



---

**РАБОЧИЙ ПРОТОКОЛ И ОТЧЁТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1.04**  
**"Исследование равноускоренного вращательного движения (маятник Обербека)"**

---

Группа: 2.1  
Студент: Денисова А.А., Пименова Е.А.,  
Шнейдерис Г.Г.  
Преподаватель: Рудель А.Е.

К работе допущен:  
Работа выполнена:  
Отчет принят:

## 1 Цель работы

- Проверка основного закона динамики вращения.
- Проверка зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения.

## 2 Задачи, решаемые при выполнении работы

- Измерение времени падения груза при разной массе груза и разном положении утяжелителей на крестовине.
- Расчёт ускорения груза, углового ускорения крестовины и момента силы натяжения нити.
- Расчёт момента инерции крестовины с утяжелителями и момента силы трения.
- Исследование зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения. Проверка основного закона динамики вращения.
- Исследование зависимости момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Проверка теоремы Штейнера.

## 3 Метод экспериментального исследования

- измеряем время за которое каретка с шайбами пройдет расстояние в 700 мм, меняя положение грузов на крестовине и количество шайб в каретке

## 4 Рабочие формулы и исходные данные

1) Второй закон Ньютона для груза на установке

$$ma = mg - T$$

2) Ускорение груза

$$a = \frac{2h}{t^2}$$

3) Угловое ускорение крестовины

$$\varepsilon = \frac{2a}{d}$$

4) Сила натяжения нити, выраженная из 2-го закона

$$T = m \cdot (g - a)$$

5) Момент силы натяжения нити

$$M = \frac{md}{2} \cdot (g - a)$$

6) Основной закон динамики вращения для крестовины, где  $I$  - момент инерции крестовины с утяжелителями

$$I\varepsilon = M - M_{\text{тр}}$$

7) Момент инерции крестовины по теореме Штейнера, где  $I_0$  - сумма моментов инерции стержней крестовины, момента инерции ступицы и собственных центральных моментов инерции утяжелителей

$$I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$$

8) Расстояние между осью  $O$  вращения и центром  $C$  утяжелителя для каждого положения утяжелителей, где  $l_1$  - расстояние от оси вращения до первой риски;  $n$  - номер риски;  $l_0$  - расстояние между соседними рисками;  $b$  - размер утяжелителя вдоль спицы

$$R = l_1 + (n - 1) \cdot l_0 + \frac{1}{2}b$$

## 5 Измерительные приборы:

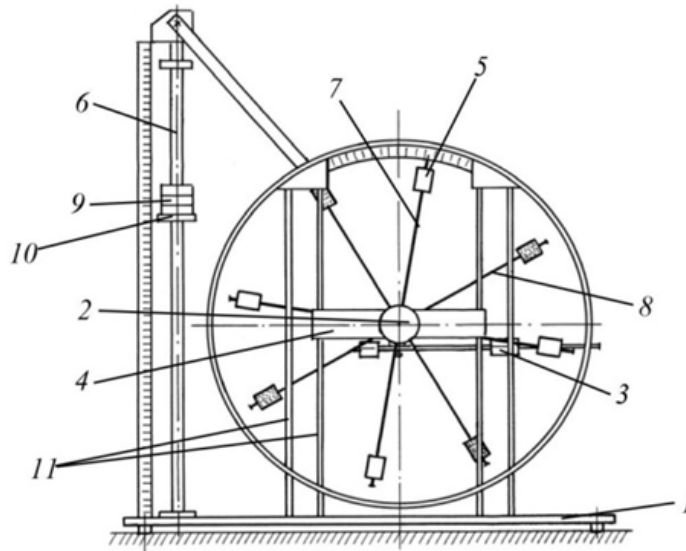
№	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	$\Delta_{\text{и}}$
1	Секундомер	цифровой	2-11 сек	0,01 с
1	Линейка, параллельная направляющей	аналоговый	0-700 мм	1 мм

Таблица 1: Измерительные приборы

## 6 Схема установки:

---

### Экспериментальная установка



В состав установки входят:

1. Основание
2. Рукоятка сцепления крестовин
3. Устройства принудительного трения
4. Поперечина
5. Груз крестовины
6. Трубчатая направляющая
7. Передняя крестовина
8. Задняя крестовина
9. Шайбы каретки
10. Каретка
11. Система передних стоек

## 7 Результаты прямых измерений и их обработки:

Некоторые параметры установки:

$h = 700$  мм

$d = 45$  мм

Масса груза, г	№	1-ая риска	2-ая риска	3-ья риска	4-ая риска	5-ая риска	6-ая риска
264	$t_1$	4.80	5.36	6.25	7.48	8.20	9.05
	$t_2$	4.85	5.26	6.20	7.41	8.01	8.56
	$t_3$	4.68	5.28	6.40	7.31	8.10	8.68
	$t_{cp}$	4.74	5.30	6.28	7.40	8.10	8.76
482	$t_1$	3.31	4.10	4.70	5.36	6.11	6.78
	$t_2$	3.53	3.91	4.70	5.20	5.68	6.68
	$t_3$	3.58	3.95	4.76	5.43	5.85	6.51
	$t_{cp}$	3.47	3.99	4.72	5.33	5.88	6.66
700	$t_1$	2.80	3.38	3.75	4.38	4.73	5.60
	$t_2$	2.60	3.25	3.78	4.26	4.83	5.60
	$t_3$	2.61	3.30	3.78	4.23	4.95	5.51
	$t_{cp}$	2.67	3.31	3.77	4.29	4.84	5.57
918	$t_1$	2.44	2.93	3.61	3.62	4.18	4.91
	$t_2$	2.53	2.80	3.26	3.68	4.16	5.00
	$t_3$	2.51	2.70	3.23	3.68	4.20	4.85
	$t_{cp}$	2.49	2.81	3.37	3.66	4.18	4.92

## 8 Расчёт результатов косвенных измерений

Пример расчётов для таблицы:

$$a = \frac{2h}{t^2} = \frac{2 \cdot 0.7}{4.74^2} = 0.06 \text{ м/с}^2$$

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot a}{d} = \frac{2 \cdot 0.06}{0.045} = 2.66$$

$$M = \frac{m \cdot d}{2} \cdot (g - a) = \frac{0.264 \cdot 0.045}{2} \cdot (9.82 - 0.06) = 0.06 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Масса груза, г	$t_{cp}$ , с	$a$ , м/с <sup>2</sup>	$\varepsilon$ , с <sup>-2</sup>	$M$ , Н · м
264	4.74	0.06	2.77	0.06
	5.30	0.05	2.22	0.06
	6.28	0.04	1.58	0.06
	7.40	0.03	1.14	0.06
	8.10	0.02	0.95	0.06
	8.76	0.02	0.81	0.06
482	3.47	0.12	5.17	0.11
	3.99	0.09	3.91	0.11
	4.72	0.06	2.79	0.11
	5.33	0.05	2.19	0.11
	5.88	0.04	1.80	0.11
	6.66	0.03	1.40	0.11
700	2.67	0.20	8.73	0.15
	3.31	0.13	5.68	0.15
	3.77	0.10	4.38	0.15
	4.29	0.08	3.38	0.15
	4.84	0.06	2.66	0.15
	5.57	0.05	2.01	0.15
918	2.49	0.23	10.04	0.20
	2.81	0.18	7.88	0.20
	3.37	0.12	5.48	0.20
	3.66	0.10	4.64	0.20
	4.18	0.08	3.56	0.20
	4.92	0.06	2.57	0.20

$$\overline{M} = \frac{M_1 + M_2 + M_3 + M_4}{4} = \frac{0,06 + 0,11 + 0,15 + 0,20}{4} = 0,13 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4}{4} = \frac{2,67 + 5,05 + 8,54 + 9,79}{4} = 6,51 \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}$$

$$I_1 = \frac{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})(M_i - \overline{M})}{\sum(\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2} = \frac{\sum(\varepsilon_i - 6,51)(M_i - 0,13)}{\sum(\varepsilon_i - 6,51)^2} = 0,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$M_{tp} = \overline{M} - I_1 \cdot (\bar{\varepsilon}) = 0,13 - 0,02 \cdot 6,51 = -0,0002 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon$	1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
$I$	0.02	0.03	0.03	0.05	0.07	0.07
$M_{\text{тр}}$	0.02	0.01	0.02	0.01	0.00	0.02
$M_{\text{ср}}$	0.13	0.13	0.13	0.13	0.14	0.14
$\varepsilon_{\text{ср}}$	6.51	4.90	3.68	2.61	2.07	1.69

$$I = I_0 + 4m_{\text{yt}}R^2 \quad (1)$$

$$\bar{I} = \frac{I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6}{6} = \frac{0.02 + 0.03 + 0.03 + 0.05 + 0.07 + 0.07}{6} = 0.043 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \quad (2)$$

Таблица 2: Данные о рисках

Номера	1	2	3	4	5	6
<b>R</b>	0.077	0.102	0.127	0.152	0.177	0.202
<b>R<sup>2</sup></b>	0.006	0.010	0.016	0.023	0.031	0.041
<b>I</b>	0.02	0.02	0.04	0.04	0.06	0.08

$$m_{\text{yt}} = \frac{\sum(R^2 - \overline{R^2})(I_i - \bar{I})}{\sum(R^2 - \overline{R^2})^2} = 0.829 \text{ кг}$$

$$\overline{R^2} = \frac{R_1^2 + R_2^2 + R_3^2 + R_4^2 + R_5^2 + R_6^2}{6} = 0.0213 \text{ м}^2$$

$$I_0 = I - 4 \cdot m_{\text{yt}} \cdot R^2 = 0.042 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

## 8.1 Расчет погрешностей

### 8.1.1 Времени t:

$$\bar{t} = 4.74 \text{ с.}$$

$$S_{(t)} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \bar{t})^2} = 0.0801 \text{ (с)}$$

Доверительная вероятность:  $\alpha = 0.95$ ,  $N = 3$

Коэффициент Стьюдента: 4.30

Доверительный интервал:

$$\Delta t' = t_{\alpha, N} \cdot S_{\bar{t}} = 0.3443 \text{ (с)}$$

Относительная погрешность:

$$\delta_t = \frac{\Delta \bar{t}}{\bar{t}} \cdot 100\% = \frac{0.3443}{4.73} \cdot 100\% = 7\%$$

**8.1.2 Ускорение  $a$  (для положения утяжелителей на 1 риске и массы  $m_1$ ):**

$$a = \frac{2h}{t^2}; \quad \bar{a} = 0.08 \text{ м/с}^2; \quad h = 70.0 \pm 0.1 \text{ мм}; \quad t = 4.73 \pm 0.10 \text{ с}$$

$$\Delta_a = \sqrt{\left(\frac{2}{t^2} \Delta_h\right)^2 + \left(-\frac{4h}{t^3} \Delta_t\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{4.73^2} \cdot 0.001\right)^2 + \left(-\frac{4 \cdot 0.7}{4.73^3} \cdot 0.2\right)^2} = 0.008 \text{ м/с}^2$$

$$\delta_a = \frac{\Delta_a}{\bar{a}} \cdot 100\% = \frac{0.008}{0.08} \cdot 100\% = 10\%$$

**8.1.3 Моменты силы натяжения нити  $M$  (для положения утяжелителей на 1 риске и массы  $m_1$ ):**

$$M = \frac{md}{2(g-a)}; \quad \bar{M} = 0.13 \text{ Н} \cdot \text{м}; \quad m = 264.0 \pm 0.5 \text{ г}$$

$$\Delta_M = \sqrt{\left(\frac{md}{2} \Delta_a\right)^2 + \left(\frac{d}{2}(g-a) \Delta_m\right)^2 + \left(\frac{m}{2}(g-a) \Delta_d\right)^2} = 0.001 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\delta_M = \frac{\Delta_M}{\bar{M}} \cdot 100\% = \frac{0.001}{0.13} \cdot 100\% = 0.4\%$$

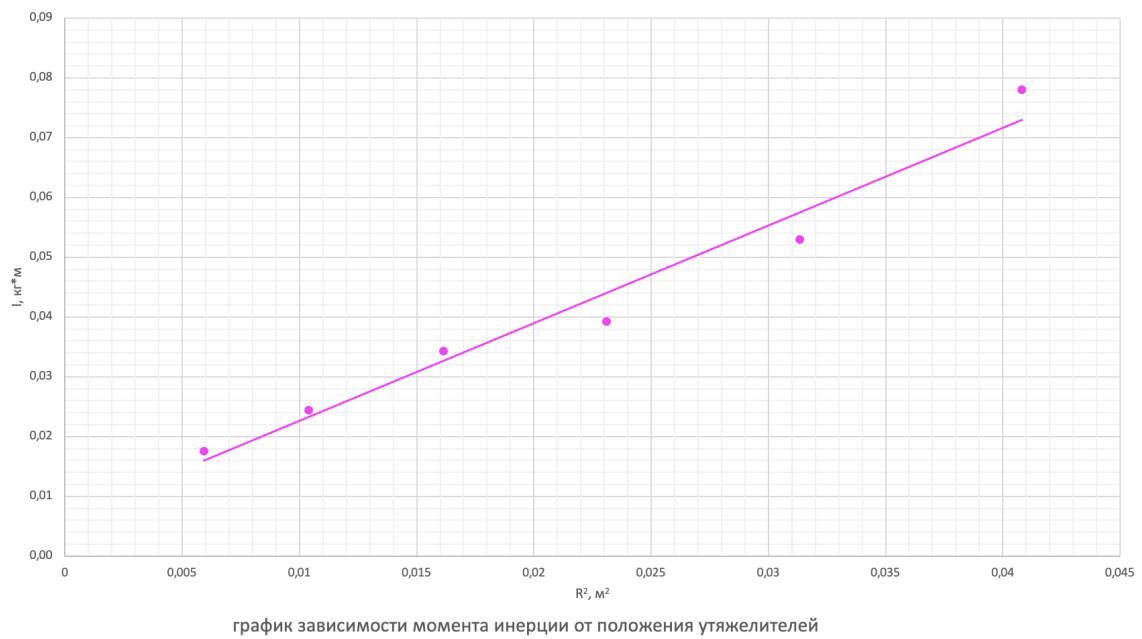
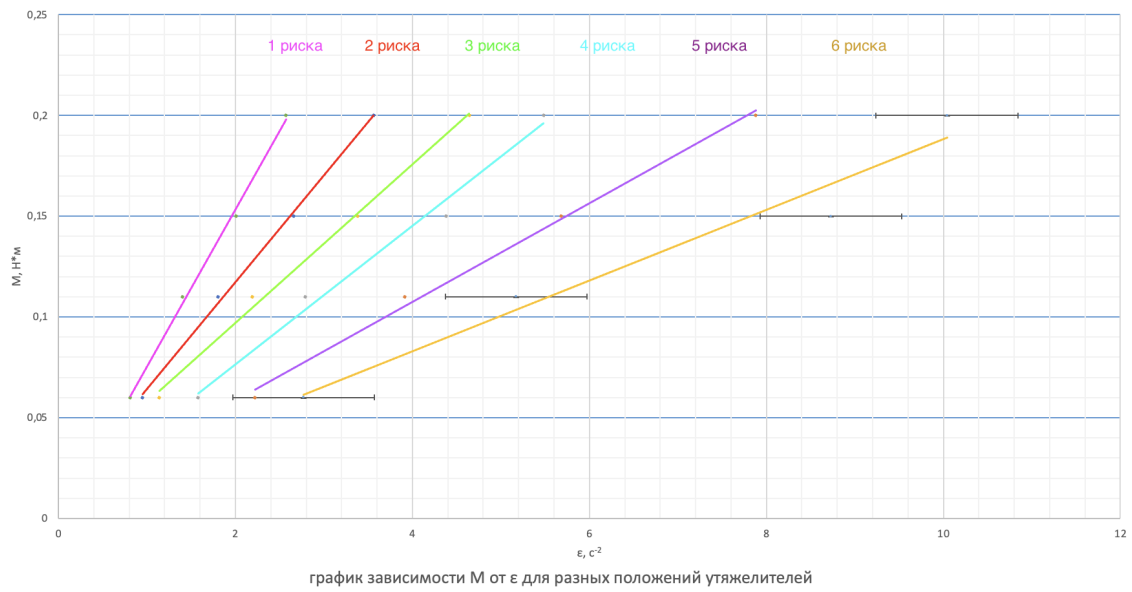
**8.1.4 Углового ускорения крестовины  $\varepsilon$  (для положения утяжелителей на 1 риске и массы  $m_1$ ):**

$$\varepsilon = \frac{2a}{d}; \quad \bar{\varepsilon} = 3.58; \quad a = 0.08 \pm 0.01 \text{ м/с}^2; \quad d = 0.046 \pm 0.001 \text{ м}$$

$$\Delta\varepsilon = \sqrt{\left(\frac{2}{d} \Delta_a\right)^2 + \left(-\frac{4a}{d^2} \Delta_d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{0.046} \cdot 0.01\right)^2 + \left(\frac{4 \cdot 0.08}{0.046^2} \cdot 0.001\right)^2} = 0.39$$

$$\delta_\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{\bar{\varepsilon}} \cdot 100\% = \frac{0.39}{3.58} \cdot 100\% = 11\%$$

## 9 График



## 10 Окончательные результаты:

$$\bar{t} = \pm 0.08 \text{ с}; \quad \delta_{\bar{t}} = 7\%; \quad \alpha = 0.95$$

$$a = (0.08 \pm 0.008) \text{ м/с}^2 \quad \delta_a = 10\% \quad \alpha = 0.95$$

$$\varepsilon = 3.58 \pm 0.39 \text{ рад/с}^2 \quad \delta_{\varepsilon} = 11\% \quad \alpha = 0.95$$

$$M = (0.13 \pm 0.001) \text{ Н} \cdot \text{м} \quad \delta_M = 0.4\% \quad \alpha = 0.95$$

## 11 Выводы и анализ результатов работы

Таким образом, нам удалось исследовать зависимости момента силы натяжения нити от углового ускорения и момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Согласно нашим расчётам, зависимости в самом деле получились линейные:  $M(\varepsilon) = M_{\text{тр}} + I\varepsilon = 0.02 + 0.02\varepsilon$ ;  $I(R^2) = I_0 + 4m_{\text{yt}} \cdot R^2 = 0.0418 \pm 2,56R^2$ . Команда НЕЙРОТЕХ очень сильно старалась, пока била себя по рукам маятником Обербека, но слава богу результаты нас очень порадовали, ведь главной целью данной работы было подтвердить основной закон динамики вращательного движения и теорему ШТЕЙНЕРА, и у нас это получилось.