$p \geq 1, \quad x \in \mathbb{R}^n.$

$$\|x\|_\infty \leq \|x\|_p$$

$$x = (x_1, \ldots, x_n) \Rightarrow \|x\|_\infty = \max(|x_1|, \ldots, |x_n|)$$

$$\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^p\right)^{1/p}$$

$$(\max |x|)^p \overset{?}{\leq} \sum |x_i|^p$$

$$\max |x|^p \leq \sum |x_i|^p$$

$$\|x\|_p \le n^{1/p} \|x\|_\infty$$

$$\|x\|_p^p = \sum |x_i|^p$$

$$n \|x\|_\infty^p = n \cdot \max (|x_i|)^p$$

$$\sum |x_i|^p \le n \max |x_i|^p \cdot n$$

$\|\cdot\|$ norma vectorial

$\|x\| \geq 0$, $\|x\| > 0 \ \forall x \neq 0$

Si $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tiene rango $< n \Rightarrow y \neq 0 : Ay = 0$

$\Rightarrow$ no es norma

$\|\cdot\|_A$

$\|ax\|_A = |a| \, \|x\|_A$

$Aax = aAx$

$$x, y \in \mathbb{R}^n \Rightarrow \quad \|x+y\|_A \leq \|x\|_A + \|y\|_A$$

$$\|A(x+y)\| \leq \|Ax\| + \|Ay\|$$