

Practicum NMB: Benaderende functies

Matthijs van Keirsblick en Harald Schäfer

donderdag 14 mei 2015

Opgave 1

Ellips

Voor het berekenen van de coëfficiënten ellips lossen we het gegeven stelsel op naar b,c,d,e en f.

$$\begin{bmatrix} 2x_1y_1 & y_1^2 - x_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ 2x_1y_1 & y_1^2 - x_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 2x_1y_1 & y_1^2 - x_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x_1^2 \\ -x_2^2 \\ \vdots \\ -x_N^2 \end{bmatrix}$$

Hieruit kunnen we dan ook gemakkelijk a berekenen met de normalisatievoorwaarde $a = 1 - c$.

Cirkel

Voor het berekenen van de coëfficiënten van een benaderende cirkel beginnen we weer van de vergelijking:

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

Daarin vullen we de normalisatievoorwaarde in en de voorwaarde van een cirkel, deze zijn:

$$a = 1 \qquad b = 0 \qquad a = c$$

Dit geeft ons de vergelijking:

$$x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$$

Het stelsel om op te lossen wordt dan:

$$\begin{bmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_1^2 - x_1^2 \\ -y_2^2 - x_2^2 \\ \vdots \\ -y_N^2 - x_N^2 \end{bmatrix}$$

Tekenkegelsnede