

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)

Кафедра комплексной информационной безопасности
электронно-вычислительных систем (КИБЭВС)

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Отчет по лабораторной работе №1
по дисциплине «Планирование эксперимента»

Выполнил

Студент гр. 728-2

_____ Д. Р. Геворгян

29.09.2020

Принял

Преподаватель кафедры КИБЭВС

_____ Ю. В. Шабля

_____.09.2020

1 Введение

Цель работы: решить задачи статистики с использованием программы с электронными таблицами.

В качестве программы с электронными таблицами был использован Excel.

2 Ход работы

2.1 Практика № 1

Выборка для последующих задач приведена на рисунке 2.1.

Дана следующая выборка:

х:	4572	4608	4612	4624	4636
п:	9	17	7	24	23

Определите значение выборочной средней:

4617.15

Рисунок 2.1 – Выборка для заданий первой практики

В первом задании нужно найти выборочную среднюю двумя методами – по определению и методом условных вариантов.

Первый метод подразумевает формулу $\bar{x}_B = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n}$. Решение реализуется формулой =СУММ(A3:E3)/G2 (Рисунок 2.2).

	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15

Рисунок 2.2 – Выборочная средняя по определению.

Для решения задачи методом условных вариантов нужно, грубо говоря, перейти от одной выборки к другой. Процесс сравним со сменой системы координат. Выбираются некие элементы - b как точка отсчёта и a как шаг. В данной выборке удобнее всего выбрать элемент, находящийся в середине выборки (4612), а за шаг взять некое число, которому кратны все элементы выборки (8). Далее находится выборочная средняя по формуле, приведенной выше, для новой выборки, после чего применяется формула $\bar{x}_B = \bar{x}'_B \cdot a + b$, где \bar{x}'_B – выборочное среднее для условных вариантов (“новой выборки”) (Рисунок 2.3).

a=	8	b=	4612			
-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15

Рисунок 2.3 – Метод условных вариантов

Во втором задании нужно найти дисперсию тремя методами – по расчётной формуле, по определению, а также методом условных вариантов. Воспользуемся сначала определением. Формула выглядит следующим образом:

$$D_B = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x}_B)^2 \cdot n_i}{n}.$$

Реализуем в Excel (Рисунки 2.4 – 2.5).

МАКС		X		f _x		=СТЕПЕНЬ((A1-\$G\$3);2)*A2	
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	X _B =	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X' _B =	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	X _B =	4617,15
8							
9	2)*A2	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	D _B =	365,6775

Рисунок 2.4 – Формула части числителя дисперсии по определению

МАКС		X		f _x		=СУММ(A9:E9)/G2	
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	X _B =	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X' _B =	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	X _B =	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	D _B =	E9)/G2

Рисунок 2.5 – Конечная формула дисперсии по определению

Результат вычислений равен 365.6775 (Рисунок 2.6).

G9 X ✓ fx =СУММ(A9:E9)/G2							
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775

Рисунок 2.6 – Результат вычисления дисперсии по определению

Далее считаем дисперсию по расчётной формуле – $D_B = \overline{x_B^2} - \bar{x}^2$.

МАКС X ✓ fx =СТЕПЕНЬ(C1;2)*C2							
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775
10							
11	188128656	3,61E+08	C2	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	365,6775

Рисунок 2.7 – Часть формулы для средней квадрата

МАКС X ✓ fx =СУММ(A11:E11)/G2-СТЕПЕНЬ(G3;2)							
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775
10							
11	188128656	3,61E+08	1,49E+08	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	G3;2)

Рисунок 2.8 – Реализация расчётной формулы выборочной дисперсии

Результат вычислений представлен на рисунке 2.9.

G11 : X ✓ f _x =СУММ(A11:E11)/G2-СТЕПЕНЬ(G3;2)							
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775
10							
11	188128656	3,61E+08	1,49E+08	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	365,6775

Рисунок 2.9 – Результат вычисления дисперсии по расчётной формуле

Ищем дисперсию методом условных вариантов, пользуясь данными из первой задачи. Результат изображён на рисунке 2.10.

МАКС : X ✓ f _x =СТЕПЕНЬ(A6;2)							
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775
10							
11	188128656	3,61E+08	1,49E+08	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	365,6775
12							
13	D=(x'^2cp-x'cp^2)*a^2						
14	A6;2)	0,25	0	2,25	9		
15	225	4,25	0	54	207	Dв=	365,6775

Рисунок 2.10 – Формула квадрата варианты

<div> <div>МАКС</div> <div>✕ ✓ f_x</div> <div>=A14*A2</div> </div>							
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775
10							
11	188128656	3,61E+08	1,49E+08	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	365,6775
12							
13	D=(x'^2cp-x'cp^2)*a^2						
14	25	0,25	0	2,25	9		
15	=A14*A2	4,25	0	54	207	Dв=	365,6775

Рисунок 2.11 – Формула квадрата варианты умноженного на частоту

<div> <div>МАКС</div> <div>✕ ✓ f_x</div> <div>=(СУММ(A15:E15)/G2-СТЕПЕНЬ(СУММ(A7:E7)/G2;2))*СТЕПЕНЬ(B5;2)</div> </div>										
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	4572	4608	4612	4624	4636					
2	9	17	7	24	23	N=	80			
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15			
4										
5	a=	8	b=	4612						
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375			
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15			
8										
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775			
10										
11	188128656	3,61E+08	1,49E+08	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	365,6775			
12										
13	D=(x'^2cp-x'cp^2)*a^2									
14	25	0,25	0	2,25	9					
15	225	4,25	0	54	207	Dв=	B5;2)			

Рисунок 2.12 – Конечная формула выборочной дисперсии через метод условных вариантов

Как можно заметить, ответы совпадают, следовательно, задача решена верно.

В следующей задаче нужно найти среднеквадратическое отклонение по формуле $S^2 = \sqrt{D}$. Реализуем в Excel при помощи команды КОРЕНЬ (Рисунок 2.13).

B17 ✕ ✓ fx =КОРЕНЬ(G15)							
	A	B	C	D	E	F	G
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775
10							
11	188128656	3,61E+08	1,49E+08	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	365,6775
12							
13	D=(x'^2cp-x'cp^2)*a^2						
14	25	0,25	0	2,25	9		
15	225	4,25	0	54	207	Dв=	365,6775
16							
17	СКО=	19,1227					

Рисунок 2.13 – Среднеквадратическое отклонение

В задаче номер 4 необходимо найти исправленную дисперсию по формуле $S^2 = \frac{n}{n-1}$. Реализация показана на рисунке 2.14.

B19				✕ ✓ f_x		=G2/(G2-1)*G15		
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	4572	4608	4612	4624	4636			
2	9	17	7	24	23	N=	80	
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15	
4								
5	a=	8	b=	4612				
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375	
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15	
8								
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775	
10								
11	188128656	3,61E+08	1,49E+08	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	365,6775	
12								
13	$D=(x'^2_{cp}-x'_{cp}^2)*a^2$							
14	25	0,25	0	2,25	9			
15	225	4,25	0	54	207	Dв=	365,6775	
16								
17	СКО=	19,1227						
18								
19	Диспр=	370,3063						

Рисунок 2.14 – Исправленная дисперсия

В следующей задаче требуется найти исправленное среднеквадратическое отклонение по формуле $S = \sqrt{S^2}$ (Рисунок 2.15).

B21							=КОРЕНЬ(B19)
	A	B	C	D	E	F	G
1	4572	4608	4612	4624	4636		
2	9	17	7	24	23	N=	80
3	41148	78336	32284	110976	106628	Xв=	4617,15
4							
5	a=	8	b=	4612			
6	-5	-0,5	0	1,5	3	X'в=	0,64375
7	-45	-8,5	0	36	69	Xв=	4617,15
8							
9	18346,702	1423,282	185,6575	1126,14	8172,418	Dв=	365,6775
10							
11	188128656	3,61E+08	1,49E+08	5,13E+08	4,94E+08	Dв=	365,6775
12							
13	$D=(x'^2cp-x'cp^2)*a^2$						
14	25	0,25	0	2,25	9		
15	225	4,25	0	54	207	Dв=	365,6775
16							
17	СКО=	19,1227					
18							
19	Диспр=	370,3063					
20							
21	СКО испр=	19,24335					

Рисунок 2.15 – Исправленное среднеквадратическое отклонение

2.2 Практика №2

Все задания во второй практике имеют одну выборку представленную ниже на рисунке 2.16.

Даны следующие две выборки:

x:	-2	-1	5	6	9
n:	6	20	18	7	9

x:	-8	-1	0	4	5
n:	6	12	8	20	24

Определите значение общей средней:

2.469231

Рисунок 2.16 – Выборка для заданий второй практики

В первом задании необходимо найти значение общей средней по формуле: $\bar{x}_0 = \frac{\sum x_i \cdot n_i}{n}$. Для начала необходимо записать общую выборку (Рисунок 2.17).

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	-8	-2	-1	0	4	5	6	9
2	6	6	32	8	20	42	7	9

Рисунок 2.17 – Общая выборка

После чего необходимо посчитать строку произведений и найти сумму элементов этих строк. Далее подставить значения в формулу (Рисунок 2.18).

K3												fx		=CYMM(A3:H3)/K2	
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K				
1	-8	-2	-1	0	4	5	6	9							
2	6	6	32	8	20	42	7	9		N=		130			
3	-48	-12	-32	0	80	210	42	81		Xв=		2,469231			

Рисунок 2.18 – Расчёты общей средней

Далее найдём общую среднюю через каждую выборку, то есть рассчитав среднюю для каждой из двух выборок найдём общую среднюю, подставив найденные значения в формулу: $\bar{x}_0 = \frac{\sum \bar{x}_i \cdot N_i}{\sum N_i}$ (Рисунок 2.19).

H12		:	X	✓	<i>f_x</i>	=(G7*G6+G11*G10)/(G6+G10)		
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	-8	-2	-1	0	4	5	6	9
2	6	6	32	8	20	42	7	9
3	-48	-12	-32	0	80	210	42	81
4								
5	-2	-1	5	6	9			
6	6	20	18	7	9	N=	60	
7	-12	-20	90	42	81	Xcp1=	3,016667	
8								
9	-8	-1	0	4	5			
10	6	12	8	20	24	N=	70	
11	-48	-12	0	80	120	Xcp2=	2	
12							Xв=	2,469231

Рисунок 2.19 – Расчёты общей средней через каждую выборку

Во втором задании необходимо найти значение внутригрупповой

дисперсии по формуле: $D_{\text{вн}} = \frac{\sum D_i \cdot N_i}{\sum N_i}$ (Рисунок 2.20).

[illegible]

Рисунок 2.20 – Расчёты внутригрупповой дисперсии

В третьем задании необходимо найти значение межгрупповой дисперсии

по формуле: $D_{\text{меж}} = \frac{\sum (\bar{x}_i - \bar{x}_0)^2 \cdot N_i}{\sum N_i}$. Так как общая средняя известна из первого задания, а остальные средние из второго, то воспользуемся ими. Результат решения изображён на рисунке 2.21.

Рисунок 2.21 – Расчёт межгрупповой дисперсии

В четвертом задании необходимо найти значение общей дисперсии по формуле: $D_0 = \overline{x_0^2} - \bar{x}_0^2$. Для расчётов воспользуемся общей выборкой из первого задания. Результат решения изображён на рисунке 2.22.

[illegible]

Рисунок 2.22 – Расчёт общей дисперсии через общую выборку

Далее данный пример был решён по формуле: $D_0 = D_{\text{вн}} + D_{\text{меж}}$.
Результат решения изображён на рисунке 2.23.

K32												:	✕ ✓ f_x			=B22+B24	
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K						
14	4	1	25	36	81												
15	24	20	450	252	729												
16						X1^2cp=	24,58333		15,48306								
17																	
18	64	1	0	16	25												
19	384	12	0	320	600												
20						X2^2cp=	18,8		14,8								
21																	
22	Двн=	15,11526															
23																	
24	Дмгр=	0,256874															
25																	
26	-8	-2	-1	0	4	5	6	9 x									
27	6	6	32	8	20	42	7	9 n									
28	64	4	1	0	16	25	36	81 x^2									
29	384	24	32	0	320	1050	252	729 n*x^2									
30											Xo^2cp=	21,46923					
31											Do=	15,37213					
32											Do=	15,37213					

Рисунок 2.23 – Расчёт общей дисперсии через сумму дисперсий
 Значения получились идентичными. Задача решена верно.

3 Заключение

Вывод: в ходе лабораторной работы был описан ход решения статистических задач с помощью программы Excel.