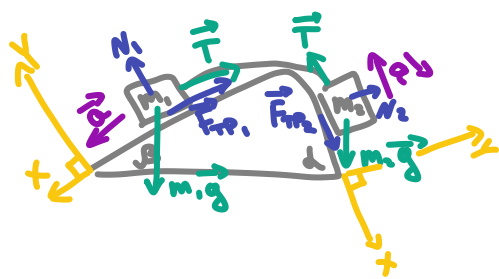


Задача 3.3

Через невесомый блок, укрепленный на ребре призмы, грани которой образуют углы $\beta = 30^\circ$ и $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом, перекинута нить, к концам которой привязаны тела массой $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 1$ кг соответственно. Определить ускорение тел и силу натяжения нити, если коэффициент трения тел о плоскости $\mu = 0,05$.

Ответ: $a = 0,075$ м/с², $T = 8,99$ Н



Тело I:

$$OX: m_1 g \cdot \sin \beta - T - F_{fr1} = m_1 a \quad (1)$$

$$OY: N_1 - m_1 g \cdot \cos \beta = 0 \quad (2)$$

Тело II:

$$OX: F_{fr2} - T + m_2 g \cdot \sin \alpha = -m_2 a \quad (3)$$

$$OY: N_2 - m_2 g \cdot \cos \alpha = 0 \quad (4)$$

$$(1), (2) \Rightarrow m_1 g \cdot \sin \beta - \mu \cdot m_1 g \cdot \cos \beta - T = m_1 a$$

$$(3), (4) \Rightarrow \mu \cdot m_2 g \cdot \cos \alpha - T + m_2 g \cdot \sin \alpha = -m_2 a$$

\Downarrow II

$$T = -m_1 a + m_1 g (\sin \beta - \mu \cdot \cos \beta)$$

$$m_1 g \cdot (\sin \beta - \mu \cdot \cos \beta) - m_2 g (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha) = (m_1 + m_2) a$$

$$a = \frac{1}{m_1 + m_2} \cdot [m_1 g \cdot (\sin \beta - \mu \cdot \cos \beta) - m_2 g (\mu \cdot \cos \alpha + \sin \alpha)]$$

$$a = \frac{1}{3} \left(10 - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{4} - 5\sqrt{3} \right) \approx 0,075$$

$$T = -2 \cdot 0,075 + 10 - \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 8,98$$

Задача 3.4

К концам нерастяжимой и невесомой нити, перекинутой через блок, массой которого и трением об ось можно пренебречь, привязаны две гири. Предоставленные самим себе гири приходят в движение. Определить ускорение движения системы, силу натяжения нитей, силу давления на ось блока, если масса одной гири $m_1 = 1$ кг, а другой $m_2 = 2$ кг.

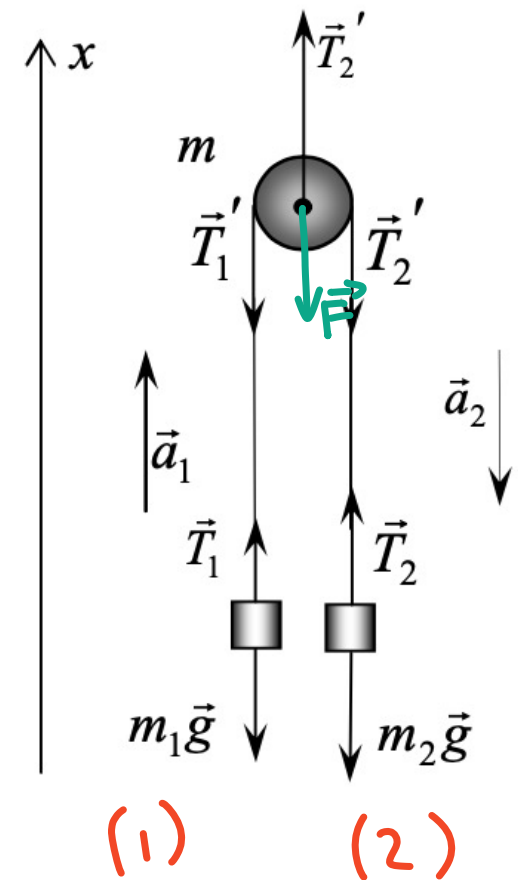


Рис. 3.1

Ответ: $a = \frac{g}{3}$; $T = \frac{4}{3}mg$; $F = \frac{8}{3}mg$.

$|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$
 $T_1 = T_2 = T$

$$\text{ОХ: } \begin{cases} T - m_1 g = m_1 a & (1) \\ T - m_2 g = -m_2 a & (2) \end{cases} \Rightarrow (1) - (2): (m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \Rightarrow a = \frac{2-1}{2+1} \cdot g = \frac{g}{3}$$

$$(1) \Rightarrow T = m_1(a + g) = 1 \cdot \left(\frac{g}{3} + g\right) \Rightarrow T = \frac{4}{3}g$$

$$F = T_1 + T_2 = 2 \cdot T \Rightarrow F = \frac{8}{3}g$$

Задача 3.5

На шероховатой горизонтальной поверхности расположены $n = 10$ одинаковых куба массой $m = 5$ кг каждый (рис. 3.2). Коэффициент трения о поверхность равен $\mu = 0,15$.

С какой силой T_1 надо тянуть первый куб, чтобы система двигалась с ускорением $a = 3$ м/с²? Каковы при этом натяжения тросов, соединяющих кубы? Тросы предполагаются нерастяжимыми и их массой можно пренебречь.

Ответ: $T_1 = 223,5$ Н.

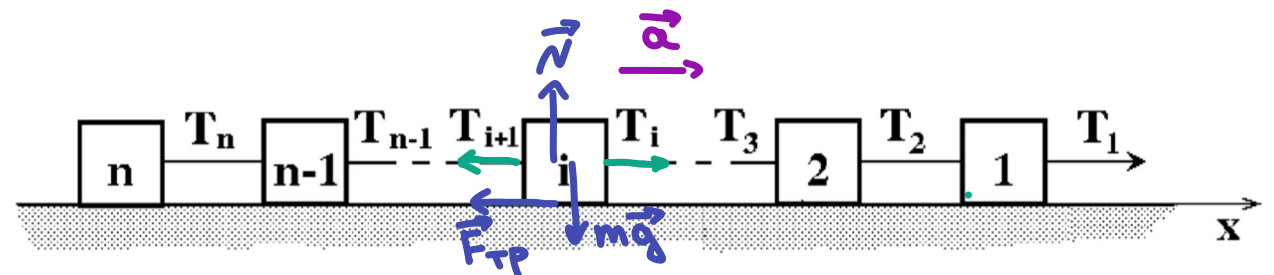


Рис. 3.2

Поиск закон на ОХ:

система: $T_1 - n \cdot F_{\text{тр}} = n \cdot m \cdot a \Rightarrow T_1 = n \cdot m (\mu \cdot g + a) \Rightarrow T_1 = 5 \cdot 10 \cdot (0,15 \cdot 9,8 + 3) = 223,5 \text{ Н}$

10-ый блок: $T_{10} - F_{\text{тр}} = m \cdot a \Rightarrow T_{10} = m \cdot (\mu \cdot g + a) \Rightarrow T_{10} = 10 \cdot (0,15 \cdot 9,8 + 3) = 44,7 \text{ Н}$

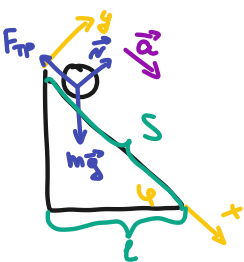
i-ый блок: $T_i - F_{\text{тр}} - T_{i+1} = m \cdot a \Rightarrow T_i = m \cdot (\mu \cdot g + a) + T_{i+1} = T_{10} + T_{i+1} = T_{10} + T_{10} + T_{i+2} \Rightarrow$

$\Rightarrow T_i = (11 - i) \cdot T_{10}$

Задача 3.6

Тело скользит с вершины прямоугольного клина, имеющего фиксированную длину основания и переменный угол φ между наклонной плоскостью и горизонтом. При каком значении угла φ время скольжения будет наименьшим? Коэффициент трения между телом и поверхностью клина $\mu = 0,10$.

Ответ: $\varphi = 48^\circ$



$$OX: mg \cdot \sin \varphi - F_{\text{тр}} = ma \Rightarrow a = g \cdot \sin \varphi - g \cdot \mu \cdot \cos \varphi$$

$$OY: N - mg \cdot \cos \varphi = 0 \Rightarrow N = mg \cdot \cos \varphi$$

$$S = l \cdot \frac{1}{\cos \varphi} \quad \text{При этом} \quad S = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (\text{где } t - \text{время спуска}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{l}{\cos \varphi} = \frac{g(\sin \varphi - \mu \cdot \cos \varphi) \cdot t^2}{2} \Rightarrow t^2 = \underbrace{\left(\frac{2l}{g} \right)}_{\text{константа}} \cdot \frac{1}{\cos \varphi \cdot (\sin \varphi - \mu \cdot \cos \varphi)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{т.к. } t \geq 0 \text{ то } t_{\min} \text{ при } t^2_{\min} \Rightarrow \cos \varphi \cdot \sin \varphi - \mu \cdot \cos^2 \varphi \text{ должно быть максимально} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Графически, можно убедиться, что } \varphi \approx 0,835 \text{ рад} \Rightarrow \varphi = 48^\circ$$