$$\|(A A^t)^{-1}\| = \sigma_n^{-2}$$

$$A = U \Sigma V^t, \quad A^t = V \Sigma U^t \Rightarrow A^t A = V \Sigma^2 V^t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (A^t A)^{-1} = \left\| V (\Sigma^2)^{-1} V^t \right\|_2 = \left\| (\Sigma^2)^{-1} \right\|_2 = \sigma_n^{-2}$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n \end{pmatrix} \rightarrow \Sigma^2 = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n^2 \end{pmatrix} \rightarrow (\Sigma^2)^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_1^{-2} & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_n^{-2} \end{pmatrix}$$