# Matemática 3 – Curso 2016

Práctica 6: Estimación puntual.

1. Sea $X_1, ..., X_8$ una muestra aleatoria de una distribución con media $\mu$ y varianza $\sigma^2$. Considere los siguientes tres estimadores para $\mu$

$$\hat{\mu}_1 = 2X_1 - 4X_6 + 3X_4; \qquad \hat{\mu}_2 = \frac{X_1 + 7X_8}{8}; \qquad \hat{\mu}_3 = \bar{X}$$

   **a)** Demuestre que cada uno de ellos es insesgado para $\mu$.

   **b)** Determine la eficiencia relativa de $\mu_3$ con respecto a $\mu_1$ y $\mu_2$ respectivamente.

   **c)** ¿Cuál de los tres estimadores considera que es el mejor? ¿En qué sentido?

2. Sea $X \sim B(n, p)$. Consideremos los estimadores $\hat{p}_1 = \dfrac{X}{n}$ y $\hat{p}_2 = \dfrac{(X+1)}{n+2}$

   **a)** ¿Es alguno de ellos insesgado?

   **b)** Hallar el ECM de cada uno de ellos.

   **c)** ¿Son consistentes?

3. Sea $X$ una variable aleatoria con densidad dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0.5(1 + \theta x) & \text{si } -1 < x < 1 \\ 0 & cc \end{cases} \qquad \text{donde el parámetro } \theta \text{ es tal que } -1 < \theta < 1$$

   **a)** Determine un estimador de $\theta$ por el método de los momentos, $\hat{\theta}$.

   **b)** ¿Es insesgado?

   **c)** Hallar el $ECM\left(\hat{\theta}\right)$. ¿es $\hat{\theta}$ un estimador consistente para $\theta$?

4. Sea $X_1, ..., X_n$ una muestra aleatoria de una v. a. $X \sim U(-\theta, \theta)$. Hallar el estimador de $\theta$ usando el método de momentos.

5. Sea $X_1, ..., X_n$ una muestra aleatoria de una v. a. $X \sim Ge(p)$. Hallar el EMV de $p$.

6. Sea $X$ la proporción de tiempo que un estudiante, elegido al azar, emplea para realizar una prueba. Supongamos que la densidad de $X$ está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} (1 + \theta)x^{\theta} & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & cc \end{cases}$$

   donde $\theta > -1$.

   **a)** Obtenga por el método de los momentos, un estimador para $\theta$.

   **b)** Obtenga el EMV para $\theta$.

   **c)** Usando $b)$ estime la $P(X > 0,6)$ .¿Qué propiedad utiliza?

   **d)** Dados los siguientes valores obtenidos para una muestra de 10 estudiantes:

   0.92, 0.79, 0.90, 0.65, 0.86, 0.47, 0.73, 0.97, 0.94, 0.77

   Calcule el valor de los estimadores obtenidos en $a)$, $b)$ y $c)$.

7. El número de discos duros defectuosos fabricados diariamente por una línea de producción, puede modelarse como una distribución Poisson.

   **a)** Determine el EMV del parámetro de la distribución.

   **b)** Calcule la esperanza y la varianza de ese estimador.

   **c)** Demuestre que es un estimador consistente.

   **d)** Si los conteos para 10 días son:

   $$7 \quad 3 \quad 1 \quad 2 \quad 4 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 1 \quad 2$$

   obtenga el estimador de máxima verosimilitud y la estimación de la probabilidad de 0 o 1 defectos en un día.

8. Suponga que $T$, el tiempo de falla (en horas) de un instrumento tiene la siguiente función de densidad:

   $$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2(x-\theta)} & \text{si } x > \theta \\ 0 & cc \end{cases}$$

   donde $\theta > 0$. ($T$ tiene distribución exponencial truncada a la izquierda).

   **a)** Obtenga el EMV para $\theta$.

   **b)** Obtenga el EMV para $P(T > 850)$.

   **c)** Dadas las siguientes observaciones de esa distribución, calcule los valores de los estimadores calculados en $a$) y $b$)

   $$610, 715, 605, 698, 564, 638, 673, 682, 623, 579, 618, 635, 633, 720, 737, 809$$