

Spektralsequenzen

© Tim Baumann, <http://timbaumann.info/uni-spicker>

Sei \mathcal{A} im Folgenden eine abelsche Kategorie.

Def. Eine (homologische) **Spektralsequenz** besteht aus

- Objekten $E_{p,q}^r \in \text{Ob}(\mathcal{A})$ für alle $p, q \in \mathbb{Z}$ und $r \geq 1$,

- Morphismen $d_{p,q}^r : E_{p,q}^r \rightarrow E_{p-r,q+r-1}^r$ mit $d_{p-r,q+r-1}^r \circ d_{p,q}^r = 0$,
- und Isos $\alpha : H_{p,q}(E^r) := \ker(d_{p,q}^r) / \text{im}(d_{p+r,q-r+1}^r) \xrightarrow{\cong} E_{p,q}^{r+1}$.

Sprechweise. • Die Morphismen $d_{p,q}^r$ heißen **Differentiale**.

- Die Gesamtheit aller $E_{p,q}^r$ mit $r \in \mathbb{N}$ fest heißt r -te **Seite**.

Bem. Bei einer kohomologischen Spektralsequenz sind die Indizes vertauscht und die Differentiale laufen $d_{p,q}^r : E_{p,q}^r \rightarrow E_{p+r,q-r+1}^r$.

