

이산 시간 시스템에 대한 외란 관측기

기반 이벤트 트리거 추적 제어

박근우[°] 남경호^{°°}

국립금오공과대학교 전자공학부^{° °}

반재필^{°°°}

국립금오공과대학교

항공,기계학과 및 전자 융합공학부^{°°°}

*Event-triggered disturbances observer-based tracking control
for discrete time systems*

Geun-Woo Park[°] Kyung-Ho Nam^{°°}

School of Electronic Engineering^{° °}

Kumoh National Institute of Technology

boss0723@kumoh.ac.kr

Jae-Pil Ban^{°°}

Department of Aeronautic, Mechanical^{°°}

and Electronic Convergence Engineering

Kumoh National Institute of Technology

jpban@kumoh.ac.kr

요 약

본 논문에서는 이산 시간 시스템에서 외란을 효과적으로 관측하고 트래킹 성능을 향상시키기 위한 외란 관측기 기반 이벤트 트리거 트래킹 제어 기법을 제안한다. 기존의 연속적인 제어 업데이트 방식은 불필요한 연산 부담을 초래할 수 있으며, 이벤트 트리거링 기법을 적용하면 시스템의 자원을 효율적으로 사용할 수 있다.

1. 서론

이산 시간 시스템에서의 트래킹 제어는 다양한 산업 및 로봇 응용에서 핵심적인 역할을 한다. 특히, 외란이 존재하는 환경에서는 높은 트래킹 성능을 유지하기 위해 외란을 정확하게 추정하고 효과적으로 보상하는 기법이 필수적이다. 그러나 기존의 연속적인 제어 방법은 불필요한 샘플링을 초래하여 계산 부하를 증가시키고, 실시간 제어 시스템의 효율성을 저하시킬 수 있다. 이를 해결하기 위해 이벤트 트리거링 기법이 도입되었으며, 이는 시스템이 특정 조건을 만족할 때만 제어 입력을 갱신함으로써 연산 자원을 절약하는 방법이다.

본 논문에서는 외란 관측기 기반 이벤트 트리거 트래킹 제어 기법을 제안한다. 먼저, 외란 관측기를 활용하여 외란을 실시간으로 추정하고 보상함으로써, 외란의 영향을 최소화하고 트래킹 성능을 향상시킨다. 또한, 이벤트 트리거링 기법을 적용하여 필요할 때만 제어 입력을 갱신함으로써, 샘플링 횟수를 줄이고 시스템의 자원 활용도를 높인다.

2. 본론

2.1 시스템 모델

다음과 같은 이산적 선형 시스템을 사용한다.

$$x[k+1] = Ax[k] + B(u[k] + d[k]), \quad (1a)$$

$$y[k] = Cx[k], \quad (1b)$$

여기서 x 는 상태를 나타내고, u 는 입력값, d 는 외란, y 는 출력값을 나타낸다. 다음은 PI 외란 관측기 기반 추적 제어기를 사용한다.

$$\hat{x}[k+1] = A\hat{x}[k] + B(u[k] + \hat{d}[k]) + K_o \tilde{e}[k], \quad (2a)$$

$$\hat{d}[k+1] = \hat{d}[k] + K_d \tilde{e}[k], \quad (2b)$$

$$\hat{y}[k] = C\hat{x}[k], \quad (2c)$$

$$u[k] = K_c \hat{x}[k] + K_r r - \hat{d}[k], \quad (2d)$$

여기서 \hat{x} 는 추정 상태를 나타내고, \hat{d} 는 추정 외란, \hat{y} 는 추정 출력값, $\tilde{e}[k] = y[k] - \hat{y}[k]$ 는 출력값 추정 오차, K_o 는 관측기 이득, K_d 는 외란 이득, K_c 는 제어기 이득, K_r 는 지령치 r 에 대한 피드 포워드 이득을 나타낸다. 외란이 시간에 따라 일정하다고 가정하면 ($d[k+1] = d[k]$), 따라서 식 (1)과 (2)로부터 다음과 같은 추정 상태 오차 시스템을 얻을 수 있다.

$$\tilde{z}[k+1] = (\bar{A} - \bar{K}_o \bar{C})\tilde{z}[k] \quad (3)$$

여기서 $\tilde{z}[k] = [x[k]^T \ d[k]^T]^T$, $\tilde{z}[k] = z[k] - \hat{z}[k]$,

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & I \end{bmatrix}, \bar{C} = [C \ 0], \bar{K}_o = \begin{bmatrix} K_o \\ K_d \end{bmatrix}.$$

제어기 이득 K_c 와 관측기 이득 \bar{K}_o 를 적절히 선택하

면 페루프 시스템 (2)와 (3)이 시간이 지나면서 관측 오차가 사라지고, 시스템 상태가 지령치 r 에 정확히 수렴한다. 따라서 페루프 시스템의 평형점은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}\hat{x}_{eq} &= x_{eq}, \\ (A + BK_c)\hat{x}_{eq} + BK_r r &= \hat{x}_{eq}, \\ y_{eq} &= Cx_{eq}.\end{aligned}\quad (4)$$

따라서 시스템의 정상 상태 출력이 지령치와 일치하도록 보장하기 위해 피드포워드 이득을 다음과 같이 설계한다.

$$K_r = (C(I - (A + BK_c))^{-1}B)^{-1} \quad (5)$$

$\hat{x}[k]$ 와 \hat{x}_{eq} 의 오차를 \bar{x} 로 정의하면 다음과 같은 추정치와 평형점의 오차 시스템을 얻을 수 있다.

$$\bar{x}[k+1] = (A + BK_c)\bar{x}[k] + K_o \bar{e}[k]. \quad (6)$$

따라서 페루프 시스템 (3)과 (5)를 안정적인 경우, 외란 관측기를 사용하여 지령치 추적이 가능하다.

2.2 이벤트 트리거 신호 전송

관측기를 통해 상태와 외란을 추정하고, 이를 비주기적으로 네트워크를 통해 전송하는 이벤트 트리거링 법칙을 고려한다. 따라서 제어 입력 $u[k]$ 는 이벤트 발생 시 비주기적으로 송신된다. 샘플링 시간 k_t, k_{t+1}, \dots 은 일정한 간격이 아니라 이벤트 트리거링 법칙에 의해 결정된다. $k \in [k_t, k_{t+1})$ 동안 제어 입력은 일정하게 유지되며, 다음과 같이 정의된다.

$$u[k] = K_c \hat{x}[k_t] + K_r r - \hat{d}[k_t], \quad t = 1, 2, \dots \quad (7)$$

샘플링 기반 제어 입력(7)을 고려하여, 페루프 시스템 (3)과 (5)를 다시 얻을 수 있다.

$$\bar{z}[k+1] = (\bar{A} - \bar{K}_o \bar{C})\bar{z}[k] \quad (8)$$

$$\begin{aligned}\bar{x}[k+1] &= \\ (A + BK_c)\bar{x}[k] + K_o \bar{e}[k] + BK_c \epsilon[k] - B\delta[k].\end{aligned} \quad (9)$$

여기서 $\epsilon[k] = \hat{x}(k_t) - \hat{x}(k)$, $\delta[k] = \hat{d}(k_t) - \hat{d}(k)$ 는 샘플링된 값과 현재 추정상태 간의 차이이다. 샘플링 업데이트 시간 k_{t+1} 은 다음 조건을 만족할 때 결정된다.

$$k_{t+1} = \min\{t \geq k_t \mid f(\bar{x}[k], \epsilon[k], \delta[k]) \geq 0\}, \quad (10)$$

특정 조건보다 0보다 커지는 순간, 새로운 샘플링이 발생한다. 즉, 특정 오차가 임계값 이상 커질 때만 샘플링이 이루어지므로, 불필요한 연산 및 네트워크 사용을 줄일 수 있다.

2.3 수치적 예제

불안정한 이산적 선형 시스템 (1)에서 다음과 같은 행렬을 사용한다.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0.1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0787 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

페루프 시스템 (8)과 (9)를 안정화하는 제어기 이득 K_c 와 관측기 이득 \bar{K}_o 를 다음과 같이 선택한다.

$$K_c = [-53.3 \quad -29.2], \bar{K}_o = \begin{bmatrix} 1.9 \\ 21.6 \\ 3.0 \end{bmatrix}.$$

MATLAB 환경에서 샘플링 타임을 0.1s로 두어 총 10s에 걸쳐 시뮬레이션을 수행하였다. 시스템의 초기값 $x(0) = 0$ 으로 설정하였고, $d[k] = 1$ 가 1s에 적용되었다. 이어서 $r = 1$ 은 3s에 적용되었다.

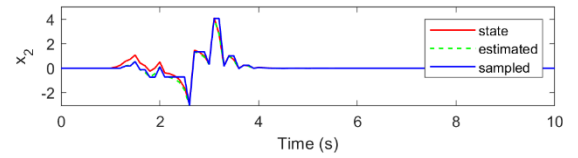
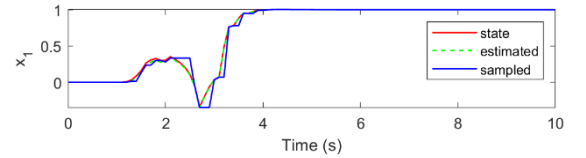


그림 1. $x[k]$ 추정 결과

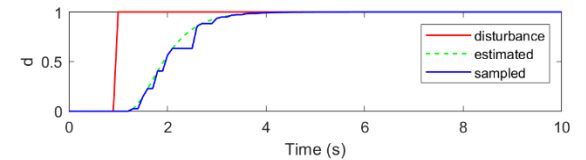


그림 2. $d[k]$ 추정 결과

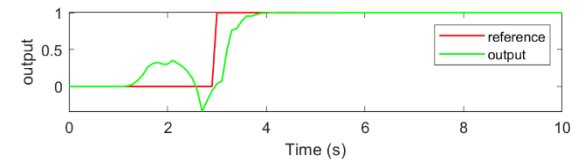


그림 3. 지령치 추적 결과

그림 1에서는 시스템의 상태 변수가 관측기를 통해 추정되는 것을 볼 수 있으며, 이벤트 트리거링 법칙을 통해 비주기적으로 샘플링됨을 볼 수 있다. 또한 그림 2에서도 외란을 추정하며, 이벤트 트리거링 법칙을 통해 비주기적으로 샘플링됨을 볼 수 있다. 그림 3에서는 출력 값이 지령치를 추적하는 것을 볼 수 있다.

3 결론

이론적 분석을 통해 제안된 기법이 연속 샘플링 방식 대비 샘플링 횟수를 줄이면서도 우수한 트래킹 성능을 유지함을 확인하였다. 본 연구의 결과는 자원이 제한된 환경에서의 실시간 제어 시스템, 특히 무인 항공기, 로봇 제어, 스마트 제조 시스템 등의 응용 분야에서 활용될 수 있을 것으로 기대된다.

4 참고 문헌

[1] Eqtami et al. "Event-triggered control for discrete-time systems." *Proceedings of the 2010 ACC*. IEEE, 2010.