

Задача 4.1

Два шара массами $m_1 = 2,5$ кг и $m_2 = 1,5$ кг движутся навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 6$ м/с и $v_2 = 2$ м/с.

Определить: 1) скорости шаров после удара, 2) кинетические энергии шаров до и после удара, 3) энергию, затраченную на деформацию шаров при ударе. Удар считать прямым, неупругим.

Ответ: 1) $u = 3$ м/с,

2) $E_{k1} = 48$ Дж, $E_{k2} = 18$ Дж

3) $E_{\text{деф}} = 30$ Дж



1) ОХ: $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u \Rightarrow u = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{2,5 \text{ кг} \cdot 6 \frac{\text{м}}{\text{с}} - 1,5 \text{ кг} \cdot 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2,5 \text{ кг} + 1,5 \text{ кг}} = 3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2) $E_{k1} = E_{k1.1} + E_{k1.2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{1}{2} (2,5 \text{ кг} \cdot 36 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + 1,5 \text{ кг} \cdot 4 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}) = 48 \text{ Дж}$

$$E_{k2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2} = \frac{1}{2} (2,5 \text{ кг} + 1,5 \text{ кг}) \cdot 9 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} = 18 \text{ Дж}$$

3) $\Delta E_k = E_{k1} - E_{k2} = 48 \text{ Дж} - 18 \text{ Дж} = 30 \text{ Дж}$

Задача 4.2

Шар массой m_1 , движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1 , столкнулся с неподвижным шаром массой m_2 . Шары абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю ε своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Ответ: $\varepsilon = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$

По закону сохранения импульса

$$m_1 v_1 + m_2 \cdot 0 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$$

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \Rightarrow E_{k2'} = \frac{m_2}{2} \cdot \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \right)^2$$

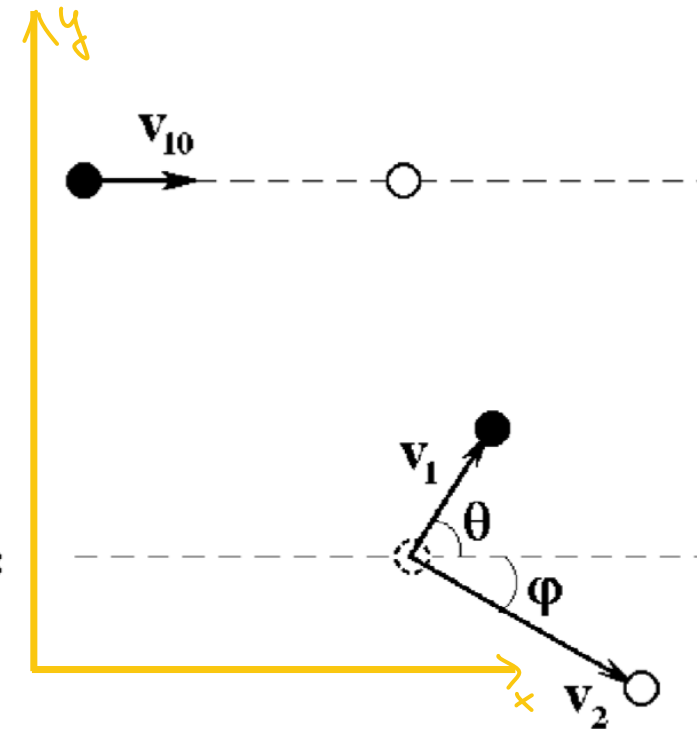
$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{E_{k2'}}{E_{k1}} = \frac{m_2}{m_1 v_1^2} \cdot \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \right)^2 \Rightarrow \varepsilon = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

Задача 4.3

Упруго сталкиваются два одинаковых шара, причем один из них покоится, а второй налетает на него со скоростью $v_{10} = 0,5$ м/с. После соударения этот шар отлетает под углом $\theta = 60^\circ$ к первоначальному направлению движения (рис. 4.1). В каком направлении полетит второй шар?

Ответ: $\varphi = 30^\circ$

До удара:



После удара:

Рис. 4.1

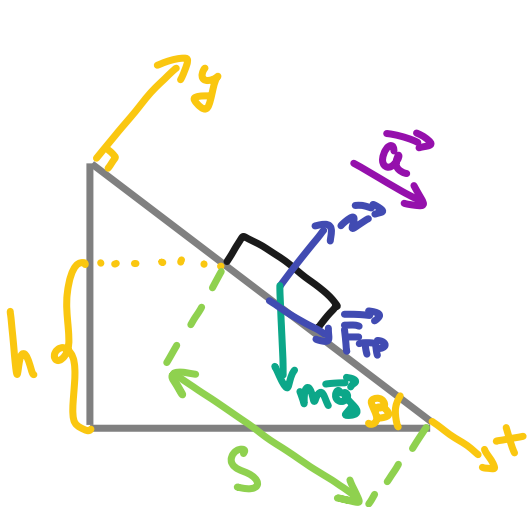
$$\begin{aligned} \text{З.С.У.} &\Rightarrow m\vec{V}_{10} = m\vec{V}_1 + m\vec{V}_2 \\ \text{З.С.Э.} &\Rightarrow \frac{m}{2}V_{10}^2 = \frac{m}{2}V_1^2 + \frac{m}{2}V_2^2 \end{aligned} \quad \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \vec{V}_{10} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 \\ V_{10}^2 = V_1^2 + V_2^2 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{угол между } V_1 \text{ и } V_2 - \text{прямой} \Rightarrow \varphi + \theta = 90^\circ \Rightarrow \varphi = 30^\circ$$

Задача 4.4

Тело массой m , двигаясь по инерции вверх вдоль наклонной плоскости, поднялось на высоту h . Какую работу совершила при этом сила трения? Угол наклона плоскости к горизонту равен β , а коэффициент трения тела о плоскость — μ .

Ответ: $A_{\text{тр}} = -\mu mgh \cdot \text{ctg}(\beta)$



По IIому закону

$$OX: F_{\text{тр}} + mg \cdot \sin \beta = ma$$

$$OY: N - mg \cdot \cos \beta = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{тр}} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg \cdot \cos \beta$$

$$A_{\text{тр}} = -F_{\text{тр}} \cdot S = -\mu \cdot mg \cdot \cos \beta \cdot \frac{h}{\sin \beta} \Rightarrow A_{\text{тр}} = -\mu \cdot mgh \cdot \text{ctg} \beta$$

Задача 4.6

Тело свободно падает с высоты h . Определить скорость этого тела в момент времени, когда его потенциальная энергия относительно нулевого уровня (рис. 4.2), расположенного на поверхности Земли, будет в 5 раз меньше кинетической энергии.

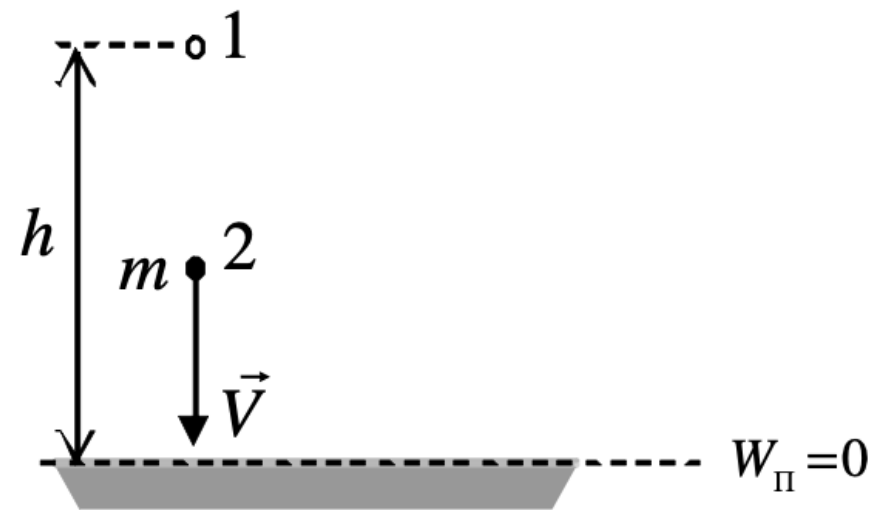


Рис. 4.2

Ответ: $V = \sqrt{\frac{10}{6}gh}.$

$$E_{\text{п}} = mg(h - s) \quad (*)$$

$$E_{\text{к}} = \frac{m}{2}v^2$$

$$v = \overset{0}{v_0} + \overset{g}{a}t \Rightarrow v = gt \quad \Rightarrow E_{\text{к}} = mSg \quad \Rightarrow$$

$$S = \frac{gt^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2S}{g}} \quad \Rightarrow v = \sqrt{2Sg}$$

$$\Rightarrow (*) \Rightarrow E_{\text{п}} = \frac{1}{5}E_{\text{к}} \Leftrightarrow mgh - mgS = \frac{1}{5}mgS \Rightarrow S = \frac{5}{6}h \Rightarrow v_{\text{иск}} = \sqrt{\frac{10}{6}gh}$$