

Representación en Punto Fijo (Parte 2): Números con signo

Objetivos de la práctica: que el alumno sea capaz de:

- Representar e interpretar números con signo.
- Realizar operaciones aritméticas e interpretar los flags de overflow y negativo.

Bibliografía:

- “Organización y Arquitectura de Computadoras” de W. Stalling, capítulo 8.
- Apunte 1 de la cátedra, “Sistemas de Numeración: Sistemas Enteros y Punto Fijo”.

Representación de números en Punto Fijo con signo. Operaciones Aritméticas

1. Represente los siguientes números en los sistemas BCS, Ca1, Ca2 y Ex2, restringidos a 8 bits. En los casos que no se pueda representar, aclarar por qué.
0; 1; 127; 128; 255; 256; -1; -8 ; -127; -128; -199; -256; 137; 35; 100; -100; 0,5; 1,25.

Recuerde: Los positivos se representan igual en los sistemas BSS, BCS, Ca1 y Ca2 (ver representación de números en binario en el apunte). Los negativos en BCS, signo en el bit de mayor peso (0 positivos y 1 negativos) y los restantes son módulo. Los negativos en Ca1, se obtiene el BSS del número en 8 bits, y luego se cambian unos por ceros y ceros por unos. Los negativos en Ca2, se obtienen sumando 1 a la representación de Ca1, o copiando hasta el primer 1 (incluido) desde la derecha el número en BSS, y luego se cambian unos por ceros y ceros por unos. En Ex2, se suma siempre el exceso (que en n bits será 2^{n-1}) y luego se representa como BSS.

2. Interprete las siguientes cadenas de 8 bits en los sistemas BSS, BCS, Ca1, Ca2 y Ex2.
00000000; 01010101; 10000000; 11111110; 11111111; 10101010; 01111111; 01100110

Recuerde: En Ex2, se interpreta como BSS y luego se resta el exceso (que en n bits es 2^{n-1}).

3. Calcule el rango y resolución de un sistema de punto fijo en BCS con 1 bit de signo, 5 bits de parte entera y 4 de fraccionaria.
4. Represente los siguientes números en el sistema del ejercicio 3. Si no es posible obtener una representación exacta, indique cuál es la más próxima y calcule en ese caso el error cometido. Si el número a representar está fuera del rango del sistema, señale que ese número “NO SE PUEDE REPRESENTAR”.
1,2; 1,25 ; 35 ; -1,25 ; 1,0625 ; -1,5625 ; -35,5

5. Interprete las siguientes cadenas en el sistema del ejercicio 3.
0000000000; 0101010101; 1000000000; 1111111110; 1111111111; 1010101010; 0111111111; 0110001100

6. Calcule el resultado de realizar las sumas (ADD) y restas (SUB) indicadas en la tabla. Calcule el valor en que quedarán los flags luego de realizada cada operación, de acuerdo a que haya habido acarreo (flag C, de Carry) o se haya producido borrow (flag B, es el mismo que C pero en la resta), o que el resultado sea cero en todos sus bits (flag Z, de Zero)), se haya producido desbordamiento (flag V, de overflow), o de un resultado negativo (flag N, de Negative).

ADD 00011101	00011011	ADD 01110000	11110001	SUB 00011101	00011011	SUB 01110000	11110001
ADD 10011101	01110010	ADD 01001100	01110000	SUB 10011101	01110010	SUB 01001100	01110000
ADD 01110110	01110001	ADD 11001100	11110000	SUB 01110110	01110001	SUB 11001100	11110000
ADD 10111001	11100011	ADD 10000000	10000000	SUB 10111001	11100011	SUB 10000000	10000000
ADD 00111010	00001111	ADD 00000000	10000000	SUB 00111010	00001111	SUB 00000000	10000000

Recuerde que, además de acarreo (ver práctica 1), tendremos casos de exceso en el rango de representación (llamado overflow) si a un número positivo se le suma otro positivo y da un resultado negativo ó a un número negativo se le suma otro negativo y da uno positivo ó a un número positivo se le resta otro negativo y da uno negativo ó a un número negativo se le resta otro positivo y da uno positivo.

En todos estos casos de errores en la operación aritmética, se advierte el error pues la ALU encenderá (pondrá en 1) el flag de overflow (V=1). Es de hacer notar que el flag V se encenderá aunque sumemos números sin signo (en BSS),

Organización de Computadoras 2018

la interpretación de los flags corre por cuenta del programador.

Ejemplo de suma:

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 01001111 \\ + 01111000 \\ \hline 11000111 \end{array} \quad \leftarrow \text{Acarreos}$$

Flags: Carry=0; Zero=0; Negative=1; overflow=1.

7. Suponga que los operandos del ejercicio anterior eran números representados en BSS, BCS, Ca1, Ca2 y Exceso2 (todos para cada sistema de representación). Verifique la correctitud del resultado interpretando el resultado obtenido y comparando con el resultado esperado. En caso de que la operación haya dado resultado incorrecto, indicar la posible cadena de bits que representa el resultado correcto.

Del ejemplo anterior, los operandos y resultado son interpretados como cadenas de bits BSS.

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 01001111 \\ + 01111000 \\ \hline 11000111 \end{array} \quad \leftarrow \text{Acarreos} \quad \begin{array}{l} \text{Interpretación en BSS} \\ 79 \\ + 120 \\ \hline 199 \end{array}$$

Por lo que, si verificamos realizando a mano la operación interpretada en base 10, el resultado es correcto.

Volviendo al ejemplo, si interpretamos ahora los operandos y resultados como cadenas de bits en los 4 sistemas de representación de números con signo, tendremos:

	← Acarreos	BCS	Ca1	Ca2	Exceso	Observe los flags!
1111		79	79	79	-49	
01001111		+ 120	+ 120	+ 120	+ -8	
+ 01111000		-71	-56	-57	71	
11000111						

8. Sobre la operación ADD del punto anterior (el 7): Observando cuáles resultados fueron correctos y cuáles fueron incorrectos y relacionándolos con los flags trate de descubrir una regla para determinar la correctitud de la operación ADD en el sistema BSS con la mera observación de los flags.

Los flags toman en el ejemplo los siguientes valores: Carry=0; Zero=0; Negative=1; overflow=1.

Que los flags V y N estén en 1 no importa pues asumimos que estamos operando con números sin signo (BSS). Si hacemos lo mismo con todos los ejercicios, observaremos que en los casos en que C=1 el resultado es incorrecto, independientemente de los demás flags.

9. Trabaje de forma similar al punto anterior (el 8) pero con la operación SUB. Luego trate de descubrir reglas análogas para ADD y SUB para el sistema Ca2, basándose en los ejercicios cuya cadena resultado es diferente de la correcta y observando los flags. Observe qué flags se encienden en los casos que da incorrecto y cuáles no, como así también los que es indistinto que tengan valor uno o cero.

10. Considere en los ejercicios del punto 6 un punto fraccionario entre el bit 2 y el 3. Interprete los operandos y resultados como Ca2. Observe los flags. ¿Qué concluye?

11. Escriba las cadenas de los sistemas BCS, Ca1, Ca2 y Ex2 restringido a 4 bits. Obtenga el rango de cada sistema en 4 bits y para n bits. ¿Cuántas cadenas se pueden escribir en cada caso?. ¿Cuántos números se pueden representar en los distintos sistemas?

12. Defina el sistema Exceso a M (donde M es un entero cualquiera).

13. Describa mecanismos para sumar y restar en BCS, Ca1 y Exceso, en base al análisis de los resultados y flags del punto 6, realizando la interpretación de los operandos y resultados en los distintos sistemas de representación citados. Observe de qué manera (qué operaciones deberían realizarse y en qué caso) se llegaría al resultado correcto.

14. Interprete las siguientes cadenas descriptas en sistema Ca2. ¿Qué pasa en el caso (e)?

a. 00100110 b. 11011000 c. 00111000 d. 00000000 e. 10000000

15. Interprete las siguientes cadenas descriptas en sistema Ex2. ¿Qué pasa en el caso (e)?

a. 10100110 b. 01011000 c. 10111000 d. 10000000 e. 00000000