

Bellman-Ford

```
Bellman_Ford (G, weights, initial)
  for every vertex  $\in V$ 
     $\lambda[\text{vertex}] \leftarrow \infty$ 
     $\pi[\text{vertex}] \leftarrow \text{null}$ 

   $\lambda[\text{initial}] \leftarrow 0$ 

  for i from 1 to  $|V| - 1$ 
    for every edge  $= (u, v) \in A$ 
      if  $\lambda[v] > \lambda[u] + \text{weights}(u, v)$  # relaxation
         $\lambda[v] \leftarrow \lambda[u] + \text{weights}(u, v)$ 
         $\pi[v] \leftarrow u$ 
```

O algoritmo de Bellman-Ford executa em tempo $O(V \times E)$ onde V é o número de vértices e E o número de arestas.

Floyd-Warshall

```
ROTINA fw(Inteiro[1..n,1..n] grafo)
  # Inicialização
  VAR Inteiro[1..n,1..n] dist := grafo
  VAR Inteiro[1..n,1..n] pred
  PARA i DE 1 A n
    PARA j DE 1 A n
      SE dist[i,j] < Infinito ENTÃO
        pred[i,j] := i
  # Laço principal do algoritmo
  PARA k DE 1 A n
    PARA i DE 1 A n
      PARA j DE 1 A n
        SE dist[i,j] > dist[i,k] + dist[k,j] ENTÃO
          dist[i,j] = dist[i,k] + dist[k,j]
          pred[i,j] = pred[k,j]
  RETORNE dist
```

Complexidade de $O(V^3)$.

Dijkstra

```
para todo  $v \in V[G]$ 
   $d[v] \leftarrow \infty$ 
   $\pi[v] \leftarrow -1$ 
 $d[s] \leftarrow 0$ 
 $Q \leftarrow V[G]$ 
enquanto  $Q \neq \emptyset$ 
   $u \leftarrow \text{extrair-mín}(Q)$            //  $Q \leftarrow Q - \{u\}$ 
```

```

para cada v adjacente a u
    se  $d[v] > d[u] + \text{peso}(u, v)$  //relaxe (u, v)
        então  $d[v] \leftarrow d[u] + \text{peso}(u, v)$ 
         $\pi[v] \leftarrow u$ 

```

Grafos sem ciclos com peso negativo em uma complexidade de tempo $O(V^3)$.

Ford-Fulkerson

função Atualiza-Grafo-Residual(G, f)

Para cada aresta $a(u, v)$ em G , com $u, v \in N$

Se $f(a) < c_a$ então

insira $a_R(u, v)$ com $c_{aR} = (c_a - f(a))$

Se $f(a) > 0$ então

insira $a_R(v, u)$ com $c_{aR} = f(a)$

Retorna(GR)

função Ford-Fulkerson(G, s, t)

Inicia $f(a) = 0$ para cada aresta a de G

Defina $GR = \text{Atualiza-Grafo-Residual}(G, f)$

Enquanto existir caminho de aumento de s para t em GR

Seja P um caminho de aumento s - t em GR

Defina $c_P = \min\{c_{aR} : a_R \in P\}$

Para cada aresta a_R em P

Se a_R tem direção s - t então

faça $[f(a) \rightarrow f(a) + c_P]$ em G

Caso contrário

faça $[f(a) \rightarrow f(a) - c_P]$ em G

$GR = \text{Atualiza-Grafo-Residual}(G, f)$

Retorna (f)

A complexidade do algoritmo é $O(mf)$, em que m representa o número de arestas presentes no grafo G e f o fluxo máximo encontrado.

Push-relabel

$\text{push}(f, h, v, w)$. $e(v) > 0, h(w) < h(v)$ e $(v, w) \in G_f$

se (v, w) é uma aresta direta de G_f então

$e \leftarrow (v, w)$

$\varepsilon \leftarrow \min(e(v), u(e) - f(e))$

$f(e) \leftarrow f(e) + \varepsilon$

se (v, w) é uma aresta inversa de G_f então

$e \leftarrow (w, v)$

$\varepsilon \leftarrow \min(e(v), f(e))$

$f(e) \leftarrow f(e) - \varepsilon$

devolva (f, h)

```

relabel(f, h, v) .      e(v) > 0 e h(w) ≥ h(v) para toda aresta (v, w) ∈ Gf
    h(v) ← h(v) + 1
    devolva (f, h)

```

```

PushRelabel(G, s, t)
para cada v em V faça h(v) ← 0
h(s) ← |V|
para cada e ← (v, w) em Gf faça
    se v = s então f(e) ← u(e)
    senão f(e) ← 0
enquanto existe vértice v ≠ t com e(v) > 0 faça
    seja v um vértice com excesso positivo
    se existe aresta (v, w) com h(w) < h(v) então push(f, h, v, w)
    senão relabel(f, h, v)
devolva f

```

O algoritmo push-relabel é um dos algoritmos de fluxo máximo mais eficientes. O algoritmo genérico tem uma complexidade de tempo $O(V^2 E)$.

Busca em profundidade

```

Busca-em-Profundidade (n, Adj, r)
para u ← 1 até n faça
    cor[u] ← branco
cor[r] ← cinza
P ← Cria-Pilha (r)
enquanto P não estiver vazia faça
    u ← Cópia-Topo-da-Pilha (P)
    v ← Próximo (Adj[u])
    se v ≠ nil
        então se cor[v] = branco
            então cor[v] ← cinza
            Coloca-na-Pilha (v, P)
        senão cor[u] ← preto
            Tira-da-Pilha (P)
devolva cor[1..n]

```

Complexidade: $O(m+n)$

Shortest-Path

```

Shortest-Path-Main (W)
L = W
Para i = 2 até n
    L = Shortest-Path(L, W)
Retorne L

```

Shortest-Path ($L(m)$, W)

Cria $L(m+1) = \text{inf}$

Para todo i pertencente a V

 Para todo j pertencente a V

$c = 0$

 Para todo k pertencente a V

$c += L(m)[i,k] + W[k,i]$

$L(m+1)[i,j] = c$

Retorne $L(m+1)$

Complexidade: $O(n^3)$