Catedrático: Ingeniero Mario López
Auxiliar: Erick Valenzuela

Nombre: Gerson Sebastian Quintana Berganza

Registro Estudiantil: 201908686

Curso: Matemática para Computación 2

Sección: N

Punteo:

Tipo de Trabajo: **Tarea** **No:** **1**

1

Resolver la relación de recurrencia:

$$a_n = 3na_{n-1}$$

Con:

$$n \geq 1 \ \wedge \ a_0 = 1$$

Solución:

[1] Cambiando el orden en los factores:

$$a_n = 3a_{n-1}n$$

[2] Determinando los primeros términos para encontrar un patrón:

$a_0 = 1$

$a_1 = 3a_0(1) = 3(1 * 1)$

$a_2 = 3a_1(2) = 3[3(1)(2)] = 3^2[1 * 2]$

$a_3 = 3a_2(3) = 3[3^2(1 * 2)](3) = 3^3[1 * 2 * 3]$

$a_4 = 3a_3(4) = 3[3^3(1 * 2 * 3)](4) = 3^4[1 * 2 * 3 * 4]$

Por lo que se puede concluir que se puede encontrar cualquier término mediante la relación:

$$a_n = 3^n[n!]$$

Y, por tanto, la respuesta es:

$$\boxed{\begin{array}{c} a_n = 3^n[n!] \\ \text{Con } n \geq 1 \end{array}}$$

Resolver la siguiente ecuación de recurrencia:

$$a_n = 8a_{n-1}$$

Con:

$$n \geq 1 \ \wedge \ a_2 = 192$$

Solución:

Al ser una relación de recurrencia lineal, de primer orden, homogénea con coeficientes constantes, la solución general tiene la forma:

$$a_n = Cr^n$$

[1] Pasando todos los términos al miembro izquierdo de la ecuación:

$$a_n - 8a_{n-1} = 0$$

[2] Encontrando la ecuación característica y resolviendo:

$$r - 8 = 0$$

$$r = 8$$

Por tanto,

$$a_n = Cr^n$$

$$a_n = C8^n$$

[3] Encontrando el valor de C con el valor inicial dado:

$$a_2 = 192$$

$$a_n = C8^n$$

$$a_2 = C8^2$$

$$192 = C8^2$$

$$C = \frac{192}{8^2}$$

$$C = 3$$

Por lo tanto, la solución particular es:

$$\boxed{\begin{array}{c} a_n = 3[8^n] \\ \text{Para } n \geq 1 \end{array}}$$

Encontrar la función generatriz de la siguiente sucesión:

0, 4, 12, 24, 40, 60, 84

Solución:

[1] Realizando la resta de un término con su predecesor (a excepción del primer término):

$a_1 - a_0 = 4 - 0 = 4$

$a_2 - a_1 = 12 - 4 = 8$

$a_3 - a_2 = 24 - 12 = 12$

$a_4 - a_3 = 40 - 24 = 16$

$a_5 - a_4 = 60 - 40 = 20$

$a_6 - a_5 = 84 - 60 = 24$

Por tanto, de forma general:

$$a_n - a_{n-1} = 4n$$

[2] Sumando los todos los términos del miembro izquierdo y derecho de cada ecuación se tiene:

$\cancel{a_1} - a_0 = 4$

$\cancel{a_2} - \cancel{a_1} = 8$

$\cancel{a_3} - \cancel{a_2} = 12$

$\cancel{a_4} - \cancel{a_3} = 16$

$\cancel{a_5} - \cancel{a_4} = 20$

$\cancel{a_6} - \cancel{a_5} = 24$

…

$a_n - \cancel{a_{n-1}} = 4n$

Quedando únicamente

$$a_n - a_0 = 4 + 8 + 12 + 16 + 20 + 24 + \cdots + 4n$$

Pero $a_0 = 0$

$$a_n = 4 + 8 + 12 + 16 + 20 + 24 + \cdots + 4n$$

[3] Factorizando el miembro derecho

$$a_n = 4(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + .. + n)$$

$$a_n = 4\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]$$

$$a_n = 2n(n+1)$$

Por tanto, la función generatriz es:

$$\boxed{\begin{array}{c} a_n = 2n(n+1) \\ \text{Para } n \geq 0 \end{array}}$$