_4 + 1Y_5 &= 25 \end{aligned}$$

Cuadro 20: Tableau Dual Optima

| $C_k$ | $Y_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $Y_4$ | $Y_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | $Y_3$ | 138.89 | -0.56 | 0 | 1 | 4.44 | -3.33 |
| 19 | $Y_2$ | 27.78 | 0.89 | 1 | 0 | -1.11 | 3.33 |
| | $W = 1500$ | | 5 | 0 | 0 | 10 | 40 |

**Cambio en la Dieta 01**

$$\left.\begin{aligned} 7 \times (-0.56) + 0.89b_2 \geq 0 \\ 7 \times (4.44) + 1.14b_2 \geq 0 \\ 7 \times (-3-33) + 3.33b_2 \geq 0 \end{aligned}\right\} b_2 \geq 4.4 \wedge b_2 \geq 7 \wedge b_2 \leq 28$$

$$7 \leq b_2 \leq 28$$

Cuadro 21: Modificación dual optimo

| $C_k$ | $Y_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 7 | $Y_3$ | 128.89 |
| 10 | $Y_2$ | 27.78 |
| | $W = 1250$ | |

$$B^{-1}.b = b^*$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3.33 & -3.33 \\ -1 & 0.89 & -0.56 \\ 0 & -1.11 & 4.44 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 8 \\ 10 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.99 \\ \textbf{-3.02} \\ 19.98 \end{bmatrix}$$

Si bien la solución sigue siendo optima, la misma no es factible, por lo que debemos re iterar. De esta manera, llegamos a la nueva solución:

Cuadro 22: Solución optima con modificación

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 0 | $X_4$ | 3.375 |
| 25 | $X_2$ | 21.25 |
| 50 | $X_1$ | 16.25 |
| $Z = 1343,75$ | | |

**Cambio en la Dieta 02**

Gracias al ejercicio anterior sabemos que el rango de variación de $b_2$ es $7 \leq b_2 \leq 28$, por lo que un valor de 29 produce que la solución deje de ser optima. De igual manera, la misma tampoco es factible:

$$B^{-1}.b = b^*$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 3.33 & -3.33 \\ -1 & 0.89 & -0.56 \\ 0 & -1.11 & 4.44 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 8 \\ 29 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 73.26 \\ 13.89 \\ \mathbf{-1.11} \end{bmatrix}$$

**Aumento del costo del Alimento**

Intervalo de variación de $c_1$:

$$\left.\begin{aligned} 25 \times (-3.33) + 1.11c_1 \leq 0 \\ 25 \times (3.33) - 4.44c_1 \leq 0 \end{aligned}\right\} c_1 \leq 75 \wedge c_1 \geq 18.75$$

Con estos datos no es posible asegurar que la actividad que representa la compra del alimento 1 forme parte de la solución. La nueva solución con esta modificación seria:

Cuadro 23: Simplex Optimo con modificación de alimento

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 25 | $X_2$ | 70 |
| 0 | $X_3$ | 13 |
| 0 | $X_4$ | 9 |
| $Z = 1750$ | | |

**Rangos de variación & Precio Sombra**

Intervalo de variación de $b_1$:

$$3 \leq b_1 \leq \infty$$

Intervalo de variación de $b_2$:

$$\left.\begin{aligned} 7 \times (-0.56) + 0.89b_2 \geq 0 \\ 7 \times (4.44) + 1.14b_2 \geq 0 \\ 7 \times (-3.33) + 3.33b_2 \geq 0 \end{aligned}\right\} b_2 \geq 4.4 \wedge b_2 \geq 7 \wedge b_2 \leq 28$$

$$7 \leq b_2 \leq 28$$

Intervalo de variación de $b_3$:

$$\left.\begin{aligned} 19 \times (0.89) - 0.56b_3 \geq 0 \\ 19 \times (-1.11) + 4.44b_3 \geq 0 \\ 19 \times (3.33) + -3.33b_3 \geq 0 \end{aligned}\right\} b_3 \geq 4.75 \wedge b_3 \leq 30.2 \wedge b_3 \leq 19$$

$$4.75 \leq b_3 \leq 19$$

Intervalo de variación de $c_1$:

$$\left.\begin{aligned} 25 \times (-3.33) + 1.11c_1 \leq 0 \\ 25 \times (3.33) - 4.44c_1 \leq 0 \end{aligned}\right\} c_1 \leq 75 \wedge c_1 \geq 18.75$$

$$18.75 \leq c_1 \leq 75$$

Intervalo de variación de $c_2$:

$$\left.\begin{aligned} 50 \times (1.11) - 3.33c_2 \leq 0 \\ 50 \times (-4.44) + 3.33c_2 \leq 0 \end{aligned}\right\} c_2 \geq 16.67 \wedge c_2 \leq 66.67$$

$$16.67 \leq c_2 \leq 66.67$$

Precios Sombra:

- $-27.78$ por cada Kg de Carbohidratos que se elimine como requerimiento de la dieta de los animales, conseguiríamos un decremento en el costo total de $\$27,78$
- $-138.89$ por cada Kg de Compuestos ricos en calcio que se elimine como requerimiento de la dieta de los animales, conseguiríamos un decremento en el costo total de $\$138.89$

# Punto 04 - Heladería

## Modelo Lineal

El objetivo es determinar la cantidad a producir de cada sabor para maximizar la ganancia, de acuerdo a las limitaciones sobre la materia prima. Las variables de decisión son:

- $X_1$ Cantidad de helado de chocolate a producir(Lt).
- $X_2$ Cantidad de helado de vainilla a producir(Lt).
- $X_3$ Cantidad de helado de dulce de leche a producir(Lt).

Función Objetivo:

$$Max\ Z = 1\left[\frac{\$}{Lt_c}\right] X_1\,[Lt_c] + 0.9\left[\frac{\$}{Lt_v}\right] X_2\,[Lt_v] + 0.95\left[\frac{\$}{Lt_d}\right] X_1\,[Lt_d] \tag{5}$$

Restricciones:

$$\begin{aligned}
0.45\left[\frac{Lt_l}{Lt_c}\right] X_1\,[Lt_c] + 0.50\left[\frac{Lt_l}{Lt_v}\right] X_2\,[Lt_v] + 0.40\left[\frac{Lt_l}{Lt_d}\right] X_3\,[Lt_d] &\leq 200\,[Lt_l]\\
0.50\left[\frac{Kg_{az}}{Lt_c}\right] X_1\,[Lt_c] + 0.40\left[\frac{Kg_{az}}{Lt_v}\right] X_2\,[Lt_v] + 0.40\left[\frac{Kg_{az}}{Lt_d}\right] X_3\,[Lt_d] &\leq 150\,[Kg_{az}]\\
0.10\left[\frac{Kg_{cr}}{Lt_c}\right] X_1\,[Lt_c] + 0.15\left[\frac{Kg_{cr}}{Lt_v}\right] X_2\,[Lt_v] + 0.20\left[\frac{Kg_{cr}}{Lt_d}\right] X_3\,[Lt_d] &\leq 60\,[Kg_{cr}]\\
X_1, X_2, X_3 &\geq 0
\end{aligned}$$

## Método Simplex

Forma estándar:

$$\begin{aligned}
Max\ Z &= 1X_1 + 0.90X_2 + 0.95X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6\\
s.a.: &\ 0.45X_1 + 0.50X_2 + 0.40X_3 + 1X_4 + 0X_5 + 0X_6 = 200\\
&\ 0.50X_1 + 0.40X_2 + 0.40X_3 + 0X_4 + 1X_5 + 0X_6 = 150\\
&\ 0.10X_1 + 0.15X_2 + 0.20X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 1X_6 = 60
\end{aligned}$$

Punto 04 cont. en pag. siguiente. . . 

Cuadro 24: Tableau Simplex Optimo

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_4$ | 20 | -0.35 | 0 | 0 | 1 | -2 | 2 |
| 0.9 | $X_2$ | 300 | 3 | 1 | 0 | 0 | 10 | -20 |
| 0.95 | $X_3$ | 75 | -1.75 | 0 | 1 | 0 | -7.5 | 20 |
| | $Z = 341,25$ | | 0.038 | 0 | 0 | 0 | 1.875 | 1 |

De la tabla anterior podemos observar que el plan de producción para alcanzar la ganancia optima consiste en la producción de 300 $lt$ de helado de vainilla y 75 $Lt$ de helado de dulce de leche. En cuanto a los sobrantes, contaríamos con unos 20 $lt$ de leche. Sin embargo, tanto el azúcar como la crema se usaron en su totalidad. Si contáramos con un Kg mas de azúcar y crema veríamos un incremento en nuestra ganancia de $1.875 y $1 respectivamente.

**Modelo Dual**

El problema dual se puede interpretar como la búsqueda del costo mínimo al que se esta dispuesto a pagar cada unidad de cada recurso. Por otra parte, los lados izquierdos de cada restricción hacen referencia a la imputación de cada recurso a cada una de las actividades de la empresa, mientras que el lado derecho de la misma ecuación indica la ganancia por unidad que es realizada la actividad.

$$\begin{aligned} Min\ W &= 200Y_1 + 150Y_2 + 60Y_3 \\ s.a.: &\ 0.45Y_1 + 0.50Y_2 + 0.10Y_3 \geq 1 \\ &\ 0.50Y_1 + 0.40Y_2 + 0.15Y_3 \geq 0.90 \\ &\ 0.40Y_1 + 0.40Y_2 + 0.20Y_3 \geq 0.95 \qquad Y_1, Y_2, Y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Dual Estándar

$$\begin{aligned} Min\ W &= 200Y_1 + 150Y_2 + 60Y_3 + 0Y_4 + 0Y_5 + 0Y_6 + M\mu_1 + M\mu_2 + M\mu_3 \\ s.a.: &\ 0.45Y_1 + 0.50Y_2 + 0.10Y_3 - 1Y_4 + 0Y_5 + 0Y_6 + 1\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 = 1 \\ &\ 0.50Y_1 + 0.40Y_2 + 0.15Y_3 + 0Y_4 - 1Y_5 + 0Y_6 + 0\mu_1 + 1\mu_2 + 0\mu_3 = 0.90 \\ &\ 0.40Y_1 + 0.40Y_2 + 0.20Y_3 + 0Y_4 + 0Y_5 - 1Y_6 + 0\mu_1 + 0\mu_2 + 1\mu_3 = 0.95 \end{aligned}$$

Punto 04 cont. en pag. siguiente... 

Cuadro 25: Tableau Dual Optimo

| $C_k$ | $Y_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ | $A_8$ | $A_9$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 60 | $Y_3$ | 1 | -2 | 0 | 1 | 0 | 20 | -20 | 0 | -20 | 20 |
| 150 | $Y_2$ | 1.875 | 2 | 1 | 0 | 0 | -10 | 7.5 | 0 | 10 | -7.5 |
| 0 | $Y_4$ | 0.038 | 0.35 | 0 | 0 | 1 | -3 | 1.75 | -1 | 3 | -1.75 |
| | $W = 341,25$ | | -20 | 0 | 0 | 0 | -300 | -75 | $-M$ | $-M + 300$ | $-M + 75$ |

**Aumento Ganancia de DDL**

Intervalo de variación de $c_3$:

$$\left.\begin{aligned} 0.9 \times 3 - 1.75c_3 \geq 0 \\ 0.9 \times 10 - 7.5c_3 \geq 0 \\ 0.9 \times (-20) + 20c_3 \geq 0 \end{aligned}\right\} c_3 \leq 1.543 \wedge c_3 \leq 1.2 \wedge c_3 \geq 0.9$$

Entonces $0.9 \leq c_3 \leq 1.2$.
Podemos ver que la solución optima no cambia ya que $c_3$ sigue en su rango de variación. El nuevo valor del funcional es de 345.

Cuadro 26: Simplex Optimo, modificación DDL+

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 0 | $X_4$ | 20 |
| 0.9 | $X_2$ | 300 |
| 1 | $X_1$ | 75 |
| | $Z = 345$ | |

**Disminución Ganancia de DDL**

En el caso de disminuir el precio del lt de helado de dulce de leche a \$0.92, como el mismo sigue estando dentro del rango de variación permitido, sigue siendo optima la solución original. El nuevo valor del funcional es de \$339 (en este caso se sufrió una desmejora).

Cuadro 27: Simplex Optimo, modificación DDL-

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 0 | $X_4$ | 20 |
| 0.9 | $X_2$ | 300 |
| 0.92 | $X_3$ | 75 |
| | $Z = 339$ | |

**Crema en mal estado**

Debido a una mala gestión de la materia prima, la existencia de crema pasa a ser de 57. Intervalo de Variación de $b_3$

$$\left.\begin{aligned} 150 \times 2 - 2b_3 \geq 0 \\ 150 \times 20 + 20b_3 \geq 0 \\ 150 \times (-20) - 20b_3 \geq 0 \end{aligned}\right\} b_3 \geq 150 \wedge b_3 \leq 75 \wedge b_3 \geq 56.25$$

Entonces podemos observar que el "nuevo"valor de $b_3 \in [56.25, 75]$. Tambien resulta que la nueva solución es factible:

$$B^{-1}.b_{nuevo} = b^* =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 10 & -20 \\ 0 & -0.75 & 20 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 200 \\ 150 \\ 75 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 360 \\ 15 \end{bmatrix}$$

**Mas azúcar!**

Intervalo de variación de $b_2$:

$$\left.\begin{aligned} 60 \times (-2) + 2b_2 \geq 0 \\ 60 \times 20 + -10b_2 \geq 0 \\ 60 \times (-20) + 7.5b_2 \geq 0 \end{aligned}\right\} b_2 \leq 60 \wedge b_2 \geq 120 \wedge b_2 \leq 160$$

Como el nuevo valor del recurso "Kg de Azúcar"no esta dentro del rango de variación ($120 \leq b_2 \leq 160$), debemos reiterar para determinar la nueva solución optima.

Punto 04 cont. en pag. siguiente… 

Cuadro 28: Mas azúcar...

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 1 | $X_1$ | 28,57 |
| 0,9 | $X_2$ | \$364.29\$ |
| 0,95 | $X_3$ | 12,5 |
| | $Z = 368,30$ | |

Entonces,

$$Z_n - Z_a \geq 15$$
$$368.3 - 341.25 \geq 15 \rightarrow 27.05 \geq 15$$

En base a lo anteriormente expuesto, nos conviene adquirir los 15 $Kg$ de azúcar que nos ofrece el proveedor.

### Sensibilidad de la Leche

En este problema, la Leche representa un recurso sobrante, ya que la variable de holgura que lo representa forma parte de la solución optima (es una VB).El valor de dicha variable es de 20 y, obviamente, su precio sombra es de 0. Entonces, podríamos disminuir la existencia de leche hasta 20 unidades y aumentar todo lo que quisiéramos la misma sin afecta la factibilidad. Sin embargo, si quisiéramos disminuir mas de 20 lt de leche la factibilidad variaría.

## Punto 05 - Empresita

### Modelo Matemático

El objetivo es que la empresa maximice sus ganancias.
Las variables de decisión son:

- $X_1$ cantidad del producto 1 a fabricar.
- $X_2$ cantidad del producto 2 a fabricar.
- $X_3$ cantidad del producto 3 a fabricar.

Función Objetivo:

$$Max\ Z = 463\left[\frac{\$}{U_1}\right] X_1\,[U_1] + 371.7\left[\frac{\$}{U_2}\right] X_2\,[U_2] + 556.4\left[\frac{\$}{U_3}\right] X_3\,[U_3] \tag{6}$$

Restringida a:

$$\begin{aligned}
5\left[\frac{Hs_{MO}}{U_1}\right] X_1\,[U_1] + 4\left[\frac{Hs_{MO}}{U_2}\right] X_2\,[U_2] + 6\left[\frac{Hs_{MO}}{U_3}\right] X_3\,[U_3] &\leq 1200\,[Hs_{MO}] \\
0.2\left[\frac{Kg_{MP}}{U_1}\right] X_1\,[U_1] + 0.3\left[\frac{Kg_{MP}}{U_2}\right] X_2\,[U_2] + 0.1\left[\frac{Kg_{MP}}{U_3}\right] X_3\,[U_3] &\leq 300\,[Kg_{MP}] \\
1.1\left[\frac{Hs_{MA}}{U_1}\right] X_1\,[U_1] + 0.8\left[\frac{Hs_{MA}}{U_2}\right] X_2\,[U_2] + 1.3\left[\frac{Hs_{MA}}{U_3}\right] X_3\,[U_3] &\leq 800\,[Hs_{MA}] \\
X_3\,[U_3] &\geq 70\,[U_3] \\
X_2\,[U_2] &\leq 200\,[U_2] \\
X_1, X_2, X_3 &\geq 0
\end{aligned}$$

Forma Estándar:

$$\begin{aligned}
Max\ Z = 463.3X_1 + 371.1X_2 + 556.4X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 + 0X_7 + 0X_8 + M\mu_1 \\
s.a. : 5X_1 + 4X_2 + 6X_3 + 1X_4 + 0X_5 + 0X_6 + 0X_7 + 0X_8 + 0\mu_1 = 1200 \\
0.2X_1 + 0.3X_2 + 0.1X_3 + 0X_4 + 1X_5 + 0X_6 + 0X_7 + 0X_8 + 0\mu_1 = 300 \\
1.1X_1 + 0.8X_2 + 1.3X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 1X_6 + 0X_7 + 0X_8 + 0\mu_1 = 800 \\
0X_1 + 0X_2 + 1X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 - 1X_7 + 0X_8 + 1\mu_1 = 70 \\
0X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 + 0X_7 + 1X_8 + 0\mu_1 = 200
\end{aligned}$$

**Resolución LINDO**

Cuadro 29: Tableau Simplex Optimo

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 371,7 | $X_2$ | 195 |
| 556,4 | $X_3$ | 70 |
| 0 | $X_6$ | 234,5 |
| 0 | $X_7$ | 553 |
| 0 | $X_8$ | 5 |
| | $Z = 368,30$ | |

**Interpretación de LINDO**

Solucion por Software 1: Problema 05 - LINDO

```
      LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

            OBJECTIVE FUNCTION VALUE

            1)      111429.5

       VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
            X1         0.000000          1.325012
            X2       195.000000          0.000000
            X3        70.000000          0.000000


           ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
            2)         0.000000         92.925003
            3)       234.500000          0.000000
            4)       553.000000          0.000000
            5)         0.000000         -1.150000
            6)         5.000000          0.000000

      NO. ITERATIONS=       2


      RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                                 OBJ COEFFICIENT RANGES
      VARIABLE          CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                          COEF         INCREASE         DECREASE
           X1       463.299988         1.325027         INFINITY
           X2       371.700012         INFINITY         0.766667
           X3       556.400024         1.150000         INFINITY

                                 RIGHTHAND SIDE RANGES
          ROW           CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                          RHS          INCREASE         DECREASE
            2      1200.000000        20.000000       780.000000
            3       300.000000         INFINITY       234.500000
            4       800.000000         INFINITY       553.000000
            5        70.000000       130.000000         3.333333
            6       200.000000         INFINITY         5.000000
```

A partir del reporte de LINDO se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- Se necesitaron solo 2 iteraciones para alcanzar la solución optima del problema.
- El valor optimo del funcional es de $111429.50
- El plan de producción optimo consiste en la fabricación de 195 unidades del producto 2. 70 del producto 3 y ninguna unidad del primer producto
- Para lograr lo antes mencionado, se consumirá la totalidad de las horas de mano de obra disponible, 247 horas de maquinaria y 65,5 de materia prima.
- Siendo la mano de obra el recurso que nos limita en este caso (la restricción activa), lo que podemos notar debido a que posee un precio sombra de 92,92 lo que indica que

estaríamos dispuestos a pagar hasta esa cantidad con tal de contar con una unidad mas del recurso, o dicho de otra forma eso es lo que mejoraría nuestra ganancia en coas de contar con dicha unidad extra.

**Planteo Dual**

$$\begin{aligned} Min\ W &= 1200Y_1 + 300Y_2 + 800Y_3 + 70Y_4 + 200Y_5 \\ s.a.: &\ 5Y_1 + 0.2Y_2 + 1.1Y_3 \geq 500 \\ &\ 4Y_1 + 0.3Y_2 + 0.8Y_3 \geq 400 \\ &\ 6Y_1 + 0.1Y_2 + 1.3Y_3 \geq 600 \end{aligned}$$

El problema dual, en cada una de sus restricciones nos impone que si vendemos la misma cantidad de recursos que se necesitan para completar cada una de las actividades, entonces si o si la ganancia debe ser mayor, ya que caso contrario no resulta beneficioso.

## Punto 06 - La falda cont.

Las variables de decisión son:

- $X_1$: cantidad de cajas que se solicitan al deposito
- $X_2$: cantidad de cajas que se solicitan al proveedor

La función objetivo es:

$$Min\ Z = 1\left[\frac{\$}{C_d}\right] X_1\left[C_d\right] + 6\left[\frac{\$}{C_p}\right] X_2\left[C_p\right] \tag{7}$$

Sujeta a:

$$\begin{aligned} 1\left[\frac{Kg_A}{C_d}\right] X_1\left[C_d\right] + 2\left[\frac{Kg_A}{C_p}\right] X_2\left[C_p\right] &\geq 80\left[Kg_A\right] \\ 5\left[\frac{Kg_Q}{C_p}\right] X_2\left[C_p\right] &\geq 60\left[Kg_Q\right] \\ X_1\left[C_d\right] &\leq 40\left[C_d\right] \\ X_2\left[C_p\right] &\leq 30\left[C_p\right] \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Punto 06 cont. en pag. siguiente... 

Forma Estándar:

$$\begin{aligned}
1X_1 + 6X_2 + 0X_3 &+ 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 + M\mu_1 + M\mu_2 \\
1X_1 + 2X_2 - 1X_3 &+ 0X_4 + 0X_5 + 0x_6 + 1\mu_1 + 0\mu_2 = 80 \\
0X_1 + 2X_2 + 0X_3 &- 1X_4 + 0X_5 + 0x_6 + 0\mu_1 + 1\mu_2 = 10 \\
1X_1 + 0X_2 - 0X_3 &- 0X_4 + 1X_5 + 0X_6 + 0\mu_1 + 0\mu_2 = 40 \\
0X_1 + 1X_2 - 0X_3 &- 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 + 0\mu_1 + 0\mu_2 = 30 \\
X_1, X_2 &\geq 0
\end{aligned}$$

**Paro de Transportistas**

Intervalo de variación de $c_1$:

$$\left.\begin{aligned}
6 \times (-1/2) + 0c_1 \leq 0 \\
6 \times (-1/2) + 1c_1 \leq 0 \\
6 \times (1/2) + 0c_1 \leq 0
\end{aligned}\right\} c_1 \leq 3$$

Entonces la solución original continua siendo optima, con un nuevo valor de 240, resultando en un aumento de \$80.

**Error Administrativo**

Esto no afecta nuestra solución original, ya que la misma incluía la adquisición de solo 20 cajas del proveedor.

**Demanda de Quinao**

Si se diera el caso de una disminución en la demanda de quinoa podríamos vender los recursos Çajas de Salud Vital.[a] otros proveedores, y al mismo tiempo disminuir la cantidad disponibles del mismo ya que no requerimos tantas unidades de quinoa.

**Nuevo proveedor**

Para determinar cuanto es lo máximo que estamos dispuestos a pagar (o mejor dicho, sin incurrir en perdidas) debemos analizar el problema dual asociado. Problema Dual:

$$\begin{aligned}
Max\ W &= 80Y_1 + 50Y_2 + 40Y_3 + 30Y_4 \\
s.a.: 1Y_1 + 0Y_2 &\leq 1 \\
2Y_1 + 5Y_2 &\leq 6 \\
Y_1, Y_2 &\geq 0
\end{aligned}$$

Podemos ver entonces que los precios máximos que nos encontramos dispuestos a pagar son respectivamente de \$1 y \$6 por un kg de Amarato y Quinoa

## Punto 07 - Lotería cont.

**No me convence...**

Las variables de decisión son:

- $X_1$: Cantidad de acciones del tipo A invertidas (en millones).
- $X_2$: Cantidad de acciones invertidas del tipo B (en millones).

La función objetivo es:

$$Max\ Z = 0.10X_1\,[\$] + 0.07X_2\,[\$] \tag{8}$$

Sujeta a:

$$\begin{aligned} X_1\,[\$] + X_2\,[\$] &= 10\,[\$] \\ X_1\,[\$] &\leq 6\,[\$] \\ X_2\,[\$] &\geq 2\,[\$] \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Forma Estándar:

$$\begin{aligned} &0.1X_1 + 0.07X_2 + 0X_3 + 0X_4 - M\mu_1 - M\mu_2 \\ &1X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 1\mu_1 - 0\mu_2 = 10 \\ &1X_1 + 0X_2 + 1X_3 + 0X_4 - 0\mu_1 - 0\mu_2 = 6 \\ &0X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 1X_4 - 0\mu_1 + 1\mu_2 = 2 \end{aligned}$$

Punto 07 cont. en pag. siguiente... 

Cuadro 30: Tableau Simplex

| | | | 0.1 | 0.07 | 0 | 0 | $-M$ | $-M$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $\theta_i = b_i/a_ij$ |
| $-M$ | $\mu_1$ | 10 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | $\theta_1 = 10$ |
| 0 | $X_3$ | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | $\theta_2 = X$ |
| $-M$ | $\boldsymbol{\mu_2}$ | 2 | 0 | **1** | 0 | -1 | 0 | 1 | $\boldsymbol{\theta_3 = 2}$ |
| | $Z = -12M$ | | $-M - 0,1$ | $\boldsymbol{-2M - 0,07}$ | 0 | $M$ | 0 | 0 | |
| | | | | ↑ | | | | | |
| $-M$ | $\boldsymbol{\mu_1}$ | 8 | 1 | 0 | 0 | **1** | 1 | -1 | $\boldsymbol{\theta_1 = 8}$ |
| 0 | $X_3$ | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | $\theta_2 = X$ |
| 0.07 | $X_2$ | 2 | 0 | 1 | 0 | -1 | 0 | 0 | $\theta_3 = X$ |
| | $Z = -8M + 0,14$ | | $-M - 0,1$ | 0 | 0 | $\boldsymbol{-M - 0,07}$ | 0 | $2M + 0,07$ | |
| | | | | | | ↑ | | | |
| 0 | $X_4$ | 8 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | -1 | $\theta_1 = 8$ |
| 0 | $\boldsymbol{X_3}$ | 6 | **1** | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | $\boldsymbol{\theta_2 = 6}$ |
| 0.07 | $X_2$ | 10 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | $\theta_3 = 10$ |
| | $Z = 0,7$ | | **-0.03** | 0 | 0 | 0 | $M + 0,07$ | $M$ | |
| | | | ↑ | | | | | | |
| 0 | $X_4$ | 2 | 0 | 0 | -1 | 1 | 1 | -1 | |
| 0.1 | $X_1$ | 6 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 0.07 | $X_2$ | 4000000 | 0 | 1 | -1 | 0 | 1 | 0 | |
| | $Z = 0,88$ | | 0 | 0 | 0.03 | 0 | $M + 0,07$ | $M$ | |

Problema Dual:

$$\begin{aligned} Min\ W &= 10Y_1 + 6Y_2 + 2Y_3 \\ s.a.:\ & 1Y_1 + 1Y_2 + 0Y_3 \geq 0.1 \\ & 1Y_1 + 0Y_2 + 0Y_3 \geq 0.07 \\ & 0Y_1 + 1Y_2 + 0Y_3 \geq 0 \\ & 0Y_1 + 0Y_2 - 1Y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 31: Tabla Optima Dual

| | | | | | | | | $M1$ | $M1$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $Y_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
| 6 | $Y_2$ | 0.03 | 0 | 1 | 0 | -1 | 1 | 1 | -1 |
| 10 | $Y_1$ | 0.07 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| | $W = 0,88$ | | 0 | 0 | -2 | -6 | -4 | $-M + 6$ | $-M + 4$ |

Entonces debemos calcular el intervalo de variación de $b_2$:

$$\left.\begin{aligned} 0 - 1b_2 \geq 0 \\ (-1) \times 10 + 1b_2 \geq 0 \end{aligned}\right\} b_2 \leq 10$$

La solución sigue siendo factible, pero como veremos a continuación la misma no es optima:

$$B^{-1}.b_n = b^*$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 8 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{-4} \\ 10 \\ \mathbf{-2} \end{bmatrix}$$

Reiterando, llegamos a la nueva solución factible:

Cuadro 32: Nueva Solución Optima

| $B_k$ | $Y_k$ | $C_k$ |
|---|---|---|
| 8 | $Y_1$ | \$0.03\$ |
| 2 | $Y_2$ | \$0.07\$ |
| | $W = 0.94$ | |

77

## Punto 08 - Criador de perros cont.

Las variables de decisión son:

- $X_1$: Cantidad de alimento del tipo 1 utilizado.
- $X_2$: Cantidad de alimento del tipo 2 utilizado.

La función objetivo es:

$$Min\ Z = 50 \left[\frac{\$}{Kg_1}\right] X_1 \left[Kg_1\right] + 25 \left[\frac{\$}{Kg_2}\right] X_2 \left[Kg_2\right] \tag{9}$$

Sujeta a:

$$\begin{aligned} 0.1 \left[\frac{Kg_G}{Kg_1}\right] X_1 \left[Kg_1\right] + 0.3 \left[\frac{Kg_G}{Kg_2}\right] X_2 \left[Kg_2\right] &\geq 8 \left[Kg_G\right] \\ 0.3 \left[\frac{Kg_C}{Kg_1}\right] X_1 \left[Kg_1\right] + 0.4 \left[\frac{Kg_C}{Kg_2}\right] X_2 \left[Kg_2\right] &\geq 19 \left[Kg_C\right] \\ 0.3 \left[\frac{Kg_{Ca}}{Kg_1}\right] X_1 \left[Kg_1\right] + 0.1 \left[\frac{Kg_{Ca}}{Kg_2}\right] X_2 \left[Kg_2\right] &\geq 7 \left[Kg_{Ca}\right] \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Punto 08 cont. en pag. siguiente... 

Forma Estándar:

$$\begin{aligned}
&50X_1 + 25X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 + M\mu_1 + M\mu_2 + M\mu_3 \\
&0.1X_1 + 0.3X_2 - 1X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 1\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 = 8 \\
&0.3X_1 + 0.4X_2 + 0X_3 - 1X_4 + 0X_5 + 0\mu_1 + 1\mu_2 + 0\mu_3 = 19 \\
&0.3X_1 + 0.1X_2 + 0X_3 + 0X_4 - 1X_5 + 1\mu_1 + 0\mu_2 + 1\mu_3 = 7
\end{aligned}$$

Problema Dual Asociado:

$$\begin{aligned}
Max\ W &= 8Y_1 + 19Y_2 + 7Y_3 \\
s.a. : 0.1Y_1 &+ 0.3Y_3 + 0.3Y_3 \leq 50 \\
0.3Y_1 &+ 0.4Y_2 + 0.1Y_3 \leq 25
\end{aligned}$$

Cuadro 33: Tabla Dual Optima

| $C_k$ | $Y_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 27.77 | $Y_2$ | 17 | 0 | 1 | 0 | 1.11 | -3.33 |
| 0 | $Y_3$ | 7 | 0 | 0 | 1 | -4.44 | 3.33 |
| | $Z = 1500$ | | 5 | 0 | 0 | 10 | 40 |

En este problema se busca adquirir la mayor cantidad de alimento balanceando tal que satisfaga los requerimientos de clorhidratos, calcio y grasas no saturadas al menor costo posible.
Los precios sombra 4 y 5 nos indican que tanto mejoraría nuestro funcional (la cantidad de nutrientes) en caso de que los precios de los alimentos 1 y 2 del primal aumentaran en una unidad respectivamente. por otra parte, el precio sombra 1, indica la mejora que se experimentaría en caso de requerir un kg mas de alimentos ricos en clorhidratos.

## Punto 09 - Gem de Vivian

### Modelo Programación Lineal

Las variables de decisión son:

- $X_1$: Cantidad de joyas tipo 1 producidas.

- $X_2$: Cantidad de joyas tipo 2 producidas.

Punto 09 cont. en pag. siguiente... 

La función objetivo:

$$Max\ Z = (10-5)\left[\frac{\$}{T_1}\right] X_1\,[T_1] + (6-4)\left[\frac{\$}{T_2}\right] X_2\,[T_2]$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} 2X_1 + 1X_2 &\leq 30 \\ 4X_1 + 1X_2 &\leq 50 \\ 1X_1 + 0X_2 &\geq 11 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Forma estándar:

$$\begin{aligned} Max\ Z = 5X_1 + 2X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5 - M\mu_1 \\ s.a.: 2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0\mu_1 = 30 \\ 4X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 1X_4 + 0X_5 + 0\mu_1 = 50 \\ 1X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 0X_4 - 1X_5 + 1\mu_1 = 11 \end{aligned}$$

Cuadro 34: Solución Optima Primal

| | | | | | | | | $-M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
| 0 | $X_3$ | 2 | 0 | 0 | 1 | -1 | -2 | 2 |
| 2 | $X_2$ | 6 | 0 | 1 | 0 | 0 | 4 | -4 |
| 5 | $X_1$ | 11 | 1 | 0 | 0 | 0 | -1 | 1 |
| | $Z = 67$ | | 0 | 0 | 0 | 2 | 3 | $M-3$ |

La tabla anterior nos indica que se deben producir 11 joyas del tipo 1 y 6 del tipo 2. El recurso militante en este caso serán los diamantes, sobrando 2 rubíes. Si consiguiéramos un diamante mas nuestra ganancia aumentaría en \$2

**46 Diamantes**

Modelo Dual:

$$\begin{aligned} Min\ W = 30Y_1 + 50Y_2 + 11Y_3 \\ s.a.: 2Y_1 + 4Y_2 + 1Y_3 - 1Y_4 + 0Y_5 + 1\mu_1 + 0\mu_2 = 5 \\ 1Y_1 + 1Y_2 + 0Y_3 + 0Y_4 - 1Y_5 + 0\mu_1 + 1\mu_2 = 2 \\ Y_1, Y_2 \geq 0 \\ -Y_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Cuadro 35: Tabla Dual Optima

| | | | 30 | 50 | 11 | 0 | 0 | $M$ | $M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $B_k$ | $Y_k$ | $C_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
| 50 | $Y_2(+)$ | 2 | -1 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 1 |
| 11 | $Y_3(-)$ | -3 | -2 | 0 | 1 | 1 | -4 | -1 | 4 |
| | $W = 67$ | | 2 | 0 | 0 | -11 | -6 | $11 - M$ | $6 - M$ |

Rango de variación de $b_2$:

$$\left.\begin{aligned} -11 \times (-2) - 1b_2 \leq 0 \\ -11 \times (-4) - 1b_2 \leq 0 \end{aligned}\right\} b_2 \geq 22 \wedge b_2 \geq 44$$

$$B^{-1}.b_n = b^*$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 30 \\ 46 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 2 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Podemos ver que aun con la variación en la cantidad de diamantes, la solución sigue siendo tanto optima como factible, siendo la nueva solución:

Cuadro 36: Nueva solución Optima 01

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 0 | $X_3$ | 6 |
| 2 | $X_2$ | 2 |
| 5 | $X_1$ | 11 |
| | $Z = 59$ | |

**12 joyas I**

Intervalo de variación de $c_2$

$$\left.\begin{aligned} 5 \times 0 + c_2 \geq 0 \\ 5 \times (-1) + 4c_2 \geq 0 \end{aligned}\right\} c_2 \geq 0 \wedge c_2 \geq 1.25$$

$$B^{-1}.c_k = c_k^*$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 5 \\ 1.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Cuadro 37: Nueva Solución Optima 02

| $C_k$ | $Y_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 50 | $Y_2$ | 1.5 |
| 30 | $Y_3$ | 1 |
| | $W = 45$ | |

Podemos ver que la solución nuevamente es tanto optima como factible, arrojando un resultado de 45 en este caso.

**Nueva Joya**

Rango de variación de $b_3$.

$$\left.\begin{aligned} -50 - 2b_3 \leq 0 \\ -50 - 4b_3 \leq 0 \end{aligned}\right\} b_3 \geq -2.5 \wedge b_3 \geq -12.5$$

$$B^{-1}.b_n = b^*$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 30 \\ 50 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 12 \end{bmatrix}$$

En este caso la solución también sigue siendo optima y factible, siendo esta:

Cuadro 38: Nueva Solución Optima 03

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ |
|---|---|---|
| 0 | $X_3$ | 4 |
| 2 | $X_2$ | 2 |
| 5 | $X_1$ | 12 |
| | $Z = 64$ | |

## Punto 10 - Tour Operador

### Modelo Lineal

Variables de decisión:

- $X_1$ cantidad de turbo reactores a adquirir.
- $X_2$ cantidad de aviones a hélice a comprar.
- $X_3$ cantidad de helicópteros a adquirir.

Función Objetivo:

$$Min\ Z = 1200\left[\frac{e}{dia.TR}\right]X_1\,[TR] + 600\left[\frac{e}{dia.AH}\right]X_2\,[AH] + 300\left[\frac{e}{dia.H}\right]X_3\,[H]$$

Sujeta a las siguientes restricciones:

$$3\left[\frac{Mille}{TR}\right]X_1\,[TR] + 1\left[\frac{Mille}{AH}\right]X_2\,[AH] + 0.5\left[\frac{Mille}{H}\right]X_3\,[H] \leq 28\,[Mille]$$

$$1X_1 + 1X_2 + 1X_3 \geq 15$$

$$2\left[\frac{pil}{TR}\right]X_1\,[TR] + 1\left[\frac{pil}{AH}\right]X_2\,[AH] + 1\left[\frac{pil}{H}\right]X_3\,[H] \leq 15\,[pil]$$

$$2\left[\frac{Az}{TR}\right]X_1\,[TR] + 1\left[\frac{Az}{AH}\right]X_2\,[AH] \leq 16\,[Az]$$

$$1\left[\frac{Co}{AH}\right]X_2\,[AH] \geq 3\,[Co]$$

$$4000\left[\frac{Pas}{mes.TR}\right]X_1\,[TR] \geq 8000\left[\frac{Pas}{mes}\right]$$

$$300\left[\frac{Pas}{mes.AH}\right]X_2\,[AH] + 100\left[\frac{Pas}{mes.H}\right]X_3\,[H] \geq 500\left[\frac{Pas}{mes}\right]$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

Forma Estándar:

$$\begin{aligned} Min\ Z = {} & 1200X_1 + 600X_2 + 300X_3 + 0X_4 + 0X_5 + 0X_6 + \\ & 0X_7 + 0X_8 + 0X_9 + 0X_{10} + M\mu_1 + M\mu_2 + M\mu_3 + M\mu_4 \end{aligned}$$

$$s.a.:$$

$$\begin{aligned}
3X_1 + 1X_2 + 0.5X_3 + 1X_4 + 0X_5 + 0X_6 + 0X_7 + 0X_8 + 0X_9 + 0X_{10} + 0\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 + 0\mu_4 &= 28 \\
1X_1 + 1X_2 + 1X_3 + 0X_4 - 1X_5 + 0X_6 + 0X_7 + 0X_8 + 0X_9 + 0X_{10} + 1\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 + 0\mu_4 &= 15 \\
2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + 0X_4 - 0X_5 + 1X_6 + 0X_7 + 0X_8 + 0X_9 + 0X_{10} + 0\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 + 0\mu_4 &= 10 \\
2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + 0X_4 - 0X_5 + 0X_6 + 1X_7 + 0X_8 + 0X_9 + 0X_{10} + 0\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 + 0\mu_4 &= 16 \\
0X_1 + 1X_2 + 0X_3 + 0X_4 - 0X_5 + 0X_6 + 0X_7 - 1X_8 + 0X_9 + 0X_{10} + 0\mu_1 + 1\mu_2 + 0\mu_3 + 0\mu_4 &= 4 \\
4000X_1 + 0X_2 + 0X_3 + 0X_4 - 0X_5 + 0X_6 + 0X_7 + 0X_8 - 1X_9 + 0X_{10} + 0\mu_1 + 0\mu_2 + 1\mu_3 + 0\mu_4 &= 8000 \\
0X_1 + 300X_2 + 100X_3 + 0X_4 - 0X_5 + 0X_6 + 0X_7 + 0X_8 + 0X_9 - 1X_{10} + 0\mu_1 + 0\mu_2 + 0\mu_3 + 1\mu_4 &= 500
\end{aligned}$$

Punto 10 cont. en pag. siguiente... 

Cuadro 39: Solución .ºptima”

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ | $A_8$ | $A_9$ | $A_{10}$ | $A_{11}$ | $A_{12}$ | $A_{13}$ | $A_{14}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_4$ | 17.5 | 0 | 0 | 0 | 1 | -0.05 | 0.5 | 0 | 0.001 | 0 | 0 | -0.5 | -0.001 | 0 | 0 |
| 0 | $X_{10}$ | -7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | -200 | 0 | 0.05 | 1 | 0 | 200 | -0.05 | -1 | 0 |
| 0 | $X_9$ | 700 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | -1 |
| 0 | $X_7$ | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0.001 | 0 | 0 | -1 | -0.001 | 0 | 0 |
| 600 | $X_2$ | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1200 | $X_1$ | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0.001 | 0 | 0 | -1 | -0.001 | 0 | 0 |
| 300 | $X_3$ | 3 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | $Z = 5100$ | | 0 | 0 | 0 | 0 | 300 | -300 | 0 | 0.15 | 0 | 0 | $300 - M$ | -0.15 | 0 | 0 |

Se puede apreciar que el modelo resulta in factible...

### Interpretación

El costo que se alcanzara sera de 5100 millones de euros. Para llegar a este numero, deberemos comprar 2 turbocompresores, 3 aviones a hélice y 3 helicópteros, consumiendo 10.5 millones del presupuesto asignado. En cuanto al personal, se ha contratado a la cantidad máxima de copilotos y 9 azafatas.

### 10 pilotos mas

Solucion por Software 2: Análisis de Sensibilidad LINDO

```
                      OBJ COEFFICIENT RANGES
      VARIABLE        CURRENT         ALLOWABLE       ALLOWABLE
                        COEF          INCREASE        DECREASE
          X1      1200.000000          INFINITY      899.999939
          X2       600.000000          INFINITY      300.000000
          X3       300.000000        300.000000      300.000000

                      RIGHTHAND SIDE RANGES
           ROW        CURRENT          ALLOWABLE         ALLOWABLE
                        RHS            INCREASE          DECREASE
             2       28.000000          INFINITY        17.500000
             3        8.000000          0.000000         3.000000
             4       10.000000          INFINITY         0.000000
             5       16.000000          INFINITY         9.000000
             6        3.000000          3.000000         3.000000
             7     8000.000000          0.000000      7999.999512
             8      500.000000        700.000000         INFINITY
```

En este caso, al ser una variable no básica la solución no se modifica.

### Mínimo 14 artefactos

Debido a que el rango de variación de los .ªrtefactos.ᵉˢ de $[5, 18]$, comprar 14 no nos afecta.

# Punto 11 - David, Diana y Lidia

### Solución e Interpretación

$$MaxZ = 300\left[\frac{\$}{Pe}\right] X_1\,[Pe] + 200\left[\frac{\$}{Pa}\right] X_2\,[Pa]$$

$$\begin{aligned}
6\left[\frac{e}{Pe}\right] X_1\,[Pe] + 4\left[\frac{e}{Pa}\right] X_2\,[Pa] &\leq 40\,[e]\\
8\left[\frac{l}{Pe}\right] X_1\,[Pe] + 4\left[\frac{l}{Pa}\right] X_2\,[Pa] &\leq 40\,[l]\\
3\left[\frac{en}{Pe}\right] X_1\,[Pe] + 3\left[\frac{en}{Pa}\right] X_2\,[Pa] &\leq 20\,[en]
\end{aligned}$$

Cuadro 40: Solución Optima

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_3$ | 6.67 | 0 | 0 | 1 | -0.5 | -0.67 |
| 300 | $X_1$ | 3.33 | 1 | 0 | 0 | 0.25 | -0.33 |
| 200 | $X_2$ | 3.33 | 0 | 1 | 0 | -0.25 | 0.67 |
| | $Z = 1666,67$ | | 0 | 0 | 0 | 25 | 33.33 |

La tabla anterior nos indica que debemos producir 3 y un tercio de relojes de cada tipo, para obtener una ganancia total de \$1667 aproximadamente. En este caso, el recurso limitante resultan ser las horas de ensamblaje.

### Cambio en ganancia Pedestal

La solución sigue siendo optima, obteniendo una ganancia de \$1914,75.

Punto 11 cont. en pag. siguiente... 

Cuadro 41: Nueva Solución Optima

| | | | | | | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $X_3$ | 6.67 | 0 | 0 | 1 | -0.5 | -0.67 |
| 375 | $X_1$ | 3.33 | 1 | 0 | 0 | 0.25 | -0.33 |
| 200 | $X_2$ | 3.33 | 0 | 1 | 0 | -0.25 | 0.67 |
| | $Z = 1914,75$ | | 0 | 0 | 0 | 43.75 | 10.25 |

### Y ademas el de pared

En este caso, sin embargo, no podemos decir lo mismo en este caso.

Cuadro 42: Nueva solución NO optima

| | $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | $X_3$ | 6.67 | 0 | 0 | 1 | -0.5 | -0.67 |
| | 375 | $X_1$ | 3.33 | 1 | 0 | 0 | 0.25 | -0.33 |
| $\leftarrow$ | 175 | $\boldsymbol{X_2}$ | 3.33 | 0 | 1 | 0 | -0.25 | **0.67** |
| | | $Z = 1831,5$ | | 0 | 0 | 0 | 50 | **-6.5** |
| | | | | | | | | $\uparrow$ |

### Mas trabajo

Según los precios sombra y costos reducidos, sabemos que:

- 1 hora extra de David produce \$0 extra de ganancia
- 1 hora extra de Daiana produce \$25 extra de ganancia
- 1 hora extra de Lidia produce \$33.33 extra de ganancia

Por lo tanto, resulta mas beneficioso que sea Lidia quien trabaje una hora extra.

### Lidia, Lidia

En este caso, el aumento de horas de Lidia resulta valido (la solución sigue siendo factible) mejorando nuestra ganancia en \$166.66

$$B^{-1}.b_n = b^*$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.62 \\ 0 & 0.25 & -0.33 \\ 0 & -0.25 & 0.67 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 40 \\ 40 \\ 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3.25 \\ 1.68 \\ 6.68 \end{bmatrix}$$

# Punto 12 - Laboratorio

## Plan de Producción

La función objetivo es:

$$Max\ Z = 10\left[\frac{\$}{u1}\right] X_1\,[u1] + 20\left[\frac{\$}{u2}\right] X_2\,[u2] + 40\left[\frac{\$}{u3}\right] X_3\,[u3] + 32\left[\frac{\$}{u4}\right] X_4\,[u4]$$

Sujeta a:

$$10\left[\frac{m^2}{u1}\right] X_1\,[u1] + 30\left[\frac{m^2}{u2}\right] X_2\,[u2] + 80\left[\frac{m^2}{u3}\right] X_3\,[u3] + 42\left[\frac{m^2}{u4}\right] X_4\,[u4] \leq 900\left[m^2\right]$$

$$2\left[\frac{T}{u1}\right] X_1\,[u1] + 1\left[\frac{T}{u2}\right] X_2\,[u2] + 1\left[\frac{T}{u3}\right] X_3\,[u3] + 3\left[\frac{T}{u4}\right] X_4\,[u4] \leq 80\,[T]$$

Cuadro 43: Solución Optima

| | | | 2 | -1 | 3 | 0 | 0 | $-M$ | $-M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
| 2 | $X_1$ | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 |
| 0 | $X_4$ | 2 | 0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1 |
| 3 | $X_3$ | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | $Z = 8$ | | 0 | 5 | 0 | 0 | 1 | $M+2$ | $M$ |

## Informe

Para poder maximizar nuestras ganancias debemos producir 20 unidades del producto 4 y 10 unidades del producto 1, produciendo 0 unidades tanto del segundo como tercer producto. De esta manera alcanzamos un beneficio de $740 consumiendo la totalidad de los recursos.

## Mas almacén

$$B^{-1}.b_n = b^*$$

$$\begin{bmatrix} 0.04 & -0.20 \\ -0.06 & 0.80 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1050 \\ 80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 26 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Por lo que se ve anteriormente, la solución continua siendo factible.

Cuadro 44: Nueva Solución Optima

| $B_k$ | $Y_k$ | $C_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $Y_2$ | -1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 |
| 0 | $Y_3$ | 2 | -1 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| 3 | $Y_6$ | -5 | -3 | 0 | 0 | 1 | 1 | -2 |
| | $W = 8$ | | -2 | 0 | 0 | -1 | 0 | -2 |

Obtenemos una ganancia final de \$842, siendo la diferencia con el plan anterior de \$102, lo que se traduce en un beneficio final de \$32, por lo que resulta beneficioso la contratación del espacio extra.

**Nuevo Producto**

$$A^* = B^{-1}.A_7$$

$$\begin{bmatrix} 0.04 & -0.20 \\ -0.06 & 0.8 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 20 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.4 \end{bmatrix}$$

La solución nueva sigue siendo tanto optima como factible, sin embargo, el renglón Ø para el nuevo producto es mayor a 0, por lo que al tratarse de un problema de maximizacion nos indica la no conveniencia de la actividad que representa al mismo

## Punto 13 - Gran M...

Cuadro 45: Tabla Primal Optima

| | | | 2 | -1 | 3 | 0 | 0 | $-M$ | $-M$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
| 2 | $X_1$ | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | -1 | 1 | 0 |
| 0 | $X_4$ | 2 | 0 | 3 | 0 | 1 | 0 | 1 | -1 |
| 3 | $X_3$ | 2 | 0 | 2 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| | $Z = 8$ | | 0 | 5 | 0 | 0 | 1 | $M + 2$ | $M$ |

Punto 13 cont. en pag. siguiente... 

Cuadro 46: Tabla Dual Optima

| $B_k$ | $Y_k$ | $C_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | $Y_2$ | -1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | -1 |
| 0 | $Y_3$ | 2 | -1 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 |
| 3 | $Y_6$ | -5 | -3 | 0 | 0 | 1 | 1 | -2 |
| | $W = 8$ | | -2 | 0 | 0 | -1 | 0 | -2 |

El rango de variación (o intervalo de sensibilidad) para $c_3$ es $[2, \infty]$; por lo que modificar su valor a 4 no afecta la composición de la solución optima pero si su valor. En cuanto a $b_3$, su intervalo de sensibilidad es $[\infty, 3]$; por lo que también se halla dentro del mismo el nuevo valor. Sin embargo la nueva restricción resulta redundante, por lo que no nos es posible evaluar la misma.