2024 年高教社杯全国大学生数学建模竞赛题目

(请先阅读"全国大学生数学建模竞赛论文格式规范")

B 题 生产过程中的决策问题

某企业生产某种畅销的电子产品,需要分别购买两种零配件(零配件1和零配件2), 在企业将两个零配件装配成成品。在装配的成品中,只要其中一个零配件不合格,则成品一 定不合格;如果两个零配件均合格,装配出的成品也不一定合格。对于不合格成品,企业可 以选择报废,或者对其进行拆解,拆解过程不会对零配件造成损坏,但需要花费拆解费用。

请建立数学模型,解决以下问题:

问题 1 供应商声称一批零配件(零配件 1 或零配件 2)的次品率不会超过某个标称值。 企业准备采用抽样检测方法决定是否接收从供应商购买的这批零配件,检测费用由企业自行 承担。请为企业设计检测次数尽可能少的抽样检测方案。

如果标称值为10%,根据你们的抽样检测方案,针对以下两种情形,分别给出具体结果:

- (1) 在95%的信度下认定零配件次品率超过标称值,则拒收这批零配件;
- (2) 在90%的信度下认定零配件次品率不超过标称值,则接收这批零配件。

问题 2 已知两种零配件和成品次品率,请为企业生产过程的各个阶段作出决策:

- (1) 对零配件(零配件1和/或零配件2)是否进行检测,如果对某种零配件不检测,这种零配件将直接进入到装配环节;否则将检测出的不合格零配件丢弃;
- (2) 对装配好的每一件成品是否进行检测,如果不检测,装配后的成品直接进入到市场; 否则只有检测合格的成品进入到市场;
- (3) 对检测出的不合格成品是否进行拆解,如果不拆解,直接将不合格成品丢弃;否则 对拆解后的零配件,重复步骤(1)和步骤(2);
- (4) 对用户购买的不合格品,企业将无条件予以调换,并产生一定的调换损失(如物流成本、企业信誉等)。对退回的不合格品,重复步骤(3)。

请根据你们所做的决策,对表 1 中的情形给出具体的决策方案,并给出决策的依据及相应的指标结果。

| | 零配件1 | | | 零配件2 | | | 成品 | | | | 不合格成品 | |
|----|------|----|----|------|----|----|-----|----|----|----|-------|----|
| 情况 | 次品 | 购买 | 检测 | 次品 | 购买 | 检测 | 次品 | 装配 | 检测 | 市场 | 调换 | 拆解 |
| | 率 | 单价 | 成本 | 率 | 单价 | 成本 | 率 | 成本 | 成本 | 售价 | 损失 | 费用 |
| 1 | 10% | 4 | 2 | 10% | 18 | 3 | 10% | 6 | 3 | 56 | 6 | 5 |
| 2 | 20% | 4 | 2 | 20% | 18 | 3 | 20% | 6 | 3 | 56 | 6 | 5 |
| 3 | 10% | 4 | 2 | 10% | 18 | 3 | 10% | 6 | 3 | 56 | 30 | 5 |
| 4 | 20% | 4 | 1 | 20% | 18 | 1 | 20% | 6 | 2 | 56 | 30 | 5 |
| 5 | 10% | 4 | 8 | 20% | 18 | 1 | 10% | 6 | 2 | 56 | 10 | 5 |
| 6 | 5% | 4 | 2 | 5% | 18 | 3 | 5% | 6 | 3 | 56 | 10 | 40 |

表 1 企业在生产中遇到的情况(问题 2)

问题 3 对 m 道工序、n 个零配件,已知零配件、半成品和成品的次品率,重复问题 2,给出生产过程的决策方案。图 1 给出了 2 道工序、8 个零配件的情况,具体数值由表 2 给出。

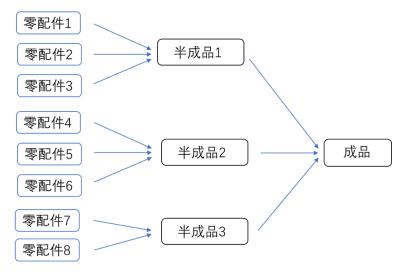


图 1 两道工序、8 个零配件的组装情况

表 2 企业在生产中遇到的情况(问题 3)

| 零配件 | 次品率 | 购买单价 | 检测成本 | 半成品 | 次品率 | 装配成本 | 检测成本 | 拆解费用 | |
|-----|-----|------|------|--------|-----|------|------|------|--|
| 1 | 10% | 2 | 1 | 1 | 10% | 8 | 4 | 6 | |
| 2 | 10% | 8 | 1 | 2 | 10% | 8 | 4 | 6 | |
| 3 | 10% | 12 | 2 | 3 | 10% | 8 | 4 | 6 | |
| 4 | 10% | 2 | 1 | | | | | | |
| 5 | 10% | 8 | 1 | 成品 | 10% | 8 | 6 | 10 | |
| 6 | 10% | 12 | 2 | | | | | | |
| 7 | 10% | 8 | 1 | 市场售价 | | | 调换 | 调换损失 | |
| 8 | 10% | 12 | 2 | 成品 200 | | | 4 | 0 | |

针对以上这种情形,给出具体的决策方案,以及决策的依据及相应指标。

问题 4 假设问题 2 和问题 3 中零配件、半成品和成品的次品率均是通过抽样检测方法 (例如,你在问题 1 中使用的方法)得到的,请重新完成问题 2 和问题 3。

附录 说明

- (1) 半成品、成品的次品率是将正品零配件(或者半成品)装配后的产品次品率;
- (2) 不合格成品中的调换损失是指除调换次品之外的损失(如:物流成本、企业信誉等)。
- (3) 购买单价、检测成本、装配成本、市场售价、调换损失和拆解费用的单位均为元/件。

基于抽样检测和多工序流程的企业生产最优决策模型

摘要

本文主要研究企业生产决策,循序渐进给出检测方案、单工序流程决策模型、多工序流程决策模型、检测具有误差的模型调整和具体方案。

对于问题一:要求检测次数尽可能小的方案,我们考虑了简单随机抽样和序贯抽样法。经过对序贯抽样仿真模拟,我们对于不同的精度要求给出了检测次数的期望。而在实践中,我们将两种方案结合,提出了检测次数最少的方法——具有上限的动态调整检验方案:随机-序贯联合抽样方法。此方案具体实施方法为:先计算简单随机抽样的理论样本值作为最多次数,再逐步检验并更新累计似然比,累计似然比超出阈值或者超出简单随机抽样的理论样本值,则结束检测。因此,当企业容许误差 E 为 5%,第 1 小问和第 2 小问的具体结果为:不大于 97 次,不大于 60 次。

对于问题二:将实际生产模式划分成连续型和离散型,抽象生产流程为多组相同的生产周期;将每个周期内的收益函数抽象为关于决策变量的函数,构建了 0-1 决策的生产优化问题。对一般情况下的模型(连续型)进行求解,可以得到 6 个情形下,对应的决策变量最优取值为: 1101、1101、1101、1101、1111、0101、1000(四个决策变量分别表示零配件 1、2、成品是否检测,以及成品中的次品是否拆解)。再通过调整参数的随机取值范围,观测决策的变化情况,验证模型的灵敏性。

对于问题三:我们将该问题简化为离散工序下的多阶段决策模型进行求解。对于半成品、成品的拆解回溯过程,提出等效成本和再利用价值的抽象概念,考虑其替代为原材料以抵扣成本的效用(拆解的实际意义是花费一定价格购买了次品率更高的上一步材料)。对于全部的 m 道工序分为三类阶段,分别构建不同的状态转移方程,通过分析决策状态空间大小,采取逆序遍历算法进行最优策略求解。问题三情形的具体最优决策方案为:零配件1、4、7 不检测,零配件2、3、5、6、8 检测,半成品1、2、3 和成品均检测和拆解。

对于问题四:我们着重考虑样本量对抽样次品率的误差影响。将直观上的猜想:抽样检测算得的结果是近似正态分布抽象为数学推论:当样本量足够大时,伯努利试验的结果分布趋于正态分布,并给出严谨证明。之后,我们通过计算抽样次品率的置信区间,对每个样本数在区间内随机抽取次品率,进而确定最优决策。通过累加决策变量,评估问题二与问题三的最优策略稳定性,得出最优决策的临界样本值。企业抽样个数超出该样本值时,基于抽样次品率的最优策略与实际结果的误差较小。问题二的临界样本值为:195、63、177、278、1497、798 个;问题三为 549 个。因此,当企业采取精度较大的抽样方案时(如 $\alpha=0.05$ 、E=0.01 时,样本量为 2435),样本量超出决策临界值,可以保证问题二和问题三的决策不会受到太大影响。结果即为问题二和问题三的决策。

关键字: 序贯概率比检验 0-1 决策 多阶段决策模型 状态转移方程

一、问题背景和分析

1.1 问题背景

当今,在快速变化的市场环境中,制造业企业正面临着前所未有的挑战,企业需要不断提高生产效率、降低成本,同时保证产品质量,才能够在这个时代获得更好的竞争力、占有更大的市场。国务院也在 2015 年 5 月发布的《中国制造 2025》战略规划中指出,要推进信息化与工业化深度融合,加快制造业转型升级,提高制造业智能化水平。

在生产过程中,从零配件采购到成品出厂需要多次决策,这些决策会对生产效率、 产品质量和产品成本造成直接影响。因此,如何在保证质量的前提下,优化生产流程, 提高效率,降低成本,成为了企业管理者必须面对的挑战。

基于以上背景,本研究聚焦于生产过程中的决策问题,特别是在零配件采购、质量检测、装配过程和成品管理等方面,需要解决以下实际问题:

- 问题一:设计一种抽样检测方案,用于决定是否接收供应商提供的零配件批次。 该方案应在保证检测效果的前提下,尽可能减少检测次数,从而降低检测成本。
 - 问题二: 针对给定的简化生产场景, 为企业制定完整的生产过程决策方案。
- 问题三:将问题扩展到稍微复杂一些的、包含多道工序和多个零配件生产场景,制定最优的生产过程决策方案,以平衡成本控制和质量保证。
- 问题四: 考虑到实际生产中各项参数(如次品率)可能存在不确定性,探讨如何在这种更复杂的情况下制定稳健的决策方案。

建立模型解决上述问题,为制造业企业提供一套系统的决策方法,在保证产品质量的同时帮助企业做好决策提高生产效率,降低成本。这不仅有助于提升单个企业的竞争力,也将为整个制造业的转型升级提供有益的参考。

1.2 问题分析

1.2.1 问题一

要求为企业设计检测次数尽可能少的抽样检测方案,因为简单随机抽样需要较多的样本量,而序贯抽样能够在某些场景下能减少试验样本量,所以我们对这两种方法分别给出了方案,并进行了考虑与对比:首先对于随机抽样检测,进行假设检验后通过计算 Z 值与临界值,来确定是否拒绝零假设,从而计算出对应的样本量。对于序贯抽样检验,我们确定边界条件和检验规则,计算似然比确定是否拒绝零假设,并且大量取值来模拟实际过程。通过比较两种方法的检测样本数来选择合适的抽样方法,并且对抽样检测进行灵敏度分析。

1.2.2 问题二

问题二需要为企业生产过程做出决策。我们先对企业生产模式进行分类,结合具体情境对具体的生产方式进行合理简化,进而将具体生产环节抽象为数学式,借助计算机进行求解;此后,再对参数进行调整,进行敏感性分析,对模型进行验证。

1.2.3 问题三

问题三要求对于m 道工序,n 个零配件的生产过程,给出企业各个阶段所做的最优决策模型,同时针对8 个零件和2 道工序的具体情况进行求解。

成品的生产以工序为单位在生产过程中离散,可以以此分成每一个阶段。选取决策集合的利润作为指标函数,进而分析各个阶段的利润变换关系,由此构建出基于利润转移方程的多阶段决策模型。通过分析各决策变量的状态空间大小,我们采取逆序遍历算法计算得出最优策略。

1.2.4 问题四

题目说明次品率是通过抽样方法得到的,即次品率存在误差。我们希望抽样检测得到的结果是呈正态分布的,这样就可以通过对样本量的限制使得实际的次品率和测量值的误差限制在一定的范围之内,以至于对问题一和问题二的决策不会造成任何影响。

因此,我们将具体的事件抽象为数学推论,并给出严谨证明;得到近似分布后,我们可以计算出抽样次品率的置信区间,使用二分法对抽样数进行选取,通过每次对置信区间指定 N 次的随机抽样,计算得出问题二和三相关情况的决策样本临界值,由此为企业提供了判断当前次品率下最优决策的合理性和风险性。

二、模型假设

为简化问题,本文做出以下假设:

- 假设 1: 每个零件的检测结果符合相互独立的伯努利分布,且所有检测均不会出现误判:
 - 假设 2: 全部零件自生产之后便会保持一个状态,不会在流程中损毁;
 - 假设 3: 检测结果不随零件存在,即全部检测结果仅供立刻使用;
 - 假设 4: 企业生产的产品均可售出;
- 假设 5: 企业连续进行高度标准化的生产过程可以视作一轮轮分别投入若干零配件的周期,且周期之间完全一致;
 - 假设 6: 生产过程中,认为在较长的周期里各价格、次品率均保持稳定。

三、符号说明

表 1 符号说明

| 符号 | 说明 |
|------------------|------------------|
| \overline{p} | 次品率 |
| p_e | 标称次品率 |
| n | 样品个数 |
| E | 允许误差 |
| Λ | 似然比 |
| A, B | 阈值 |
| α | 第一类错误概率,即显著性水平 |
| eta | 第二类错误概率 |
| p_1, p_2, p_3' | 零配件1、零配件2、成品的次品率 |
| p_3 | 拼装成品导致次品的概率 |
| x_1 | 是否对零配件 1 检测 |
| x_2 | 是否对零配件 2 检测 |
| x_3 | 是否对成品检测 |
| x_4 | 是否调整策略 |
| c_1, c_2, c_3 | 零配件 1、2 和成品的检测成本 |
| c_4 | 装配成本 |
| c_5 | 调换成本 |
| D | 拆解费用 |
| w_1, w_2 | 零配件 1、2 的购买单价 |
| w_3 | 成品的市场售价 |

四、问题一的求解

简单随机抽样易于实施、适用场景多,但由于需要较多的样本量才能够得到;而**序 贯抽样**方法在某些场景下能大幅度地减少平均试验样本量与平均试验时间 [1]。

本部分我们采取上述两种方法进行计算、比较,最终给出更节约的检验方法。为了给出一般性的结论,本部分中标称值记为 p_e 。

此外,因为我们只需要拒绝过高的次品率,所以选择单侧检验。

零假设 首先,根据原题给出零假设和备择假设。

- **零假设** (H_0) : 供应商提供的零配件次品率 $p < p_e$, 即次品率不超过标称值。
- **备择假设** (H_1) : 供应商提供的零配件次品率 $p > p_e$, 即次品率超过标称值。

4.1 方案一: 简单随机抽样检验

4.1.1 检验方法

1. 进行单比例检验

在检验后,使用单比例检验的方法进行假设检验:

$$Z = \frac{p - p_e}{\sqrt{\frac{p_e(1 - p_e)}{n}}}\tag{1}$$

其中,p是我们选择的样品中的次品率, p_e 是标称值,n是样品的个数,Z是标准正态分布的检验统计量。

2. 确定显著性水平和拒绝域

对于 95%、90% 的置信水平, 即要求 5%、10% 的显著性水平, 查表得到:

$$Z_{0.05} = 1.645$$

 $Z_{0.10} = 1.28$

如果计算出的 Z 值大于临界值,那么拒绝零假设、接受备择假设,认为次品率超过标称值;否则,不拒绝零假设,认为次品率不超过标称值。

4.1.2 计算检测次数

对于给定的显著性水平(α)、允许误差(E)和标称次品率(p_e),我们对 (1) 进行变形,得到对最少检测次数估计值:

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha} \cdot \sqrt{p_e \left(1 - p_e\right)}}{E}\right)^2 \tag{2}$$

4.2 方案二: 序贯抽样检验

4.2.1 序贯概率比检验模型

求似然函数

似然函数是用于描述在给定数据的条件下参数可能的值[2]。

在这个问题中,我们认为每次检验的结果为伯努利的独立同分布,而参数概率 p 是

未知的,似然函数是观测到的样本数据对参数p的函数:

$$L(p) = p(x_1, x_2, x_3 \cdots x_n \mid p)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} p(x_i \mid p)$$

$$= {n \choose d} p^d (1-p)^{n-d}$$
(3)

计算似然比

为了进行检验,我们设一个大于标称值的概率 \hat{p} ,即 $\hat{p} > p_e$ 。对备择假设作出修改: 备择假设(H_1):供应商提供的零配件次品率 $p = \hat{p} > p_e$,即次品率超过标称值。

每次从总体中随机抽取某一个样本,通过检验其是否为次品来更新当前的累计似然概率比 $L_t(p)$ 。

若是检验的第t个样本 x_t 为合格品,依据条件概率公式,可以得到当前似然比为

$$\frac{P(\hat{p}|x_1)}{P(p_e|x_1)} = \frac{P(\hat{p}, x_1)}{P(p_e, x_1)} = \frac{1 - \hat{p}}{1 - p_e} \tag{4}$$

进而将累计似然比更新为

$$L_t(p) = L_{t-1}(p) \cdot \frac{1 - \hat{p}}{1 - p_c} \tag{5}$$

若抽出的 x_t 检测为次品,则同理,将累计似然比更新为

$$L_t(p) = L_{t-1}(p) \cdot \frac{\hat{p}}{p_e} \tag{6}$$

从而,如果进行了n次抽样,其中有d个次品,根据(3),两式做商,算出累计似然比

$$\Lambda = \frac{L(\hat{p})}{L(p_e)} = \frac{\hat{p}^d (1 - \hat{p})^{n-d}}{p_e^d (1 - p_e)^{n-d}}$$
(7)

我们将通过似然比 Λ 确定是否接受或拒绝零假设,进而做出统计推断。

确定边界条件

定义边界 A, B,

• α : 错误拒绝 H_0 (误判为不合格)的概率,也叫第一类错误概率

$$\alpha = P($$
拒绝 $H_0 \mid H_0$ 为真)

• β : 错误接受 H_0 的概率 (误判为合格), 也叫第二类错误概率

$$\beta = P($$
接受 $H_0 \mid H_1$ 为真)

这意味着似然比 $\Lambda \geq A$ 时犯了第一类错误。因此, α 表示在 H_0 为真时,似然比超过 A 的概率,即

$$P(\Lambda \ge A \mid H_0) \le \alpha \tag{8}$$

同理,对于 β 有:

$$P(\Lambda \le B \mid H_1) \le \beta \tag{9}$$

然后,根据 Wald 的对序贯抽样边界条件的研究 [3],我们可以得到近似的

$$\log(A) \approx \log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)$$

$$\log(B) \approx \log\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right)$$
(10)

即边界取值近似为:

$$A = \frac{1 - \beta}{\alpha} \tag{11}$$

$$B = \frac{\beta}{1 - \alpha} \tag{12}$$

有了具体的边界取值,我们便可以确定检验规则为

$$\begin{cases} \Lambda \geq A, & \text{拒绝原假设} \\ \Lambda \leq B, & \text{接受原假设} \\ B < \Lambda < A, & \text{继续下一次检验} \end{cases} \tag{13}$$

4.2.2 检验次数模拟

由于序贯概率比检验是一种动态检验方法,并不具有具体的检验次数,因此我们通过大量随机模拟,对每次检验所需的次数取平均值,具体的代码见附录,运行结果在 **4.3.1** 方法选择部分。

4.3 灵敏性分析和方法选择

方案一

我们推导了样本量的估测方程

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha} \cdot \sqrt{p_e \left(1 - p_e\right)}}{E}\right)^2 \tag{14}$$

据此计算了两个重要的置信水平下三个允许误差下的检测次数,列举结果如表1所示:

表 2 随机抽样:不同置信水平和允许误差下的检测次数

| E α | 0.05 | 0.02 | 0.01 |
|--------------|--------|--------|--------|
| 0.05 | 97.417 | 608.85 | 2435.4 |
| 0.10 | 58.982 | 368.64 | 1474.6 |

从表中数据和函数可以看出,检验次数会随着允许误差的缩小和信度的提高而增加,尤其是对于允许误差 E 的提高,增幅尤其大;并且增幅是随着其缩小而进一步增长的。

所以,该方法在较低标准的情况下(尤其是对于允许误差 E 较大的情况下)具有极好的鲁棒性,所需要的样本数也稳定的很少。

方案二

该方法是一种稳定性不强的动态决策,我们用附录中的代码进行了大量的仿真模拟。为了直观获得取样方法所需要的检验次数的概率,这里取 $\alpha=0.05,\beta=0.1,p_1=0.15$,一万次模拟得到的结果如图 1所示,横坐标是单次抽样的样本数,纵坐标是每个抽样的样本数的频数。

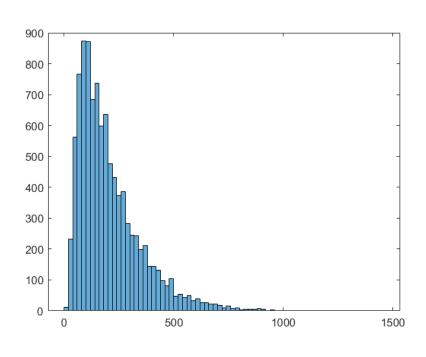


图 1 频数直方图

从图中可以看出,抽样的样本数浮动幅度较大。下面分别在 $p_1 = 0.15$ 、 $p_1 = 0.05$ 的大偏差情况和 $p_1 = 0.12$ 、 $p_1 = 0.08$ 的小偏差情况,对参数进行调节,输出各组取值下的检验次数的平均值。

表 **3** $p_1 = 0.15$ 时不同参数下的模拟检 表 **4** $p_1 = 0.05$ 时不同参数下的模拟检 测次数

| β | 0.05 | 0.1 | 0.15 |
|------|---------|---------|---------|
| 0.05 | 232.291 | 204.107 | 187.213 |
| 0.1 | 174.126 | 154.016 | 139.408 |
| 0.15 | 142.328 | 125.616 | 109.755 |

测次数

| β | 0.05 | 0.1 | 0.15 |
|------|---------|---------|---------|
| 0.05 | 164.114 | 149.583 | 135.673 |
| 0.1 | 124.663 | 110.110 | 98.855 |
| 0.15 | 100.197 | 88.511 | 79.004 |

表 **5** $p_1 = 0.12$ 时不同参数下的模拟检 表 **6** $p_1 = 0.08$ 时不同参数下的模拟检 测次数

| β | 0.05 | 0.1 | 0.15 |
|------|----------|----------|----------|
| 0.05 | 1311.607 | 1157.006 | 1031.678 |
| 0.1 | 974.439 | 864.029 | 753.771 |
| 0.15 | 796.568 | 683.907 | 600.310 |

测次数

| α β | 0.05 | 0.1 | 0.15 |
|------------------|----------|----------|---------|
| 0.05 | 1142.619 | 1022.894 | 915.838 |
| 0.1 | 857.552 | 753.243 | 666.124 |
| 0.15 | 695.595 | 603.768 | 526.094 |

从表中可以看到,该方法对于各参数的变化趋势是较平稳的,且其平均值和具体分布情 况随各参数的调整均有显著变化。因此认为在统计层面具有较好的灵敏性,但在数量不 够大的实践中难以对各参数的改变做出有效的调整。

这也恰恰说明该方法在精确测量中具有方案一不可比拟的优势。通过上表的对比, 我们还发现该方法在实际值与标称值相差小的情况下需要的测量次数远多于相差大的 情况, 因此对于这种情况需要尽量避免选择方案二。

4.4 方案分析

方案一:根据(15)和实际需求计算出样本量,然后随机抽取 n 件样本。

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha} \cdot \sqrt{p_e \left(1 - p_e\right)}}{E}\right)^2 \tag{15}$$

方案二:根据(7)计算出累计似然比,然后依据下式做出做出决策:

$$\begin{cases} \Lambda \geq A, & \text{拒绝原假设} \\ \Lambda \leq B, & \text{接受原假设} \\ B < \Lambda < A, & \text{继续下一次检验} \end{cases} \tag{16}$$

通过上节两种方法的检测次数比较,我们认为在可以**容许较大误差**或者**实际值与标称值 很相近时**采取**方案一:简单随机抽样检验**,在进行较精确检验时或**实际概率较标称值差 距较大**时取**方案二:序贯抽样检验**。

而当实际情况在上述判断中难以选择时,我们建议用实际的要求,在实践中动态调整检验。因此,我们提出方案:**随机-序贯联合抽样方法**。

4.5 随机-序贯联合抽样方法

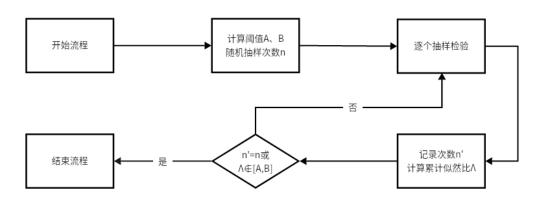


图 2 随机-序贯联合抽样方法

五、问题二的模型的建立和求解

企业生产模式一般可以分为两种:第一种是连续进行高度标准化的持续生产(如石油、化工、电力),这种生产模式特点是设备长时间持续运作,生产过程是连续的,原料不断被输入,产品也不断被输出,称为连续型生产;第二种是每次进货后进行生产,然后全部生产完之后停止直至下一次进货,应用于产品种类多、批次生产的行业(如汽车、电子产品、机械制造),每一批次相对独立,生产后可能有停顿,称为离散型生产。

5.1 模型简化

该部分旨在结合实际情景为这个问题进行一定的简化。

- 企业生产过程可以视作一轮轮分别投入若干零配件的周期,且**周期之间完全一致**;再将周期中的零件生产成产品视作该零件第一轮结束;
- 每一环节所有同类零件、产品的决策均是一样的,因为对于他们的最优策略一直保持一致;
- 投入市场的次品会全部被拿去更换其他已经在市场上的成品:
- 因为企业生产过程可以视作一轮轮分别投入若干零配件的周期,且周期之间连续而完全一致:装配时剩余的某种零件会留在仓库,在下一个生产周期时减少相应数目零件的购买,需要调换的成品需求量通过后续生产补足,第二轮、第三轮乃至更多

轮均是随后面的生产周期进行;同样地,上一生产周期遗留的零件会作为这一轮的原材料,之前生产周期产品出售后需要调换的产品在当前生产周期具有需求,前面生产周期的后续几轮生产也有部分会在当前生产周期进行;这三组分别是完全一样的。因此,可以认为每一轮把两种零配件均补充到 N_1 ,所有投入市场的残次品均会更换为当期的成品,即只有成品中的非次品能够成功交易,当期的后续几轮生产也都在当前生产周期进行。

- (对于**连续型生产**)由于生产周期连续,第一轮生产后,下一周期的第一轮生产紧接着开始,所以对于每个决策变量具有唯一的取值,即**每轮具有相同的决策变量**。
- (对于**离散型生产**)由于生产周期离散,第一轮生产后,下一周期的生产不立即开始, 所以**每轮的决策变量可以有不同的取值**。

5.2 模型建立

5.2.1 第一轮

每个生产过程从把两种零配件均补充到 N_1 开始:

决策过程

检测过程设置变量 x_1 , x_2 , x_3 如下:

$$x_1 = \begin{cases} 0 & \text{, } \$ \text{ end } 1 \text{ ...} \text{ with } 1 \end{cases}$$

$$1 & \text{, } \$ \text{ end } 1 \text{ ith } 1 \text{ ith } 2 \text{ ith }$$

$$x_3 = \begin{cases} 0 & \text{, 成品不进行检测} \\ 1 & \text{, 成品进行检测} \end{cases}$$
 (19)

拆解过程设置变量 y_i 如下:

$$y_i = \begin{cases} 0 & , \ \hat{\mathbf{x}} i \, \hat{\mathbf{x}} \, \hat{\mathbf{x$$

这里需要注意,如果第 *i* 轮不拆解次品产品,那么这一个周期内便不存在第 (*i* + 1) 轮。此外,对于连续型生产,我们不会对每轮决策变量进行重新确定;而对于离散型生产,我们需要对每轮的决策变量进行重新的确定。这也是两类情况唯一的不同。

装配前成本 是采购成本和对两个零配件检测的成本之和,

$$C_1 = w_1 N_1 + w_2 N_2 + a_1 x_1 N_1 + c_2 x_2 N_2$$
(21)

成品数 是到装配步骤时,两种配件中少的那个的个数,即减去筛选为次品的个数更多的配件个数:

$$N_1' = N_1 - \max\{p_1 x_1 N_1, p_2 x_2 N_1\}$$
(22)

投入市场前成本 是装配成本和对成品的检测成本之和:

$$C_2 = c_4 \cdot N_1' + x_3 \cdot c_3 \cdot N_1' \tag{23}$$

成品的实际次品率 需要根据决策变量分别进行具体的计算,具体如下:

$$1 - (1 - p_3) \cdot [(1 - x_1) \cdot (1 - p_1) + x_1 \cdot 1][(1 - x_2)(1 - p_2) + x_2 \cdot 1]$$
 (24)

第一轮实际投入市场的产品量 是成品中非次品的数量:

$$x_1 = N_1' - P_3 \cdot N_1' \tag{25}$$

调换成本 是不对成品进行检测时,全部次品进行调换的成本:

$$T = C_5 \cdot P_3' \cdot N_1' \tag{26}$$

决策变量 x4 的确定

在我们的划分下,无论是否对成品进行检测,次品均不能够真正意义上售出(因为次品会被换为新成品)。这里只需要比较更换次品花费的期望和对成品进行检测的花费即可:

$$x_4 = \begin{cases} 1 & c_3 \leqslant p_3 \cdot c_5 \\ 0 & c_3 > p_3 \cdot c_5 \end{cases}$$
 (27)

第一轮的总利润

为所有收入减去所有成本,结合(17)至(27),可以算出:

$$W_{1} = (1 - p_{3}') w_{3} N_{1}' - N_{1} (w_{1} + w_{2} + c_{1} x_{1} + c_{2} x_{2}) - (c_{4} + x_{3} c_{3}) N_{1}' - (1 - x_{3}) p_{3}' c_{5} N_{1}' - x_{3} c_{3} \cdot N_{1}'$$

$$(28)$$

5.2.2 第二轮

假设进行第二轮(第三轮乃至更多轮均有相同的做法),即 $y_1 = 0$,拆开的零配件具有不同的次品率。这里假设零配件 1、2 的次品率分别为 p_1' 和 p_2' :

$$p_1' = \frac{p_1}{p_3'}(1 - x_1) \tag{29}$$

$$p_2' = \frac{p_2}{p_3'}(1 - x_2) \tag{30}$$

零配件 1、2 总量均为拆解的成品个数,即 $N_2 = p_3' \cdot N_1'$ 。

而对于是否有下一轮,即 y_i 的决策的确定,则依赖于假设进行下一轮,通过计算下一轮能不能盈利,来对是否拆解当前的次品进行决策。

5.3 模型求解

本模型需要求解的就是设定的各个决策变量,每个情形下是最多为三个嵌套循环、总个数不多于为 2^{10} 种情况,时间复杂度是极小,因此我们采取遍历算法寻找最优决策,设 N=10000,得到各决策变量的结果如下:

| 情况 | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | 平均利润 |
|----|-------|-------|-------|-------|---------|
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 15.7820 |
| 2 | 1 | 1 | 0 | 1 | 8.4468 |
| 3 | 1 | 1 | 0 | 1 | 13.3820 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 9.2516 |
| 5 | 0 | 1 | 0 | 1 | 9.1395 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 19.2492 |

表 7 连续型生产的决策变量和利润

5.4 灵敏性分析

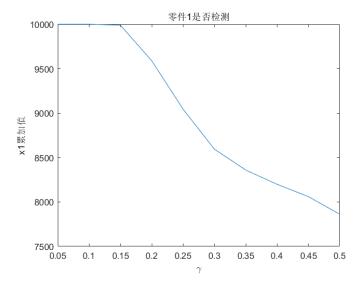
考虑到各参数之间独立变化,为了分析模型对于各参数不同程度改变的灵敏性,这 里我们设置不同的变化比例 γ ,各参数分别在其变化比例中取随机数作为参数的值,分 别运行上述模型。对于每个变化比例,我们模拟一万次,并将相同决策变量的取值累加 起来,用来反映模型对于参数改变的灵敏性。这里我们以情况 6、两个决策变量的结果 作为说明。

从图中可以看出, γ 从取值 0.2 开始,便对不同参数取值组合的模型决策造成了较为明显的影响,这表明模型对参数波动的具有较好的灵敏性。

表 8 离散型生产的决策变量和利润

| 情况 | 第一轮 | | | 第二轮 | | | 第三轮 | | | | |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---------|
| | x_1 | x_2 | x_3 | y_1 | x_1 | x_2 | x_3 | y_2 | x_1 | x_2 | 利润 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 16.2775 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 9.4145 |
| 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 13.8775 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 9.6387 |
| 5 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 10.4564 |
| 6 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 19.2492 |

1200



零件2是否检测

(a) x_1 累加值随参数取值范围的变化

(b) x2 累加值随参数取值范围的变化

图 3 灵敏度分析

六、问题三的模型的建立和求解

6.1 模型建立

假设在生产过程中涉及多道工序和多个零配件。我们在这里重新定义以下变量和公式:

决策变量

我们设置决策变量 x_i 表示零配件 i 是否检测、 y_{it} 表示 t 工序半成品 i 是否检测、 z_{it} 表示 t 工序半成品 i 是否拆解、A、B 分别表示成品是否检测和拆解。

等效成本

对于每个零配件而言,仅有合格品具有价值、次品不具有价值、且此价值不会发生 衰减或增加,而能在生产过程中得到保留,因此可以看作价格实际是用以购买合格品的 部分;对于拆解后的零配件,同样具有一个等效价格 w',由上述定义可以得到如下等式:

$$\frac{w}{1-p} = \frac{w'}{1-p'} \tag{31}$$

其中,w 为零配件的购买价格,p 为零配件的初始次品率,p' 是更新后的零配件次品率,w' 为更新次品率后的新的零配件等效价格,于是得到其计算公式:

$$w' = \frac{w(1 - p')}{1 - p} \tag{32}$$

而在半成品 i_1, i_2, \ldots, i_m 合成半成品 j 的 t 工序中,我们还需要计算半成品 i_1, \ldots, i_m 的合格品等效价格。上述等效价格实际上就是对价值的衡量,于是可以进行推广:我们 这里假设原先 t 工序和成本为 G_{it} (后文会给出计算公式),原先次品率为 p_{it} ,更新后的 次品率为 p_{it} ,则合格品等效成本为:

$$G'_{it} = \frac{G_{it}(1 - p'_{it})}{1 - p_{it}} \tag{33}$$

工序中的成本计算

对于工序 t,我们需要保证对于状态转移的不同阶段,状态间的差异几乎很小,因而,零件具有购买单价,半成品同样需要计算其成本,来匹配这一状态差异:

$$G_{it} = \sum_{j \in \mathbb{A}_{it}} \left(G_{j(t-1)} + c_{j(t-1)} \cdot y_{j(t-1)} \right) + d_{it}$$
(34)

 $c_{j(t-1)}$ 为 t-1 个工序中半成品 j 的检测成本, d_{it} 为 t 个工序中半成品 i 的装配成本,其中,当 t=1 时,第一道工序中的半成品成本具有特殊性,由组成其的零配件购买价格计算的得来,公式为:

$$G_{i1} = \sum_{j \in \mathbb{A}_{i1}} (w_j + c_j \cdot x_j) + d_{i1}$$
(35)

其中, \mathbb{A}_{it} ={工序t中半成品i拆出的半成品或零件}, w_J 为购买单价, c_j 为零件 j 的检测成本。

再利用价值

对于拆解出来的零配件或半成品,为了简化模型过程,我们不再像第二问那样,拆解之后重新进行第二轮的生产,而是计算其拆解完后的再利用价值。我们考虑,拆解得

到的零配件或半成品,相当于省去了生产此部分的成本,设第 t 工序中半成品 i 的再利用价值为 R_{it} ,因而,可以得到计算公式为:

$$R_{it} = \sum_{j \in \mathbb{A}_{it}} G'_{j(t-1)} \tag{36}$$

其中, $G'_{j(t-1)}$ 为 t-1 工序装配零件 j 的等效成本。对于零配件的再利用价值计算,方式为:

$$R_{i1} = \sum_{j \in \mathbb{A}_{i1}} w_j' \tag{37}$$

 w'_{i} 同样为零配件 j 的等效成本。

更新总成品率

我们根据组成配件/半成品的次品率和合格品合成次品率,进行总次品率的计算:

$$p'_{it} = 1 - (1 - p_{it}) \prod_{i \in \mathbb{A}_{:t}} \left((1 - y_{i(t-1)}) \cdot (1 - p_{i(t-1)}) + y_{i(t+1)} \cdot 1 \right)$$
(38)

状态转移

下面使用利润转移方程进行模型构建,对相关概念进行具体定义:

- **阶段**: 我们对整个生产过程进行阶段划分,阶段变量取值为 $1, \ldots, (m+1)$,每一个阶段都包含着着零配件、半成品或成品的决策和状态:
- 状态: 每个阶段开始时, 各个生产物品的自然状态;
- 决策: 各个决策变量的赋值即为当前状态下的决策,如: $x_i = 1$ 表示零配件 i 选择检测的决策;
- **策略**: 决策组成的序列,如从工序 t 转换成工序 t+1 的策略为 $\{y_{1t}, y_{2t}, \ldots, y_{n_t t}, z_{1t}, z_{2t}, \ldots, z_{n_t t}\};$
- **指标函数**: 定义为 $V(\pi_k)$,表示从状态 k 出发,采取策略 π_k ,一直到最后状态所获得的利润;
- 利润转移方程: 这里我们直接使用指标函数进行了相关转移方程的构建。
 - 1. 阶段 1: 零配件合成第1工序的半成品:

此时的利润转移相当于只有检测成本和购买成本,因此,方程可以列为:

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n, y_{11}, y_{21}, \dots, y_{n_m m}, z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n_m m}, A, B)$$

$$= V(y_{11}, y_{21}, \dots, y_{n_m m}, z_{11}, z_{21}, \dots, z_{n_m m}, A, B) - \sum_{i=1}^{n} (x_i \cdot c_i + w_i)$$
(39)

2. 阶段 t+1: t-1 工序半成品合成 t 工序半成品:

此时的成本需要计算的有: 半成品的检测成本、拆解成本和装配成本。利润转移

方程变为:

$$V(y_{1(t-1)}, \dots, y_{n_{t-1}(t-1)}, \dots, y_{n_m m}, z_{1(t-1)}, \dots, z_{n_{t-1}(t-1)}, \dots, z_{n_m m}, A, B)$$

$$= V(y_{1t}, \dots, y_{n_m m}, z_{1t}, \dots, z_{n_m m}, A, B)$$

$$- \sum_{i=1}^{n_{t-1}} [y_{j(t-1)}c_{j(t-1)} - y_{j(t-1)} \cdot z_{j(t-1)} \cdot p'_{j(t-1)} \cdot (e_{j(t-1)} - R_{j(t-1)}) - d_{j(t-1)})$$

$$(40)$$

其中, e_{it} 表示工序 t 中半成品 j 的拆解成本。

- 3. 阶段 m+1: m-1 工序半成品合成 m 工序成品:
 - (a) 当选择成本不检测和不拆解:

$$V(A = 0, B = 0) = -p'_f \cdot c_t + (1 - p'_f) \cdot M - d_f \tag{41}$$

其中, M 为市场售价。

(b) 当选择成本检测和不拆解:

$$V(A = 1, B = 0) = (1 - p_f')M - d_f - c_f$$
(42)

(c) 当选择成本不检测和拆解:

$$V(A = 1, B = 0) = (1 - p'_{f})M - p'_{f}c_{t} - d_{f}$$
(43)

(d) 当选择成本检测和拆解:

$$V(A = 1, B = 1) = (1 - p_f')M - c_f - P_f'(e_f - R_{nm}) - d_f$$
 (44)

由此,我们成功建立了多决策多阶段的生产模型。企业可以根据具体的参数信息进行针对性的最佳决策分析。

6.2 模型求解

状态空间分析

对于问题三给出的具体信息表格,根据上述建立的模型,需要求解的参数其实就是设定的各个决策变量。总个数为 2⁸⁺³⁺³⁺² = 65536 种情况。其所需的时间复杂度是一台计算机可以接收的。因而,我们采取遍历算法进行最优决策找寻。

结果分析

经过 matlab 代码编写,得到了使得单个产品的总利润最大的最优决策集合,结果如下表:

表9 问题三求解的结果

| 工序一 | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 工序二 | | y_1 | | | y_2 | | | y_3 |
| | | 1 | | | 1 | | | 1 |
| | | z_2 | | | z_2 | | | z_3 |
| | | 1 | | | 1 | | | 1 |
| 成品 | | | | | A | | | |
| | | | | | 1 | | | |
| | | | | | B | | | |
| | | | | | 1 | | | |

在此决策下,单个成品的利润最大,为70.1496。

七、问题四的求解

根据题目要求,所使用的次品率均是通过抽样检测方法得到的。我们不妨假设采取 的是随机抽样方法,下面将从随机抽样的结果的分布入手开始考虑。

7.1 抽样检测结果的分析

直观上,很容易感觉到抽样检测算得的结果的期望是实际概率 p_1 ,是近似正态分布的,如果能够有此依据,对于解决问题四便不再有困难。

进一步考虑这个命题,抽样检测时可以认为每次抽取一个样本的过程都是相互独立且相同的伯努利试验。因此命题等价于:

引理1 当样本量足够大时, 伯努利试验的结果分布趋于正态分布。

证明1 对于样本数为n 的抽样分布,即抽样的过程是进行n 次独立的伯努利试验,每次试验的成功概率为p。

定义抽样检验中次品个数为 $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$, 其中每个 X_i 是独立同分布的伯努利随机变量,表示第 i 次试验的结果:

$$X_i = \begin{cases} 1, & \vec{\Lambda} \mathcal{B} \\ 0, & \xi \mathcal{M} \end{cases} \tag{45}$$

总的成功次数 X 服从二项分布:

$$X \sim \mathbb{B}(n, p) \tag{46}$$

接下来, 我们感兴趣的是成功比例(测量值) \hat{p} :

$$\hat{p} = \frac{X}{n} \tag{47}$$

我们想要证明: 当n足够大时,成功比例 \hat{p} 近似服从正态分布。

考虑到德莫弗-拉普拉斯中心极限定理: 当n足够大时,对n次独立的伯努利试验中,成功次数X可以近似地用正态分布来描述。

根据德莫弗-拉普拉斯中心极限定理,当样本量 n 足够大时,二项分布可以近似为正态分布。具体地,对于 $X \sim \mathbb{B}(n,p)$,当 $n \to \infty$ 时:

$$\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{48}$$

即 X 的标准化变量收敛于标准正态分布。由于 $\hat{p} = \frac{X}{n}$,我们可以将上述标准化表达式改写为关于 \hat{p} 的形式:

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1) \tag{49}$$

因此, \hat{p} 近似服从以下正态分布:

$$\hat{p} \sim \mathcal{N}\left(p, \frac{p(1-p)}{n}\right)$$
 (50)

即当样本量 n 足够大时,测量值 \hat{p} 的分布近似为以 p 为均值、 $\frac{p(1-p)}{n}$ 为方差的正态分布。

7.2 样本量的决策临界值

我们着重考虑样本量对抽样得出的次品率的影响。这里我们认为测量的概率和实际 概率的差距较小,因而计算出的方差受误差影响极小,我们采用样本的方差去近似实际 的次品率方差。

这样,对于置信度为 $1-\theta$ 的双侧检验情况,对应的置信区间的近似计算公式为:

$$[p_0 - \mathcal{Z}_{\frac{\theta}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, \quad p_0 + \mathcal{Z}_{\frac{\theta}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}]$$
 (51)

其中, p_0 为抽样检测算出的次品率; $\mathcal{Z}_{\frac{\theta}{2}}$ 为右侧概率为 $\frac{\theta}{2}$ 时,标准正态分布对应的临界值。

可以看出,随着样本量n的减少,在相同置信水平下,近似置信区间的长度会相应增大。企业通过抽样得出的次品率是在该区间内估计的,其真实值落在该区间的概率为 $1-\theta$ 。因此,随着区间长度的增加,抽样计算出的次品率与真实次品率之间的误差也会扩大。这意味着,当样本量减少时,企业更有可能因估计偏差而做出非最优决策,或者说,偏离最优决策的风险增加。

因此,存在一个临界抽样样本量 n_0 ,它决定了当前抽样次品率下最优决策的临界变化。当样本量大于 n_0 时,抽样得到的次品率在置信度为 $1-\theta$ 的区间内进行决策,所选择的最优决策具有一致性,即无论次品率的具体取值如何,得到的最优决策在该区间内不会改变。这意味着企业有 $1-\theta$ 的把握认为当前计算出的最优决策就是正确的。然而,当样本量小于 n_0 时,随着抽样次品率的变化,最优决策可能会有所不同。这表明,在此情况下,样本量的减少对模型的正确解影响显著,可能导致决策的偏差增大。

考虑到存在置信区间下界为负的情况,对置信区间进行修正:

$$[\max\{0, \quad p_0 - \mathcal{Z}_{\frac{\theta}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}\}, \qquad p_0 + \mathcal{Z}_{\frac{\theta}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}]$$
 (52)

我们可以采用二分法来确定样本量的临界值。抽取某一个抽样样本数 n_t ,从修正后的置信区间中随机抽取 N 个不同的抽样次品率,并计算每一个次品率下的最优策略,随后,累加对应的决策变量,与 N 和 0 比较,如果累加的决策变量与 N 或 0 的相对距离占比小于 10%,则可以认为在当前样本量 n 下,最优决策是稳定的;否则,决策可能是不稳定的。如果当前样本量下的最优决策集合被认为是稳定的,我们将继续使用二分法调整样本量,选择新的样本量 n_{t+1} 。

$$\begin{cases} & 稳定, \quad \min\{|N_{\text{決策变量}} - N|, \quad |N_{\text{決策变量}} - 0|\} \le 0.1N \\ & \text{ 本稳定}, \end{cases}$$
 其它

7.3 模型求解

对于问题二模型的重新求解,我们对每种情况,使用上述方法进行决策临界值的计算,随机的抽取次数 N 设定为 10000 次,置信度设定为 95%。下表给出了问题二 6 种情况的具体临界值:

| 情况 | n_0 | x_1 累加值 | x_2 累加值 | x_3 累加值 | x_4 累加值 |
|----|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 1 | 195 | 10000 | 8326 | 0 | 10000 |
| 2 | 63 | 10000 | 8848 | 0 | 10000 |
| 3 | 177 | 10000 | 6269 | 0 | 9546 |
| 4 | 278 | 10000 | 10000 | 7754 | 10000 |
| 5 | 1497 | 5603 | 10000 | 0 | 9951 |
| 6 | 798 | 8412 | 0 | 0 | 0 |

表 10 问题二的各情况临界决策值

对结果进行分析,可以得出每种情况下,决策的临界值 n_0 。以情况 1 为例子,企业如果抽样的样本数大于 195 个,可以认为采用抽样次品率,计算得来的最优策略有 95%

的把握度是正确的,成功对相关误差风险进行了量化,便于后续企业制定和调整生产策 略。

问题三也是同理,所得结果为:

表 11 决策变量与累加值

| 决策变量 | x_1 | x_2 | x_3 | x_4 | x_5 | x_6 | x_7 | x_8 |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-------|-------|
| 累加值 | 0 | 81 | 81 | 0 | 81 | 81 | 0 | 79 |
| 决策变量 | y_{11} | y_{21} | y_{31} | z_{11} | z_{21} | z_{31} | A | В |
| 累加值 | 100 | 100 | 100 | 81 | 81 | 79 | 81 | 100 |

八、模型的评价

8.1 模型的优点

- 问题一考虑多种检测方法,对具体样本量数据进行比较,方案设计更有说服力;
- 问题二中考虑两种情况,并对问题二和问题三的模型进行合理的简化,提出了等价价格等多种概念和方法,极大程度上简化了建模和运算的难度;
- 问题四中将具体情景抽象化,从纯理论的角度证明实际猜想,为处理复杂的实际问题提供了数学理论依据。

8.2 模型的缺点

- 提出检验方法的选择过于复杂,对于计算量的要求较高;
- 使用遍历方法求解模型,具有较大的时间消耗和算力需求,同时也限制了模型对更多情况的适应性。

参考文献

- [1] 李凤霞, 王蓉晖, 王大鹏, 等. 航空企业质量检验控制系统的研究与开发 [J]. 中国管理科学, 2002, (01): 58-62. DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2002.01.013.
- [2] Fisher R A. On the mathematical foundations of theoretical statistics[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, 1922, 222(594-604): 309-368.
- [3] Wald A. Sequential tests of statistical hypotheses[M]//Breakthroughs in Statistics: Foundations and Basic Theory. New York, NY: Springer New York, 1992: 256-298.

附录 A 文件列表

| 文件名 | 功能描述 |
|------|-------------|
| c1.m | 问题一程序代码 |
| c2.m | 问题二程序代码 |
| c3.m | 问题三程序代码 |
| c4.m | 问题四程序代码 (1) |
| c5.m | 问题四程序代码 (2) |

附录 B 代码

c1.m

```
clc;clear;
2
  p0 = 0.10; % 标称次品率
  p1 = 0.05; % 对立假设次品率
3
  alpha = 0.1; % 第一类错误概率
4
   beta = 0.15; % 第二类错误概率
   num=0;
6
   data=0;
   shu=[0.05,0.10,0.15];
8
9
   for i=1:3
       for j=1:3
10
11
           alpha=shu(i);
12
           beta=shu(j);
           A = (1 - beta) / alpha;
13
           B = beta / (1 - alpha);
14
           for s=1:10000
15
               [num]=spr_test(p0, p1, A, B)
16
               disp(num);
17
18
               data(1,s)=num;
19
           mean1(i,j)=mean(data,2)
20
21
       end
22
   end
23
```

```
24
25
   function [num]=spr_test(p0, p1, A, B)
26
       Lambda = 1;
27
       n = 0;
28
       while true
            if randi(100,1)<=p1*100</pre>
29
30
                sample=1;
31
            else
32
                sample=0;
33
            end
            if sample == 1
34
35
                Lambda = Lambda * (p1 / p0);
36
            else
                Lambda = Lambda * ((1 - p1) / (1 - p0));
37
38
            end
39
           n = n + 1;
40
            if Lambda > A
                disp(['样本数:', num2str(n),', 似然比:',
41
      num2str(Lambda), ', 拒绝H0']);
42
                num=n;
43
                break;
44
            elseif Lambda < B
45
                disp(['样本数: ', num2str(n), ', 似然比: ',
      num2str(Lambda), ', 接收H0']);
46
                num=n;
47
                break;
            end
48
49
       end
50
   end
```

```
1 clc;clear;
2 %% 定义常量
3 chang=[0.1,0.1,0.1,2,3,3,6,5;
4 0.2,0.2,0.2,2,3,3,6,5;
```

c2.m

```
5
       0.1,0.1,0.1,2,3,3,30,5;
6
       0.2,0.2,0.2,1,1,2,30,5;
7
       0.1,0.2,0.1,8,1,2,10,5;
       0.05,0.05,0.05,2,3,3,10,40
8
9
       1
10
   hang=1;
11
   p1=chang(hang,1);%次品率
12
   p2=chang(hang,2);
   p3=chang(hang,3);%成品装配次品率
13
14
   c1=chang(hang,4);%配件1检测成本
   c2=chang(hang,5);%配件2检测成本
15
16
   c3=chang(hang,6);%成品检测
17
   c4=6;%装配
   c5=chang(hang,7);%调换
18
19
   D=chang(hang,8);%拆
20
   w1=4;
21
   w2=18;
22
   w3=56;
23
   N1=10000;
24
   bi=1;
25
26
   zheng=[0,0,0
27
           0,0,1
28
           0,1,0
29
           0,1,1
30
           1,0,0
31
           1,0,1
32
           1,1,0
33
           1,1,1]
34
   juece=0;
35
   money=0;
36
  num=1;
37
   maxx=0;
38
   %% 开始循环
39
  for i=1:8
```

```
40
       x1=zheng(i,1);
41
       x2=zheng(i,2);
42
       x3=zheng(i,3);
43
44
        if x1*x2==1
45
            p33=p3;
46
            p11=0;
47
            p22=0;
        elseif x1==0&&x2==0
48
49
            p33=(p1*(1-p2)+p2*(1-p1)+p1*p2)*(1-p3)+p3;
50
            p11=(p1*(1-p2)+p1*p2)/p33;
51
            p22=(p2*(1-p1)+p1*p2)/p33;
52
        elseif x1==1&&x2==0
53
            p33=p2+(1-p2)*p3;
54
            p11=0;
55
            p22=p2/p33;
56
        elseif x1==0&&x2==1
57
            p33=p1+(1-p1)*p3;
58
            p11=p1/p33;
59
            p22=0;
60
       end
       n1=\max(0,-p1*x1*N1+p2*x2*N1*bi);
61
62
       n2=max(0,-p2*x2*N1+p1*x1*N1*bi);
63
64
       NN1=(min(N1,N1*bi)-max(p1*x1*N1,p2*x2*N1*bi));
65
       W1=(1-p33)*W3*NN1-(W1+W2*bi+c1*X1+c2*X2*bi)*N1-c4*NN1-X3*
      c3*NN1-(1-x3)*p33*c5*NN1-x3*c3*NN1+w1*n1+w2*n2;
66
       x44=1;
67
        if x44 == 1
68
            x11=zheng(i,1);
69
            x22=zheng(i,2);
70
            x33=zheng(i,3);
71
            x44=1;
            if x11*x22==1
72
73
                p333=p3;
```

```
74
75
             elseif x11==0&&x22==0
76
                 p333=(p11*(1-p22)+p22*(1-p11)+p11*p22)*(1-p3)+p3;
77
78
             elseif x11==1&&x22==0
79
                 p333=p22+(1-p22)*p3;
80
81
             elseif x11==0&&x22==1
82
                 p333=p11+(1-p11)*p3;
83
84
             end
85
86
             N2=p33*NN1;
87
             NN2 = (N2 - max(p11*x11*N2, p22*x22*N2));
88
89
             W2=(1-p333)*W3*NN2-(c1*x11+c2*x22)*N2-c4*NN2-x33*c3*
       NN2-(1-x33)*p333*c5*NN2-x33*c3*NN2-D*N2*x44;
90
             if x11*x22==1
91
92
                 p111=0;
93
                 p222=0;
94
             elseif x11==0&&x22==0
95
96
                 p111=(p11*(1-p22)+p11*p22)/p333;
97
                 p222=(p22*(1-p11)+p11*p22)/p333;
98
             elseif x11==1&&x22==0
99
100
                 p111=0;
101
                 p222=p22/p333;
102
             elseif x11==0&&x22==1
103
104
                 p111=p11/p333;
105
                 p222=0;
106
             end
107
```

```
108
             if W2<0
109
                  x444=0;
110
                  maxx=max(money);
111
112
                  money(num)=W1/NN1;
113
                  if(W1/NN1>maxx)
                      disp("亏本1")
114
115
                      disp(W1/NN1)
116
                      disp([x1 x2 x3])
117
                  end
118
                  num=num+1;
119
120
             else
121
                  x444=1;
122
             end
123
             if x444==1
124
125
                      x111=zheng(i,1);
126
                      x222=zheng(i,2);
127
                      x333=zheng(i,3);
128
                      x444=1;
129
                      if x111*x222==1
130
                          p3333=p3;
131
                      elseif x111==0&&x222==0
132
                          p3333 = (p111*(1-p222)+p222*(1-p111)+p111*
       p222)*(1-p3)+p3;
                      elseif x111==1&&x222==0
133
                          p3333=p222+(1-p222)*p3;
134
                      elseif x111==0&&x222==1
135
136
                          p3333=p111+(1-p111)*p3;
137
                      end
138
                      N3 = p333*NN2;
139
                      NN3 = (N3 - max(p111*x111*N3, p222*x222*N3));
140
141
                      W3=(1-p3333)*W3*NN3-(c1*x111+c2*x222)*N3-c4*
```

```
NN3-x333*c3*NN3-(1-x333)*p3333*c5*NN3-x333*c3*NN3-D*N3*x444;
                     if W3<0
142
143
                         maxx=max(money);
                         money(num)=(W1+W2)/(NN1+NN2);
144
145
                         if((W1+W2)/(NN1+NN2)>maxx)
                              disp("在第三个流程亏本")
146
147
                              disp(W3)
148
                              disp((W1+W2)/(NN1+NN2))
149
                              disp([x1 x2 x3 x11 x22 x33])
150
                         end
151
                         num=num+1;
152
                     else
153
                         maxx=max(money);
154
                         money(num)=(W1+W2+W3)/(NN1+NN2+NN3);
155
                         if((W1+W2+W3)/(NN1+NN2+NN3)>maxx)
156
157
                              disp("两轮")
158
                              disp(W1)
159
                              disp(W2)
160
                              disp(W3)
161
                              disp((W1+W2+W3)/(NN1+NN2+NN3))
162
                              disp([x1 x2 x3 x11 x22 x33 x111 x222
       x333])
163
164
                         end
165
                         num=num+1;
166
                     end
167
                 end
168
        end
169
    end
170
    maxxx=max(money)
171
```

```
c3.m
1 clc;clear;
```

```
2
  p = [0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1, 0.1];
  | p_geng = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]; % 更新完后的零件次品率
4
  p ban=[0.1,0.1,0.1];
5
  p_ban_geng=[0.1,0.1,0.1];
  p ban geng geng=[0.1,0.1,0.1];
6
  p cheng=0.1;
  p_cheng_geng=0.1;
8
  p_cheng_geng_geng=0;
  |c=[1,1,2,1,1,2,1,2];%零件检测成本
10
11 c ban=[4,4,4];%半成品检测成本
  cf=6;%成品检测成本
12
  |w=[2,8,12,2,8,12,8,12];%零件成本
13
14 ct=40;%调换成本
  |e=[6,6,6];%半成品拆成本
15
16 ef=10;%成品拆成本
  d=[8,8,8];%半成品装配成本
17
  df=8;%成品装配成本
18
  M=200;%市场售价
19
  |E = [0,0,0,0,0,0,0,0]; % 拆完后合格零配件等效赋值产生的新平价
20
     利润
21
  [E ban = [0, 0, 0];
  V1=0;
22
23
  V2=0;
24 V3=0;
25
  G=[0,0,0];
26 | R cheng=0;
  R=[0,0,0];
27
28
  num=1;
29
  V=[0,0,0];
  %% 遍历代码
30
  nBits = 8;
31
32
  maxDecimalValue = 2^nBits - 1;
33
  binaryNumbers = dec2bin(0:maxDecimalValue, nBits);
34 | X = binaryNumbers - '0';
35 nBits = 3;
```

```
36
         maxDecimalValue = 2^nBits - 1;
37
          binaryNumbers = dec2bin(0:maxDecimalValue, nBits);
38
         Y = binaryNumbers - '0';
39
         Z=Y;
         for i=1:256
40
41
                      for j=1:8
42
                                  for k=1:8
43
                                               for m=0:1
44
                                                           for n=0:1
45
         x = X(i,:);
46
         y=Y(j,:);
47
         z=Z(k,:);
48
         A=m;
49
         B=n;
        %% 更新模块
50
51
         p ban geng(1)=1-(1-(1-x(1))*p(1)*(1-(1-x(2))*p(2)*(1-(1-x(3))*
                   p(3))_*(1-p ban(1));
52
         p_{\text{ban\_geng}}(2)=1-(1-(1-x(4))*p(4)*(1-(1-x(5))*p(5)*(1-(1-x(6))*
                   p(6))_*(1-p ban(2));
         p_{angeng(3)=1-(1-(1-x(7))*p(7)*(1-(1-x(8))*p(8))*(1-p_ban(3))}
53
                   ));
54
         % p ban geng(2)=1-(1-p(4))*(1-p(5))*(1-p(6))*(1-p ban(2));
55
         % p ban geng(3)=1-(1-p(7))*(1-p(8))*(1-p ban(3));
         p_{eq} = 1 - (1 - (1 - y(1)) \cdot p_{eq} = 1 - (1 - y(2)) \cdot p_{eq} = 1 
56
                   p ban geng(2))_*(1-(1-y(3))_*p ban geng(3))_*(1-p cheng);
57
58
         p ban geng geng(1)=(p ban geng(1)/p cheng geng)*(1-y(1));
59
          p_ban_geng_geng_(2) = (p_ban_geng_(2)/p_cheng_geng_)*(1-y(2));
60
         p_ban_geng_geng(3) = (p_ban_geng(3)/p_cheng_geng)_*(1-y(3));
61
          p_cheng_geng_geng=1-(1-p_ban_geng_geng(1))*(1-p_ban_geng_geng
                   (2))_*(1-p_ban_geng_geng(3))_*(1-p_cheng_geng);
62
63
         p geng(1) = (p(1)/p \text{ ban geng}(1))_*(1-x(1));
64
         p_{geng}(2) = (p(2)/p_{ban_{geng}(1))*(1-x(2));
         p geng(3) = (p(3)/p \text{ ban geng}(1))_*(1-x(3));
65
```

```
66
   p geng(4) = (p(4)/p \text{ ban geng}(2))_*(1-x(4));
67
   p_{geng}(5) = (p(5)/p_{ban_{geng}(2))*(1-x(5));
68
   p_{geng}(6) = (p(6)/p_{ban_{geng}(2))*(1-x(6));
69
   p_{geng}(7) = (p(7)/p_{ban_{geng}(3)})_{*}(1-x(7));
70
   p \text{ geng}(8) = (p(8)/p \text{ ban geng}(3))_*(1-x(8));
71
72
   E(1) = ((1-p_geng(1))/(1-p(1))) * w(1);
73
   E(2) = ((1-p_geng(2))/(1-p(2))) * w(2);
74
   E(3) = ((1-p \text{ geng}(3))/(1-p(3))) * w(3);
   E(4) = ((1-p_geng(4))/(1-p(4))) * w(4);
75
76
   E(5) = ((1-p \text{ geng}(5))/(1-p(5))) * w(5);
77
   E(6) = ((1-p_geng(6))/(1-p(6))) * w(6);
78
   E(7) = ((1-p_geng(7))/(1-p(7))) * w(7);
79
   E(8) = ((1-p_geng(8))/(1-p(8))) * w(8);
80
81
   % G(1)=w(1)+w(2)+w(3)+c(1)*x(1)+c(2)*x(2)+c(3)*x(3)+d(1);
   % G(2)=w(4)+w(5)+w(6)+c(4)*x(4)+c(5)*x(5)+c(6)*x(6)+d(2);
82
83
   % G(3)=w(7)+w(8)+c(7)*x(7)+c(8)*x(8)+d(3);
84
   G(1)=E(1)+E(2)+E(3)+c(1)*x(1)+c(2)*x(2)+c(3)*x(3)+d(1);
   G(2)=E(4)+E(5)+E(6)+c(4)*x(4)+c(5)*x(5)+c(6)*x(6)+d(2);
85
86
   G(3)=E(7)+E(8)+c(7)*x(7)+c(8)*x(8)+d(3);
   G(1) = ((1-p \text{ ban geng geng}(1))/(1-p \text{ ban geng}(1)))*G(1);
87
88
   G(2) = ((1-p_ban_geng_geng(2))/(1-p_ban_geng(2)))*G(2);
89
   G(3) = ((1-p_ban_geng_geng(3))/(1-p_ban_geng(3)))*G(3);
90
   % R(1)=w(1)+w(2)+w(3)-(c(1)*x(1)+c(2)*x(2)+c(3)*x(3));
91
   % R(2)=w(4)+w(5)+w(6)-(c(4)*x(4)+c(5)*x(5)+c(6)*x(6));
92
   % R(3)=w(7)+w(8)-(c(7)*x(7)+c(8)*x(8));
93
   % R(1)=E(1)+E(2)+E(3)-(c(1)*x(1)+c(2)*x(2)+c(3)*x(3));
94
   % R(2)=E(4)+E(5)+E(6)-(c(4)*x(4)+c(5)*x(5)+c(6)*x(6));
95
   % R(3)=E(7)+E(8)-(c(7)*x(7)+c(8)*x(8));
   R(1)=E(1)+E(2)+E(3);
96
97
   R(2)=E(4)+E(5)+E(6);
98
   R(3)=E(7)+E(8);
99
   % R_{cheng}=G(1)+G(2)+G(3)-(y(1)*c_ban(1)+y(2)*c_ban(2)+y(3)*
      c ban(3));
```

```
100
    R cheng=G(1)+G(2)+G(3);
101
102
    %% 阶段3
    if A==0&&B==0
103
104
         V3=-p cheng geng*ct+(1-p cheng geng)*M-df;
105
    elseif A==1&&B==0
106
         V3=(1-p_cheng_geng)*M-df-cf;
107
    elseif A*B==1
108
          V3=(1-p cheng geng)*M-cf-p cheng geng*(ef-R cheng)-df+
       p cheng geng<sub>*</sub>((1-p) cheng geng geng)<sub>*</sub>M-cf-p cheng geng geng<sub>*</sub>(
       ef-R cheng)-df);
109
         V3=(1-p_cheng_geng)*M-cf-p_cheng_geng*(ef-R_cheng)-df;
110
           V3=(1-p_cheng_geng)*M-cf-p_cheng_geng*(ef)-df+
       p_cheng_geng*((1-p_cheng_geng_geng)*M-cf-p_cheng_geng_geng*(
       ef)-df);
111
    elseif A==0\&\&B==1
112
           V3=(1-p cheng geng)*M-p cheng geng*ct-df+p cheng geng
       *((1-p_cheng_geng_geng)*M-p_cheng_geng_geng*ct-df);
113
         V3=(1-p_cheng_geng)*M-p_cheng_geng*ct-df;
114
           V3=(1-p_cheng_geng)*M-p_cheng_geng*ct-df+p_cheng_geng
       *((1-p cheng geng geng)*M-p cheng geng geng*ct-df);
115
    end
116
    %% 阶段2
117
    D1 = y(1)_{*}c ban(1)+p ban geng(1)*y(1)_{*}z(1)_{*}(e(1)-R(1))+d(1);
118
119
    D2 = y(2)*c_ban(2)+p_ban_geng(2)*y(2)*z(2)*(e(2)-R(2))+d(2);
120
    D3 = y(3)*c_ban(3)+p_ban_geng(3)*y(3)*z(3)*(e(3)-R(3))+d(3);
121
    D11 = p_{an}geng(1)_{*}(y(1)_{*}c_{an}(1)+p_{an}geng_{eng}(1)_{*}y(1)_{*}z
       (1)_*(e(1)-R(1))+d(1));
122
    D22 = p_{geng}(2)_{*}(y(2)_{*}c_{ban}(2)+p_{ban_{geng}}geng(2)_{*}y(2)_{*}z
       (2)_*(e(2)-R(2))+d(2));
123
    D33 = p_ban_geng(3)_*(y(3)_*c_ban(3)+p_ban_geng_geng(3)_*y(3)_*z
       (3)*(e(3)-R(3))+d(3));
124
125
    V2=V3-(y(1)*c_ban(1)+y(2)*c_ban(2)+y(3)*c_ban(3))-(p_ban_geng)
```

```
(1)*y(1)*z(1)*(e(1)-R(1))+p_ban_geng(2)*y(2)*z(2)*(e(2)-R(2))
       )+p_ban_geng(3)*y(3)*z(3)*(e(3)-R(3)))-(d(1)+d(2)+d(3));
126
    % V2 = V3 - (D1+D11+D2+D22+D3+D33);
127
128
    %% 阶段1
129
    V1=V2-sum(x.*c+w);
130
    maxx=max(V(:,1));
131
    if(V1>=maxx)
132
        disp(V1)
133
        disp(x)
134
        disp(y)
135
        disp(z)
136
        disp(A)
137
        disp(B)
138
    end
139
    V(num,:)=[V1,V2,V3];
140
    num=num+1;
141
                      end
142
                 end
143
             end
144
        end
145
    end
```

c4.m

```
clc;clear;
1
2
   %% 定义常量
3
   chang=[0.1,0.1,0.1,2,3,3,6,5;
4
       0.2,0.2,0.2,2,3,3,6,5;
       0.1,0.1,0.1,2,3,3,30,5;
5
       0.2,0.2,0.2,1,1,2,30,5;
6
7
       0.1,0.2,0.1,8,1,2,10,5;
       0.05,0.05,0.05,2,3,3,10,40
8
9
       ];
   hang=1;
10
   p1=chang(hang,1);%次品率
11
```

```
12
   p2=chang(hang,2);
   p3=chang(hang,3);%成品装配次品率
13
14
   c1=chang(hang,4);%配件1检测成本
   c2=chang(hang,5);%配件2检测成本
15
   c3=chang(hang,6);%成品检测
16
17
   c4=6;%装配
   c5=chang(hang,7);%调换
18
19
   D=chang(hang,8);%拆
20
   w1=4;
21
   w2=18;
22
   w3 = 56;
23
   N1=10000;
24
   bi=1;
25
26
   zheng=[0,0,0
27
           0,0,1
28
           0,1,0
29
           0,1,1
30
           1,0,0
31
           1,0,1
32
           1,1,0
33
           1,1,1];
34
   juece=0;
35
36
   %% 重现2
37
   for nn=1:608
   n=609-nn;
38
39
   p1_right_jie=p1+1.645*sqrt(p1*(1-p1)/n);
40
   p1_left_jie=p1-1.645*sqrt(p1*(1-p1)/n);
   p2_right_jie=p2+1.645*sqrt(p2*(1-p2)/n);
41
   p2 left jie=p2-1.645*sqrt(p2*(1-p2)/n);
42
43
   p3_right_jie=p3+1.645*sqrt(p3*(1-p3)/n);
44
   p3 left jie=p3-1.645*sqrt(p3*(1-p3)/n);
45
   if nn > = 2
46
```

```
47
       suan(nn-1,:)=[n,sum(jue((nn-2)*10000+1:(nn-1)*10000,:),1)]
      ];
48
   end
49
   for mm=1:10000
   p1=rand()*(p1 right jie-p1 left jie)+p1 left jie;
50
51
   p2=rand()*(p2 right jie-p2 left jie)+p2 left jie;
52
   p3=rand()*(p3_right_jie-p3_left_jie)+p3_left_jie;
53
   money=0;
54
   num=1;
55
   maxx=0;
   %% 开始循环
56
57
   for i=1:8
58
       x1=zheng(i,1);
       x2=zheng(i,2);
59
60
       x3=zheng(i,3);
61
62
       if x1*x2==1
63
            p33=p3;
64
            p11=0;
65
            p22=0;
        elseif x1==0&&x2==0
66
67
            p33=(p1*(1-p2)+p2*(1-p1)+p1*p2)*(1-p3)+p3;
            p11=(p1*(1-p2)+p1*p2)/p33;
68
69
            p22=(p2*(1-p1)+p1*p2)/p33;
70
        elseif x1==1&&x2==0
71
            p33=p2+(1-p2)*p3;
72
            p11=0;
73
            p22=p2/p33;
74
        elseif x1==0&&x2==1
75
            p33=p1+(1-p1)*p3;
76
            p11=p1/p33;
77
            p22=0;
78
       end
79
       n1=\max(0,-p1*x1*N1+p2*x2*N1*bi);
80
       n2=max(0,-p2*x2*N1+p1*x1*N1*bi);
```

```
81
82
        NN1 = (min(N1, N1*bi) - max(p1*x1*N1, p2*x2*N1*bi));
83
        W1=(1-p33)*W3*NN1-(W1+W2*bi+c1*X1+c2*X2*bi)*N1-c4*NN1-X3*
       c3*NN1-(1-x3)*p33*c5*NN1-x3*c3*NN1+w1*n1+w2*n2;
84
        x44=1;
85
        if x44 = 1
86
    %
               for j=1:8
87
             x11=zheng(i,1);
88
             x22=zheng(i,2);
89
             x33=zheng(i,3);
90
             x44=1;
91
             if x11*x22==1
92
                 p333=p3;
93
94
             elseif x11==0&&x22==0
95
                 p333=(p11*(1-p22)+p22*(1-p11)+p11*p22)*(1-p3)+p3;
96
             elseif x11==1&&x22==0
97
98
                 p333=p22+(1-p22)*p3;
99
100
             elseif x11==0&&x22==1
101
                 p333=p11+(1-p11)*p3;
102
103
             end
104
105
             N2=p33*NN1;
106
             NN2 = (N2 - max(p11*x11*N2, p22*x22*N2));
107
108
             W2=(1-p333)*W3*NN2-(c1*x11+c2*x22)*N2-c4*NN2-x33*c3*
       NN2-(1-x33)*p333*c5*NN2-x33*c3*NN2-D*N2*x44;
109
             if x11*x22==1
110
111
                 p111=0;
112
                 p222=0;
113
             elseif x11==0&&x22==0
```

```
114
115
                 p111=(p11*(1-p22)+p11*p22)/p333;
116
                 p222=(p22*(1-p11)+p11*p22)/p333;
117
             elseif x11==1&&x22==0
118
119
                 p111=0;
120
                 p222=p22/p333;
             elseif x11==0&&x22==1
121
122
123
                 p111=p11/p333;
124
                 p222=0;
125
             end
126
             if W2<0
127
                   disp("亏本1")
128
129
    %
130
                   juece(1,:)=[x1,x2,x3,x44,x11,x22,x33,x111,x222,
       x333,W1];
131
                 x444=0;
132
    %
                   disp(W1)
133
                 maxx=max(money);
134
135
                 money(num)=W1/NN1;
                 if(W1/NN1>maxx)
136
                        disp("亏本1")
137
138
                        disp(W1/NN1)
139
    %
                        disp([x1 x2 x3])
140
                      jue((nn-1)*10000+mm,:)=[x1 x2 x3 -1 -1 -1 -1
       -1 -1];
141
                 end
142
                 num=num+1;
143
144
             else
145
                 x444=1;
146
             end
```

```
147
             if x444==1
148
149
                   for k=1:8
150
                     x111=zheng(i,1);
151
                     x222=zheng(i,2);
152
                     x333=zheng(i,3);
153
                     x444=1;
154
                     if x111*x222==1
155
                          p3333=p3;
156
                     elseif x111==0&&x222==0
                          p3333 = (p111*(1-p222)+p222*(1-p111)+p111*
157
       p222)*(1-p3)+p3;
158
                     elseif x111==1&&x222==0
159
                          p3333=p222+(1-p222)*p3;
160
                     elseif x111==0&&x222==1
161
                          p3333=p111+(1-p111)*p3;
162
                     end
163
                     N3 = p333*NN2;
164
                     NN3 = (N3 - max(p111*x111*N3, p222*x222*N3));
165
166
                     W3=(1-p3333)*W3*NN3-(c1*x111+c2*x222)*N3-c4*
       NN3-x333*c3*NN3-(1-x333)*p3333*c5*NN3-x333*c3*NN3-D*N3*x444;
167
                     if W3<0
168
                            disp("亏本2")
169
    %
                            disp(W1+W2)
170
                          maxx=max(money);
171
                          money(num)=(W1+W2)/(NN1+NN2);
172
                          if((W1+W2)/(NN1+NN2)>maxx)
                                disp("在第三个流程亏本")
173
    %
174
                                disp(W3)
    %
                                disp((W1+W2)/(NN1+NN2))
175
    %
176
                                disp([x1 x2 x3 x11 x22 x33])
177
                              jue((nn-1)*10000+mm,:)=[x1 x2 x3 x11
       x22 x33 -1 -1 -1;
178
                          end
```

```
179
                          num=num+1;
180
                      else
                            disp("两轮")
181
    %
182
    %
                            disp(W1+W2+W3)
183
                          maxx=max(money);
184
                          money(num)=(W1+W2+W3)/(NN1+NN2+NN3);
                          if((W1+W2+W3)/(NN1+NN2+NN3)>maxx)
185
186
                                 disp("两轮")
187
    %
188
    %
                                 disp(W1)
    %
189
                                 disp(W2)
190
    %
                                 disp(W3)
191
    %
                                 disp((W1+W2+W3)/(NN1+NN2+NN3))
192
    %
                                 disp([x1 x2 x3 x11 x22 x33 x111 x222
        x3331)
193
                              jue((nn-1)*10000+mm,:)=[x1 x2 x3 x11]
       x22 x33 x111 x222 x333];
194
195
                          end
196
                          num=num+1;
197
                      end
198
                 end
199
    %
               end
200
             end
201
        end
202
    end
203
    end
204
    maxxx=max(money)
```

```
c5.m

clc;clear;

p = [0.1,0.1,0.1,0.1,0.1,0.1];

p_geng = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]; % 更新完后的零件次品率

p_ban=[0.1,0.1,0.1];

p_ban_geng=[0.1,0.1,0.1];
```

```
p_ban_geng_geng=[0.1,0.1,0.1];
7
   p_cheng=0.1;
8
  %% 循环
9
  for nn=1:608
10
11
  n=609-nn;
12
  p right jie=0.1+1.645*\sqrt{(0.1.*(1-0.1)/n)};
   p_{\text{left_jie=0.1-1.645}*sqrt(0.1.*(1-0.1)/n)};
13
   if nn \ge 2
14
15
16
       suan(nn-1,:)=[n,sum(jue((nn-2)*1000+1:(nn-1)*1000,:),1)];
17
   end
18
   for mm=1:1000
  %取随机数
19
   p=rand(1,8,'double')*(p right jie-p left jie)+p left jie;
20
21
   p ban=rand(1,3,'double')*(p right jie-p left jie)+p left jie;
22
   p cheng=rand()*(p right jie-p left jie)+p left jie;
23
24
25
26
  p cheng geng=0.1;
27
   p cheng geng geng=0;
  |c=[1,1,2,1,1,2,1,2];%零 件 检 测 成 本
28
  c ban=[4,4,4];%半成品检测成本
29
  cf=6;%成品检测成本
30
31
   w=[2,8,12,2,8,12,8,12];%零件成本
  ct=40;%调换成本
32
33
  |e=[6,6,6];%半成品拆成本
  ef=10;%成品拆成本
34
  |d=[8,8,8];%半成品装配成本
35
  |df=8;%成品装配成本
36
  M=200;%市场售价
37
  |E = [0,0,0,0,0,0,0,0]; % 拆完后合格零配件等效赋值产生的新平价
38
      利润
39 | E ban = [0, 0, 0];
```

```
V1=0;
40
41
  V2=0;
42
  V3=0;
43
   G=[0,0,0];
44 | R cheng=0;
45
  R = [0,0,0];
46
  num=1;
47
   V=[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];
   %% 遍历代码
48
49
   nBits = 8;
  maxDecimalValue = 2^nBits - 1;
50
51
   binaryNumbers = dec2bin(0:maxDecimalValue, nBits);
52
   X = binaryNumbers - '0';
53
   nBits = 3;
54
   maxDecimalValue = 2^nBits - 1;
55
   binaryNumbers = dec2bin(0:maxDecimalValue, nBits);
56
   Y = binaryNumbers - '0';
   Z=Y;
57
   for i=1:256
58
59
       for j=1:8
60
           for k=1:8
               for m=0:1
61
62
                    for n=0:1
  x = X(i,:);
63
   y=Y(j,:);
64
65
   z=Z(k,:);
66 \mid A=m;
  B=n;
67
   %% 更新模块
68
   p_ban_geng(1)=1-(1-(1-x(1))*p(1)*(1-(1-x(2))*p(2)*(1-(1-x(3))*
69
      p(3))_*(1-p ban(1));
70
   p_{angeng(2)=1-(1-(1-x(4))*p(4)*(1-(1-x(5))*p(5)*(1-(1-x(6))*
      p(6))_*(1-p ban(2));
71
   p_{angeng(3)=1-(1-(1-x(7))*p(7)*(1-(1-x(8))*p(8))*(1-p_ban(3))*
      ));
```

```
72
               % p ban geng(2)=1-(1-p(4))*(1-p(5))*(1-p(6))*(1-p ban(2));
   73
               % p_{an_geng(3)=1-(1-p(7))*(1-p(8))*(1-p_ban(3))};
   74
              p_{\text{cheng}} = 1 - (1 - (1 - y(1))_{p_{\text{ban}}} = g_{(1)}_{q_{\text{cheng}}} = (1 - y(2))_{q_{\text{cheng}}}
                          p_ban_geng(2))_*(1-(1-y(3))_*p_ban_geng(3))_*(1-p_cheng);
   75
   76
               p_{p_{q_q}} = p_{q_q} = 
   77
               p_ban_geng_geng_(2) = (p_ban_geng_(2)/p_cheng_geng_*(1-y(2));
   78
               p_{p_q} = p_{q_q} = p_{q
   79
               p cheng geng geng=1-(1-p ban geng geng(1))_*(1-p ban geng geng
                          (2)<sub>*</sub>(1-p_ban_geng_geng(3))<sub>*</sub>(1-p_cheng_geng);
   80
   81
                p_{geng}(1) = (p(1)/p_{ban_{geng}(1))*(1-x(1));
   82
                p_{geng}(2) = (p(2)/p_{ban_{geng}(1))*(1-x(2));
   83
                p_{geng}(3) = (p(3)/p_{ban_{geng}(1))*(1-x(3));
                p \text{ geng}(4) = (p(4)/p \text{ ban geng}(2))_*(1-x(4));
   84
   85
                p_{geng}(5) = (p(5)/p_{ban_{geng}(2))*(1-x(5));
   86
                p \text{ geng}(6) = (p(6)/p \text{ ban geng}(2))_*(1-x(6));
   87
                p_{geng}(7) = (p(7)/p_{ban_{geng}(3)})_{*}(1-x(7));
   88
                p_{geng}(8) = (p(8)/p_{ban_geng}(3))*(1-x(8));
   89
   90
               E(1) = ((1-p \text{ geng}(1))/(1-p(1))) * w(1);
   91
               E(2) = ((1-p \text{ geng}(2))/(1-p(2))) * w(2);
               E(3) = ((1-p \text{ geng}(3))/(1-p(3))) * w(3);
   92
   93
               E(4) = ((1-p_geng(4))/(1-p(4))) * w(4);
   94
               E(5) = ((1-p \text{ geng}(5))/(1-p(5))) * w(5);
   95
               E(6) = ((1-p_geng(6))/(1-p(6))) * w(6);
               E(7) = ((1-p \text{ geng}(7))/(1-p(7))) * w(7);
   96
   97
               E(8) = ((1-p_geng(8))/(1-p(8))) * w(8);
   98
   99
               % G(1)=w(1)+w(2)+w(3)+c(1)*x(1)+c(2)*x(2)+c(3)*x(3)+d(1);
100
               % G(2)=w(4)+w(5)+w(6)+c(4)*x(4)+c(5)*x(5)+c(6)*x(6)+d(2);
               % G(3)=w(7)+w(8)+c(7)*x(7)+c(8)*x(8)+d(3);
101
102
               G(1)=E(1)+E(2)+E(3)+c(1)*x(1)+c(2)*x(2)+c(3)*x(3)+d(1);
103
               G(2)=E(4)+E(5)+E(6)+c(4)*x(4)+c(5)*x(5)+c(6)*x(6)+d(2);
104
              G(3)=E(7)+E(8)+c(7)*x(7)+c(8)*x(8)+d(3);
```

```
105
    G(1) = ((1-p \text{ ban geng geng}(1))/(1-p \text{ ban geng}(1)))*G(1);
106
    G(2) = ((1-p_ban_geng_geng(2))/(1-p_ban_geng(2)))*G(2);
107
    G(3) = ((1-p \text{ ban geng geng}(3))/(1-p \text{ ban geng}(3)))*G(3);
108
    % R(1)=w(1)+w(2)+w(3)-(c(1)*x(1)+c(2)*x(2)+c(3)*x(3));
109
    % R(2)=w(4)+w(5)+w(6)-(c(4)*x(4)+c(5)*x(5)+c(6)*x(6));
110
    % R(3)=w(7)+w(8)-(c(7)*x(7)+c(8)*x(8));
111
    % R(1)=E(1)+E(2)+E(3)-(c(1)*x(1)+c(2)*x(2)+c(3)*x(3));
112
    % R(2)=E(4)+E(5)+E(6)-(c(4)*x(4)+c(5)*x(5)+c(6)*x(6));
113
    % R(3)=E(7)+E(8)-(c(7)*x(7)+c(8)*x(8));
114
    R(1)=E(1)+E(2)+E(3);
115
    R(2)=E(4)+E(5)+E(6);
116
    R(3)=E(7)+E(8);
117
    % R cheng=G(1)+G(2)+G(3)-(y(1)*c ban(1)+y(2)*c ban(2)+y(3)*
       c_ban(3));
118
    R cheng=G(1)+G(2)+G(3);
119
120
    %% 阶段3
121
    if A==0&&B==0
122
        V3=-p_cheng_geng*ct+(1-p_cheng_geng)*M-df;
123
    elseif A==1&&B==0
124
        V3=(1-p cheng geng)*M-df-cf;
125
    elseif A*B==1
126
          V3=(1-p_cheng_geng)*M-cf-p_cheng_geng*(ef-R_cheng)-df+
       p_cheng_geng*((1-p_cheng_geng_geng)*M-cf-p_cheng_geng_geng*(
       ef-R cheng)-df);
127
        V3=(1-p_cheng_geng)*M-cf-p_cheng_geng*(ef-R_cheng)-df;
128
          V3=(1-p \text{ cheng geng})_*M-cf-p \text{ cheng geng}_*(ef)-df+
       p_cheng_geng*((1-p_cheng_geng_geng)*M-cf-p_cheng_geng_geng*(
       ef)-df);
129
    elseif A==0\&\&B==1
130
    %
          V3=(1-p_cheng_geng)*M-p_cheng_geng*ct-df+p_cheng_geng
       *((1-p_cheng_geng_geng)*M-p_cheng_geng_geng*ct-df);
131
        V3=(1-p cheng geng)*M-p cheng geng*ct-df;
132
          V3=(1-p_cheng_geng)*M-p_cheng_geng*ct-df+p_cheng_geng
       *((1-p_cheng_geng_geng)*M-p_cheng_geng_geng*ct-df);
```

```
133
    end
134
135
    %% 阶段2
    D1 = y(1)*c_ban(1)+p_ban_geng(1)*y(1)*z(1)*(e(1)-R(1))+d(1);
136
    D2 = y(2)*c ban(2)+p ban geng(2)*y(2)*z(2)*(e(2)-R(2))+d(2);
137
138
    D3 = y(3)*c ban(3)+p ban geng(3)*y(3)*z(3)*(e(3)-R(3))+d(3);
139
    D11 = p_{angeng(1)*(y(1)*c_ban(1)+p_ban_geng_geng(1)*y(1)*z)
       (1)_*(e(1)-R(1))+d(1));
    D22 = p ban geng(2)*(y(2)*c ban(2)+p ban geng geng(2)*y(2)*z
140
       (2)*(e(2)-R(2))+d(2));
141
    D33 = p ban geng(3)*(y(3)*c ban(3)+p ban geng geng(3)*y(3)*z
       (3)*(e(3)-R(3))+d(3));
142
143
    V2=V3-(y(1)*c_ban(1)+y(2)*c_ban(2)+y(3)*c_ban(3))-(p_ban_geng)
       (1)*y(1)*z(1)*(e(1)-R(1))+p ban geng(2)*y(2)*z(2)*(e(2)-R(2))
       )+p ban geng(3)*y(3)*z(3)*(e(3)-R(3)))-(d(1)+d(2)+d(3));
144
    % V2 = V3 - (D1+D11+D2+D22+D3+D33);
145
   %% 阶段1
146
147
    V1=V2-sum(x.*c+w);
    maxx=max(V(:,1));
148
    if(V1>=maxx)
149
150
        jue((nn-1)*1000+mm,:)=[x,y,z,A,B];
    %
151
          disp(V1)
152
    %
          disp(x)
    %
153
          disp(y)
154
    %
          disp(z)
155
    %
          disp(A)
156
    %
          disp(B)
157
    end
158
    % V(num,:)=[V1,V2,V3];
159
    num=num+1;
160
                     end
161
                 end
162
            end
```

| 163 | end |
|-----|-----|
| 164 | end |
| 165 | |
| 166 | end |
| 167 | end |