Taller Funciones de Alto Orden

Estudiante: Juan Sebastian Getial Getial

Código: 202124644

Asignatura: Fundamentos de Programación Funcional y Concurrente

Docente: Juan Francisco Diaz Frias

Universidad del Valle

Santiago de Cali

2022

Informe de Funciones de Alto Orden

Funciones	Parámetro	Anónimas	Respuesta
derivada	Si	Si	Si
derivadaSuma	Si	Si	Si
derivadaResta	Si	Si	Si
derivadaMult	Si	Si	Si
derivadaDiv	Si	Si	Si

Básicamente todas las funciones presentan todas las formas posibles de una función de alto orden, ya que todas reciben como parámetro funciones, utilizan una función anónima en su cuerpo y dicha función anónima es la respuesta.

Informe de Corrección

Argumentación Sobre la Corrección

Definiciones(Def)

Para argumentar la corrección de las siguientes funciones vamos a usar una ecuación matemática denominada **la ecuación de 5 puntos** que establece que la derivada de una función f en un punto x_0 se puede aproximar por la siguiente ecuación:

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 - 2h) - 8f(x_0 - h) + 8f(x_0 + h) - f(x_0 + 2h)}{12h}, \text{ tomando } h = 0.1 \qquad \text{(Def')}$$

Además de las siguientes definiciones:

c	→'	0 (c es constante)	(Def1)
x	→'	1	(Def2)
f + g	→'	f' + g'	(Def3)
f - g	→'	f' - g'	(Def4)
f · g	→'	f' · g + f · g'	(Def5)
$\frac{f}{g}$	→'	$\frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$	(Def6)

Función derivada

```
def derivada(f:Double => Double) : Double => Double = {
  val h = 0.1
  (x0) => ( f(x0-(2*h)) - 8*f(x0-h) + 8*f(x0+h) - f(x0+(2*h)) )/(12*h)
}
```

A continuación se demostrará que:

$\forall\, f \in R \; => R : \; derivada(f) \;\; \approx\approx \;\; f'$

y para ello se de demostrara que:

$derivada(g) \;\; \approx\approx \;\; g'$

donde g es un elemento arbitrario que pertenece a $R \; => \; R$.

Demostración.

$derivada(g)$

→ val h = 0.1

(x0) => (g(x0-(2*h)) - 8*g(x0-h) + 8*g(x0+h) - g(x0+(2*h)))/(12*h)

→ val h = 0.1

(x0) => $\frac{g(x0-2*h)\ -\ 8*g(x0-h)\ +\ 8*g(x0+h)\ -\ g(x0+2*h)}{12*h}$

Def'→true ♦

Por lo que, al ser g un valor arbitrario de $R\ =>\ R$, se tiene finalmente:

$\forall\ f \in R\ =>\ R:\ derivada(f)\ \approx\approx\ f'$

<u>Las siguientes funciones utilizan esta función en sus cuerpos, por lo que sus resultados también terminan siendo aproximaciones.</u>

Función derivadaSuma

```
def derivadaSuma(f:Double=>Double, g:Double=>Double) : Double=>Double = {
  (x) => derivada(f)(x) + derivada(g)(x)
}
```

A continuación se demostrará que:

$\forall\ f, g \in R\ =>\ R:\ derivadaSuma(f, g)\ \ \approx\approx\ \ (f\ +\ g)'$

y para ello se demostrará que:

$derivadaSuma(h, y)\ \ \approx\approx\ \ (h\ +\ y)'$

donde h y y son valores arbitrarios que pertenecen a $R\ =>\ R$.

Demostración.

$derivadaSuma(h, y)$

→ (x) => derivada(h)(x) + derivada(y)(x)

→ (x) => h'(x) + y'(x)

Def3→(x) => (h(x) + y(x))' ♦

Por lo que, al ser h y y valores arbitrarios de $R\ =>\ R$, se tiene finalmente:

$\forall\ f, g \in R\ =>\ R:\ derivadaSuma(f, g)\ \ \approx\approx\ \ (f\ +\ g)'$

Función derivadaResta

```
def derivadaResta(f:Double=>Double, g:Double=>Double) : Double=>Double = {
  (x) => derivada(f)(x) - derivada(g)(x)
}
```

A continuación se demostrará que:

$\forall\, f, g \in R \;=>\; R: \; derivadaResta(f, g) \;\approx\approx\; (f \;-\; g)'$

y para ello se demostrará que:

$derivadaResta(h, y) \;\approx\approx\; (h \;-\; y)'$

donde h y y son valores arbitrarios que pertenecen a $R \;=>\; R$.

Demostración.

$derivadaResta(h, y)$

→ (x) => derivada(h)(x) - derivada(y)(x)

→ (x) => h’(x) - y’(x)

Def4→(x) => (h(x) - y(x))’ ♦

Por lo que, al ser h y y valores arbitrarios de $R \;=>\; R$, se tiene finalmente:

$\forall\, f, g \in R \;=>\; R: \; derivadaResta(f, g) \;\approx\approx\; (f \;-\; g)'$

Función derivadaMult

```
def derivadaMult(f: Double => Double, g: Double => Double): Double => Double = {
  (x) => ( derivada(f)(x) * g(x) ) + ( derivada(g)(x) * f(x) )
}
```

A continuación se demostrará que:

$\forall\, f, g \in R \;=>\; R: \; derivadaMult(f, g) \;\approx\approx\; (f \;\cdot\; g)'$

y para ello se demostrará que:

$derivadaMult(h, y) \;\approx\approx\; (h \;\cdot\; y)'$

donde h y y son valores arbitrarios que pertenecen a $R \;=>\; R$.

Demostración.

$derivadaMult(h, y)$

→ (x) => (derivada(h)(x) * y(x)) + (derivada(y)(x) * h(x))

→ (x) => h'(x)*y(x) + y'(x)*h(x)

Def5→(x) => (h(x)*y(x))' ♦

Por lo que, al ser h y y valores arbitrarios de $R => R$, se tiene finalmente:

$\forall f, g \in R => R: derivadaMult(f, g) \approx\approx (f \cdot g)'$

Función derivadaDiv

```
def derivadaDiv(f: Double => Double, g: Double => Double): Double => Double = {
  (x) => ( (derivada(f)(x) * g(x)) - (derivada(g)(x) * f(x)) )/math.pow(g(x),2)
}
```

A continuación se demostrará que:

$\forall f, g \in R => R: derivadaDiv(f, g) \approx\approx (\frac{f}{g})'$

y para ello se demostrará que:

$derivadaDiv(h, y) \approx\approx (\frac{h}{y})'$

donde h y y son valores arbitrarios que pertenecen a $R => R$.

Demostración.

$derivadaDiv(h, y)$

→ (x) => ((derivada(h)(x) * y(x)) - (derivada(y)(x) * h(x)))/math.pow(y(x),2)

→ (x) => $\frac{h'(x)*y(x) - h(x)*y'(x)}{(y(x))^2}$

Def6→(x) => $(\frac{h}{y})'$ ♦

Por lo que, al ser h y y valores arbitrarios de $R => R$, se tiene finalmente:

$\forall f, g \in R => R: derivadaDiv(f, g) \approx\approx (\frac{f}{g})'$

Casos de Prueba

A continuación se encuentran las funciones utilizadas en los casos de prueba:

- cte(x) = 2.0 →' 0
- f(x) = x^2 →' 2x
- g(x) = x^3 →' $3x^2$
- h(x) = f(x) / g(x) →' $-1/x^2$
- j(x) = g(x) / f(x) →' 1

Función derivada

1. derivada(cte)(3) ≈ 0.0
2. derivada(f)(3) ≈ 6.0
3. derivada(g)(3) ≈ 27.0
4. derivada(h)(3) ≈ 0.111
5. derivada(j)(3) ≈ 1

Función derivadaSuma

1. derivadaSuma(cte, f)(2) ≈ 4.0
2. derivadaSuma(f, g)(2) ≈ 16.0
3. derivadaSuma(g, f)(2) ≈ 16.0
4. derivadaSuma(h, j)(2) ≈ 0.75
5. derivadaSuma(j, h)(2) ≈ 0.75

Función derivadaResta

1. derivadaResta(cte,f)(4) ≈ -8.0
2. derivadaResta(f,g)(4) ≈ -40.0
3. derivadaResta(g,f)(4) ≈ 40.0
4. derivadaResta(h,j)(4) ≈ -1.06
5. derivadaResta(j,h)(4) ≈ 1.06

Función derivadaMult

1. derivadaMult(cte,f)(1) ≈ 4.0
2. derivadaMult(f,g)(1) ≈ 5.0
3. derivadaMult(g,f)(1) ≈ 5.0
4. derivadaMult(h,j)(1) = 4.2087542087609897E-4 ≈ 0
5. derivadaMult(j,h)(1) = 4.2087542087609897E-4 ≈ 0

Función derivadaDiv

1. derivadaDiv(cte,f)(2) ≈ -0.5
2. derivadaDiv(f,g)(2) ≈ -0.25

3. derivadaDiv(g,f)(2) ≈ 1.0
4. derivadaDiv(h,j)(2) ≈ -0.25
5. derivadaDiv(j,h)(2) ≈ 4.0

En general, todos los casos de prueba resultaron estar bastante aproximados al resultado esperado, aunque cabe resaltar que, dependiendo de la estructura de la función recibida, este resultado podía ser más o menos aproximado, pero, teniendo en cuenta que solo se esperaban aproximaciones desde un comienzo, casi se podría decir que los casos de prueba refuerzan la corrección de su respectivo programa. Sin embargo, no son suficientes para reforzar por completo, ya que para ello se deberían considerar más funciones y las combinaciones entre ellas, lo cual, teniendo en cuenta el amplio número de tipos y combinaciones que hay, no seria lo mas optimo en un solo documento.

Conclusiones

Luego de ver el funcionamiento de todas las funciones anteriores, se resalta una fuerte dependencia hacia la función **derivada** por parte de las demás funciones, ya que todas ellas la utilizan en su cuerpo.

Debido a lo anterior, todas las funciones dan como resultado un valor aproximado, ya que la función **derivada** da como resultado una aproximación, por lo que al hacer los cálculos en el cuerpo de cada función se trabaja con valores aproximados.

Finalmente se destaca que, teniendo en cuenta lo dicho anteriormente, si se mejora la exactitud de la función **derivada**, automáticamente todas las demás funciones serán más exactas, debido a la dependencia por parte de las demás funciones hacia esta.